Ханрик.

ВСЕСОЮЗНЫЙ КОМИТЕТ ПО СТАНДАРТИЗАЦИИ
ПРИ СОВЕТЕ ТРУДА И ОБОРОНЫ

1932 г. — Выпуск 2 (18).

ВСЕСОЮЗНЫЙ НАУЧНО - ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ИНСТИТУТ МЕТРОЛОГИИ И СТАНДАРТИЗАЦИИ

В. И. М. С.

ТРУДЫ

ВСЕСОЮЗНОГО НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ИНСТИТУТА МЕТРОЛОГИИ И СТАНДАРТИЗАЦИИ

Выпуск 2 (18)

Travaux de l'Institut de Métrologie
et Standardisation. Livraison 2 (18)

Содержание. — *В. Н. Божовский* и *Б. В. Дроздов*. Исследование платина-платинородиевых термопар. — *И. Д. Менделеев*. Термостат для точной пикнометрии. — *В. А. Яковлева*. Определение констант эталонных ртутных термометров Tonnelot № 4540 и № 4541. — *Н. Х. Прейпич*. Теория ошибок в приложении к ходам часов и хронометров и к обработке долготных наблюдений. — *С. М. Терешкова*. О постоянстве личных разностей в автоматическом и слуховом (по методу Кука) приемах радиосигналов времени. — *Б. А. Ломакин*. Спектральное количественное определение висмута в меди. — *Н. П. Тарасов*. Применение метода двуцветной фотографии к микрофотографической и металлографической съемкам. — *Н. П. Тарасов*. Деформация поверительских пунсонов от работы. — *В. М. Латкин*. Поверка приборов Абеля-Пенского по жидкостям постоянного состава.

Sommaire. — *W. N. Bojovsky* et *B. V. Drozdov*. Recherches sur les thermocouples platine-platinerhodiés. — *J. D. Mendeleev*. Un thermostat de grande précision. — *V. A. Iakovleva*. Détermination des constantes des thermomètres Tonnelot Nos 4540 et 4541. — *N. C. Preipitch*. Théorie des erreurs appliquée à la marche des pendules et des chronomètres et au calcul des observations longitudinales. — *S. M. Terechkova*. Sur la constance des différences personnelles dans les réceptions automatiques et auditives (méthode de Cooke) des signaux rythmés. — *B. A. Lomakine*. Détermination du bismuth dans le cuivre par l'analyse spectrale quantitative. — *N. P. Tarassov*. Application de la méthode de photographie bichrome à la microphotographie et métallographie. — *N. P. Tarassov*. Déformations des poinçons dans la pratique du poinçonnage des poids et mesures. — *V. M. Latkine*. Vérification d'appareils d'Abel-Pensky d'après les liquides d'une composition constante.

ъ

ВСЕСОЮЗНЫЙ КОМИТЕТ ПО СТАНДАРТИЗАЦИИ
ПРИ СОВЕТЕ ТРУДА И ОБОРОНЫ

1932 г. — Выпуск 2 (18).

ВСЕСОЮЗНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ИНСТИТУТ МЕТРОЛОГИИ И СТАНДАРТИЗАЦИИ

Библиотека ВНИМС

ТРУДЫ

ВСЕСОЮЗНОГО НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ИНСТИТУТА МЕТРОЛОГИИ И СТАНДАРТИЗАЦИИ

W 5724

Выпуск 2 (18)

Travaux de l'Institut de Métrologie
et Standardisation. Livraison 2 (18).

Содержание. — *В. Н. Божовский* и *Б. В. Дроздов.* Исследование платина-платинородиевых термопар — *И. Д. Менделеев.* Термостат для точной пикнометрии. — *В. А. Яковлева.* Определение констант эталонных ртутных термометров Tonnelot № 4540 и № 4541. — *Н. Х. Прейлич.* Теория ошибок в приложении к ходам часов и хронометров и к обработк долготных наблюдений. — *С. М. Терешкова.* О постоянстве личных разностей в автоматическом и слуховом (по методу Кука) приемах радиосигналов времени. — *Б. А. Ломакин.* Спектральное количественное определение висмута в меди. — *Н. П. Тарасов.* Применение метода двуцветной фотографии к микрофотографической и металлографической съемкам. — *Н. П. Тарасов.* Деформация поверительских пунсонов от работы. — *В. М. Латкин.* Поверка приборов Абеля-Пенского по жидкостям постоянного состава.

Sommaire. — *W. N. Bojovsky* et *B. V. Drozdov.* Recherches sur les thermocouples platin -platinerhodiés. — *J. D. Mendeleev.* Un thermostat de grande précision. — *V. A. Iakovleva.* Détermination des constantes des thermomètres Tonnelot Nos 4540 et 4541. — *N. C. Preipitch.* Théorie des erreurs appliquée à la marche des pendules et des chronomètres et au calcul des observations longitudinales. — *S. M. Terechkova.* Sur la constance des différences personnelles dans les réceptions automatiques et auditives (méthode de Cooke) des signaux rythmés. — *B. A. Lomakine.* Détermination du bismuth dans le cuivre par l'analyse spectrale quantitative. — *N. P. Tarassov.* Application de la méthode de photographie bichrome à la microphotographie et métallographie. — *N. P. Tarassov.* Déformations des poinçons dans la pratique du poinçonnage des poids et mesures. — *V. M. Latkine.* Vérification d'appareils d'Abel-Pensky d'après les liquides d'une composition constante.

В связи с преобразованием Главной Палаты мер и весов во Всесоюзный Научно-исследовательский Институт метрологии и стандартизации (ВИМС), вместо „Временника Главной Палаты мер и весов" будут выходить „Труды Всесоюзного Научно-исследовательского Института метрологии и стандартизации".

Являясь, подобно „Временнику", органом научной метрологии, „Труды" ВИМС'а будут содержать: 1) статьи по научной метрологии, 2) отчеты об исследованиях, производимых в лабораториях ВИМС'а и 3) обзоры по вопросам научной метрологии.

Двойная нумерация „Трудов" ВИМС'а указывает: текущий нумер „Трудов" и, в скобках, последовательный нумер, считая с первого нумера „Временника", основанного Д. И. Менделеевым в 1894 г.

Настоящий выпуск содержит статьи, сданные в печать еще до преобразования Главной Палаты; никаких изменений, вызванных преобразованием, в эти статьи не внесено.

Редакционная Коллегия ВИМС'а.

Par suite de la réorganisation de la Chambre Centrale des Poids et Mesures de l'U.R.S.S. en Institut de Métrologie et Standardisation de l'U.R.S.S., le „Wrémennik de la Chambre Centrale des Poids et Mesures" paraîtra dorénavant sous le titre: „Travaux de l'Institut de Métrologie et Standardisation de l'U.R.S.S."

Le double numérotage des „Travaux" veut indiquer le numéro courant des „Travaux" et, en parenthèses, le numéro successif à partir du premier numéro de „Wrémennik" fondé par D. I. Mendeleev en 1894.

La présente livraison contient des articles livrés à l'impression avant la réorganisation de la Chambre Centrale; aucuns changements n'y sont introduits, qui résultent de cette réorganisation.

Comité de Rédaction de l'Institut
de Métrologie et Standardisation de l'U.R.S.S.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛАТИНА-ПЛАТИНОРОДИЕВЫХ ТЕРМОПАР

В. Н. Божовский и Б. В. Дроздов

Термопары из платины и сплава платины с родием, предложенные Ле-Шателье более 45 лет тому назад (1886 г.), как средство для измерений температур, и до настоящего времени, по величине охватываемой ими температурной области и по надежности показаний, занимают первое место среди многих других применяемых с тою же целью. Существенным качеством термопары является величина развиваемой ею электродвижущей силы и ее постоянство при одних и тех же температурных условиях. Многочисленные ранние исследования, сделанные в последнем отношении над платина-платинородиевыми термопарами [1] в настоящее время отчасти утратили свое значение вследствие того, что с тех пор улучшился аффинаж платины и в особенности благодаря применению печей высокой частоты, усовершенствовалась техника изготовления сплавов. Тем не менее именно в результате этих работ и выяснились достоинства этих термопар, которые позволили в настоящее время ввести их для осуществления международной шкалы температур в пределах 660°—1063° [2]. Второе весьма важное обстоятельство, здесь выяснившееся, относится к тем условиям, в которых термопары перестают быть надежными инструментами. Такими условиями, разрушительно действующими на платиновые термопары и в силу этого влияющие на постоянство их показаний, являются восстановительная среда в том случае, когда термопара соприкасается с кремнеземнистыми соединениями, влияние углеродистых, фосфористых, сернистых соединений, паров металлов и т. п. В окислительной же или воздушной атмосфере платина-платинородиевые термопары, вообще говоря, считаются устойчивыми [3], но все же и здесь замечены были изменения, проистекающие, с одной стороны, от таких чисто физических явлений, как перекристаллизация металла, а с другой стороны, находящиеся в зависимости от качества самих термопар и еще не достаточно выясненные.

---

[1] Литература см. J. Burgess and H. Le-Chatelier „The Measurement of High Temperatures".

[2] Comptes Rendus des Séances de la septième Conférence Générale des Poids et Mesures.

[3] L. c. и W. White, Phys. Rev. 23, 449.

Исследования, сделанные в Physikalisch-Technische Reichsanstalt [1] показали, что платина-платинородиевые термопары при накаливании до 1000° в течение 12 часов увеличивают свою электродвижущую силу на величину до 70 микровольт. Наоборот, испытания некоторых американских термопар [2] не обнаружили изменения электродвижущей силы при 1000°, несмотря даже на то, что защитные трубки их были окружены углем. Наиболее тщательные исследования были выполнены в американском Bureau of Standards над термопарами различного происхождения [3]. При этом было найдено, что после многочасового нагревания до 1250° и даже до 1450° американские и лучшие из английских термопар не давали изменений более, чем на 3°—4° при 1200°. Тем не менее нарушение однородности ветвей имело место, так как при погружении термопар в нагревательное пространство с 1200° на глубину приблизительно вдвое меньшую, чем делалось обычно, изменения в показаниях превышали 15°, а для некоторых английских—более 50°. В том же Bureau of Standards Невиллем в 1923 г. [4], благодаря применению для плавок электрических печей большей частоты, была изготовлена платина на 40 микровольт при 1200° более отрицательная и, следовательно, более чистая, нежели платина известной фирмы Гереуса. Термопары, изготовленные из такого материала, выдерживали нагрев до 1600° в течение 25 часов, изменяя свои показания не более, чем на 1° при 1200°. Продажные американские термопары в тех же условиях изменялись на 3°—10°. В 1928 г. во Франции [5] сделаны были наблюдения над поведением платина-платинородиевых термопар во время службы их в закалочных печах. Падение показаний их доходило тут до 175° при 950°.

Платина-платинородиевые термопары, изготовляющиеся в настоящее время в СССР, не подвергались еще систематическому исследованию, и сведения об их поведении разноречивы. Термопары, изготовлявшиеся несколько лет тому назад, нередко были явно неудовлетворительного качества. Некоторые из них, испытанные в заводской обстановке, во время работы значительно изменяли свои показания [6].

В целях испытания качества существующей продукции и установления норм для термопар, изготовляющихся в СССР, в Главной Палате мер и весов было предпринято настоящее исследование над термопарами, полученными из разных источников. Таким образом,

---

[1] Holborn, Henning und Austin. Wis. Abh. der PTR. Bd. IV H. 1. 95.
[2] Chem. and Metal. Eng. 29, 662.
[3] Chem. and Metal. Eng. 26, 158.
[4] Trans. Am. Electrochem. Soc. 49, 371.
[5] Revue de Métallurgie, № 2, 90, 1928.
[6] Б. Дроздов. Керамика и стекло. 1926 г. № 3.

были испытаны термопары, выпущенные Институтом металлов в Ленинграде (б. Горно-металлургическая Лаборатория), Аффинажным заводом в г. Свердловске и заводом «Прэн» в Ленинграде [1], а также термопары, предоставленные Платиновым Институтом при Академии Наук. Кроме того, для сравнения с ними взяты были термопары немецкой фирмы Гереус, американской фирмы Лидс и Нортруп и английской фирмы Кембридж.

Поставленная здесь задача сводилась к следующему: 1) определение величины электродвижущей силы, развиваемой термопарами, при нагревании, 2) определение изменения этой величины в зависимости от длительности накала, и 3) определение чистоты платины по ее потенциалу относительно платины Гереуса, принятой за образец, и изменения этого потенциала по длине ветви после накаливания (однородность ветвей).

Несмотря на то, что в настоящее время принято изготовлять платинородиевый сплав с 10% родия, отдельные термопары на практике разнятся между собою. Таким образом замена одной термопары другой может сопровождаться заметными изменениями в показаниях термоэлектрического пирометра. В интересах потребителей представляется целесообразным, хотя бы до известной степени, стандартизировать платина-платинородиевые термопары и сделать их, таким образом, взаимозаменяемыми. Ниже приведены данные, характеризующие электродвижущие силы термопар, послуживших для настоящего исследования, так и некоторых других, взятых для примера из числа прошедших за последнее время через лабораторию высоких температур Главной Палаты мер и весов. Электродвижущие силы выраженные в милливольтах, взяты при температурах, соответствующих затвердеванию сурьмы (630°,5) и золота (1063°), при температуре холодных концов термопар в 0° (таблица I).

На VII Генеральной Конференции по мерам и весам, происходившей в Париже в декабре 1927 г., электродвижущая сила при температуре затвердевания золота установлена для образцовых платина-платинородиевых термопар в пределах 10,20—10,40 милливольт, при температуре холодного конца в 0°. Эта же норма еще раньше была введена в немецкий закон о температурной шкале 1924 г., вступивший в силу с июля 1928 г. Электродвижущие силы русских термопар, как видно из таблицы I, близки к этим пределам или входят в них. Для температуры затвердевания сурьмы электродвижущие силы еще менее расходятся и колеблются около средних норм в 5,45—5,55 милливольт, каковые пределы предлагались для термо-

[1] Настоящая работа была окончена летом 1929 г. и была сдана в журнал Русского Металлургического Общества, однако, вследствии закрытия последнего не могла быть своевременно напечатана. С тех пор среди фирм производящих термопары произошли изменения, и в частности фирма „Прэн" прекратила свое существование, как таковая.

Таблица I—Tableau I

Термопары Thermocouples	Электродвижущая сила в милливольтах Force électromotrice en millivolts	
	630°,5	1063°
Институт металлов, изготовл. в 1927 г.	5,62	10,66
„ „ „ „ 1927 „	5,52	10,46
„ „ „ „ 1928 „	5,65	10,53
„ „ „ „ 1928 „	5,61	10,57
„ „ „ „ 1929 „	5,20	9,95
„ „ „ „ 1929 „	5,54	10,25
Платин. Институт, изготовл. в 1928 г.	5,54	10,32
„ „ „ „ 1928 „	5,53	10,35
Аффинажный завод в г. Свердловске в 1928 г.	5,54	10,33
„ „ „ „ „ 1928 „	5,35	10,32
Завод „Прэн" изготов. в 1928 г.	5,35	9,87
„ „ „ „ 1928 „	5,35	9,86

пар американским Bureau of Standards. Принимая во внимание, что заграничные немецкие и американские термопары в общем укладываются в указанные нормы, представляется желательным, чтобы и русские термопары им соответствовали. Согласно таким нормам, предлагаемым ныне Главной Палатой, отдельные термопары не должны отличаться друг от друга более, чем на 11°,5 при 630°,5 и 20°—при 1063°, против, соответственно, 50° и 70°, имеющих место в настоящее время. После того как статья была сдана в печать, произошло значительное улучшение в этом направлении. Хотя предложенный Главной Палатой проект стандарта В.К.С. еще не утвержден, тем не менее подавляющее большинство изготовляемых ныне термопар укладываются в нормы согласованные изготовителями с Главной Палатой (5,50—5,60 *мв* при 630°,5 и 10,20—10,40 *мв* при 1063°).

Весьма существенным является постоянство электродвижущей силы термопары во время ее службы. Условия, которые были приняты при накаливании во время испытания, соответствовали наиболее благоприятной обстановке для службы термопар. Накаливание производилось в платиновой печи, в воздушной атмосфере, при чем ветви термопар были изолированы фарфоровыми капиллярами и находились в длинных (30 *см*) фарфоровых колпачках, изготовленных Государственным Фарфоровым заводом им. Ломоносова.

Ломоносова

в Ленинграде. Погружение в нагревательное пространство было около 20 *см*. Исходным пунктом для суждения об изменении электродвижущей силы была выбрана температура затвердевания чистого серебра (960°,5), при которой производилось ее определение для каждой термопары до и после прокаливания. Ввиду того, что здесь был наиболее ответственный момент всей работы, предварительным исследованием найдены были условия, гарантирующие надежность и повторяемость определений. Серебряный королек цилиндрической формы

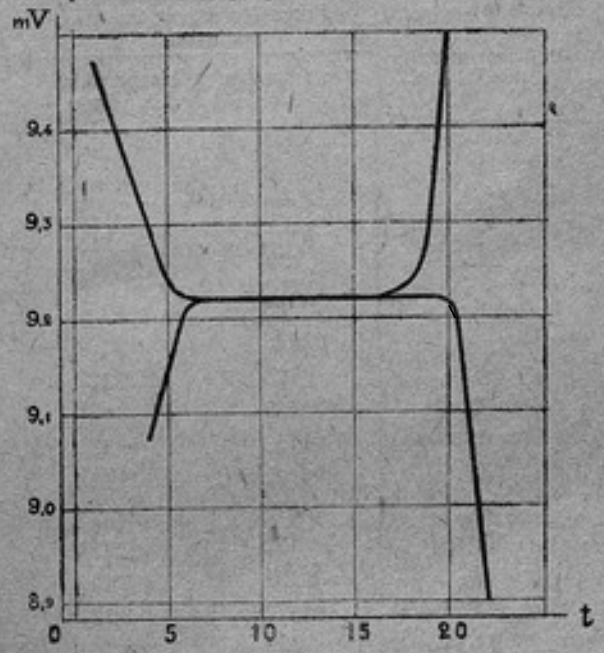

Рис. 1.—Fig. 1.

весом в 600 г., находящийся в угольном тигле, помещался в электрической шахтной печи, все пространство которой было засыпано графитовым порошком для уничтожения конвекционных токов. Таким образом создавались наиболее благоприятные тепловые условия. Глубина погружения в печь и металл термопар, одетых в длинные фарфоровые колпачки, была всегда одной и тою же. Холодные концы находились в сосуде с тающим льдом. Измерения электродвижущей силы производились компенсационным способом с помощью потенциометра Лидса и Портрупа, позволяющего делать отчеты до 2 микровольт.

Надежность определений электродвижущей силы в условиях застывания серебряного королька может быть охарактеризована, с одной

стороны, ходом кривой охлаждения, а с другой стороны,—совпадением остановок, получающихся при затвердевании и плавлении металлического королька.

Ниже приведены примерные данные для одного из многих случаев (таблица II).

Таблица II—Tableau II

Время в минутах Durée en minutes	Электродвижущая сила в милливольтах Force électromotrice en millivolts	
	Охлаждение Refroidissement	Нагревание Chauffage
0	9,430	8,970
1	9,370	9,045
2	9,310	9,115
3	9,250	9,120
4	9,195	9,120
5	9,135	9,120
6	9,123	9,121
7	9,122	9,121
8	9,122	9,122
9	9,122	9,123
10	9,122	9,123
11	9,122	9,123
12	9,122	9,124
13	9,122	9,127
14	9,122	9,140
15	9,122	9,200
16	9,122	9,401
17	9,122	
18	9,121	
19	9,120	
20	9,116	
21	8,990	
22	8,800	

То же самое представлено в виде кривых рис. 1.

Отсюда видно, что расхождение в показаниях в одном и другом случае не превышает 2 микровольт.

аблица III — Tableau III

Изменение электродвижущей силы термопар в микровольтах при 960°,5, после накаливания их в печи при 1000°.

Variations de la force électromotrice des thermocouples en microvolts à 960°,5, après leur chauffage dans le four à 1000°.

Термопары / Thermocouples	Время в часах — Durée en heures																							
	4	8	12	16	20	24	28	28	32	44	48	50	52	56	74	92	96	100	128	140	144	146	148	188
Институт металлов № 1				+40			+41					+45			+45							+33		
Институт металлов № 2			+20										+34					+23					+17	
Платиновый Институт № 1			−3										−6					−6					−8	
Платиновый Институт № 2			−6										−10										−15	
Свердловск № 1	0					−5					−5						−10				−10			
Свердловск № 2	0					−5					−10						−15				−20			
Свердловск № 3			0					−6					−10										−19	
„Прим"				+5				+6				+4				−2						−4		
Гереус					+5					+5						−6				−5				−5
Американская		0							+7					+10					+17					
Английская		−6							−22					−35			—	−122						

Все термопары перед испытанием были прокалены с помощью электрического тока в течение часа. Постоянство температуры в печи, где производилось окончательное накаливание, поддерживалось, в среднем, в пределах ± 50°.

Результаты испытаний, произведенных при 1000°, находятся в таблице III, в которой сведены выраженные в микровольтах изменения электродвижущей силы при 960°,5 (затвердевание серебра), получающиеся после накаливания термопар в печи определенное число часов.

То же самое представлено в виде кривых рис. 2.

Приведенные данные указывают, что для русских термопар наибольшими изменениями электродвижущей силы являются —20 и + 45 микровольт. Исходя из того, что большинство русских термопар изменяется в менее широких пределах и что наибольшие изменения соответствуют термопарам с наименее чистой платиной, как видно будет дальше, представляется возможным и осуществимым установить предел в ± 20 микровольт, соответствующий приблизительно ± 2° для термопар, подвергшихся длительному накаливанию при 1000°.

Испытание, произведенное в тех же условиях при 1200° [1] не дало изменений, превосходящих приблизительно ± 3° при 960°,5 (таблица IV и рис. 3).

Таблица IV — Tableau IV

Изменение электродвижущей силы термопар в микровольтах при 960°5 после накаливания их в печи при 1200°

Variations de la force électromotrice des thermocouples en microvolts à 960°5 après leur chauffage dans le four à 1200°

Термопары Thermocouples	Время в часах — Durée en heures								
	17	18	35	38	55	56	73	78	97
Институт металлов № 1 . . .		+25		+25		+21		—5	
» » № 2 . . .	+15		+9		0		—4		—15
Платиновый Институт № 1 . .	—5		—3		—5		—8		—30
» » № 2 . .	—5		—25		—25				—30
Свердловск № 1	—5		—12		—17		—18		—25
» № 2	—8		—7		—13		—11		
» № 3	0				—10		—13		—30
„Прэм"		—20		—20		—20		—27	
Гереус		—2		—12		—14		—28	

Испытание при 1400° обнаружило более значительные отступления, доходящие до —5° (таблица V и рис. 4).

[1] Следует отметить, что в данном случае термопары были перепаяны с другого конца и таким образом подвергались накаливанию со стороны свежей части; работавшая же часть отрезалась и не принимала участия в дальнейшей работе; точно также было поступлено и для опыта нагрева при 1400°0°.

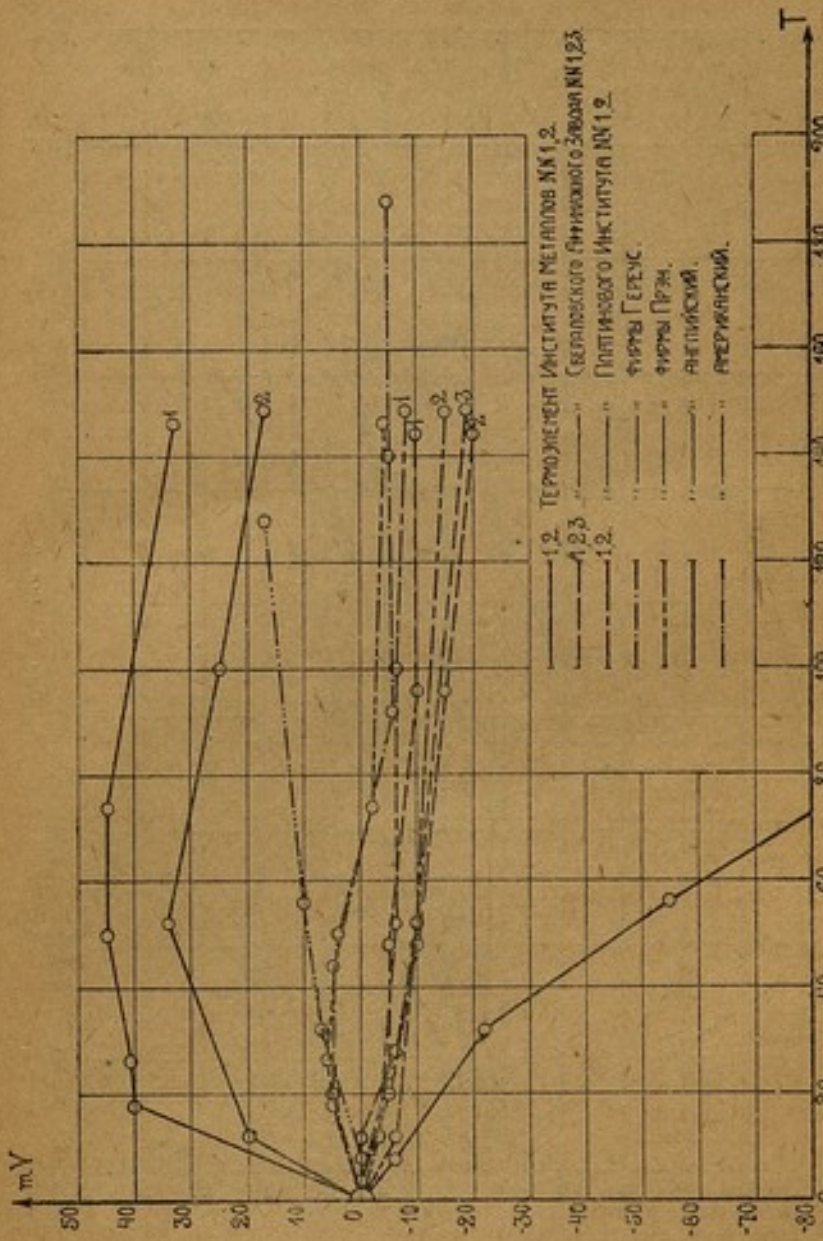
m.V
50
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
-60
-70
-80
T
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200
1,2. Термоэлемент Института Металлов №№ 1,2.
1,2,3 „ „ Свердловского Алюминиевого Завода №№ 1,2,3.
1,2. „ „ Платинового Института №№ 1,2.
„ „ „ Фирмы Герэус.
„ „ „ Фирмы Прэн.
„ „ „ Английский.
„ „ „ Американский.

Рис. 2.—Fig. 2.

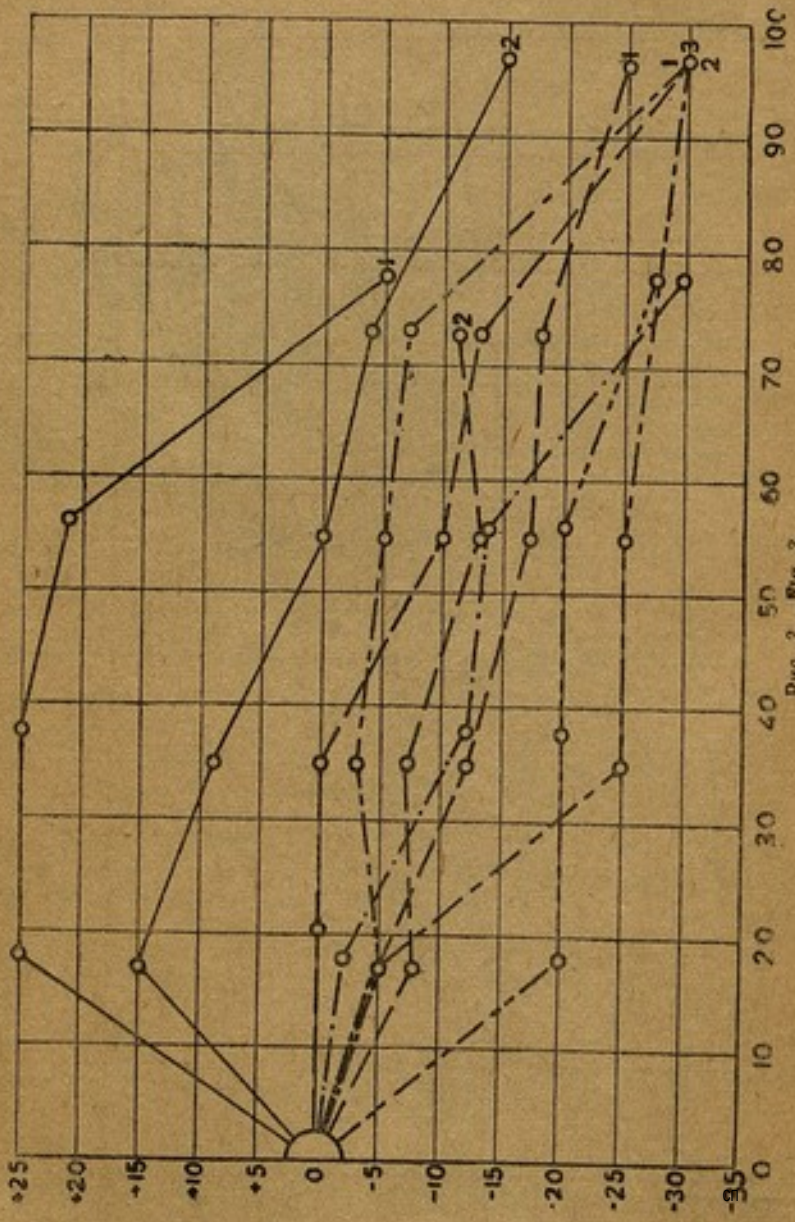

Рис. 3.—Fig. 3.

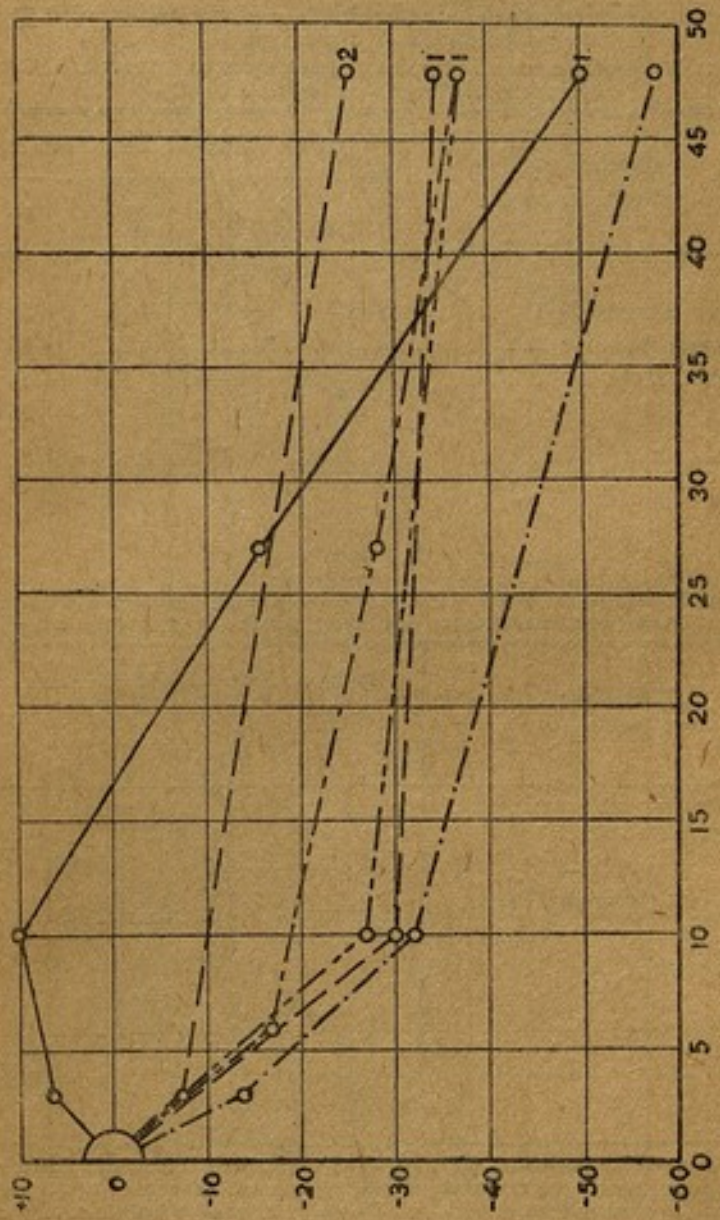

Рис. 4—Fig. 4.

Таблица V — Tableau V

Изменение электродвижущей силы термопар в микровольтах при 960°,5 после накаливания их в печи при 1400°

Variations de la force électromotrice des thermocouples en microvolts à 960°,5 après leur chauffage dans le four à 1400°

Термопары Thermocouples	Время в часах — Durée en heures				
	3	6	10	27	48
Институт металлов № 1	+6		+10	—15	—50
Платиновый Институт № 1		—17		—27	—37
Свердловск № 1			—30		—35
» № 2	—8				—25
„Прэн"			—27		—37
Гереус [1]	—14		—32		—58

Таблица VI — Tableau VI

Изменение электродвижущей силы термопар в микровольтах при 960°,5

Variations de la force électromotrice des thermocouples en microvolts à 960°,5

Термопары Thermocouples	Время в часах — Durée en heures					
	5	8	25	28	45	48
Институт металлов № 1		—90		—120		—278
» » № 2	—27		—142		—302	
Платиновый Институт № 1	—14		—37		—142	
» » № 2	—14		—106		—206	
Свердловск № 1		—50		—65		
» № 2		—65		—73		—17
» № 3			—12	—100	—77	
„Прэн"		—66	—100			—140
Гереус		—25	—45			—68

[1] Можно было заметить, что степень загрязнения в данных условиях термопары связана с ее сечением, и наибольшее по сравнению с другими изменение, происшедшее с термопарой Гереуса, может быть объяснено ее наименьшим сечением (0,3 *мм* против 0,5 *мм* других термопар).

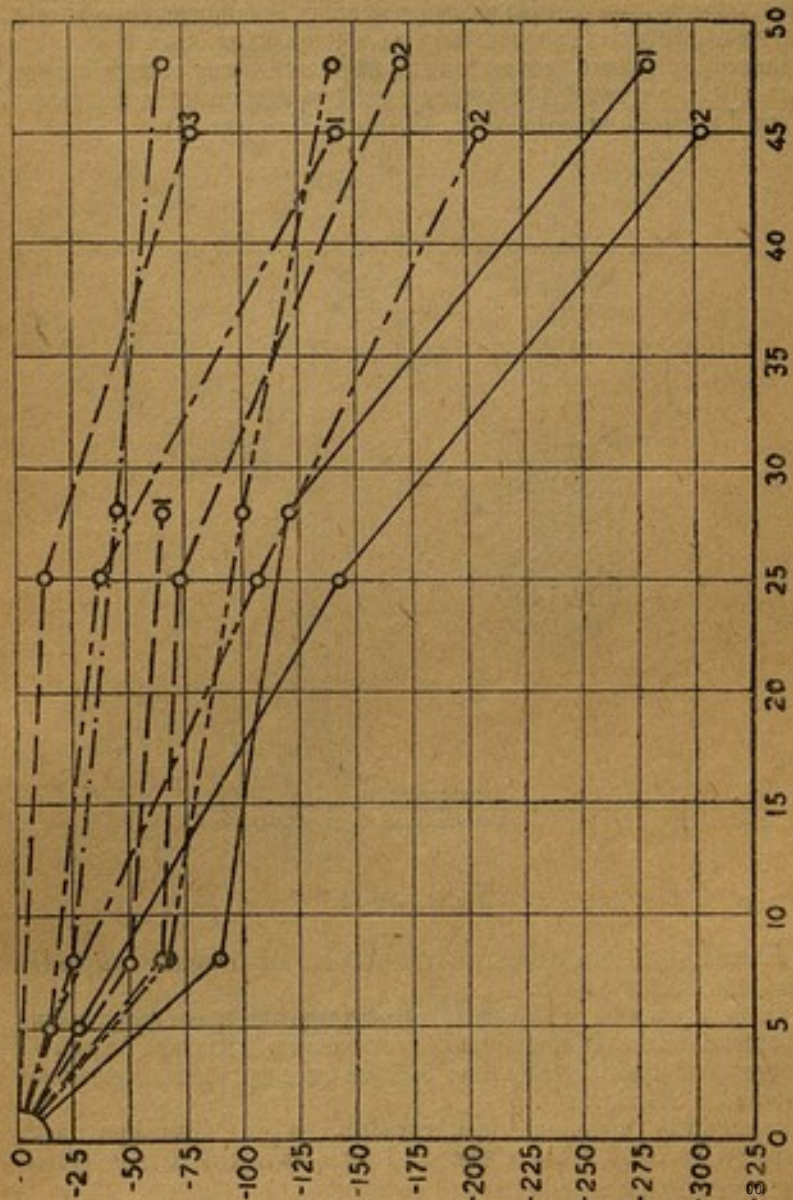
0
-25
-50
-75
-100
-125
-150
-175
-200
-225
-250
-275
-300
-325
0
5
10
15
20
25
30
35
40
45
50
1
2
3

Рис. 5.—Fig. 5.

На изменение электродвижущей силы в числе других причин может влиять также загрязнение платиновой ветви распыляющимся родием. Значение в этом отношении внутренней изоляции ветвей термопар очевидно из опыта накаливания, произведенного с термопарами, лишенными внутренней изоляции ветвей и закрытыми лишь наружными фарфоровыми колпачками (таблица VI и рис. 5).

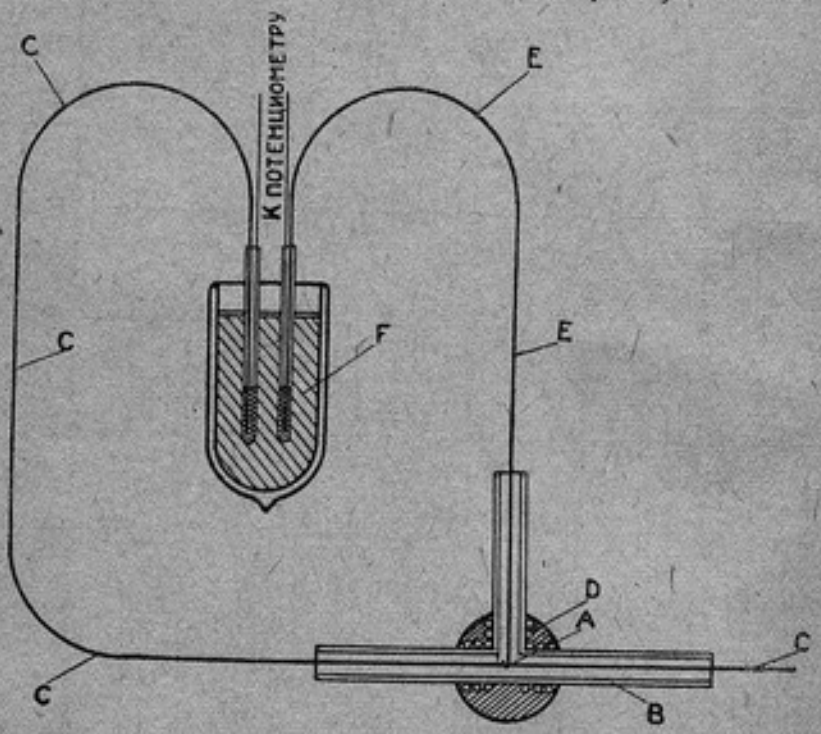

Рис. 6.—Fig. 6.

Изменения в показаниях после такого накаливания выразятся уже десятками градусов.

Чистота платины и изменения, происходившие после накаливания, характеризовались ее потенциалом по отношению к платине Гереуса. Определения производились при 500° по способу, рекомендованному Bureau of Standards [1].

Испытуемая проволока протягивалась через маленькую печь, нагретую до 500° и через каждые 10 *см* приводилась в соприкос-

[1] Techn. Pap. of the Bureau of Standards, No 170.

Всесоюзный институт метрологии им. Д. И. Менделеева Библиотека

новение с образцовой проволокой. Потенциал определялся потенциометрически по предыдущему, причем концы всех проводов находились в тающем льду. Изменение потенциала по длине характеризовало неоднородность ветвей. Схема установки представлена на рис. 6. Здесь через *C* обозначена испытуемая проволока; *E* — образцовая проволока; *A* — место соприкосновения двух проволок, а также точка, куда вводилась не обозначенная на рисунке термопара, служащая для поддержания температурного режима; *B* — обозначает печь, *D* — обмотку, *F* — холодный конец.

Получены следующие результаты:

Термопара «Пр э н». До накаливания потенциал по длине ветви колеблется от —18 до —15 микровольт. После накаливания потенциал изменился по направлению к горячему спаю, у которого он принимал следующие значения в микровольтах:

при 1000°	18 ч.	50 ч.	92 ч.	146 ч.	при 1400°	48 ч.
	—23	—19	—10	—11		—15

Все данные сведены в таблице VII.

Таблица VII — Tableau VII

Термопары Thermocouples	До накаливания Avant le chauffage	После накаливания при 1000° Après le chauffage à 1000° — Часы — Heures							После накаливания при 1400° Après le chauffage à 1400°
		18	48	50	92	74	92	146	
„Прэн"	от de —18 до à —15	—23		—19			—10	—11	+15
Институт металлов № 1	+115 . +110	+96		+93		+91		+95	+130 [1]
Институт металлов № 2	+102 . +99		+80						
Платиновый Институт № 1	—12 . —10				—15				+25
Платиновый Институт № 2	+12 . +10				0				+15
Свердловск № 1	—10 . —5								+25
Свердловск № 2	—2 . 0								+18
Гереус									+85

Таким образом видно, что однородность платины, испытанной до накаливания термопар, вполне удовлетворительна и не выходит за пределы 5 микровольт при 500°. После накаливания однородность заметно изменяется, в особенности для платины, имеющей положительный потенциал (т. е. менее чистой) по отношению к платине Гереуса.

[1] После накаливания электрическим током на воздухе в течение суток при температуре около 1400° потенциал изменился до + 78 по длине и у спая до + 90 микровольт.

Таким же точно образом испытана и родиевая ветвь по отношению к платинородиевому сплаву Гереуса, принятому для данного случая за образец.

Результаты сведены в таблице VIII.

Таблица VIII — Tableau VIII

Термопары Thermocouples	До накаливания Avant le chauffage	После накаливания при 1000° Après le chauffage à 1000°							После накаливания при 1400° Après le chauffage à 1400°
		Часы — Heures							
		18	48	50	52	74	92	146	48 ч. — 48 h.
„Прак"	от de 125 до à 130	— 125		— 120			— 120		— 120
Институт металлов № 1	+ 165 + 167			+ 168					+ 170
Институт металлов № 2	+ 154 + 156				+ 155				
Платиновый Институт № 1	+ 27 + 24								+ 25
Платиновый Институт № 2	+ 37 + 42								+ 37
Свердловск № 1	+ 31 + 28								+ 25
Свердловск № 2	+ 31 + 28								+ 25
Гереус									+ 3

Таким образом в то время, как потенциал платины заметно изменяется, потенциал платинородия практически остается без изменения.

Из всего вышеприведенного представляется возможным сделать следующие выводы:

1) В настоящее время в СССР платина-платинородиевые термопары могут быть изготовлены вполне удовлетворительного качества, не уступающего заграничному (напр., Свердловские).

2) Необходима стандартизация русских термопар в отношении величины развиваемой ими электродвижущей силы.

3) При продолжительной службе наступают изменения в показаниях термопар, которые вызываются изменениями главным образом в платиновой ветви. Изменения электродвижущей силы для большинства русских термопар находятся в пределах 2°—3° после накаливания при 1200°.

4) В случае заметного положительного потенциала платины (недостаточная чистота) втечение нагревания ее сначала происходит изменение в сторону очищения ее, а при длительном нагреве платина вновь загрязняется.

5) Загрязнения могут вызываться в числе других причин также недостаточной изолированностью ветвей друг от друга.

RECHERCHES SUR LES THERMOCOUPLES PLATINE-PLATINERHODIES

Par W. N. Bojovsky et B. V. Drozdov

(*Résumé*)

Dans le but d'épreuve de la qualité des thermocouples platine-platine rhodié, préparées actuellement (1928) en l'URSS, les recherches ont été faites dans trois directions suivantes:

1. détermination de la valeur de la force électromotrice,
2. détermination de l'altération des thermocouples après le chauffage durable,
3. détermination de la pureté du platine d'après le potentiel à 500°C relativement au platine de Heraeus pris comme un „standard", et de la variation de ce potentiel d'après la longueur de branches des thermocouples après leurs chauffage.

En outre, on a comparé des thermocouples des maison: Leeds et Northrup, Cambridge C° et Heraeus. On a trouvé que les diverses thermocouples russes possèdent à la même température des limites trop larges de la force électromotrice. Dans les derniers temps (1930), grâce aux efforts communs de la Chambre Centrale des Poids et Mesures et des organisations industrielles, limites de la force électromotrice étaient réduites aux valeurs de 5,50—5,60 mV à 630°,5 et de 10,20—10,40 mV à 1063°. L'épreuve de la constance des forces électromotrices au chauffage durable fut exécuté par la comparaison à la température de la solidification de l'argent pur, avant et après le chauffage des thermocouples à 1000°—1200° et 1400°, dans le four électrique de platine dans l'air. Toutes les mesures ont été effectuées par la méthode de compensation.

Les différences obtenues des forces électromotrices avant et après le chauffage sont données en microvolts dans les tableaux III—V. Il s'ensuit que les thermocouples russes en général ne cèdent en rien à celles de l'étranger, en ce qui concerne leurs constance. En même temps il fut établi qu'à la température de 1400° toutes les thermocouples montrent les variations considérables de leur force électromotrice. Dans le cas où les branches des thermocouples n'étaient pas bien fermées et séparées les unes des autres, les variations étaient encore plus grandes à la suite de la détérioration du platine par le rhodium pulvérisé. La pureté du platine dans plusieurs cas est au-dessous de celle de Heraeus, mais dans certains cas elle en est au-dessus. Les variation sont autant plus considérables de la force électromotrice que le pureté du platine est plus inférieure, car la source de ces variations se trouve justement dans la branche du platine et non dans celle du rhodium.

ТЕРМОСТАТ ДЛЯ ТОЧНОЙ ПИКНОМЕТРИИ

И. Д. Менделеев

Необходимость при точных пикнометрических измерениях выдерживания пикнометра в течение достаточных промежутков времени в среде с постоянной температурой требует конструкции удовлетворяющего требованиям работы термостата.

Для точнейшего выяснения требований, каким должен удовлетворять подобный термостат, М. В. Ивановым и мною совместно были поставлены опыты по определению сроков, необходимых для выравнивания с заданной точностью температуры пикнометра, наполненного заданным веществом, с температурою окружающей среды.

Пикнометр емкостью в 100 *мл*, наполненный вязкой и малотеплопроводной жидкостью (тяжелый керосин, смазочное масло), выдержанный при комнатной температуре, помещался в воду заданной температуры обыкновенного термостата для поверки медицинских термометров, снабженного непрерывно действующей мешалкою, причем температура воды поддерживалась с помощью регулирования ее вручную с точностью до 2—3 тысячных градуса одним из наблюдателей, непрерывно следившим за специально изготовленным для этого чувствительным толуоловым термометром, погруженным в среду термостата. Для этой тонкой регулировки—в дополнение к электрическому обычному подогреванию термостата—пробирка с кипящей под действием нагревания электрическим током водой погружалась сквозь отверстие в крышке в воду термостата на достаточную глубину. Увеличивая или уменьшая глубину этого погружения—увеличивали или уменьшали температуру среды термостата. Пикнометр представлял собою шаровидную колбу емкостью около 100 *см*³ с цилиндрическим длинным горлышком. Около центра шаровидной части пикнометра укреплялся один из спаев термоэлектрической установки, причем другой спай был погружен непосредственно в среду термостата. Второй наблюдатель следил за включенным в цепь термоэлемента гальванометром (и магазином сопротивлений), предварительно градуированным на температуру. С помощью этой установки мы констатировали, что для выравнивания температуры всего пикнометра с температурою среды с точностью до 0°,01 при начальной разности температур среды и пикнометра в 20°—30° требуется промежуток времени порядка 3—4 часов. Это наблюдение совпадает с резуль-

Д126

татом вычислений для охлаждения шара, погруженного в среду, если пользоваться даваемой таблицами теплопроводностью смазочного масла и пренебрегать конвекцией. Вычисление это по нашей просьбе было выполнено ст. метрологом Г. М. Кондратьевым. Впоследствии при работе с пикнометрами и точным термостатом тот же результат подтвердился практически с помощью наблюдения изменения уровня мениска в капилляре пикнометра: это изменение прекращалось окончательно лишь после 3—4 часов, вслед за моментом погружения пикнометра в среду термостата.

Так как в то же время вычисление показывает, что для определения плотностей жидких тел с точностью до пяти десятичных знаков (каковая точность требуется для большинства точных исследований)— при пикнометре в 100 *мл* с капилляром порядка 1 *мм* в диаметре и обычных коэффициентах расширения жидких тел,—требуется отчет температуры с точностью до 0°,01, то требования, которым должен удовлетворять необходимый для точной пикнометрии термостат, могут быть сведены к следующим двум основным: 1) термостат должен держать заданную температуру с точностью не менее 0°,01; 2) эта точность держания температуры должна сохраняться неизменной в течение не менее четырех часов. К этому присоединяется третье, не менее важное требование, состоящее в том, чтобы вся система терморегулирования была достаточно практичной и не отвлекла внимания экспериментатора необходимостью постоянных исправлений.

Если мы обратимся к существующим термостатическим конструкциям, мы можем разделить их по применяемому в них принципу терморегулирующего аппарата на два основных типа.

К первому типу относятся терморегуляторы, использующие для автоматического нащупывания температуры среды термостата тепловое расширение твердых (биметаллические системы) и особенно жидких тел (ртутно-толуоловый терморегулятор). В последнем самом употребительном случае погруженный в среду термостата сосуд, наполненный данной жидкостью (толуолом), оканчивается капилляром, замыкаемым (с помощью U-образной трубки) столбиком ртути. При изменении температуры среды термостата жидкость изменяет объем, столбик ртути в капилляре смещается, что позволяет приспособить к нему электрическое реле, приходящее в действие при изменении температуры термостата. Реле это в свою очередь может автоматически включать и выключать нагревательные или охладительные аппараты, которые будут возвращать температуру термостата к первоначальной. Практически весьма удобные, до сих пор эти установки имели существенным недостатком вредную тепловую инерцию, выражавшуюся в отставании температурных вариаций самого терморегулирующего сосуда от изменений температуры среды термостата. Эта тепловая инерция обусловливает волнообразное колебание температуры термостата во времени, причем равномерного ее

держания на заданном уровне не получалось. Необходимо также отметить дефекты первичного реле—при замыкании столбика ртути в самом капилляре—так как подобное замыкание подвержено ряду вредных влияний, как то: окисление, распыление ртути, засорение капилляра и т. д., что ведет к значительному смещению точки держания температуры при длительном испытании.

Второй тип термостатов,—особенно распространяющийся в последнее время, если судить о том по специальной литературе,—использует электро-тепловые явления, а именно: или принцип термопары, или изменение электропроводности с изменением температуры (принцип платинового термометра). Понятно, что на основе обоих принципов можно построить весьма чувствительное электрическое реле, автоматически действующее при изменении температуры среды термостата и включающее или выключающее подогревающие или охлаждающие эту среду аппараты (особенно, если присоединить сюда аппаратуру усилительных катодных ламп, применяемых в радио-технике). Теоретически богатый возможностями, этот тип терморегуляторов имеет однако пока существенный недостаток, состоящий в сложности и тонкости конструкции, требующей постоянного присмотра и ухода, что при длительной практической работе вносит существенные затруднения в пользовании подобным аппаратом.

В силу этого, приступая к целому ряду исследований по точному определению плотностей (плотности нефтепродуктов, плотности морской воды, плотности водных растворов спирта [этанола] плотности ртути и т. д.), эталонной лаборатории мер массы Главной Палаты мер и весов пришлось начать работу—в виду отсутствия практичной подходящей конструкции,—с устройства термостата большой точности, удовлетворяющего указанным трем основным условиям. В виду необходимости достижения наибольшей простоты и практичности установки в современных условиях работы лаборатории, избран был тип терморегулятора, основанного на тепловом расширении жидкости, именно толуола, как жидкости с достаточно высокой температурой кипения и большим коэффициентом расширения. Необходимо было при этом радикально устранить существенные вышеупомянутые недостатки жидкостных терморегуляторов. Полученная таким способом конструкция и достигнутые с ее помощью результаты ниже описываются.

Тело термостата (рис. 1) состоит из латунного цилиндрического резервуара в 40 *см* высотой, 40 *см* в диаметре и емкостью, следовательно, около 50 литров. Подобный цилиндр, как известно, представляет наименьшую полную поверхность при заданном объеме. Эта форма избрана, как наиболее благоприятная для сохранения постоянной температуры наполняющей термостат жидкости и в то же время как позволяющая удобно перемешивать наполняющую цилиндр жидкость. Около боковой поверхности цилиндра (на слюдяной под-

кладке) навернуты обмотки *EE* (рис. 1) электрического подогревателя для быстрого поднятия температуры наполняющей термостат воды до желаемого уровня. Этот внешний подогреватель во время дальнейшей работы с термостатом совершенно выключается. Поверх подогревателя термостат зашублен со всех сторон слоем азбеста, затем войлоком и фиброй, всего толщиною около 50 *мм*, которые

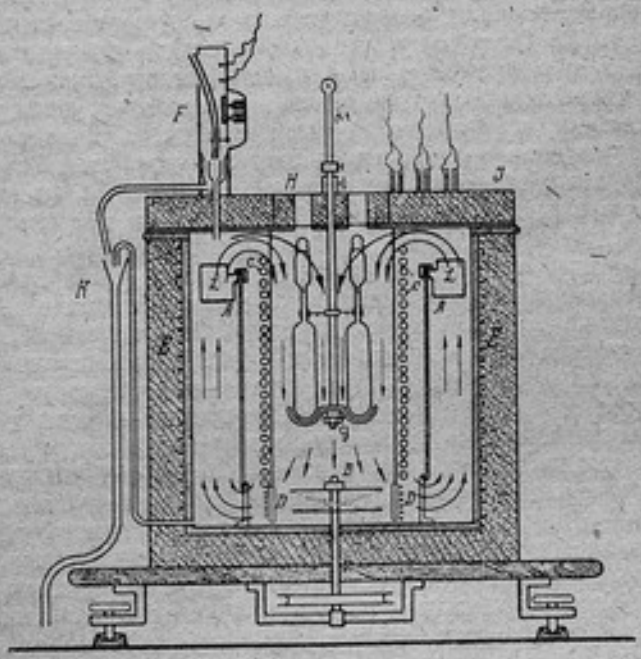

Рис. 1.—Fig. 1.

в крышке и у дна цилиндра заменены пробковым слоем такой же толщины.

Существенным условием достаточной равномерности держания средой термостата заданной температуры является энергичное перемешивание наполняющей термостат воды. С этою целью около дна цилиндра в его центре помещена геликоидальная мешалка *B*, ось которой пропущена с помощью сальника через дно цилиндра и которая приводится во вращение электромотором трехфазного тока мощностью в $^1/_2$ киловатта. Для выгоднейшего направления потоков перемеши-

ваемой воды в цилиндрический резервуар термостата вставлен другой концентрический открытый сверху и снизу цилиндр *AA*, не доходящий до верхнего и нижнего оснований резервуара, утвержденный с помощью трех ножек на его дне и делящий площадь поперечного сечения резервуара приблизительно пополам. Около верхнего края этого направляющего цилиндра помещено шесть задерживающих вращение жидкости лопаток *LL*. Механизм перемешивания действует при этом следующим образом. Гонимая геликоидальным пропеллером-мешалкой вниз вода отбрасывается в кольцевое пространство между внутренним и внешним цилиндрами и здесь, вращаясь, подымается до лопаток *LL*. Теряя под влиянием тормозящего действия лопаток скорость, вода возвращается во внутренний цилиндр. Без лопаток *LL*, в силу центробежной силы, во внутреннем цилиндре при энергичном перемешивании наблюдалась глубокая воронка, обнажавшая помещенные у центра внутреннего цилиндра пикнометры. Уничтожая вращение жидкости у ее поверхности, лопатки *LL* уничтожили и вредную воронку, что позволило довести перемешивание до требуемой интенсивности. Далее, вернувшаяся во внутренний цилиндр вода совершает нисходящее движение, затягивается и приводится во вращение пропеллером и опять гонится им во внешнее концевое пространство. Действие перемешивания таким образом двойное: каждая частица воды 1) совершает горизонтальное вращательное движение вокруг оси цилиндра, 2) описывает вертикальную траекторию, проходящую через наружное кольцевое пространство и внутреннюю часть цилиндра. Опыт с бросаемыми в воду термостата маленькими легкими телами (бумажками) показал, что как в горизонтальном, так и в вертикальном направлении каждая частица совершает полный оборот, в среднем, в промежуток времени около 5 секунд. При данной теплопроводности стенок термостата—это гарантирует, как легко вычислить, зная быстроту естественного охлаждения среды термостата, что между отдаленнейшими точками в этой среде разность температур в данный момент не будет превосходить 0°,001.

Существеннейшей особенностью описываемой конструкции является ее терморегулирующий аппарат. Для устранения вредного теплового гистерезиса, содержащему толуол сосуду придана форма змеевика, и змеевик этот сделан из красной меди. Змеевик имеет внутренний диаметр около 3 *мм*, а полная его длина около 14 метров. Змеевик укреплен на шести вертикальных медных стержнях, образуя с ними прочную клетку, прикрепленную к крышке термостата и вместе с ней вынимающуюся из термостата (рис. 4). Преимущество данной системы кроме того заключается в том, что широко раскинутый по всему объему резервуара змеевик различными своими частями реагирует на местные изменения температуры и в своем целом дает среднюю температуру резервуара, интегрируя как бы температуры местные.

Змеевик оканчивается с одной стороны тонкой запаянной медной трубкой, выведенной к верхнему его краю и служащей для наполнения змеевика толуолом; с другой стороны к змеевику непосредственно припаяна достаточной емкости (24 *мл*) *U*-образная стальная трубка, в нижней своей половине наполненная ртутью, над которой непосредственно находится наполняющий змеевик толуол. Для напол-

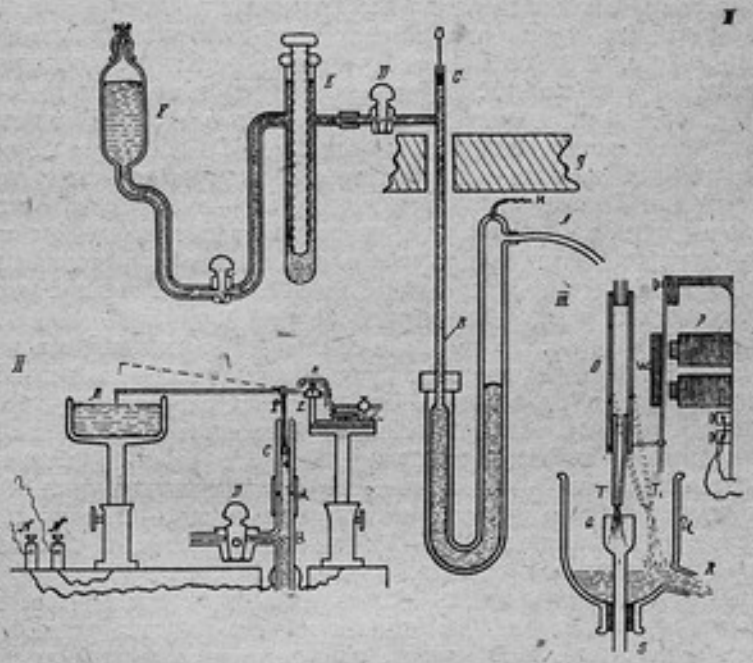

Рис. 2.—Fig. 2.

нения змеевика толуолом в верхней части *U*-образной трубки, прилегающей к змеевику, имеется тонкая медная трубка *H* (рис 2, 1), которая, вместе с другим концом змеевика, по наполнении толуолом, обжимается плоскогубцами и запаивается. Таким образом толуол в змеевике и прилегающем к нему колене *U*-образной трубки заключен в совершенно замкнутом пространстве, не имеющем открывающихся отверстий и кранов. Опыт показал, что это условие чрезвычайно важно для продолжительного держания постоянной температуры, так как при существовании кранов толуол медленно просачивается через них, что при длительной непрерывной работе

вело к смещению (повышению) температуры, которую должен держать на постоянном уровне термостат.

Второе колено *U*-образной трубки оканчивается гайкой с вделанной в нее плотно (с помощью резиновой прокладки и винтового зажима) стеклянной трубкой *B* (рис. 2,I) проходящей сквозь крышку термостата и служащей частью первичного электрического реле. Устройство и действие этого реле имеет следующие существенные особенности.

При повышении температуры в среде термостата до требуемого уровня толуол в змеевике, расширяясь, вытесняет ртуть в *U*-образной стальной трубке, причем этот избыток ртути через открытый боковой кран *D* (рис. 2,I) стеклянной трубки и регулятор *E* попадает в запасной резервуар *F*. Когда температура достигла желаемого уровня, кран *D* закрывается и реле приводится в действие, так как ртуть тогда начинает подниматься в капилляре *C*. Так как устройство электрического контакта непосредственно через ртуть капилляра (как это делается обыкновенно в терморегуляторах)—в силу загрязнения ртути и других побочных обстоятельств делает контакт весьма несовершенным, подобная система в рассматриваемом термостате была отвергнута. Взамен ее мною, совместно с М. В. Ивановым, введена следующая конструкция первичного реле [1].

В капилляр *C* (рис. 2,II) вставлен стеклянный поршенек *P*, оканчивающийся стеклянным шариком. Шарик получается через нагревание конца поршенька на спиртовой лампе, причем многократным осторожным повторным нагреванием может быть очень точно подогнан к внутреннему диаметру капилляра. Ртутный мениск действует капиллярными силами на поршенек с такой интенсивностью, что этот поршенек при диаметре капилляра порядка 1—2 *мм* может выдерживать нагрузку до 1,5—2 *г*, причем поршенек в точности следует за движением мениска. Поршенек *P*, далее, действует на легкое проволочное коромысло *K*, опирающееся с одной стороны с помощью двух платиновых игл, погруженных в капле ртути, на стальную подушку *L*, с другой же стороны оканчивающееся платиновым наконечником, погружающимся в широкую стальную чашку *M*, наполненную ртутью. Чашка *M* и подушка *L* находятся в контакте с клеммами *NN*, включенными в цепь реле. Когда платиновый наконечник коромысла погружен в чашку *M*, ток этой цепи замкнут с помощью проволочного коромысла; когда коромысло под влиянием действия поршня *P* поднимается, ток размыкается. В силу этого всякое повышение температуры среды термостата размыкает ток, всякое понижение—замыкает. Это действие первичного реле используется для приведения в действие реле вторичного, непосредственно регулирующего температуру.

---

[1] Многие лица впоследствии, увидев нашу конструкцию на месте, с тех пор с успехом ее применяли.

Рис. 3 дает схему действия этих вторичных реле. Когда ток (при понижении температуры среды термостата) в первичном реле E замыкается, это приводит в действие вторичное реле d, которое

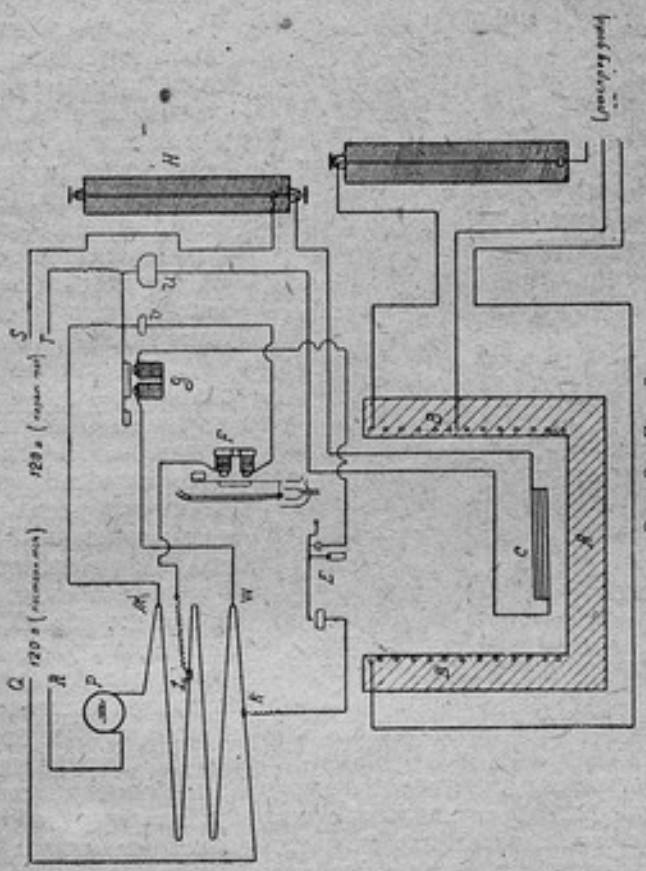

Рис. 3.—Fig. 3.

с помощью ртутно-платинового контакта U включает ток в платиновом подогревателе C, погруженном непосредственно в воду термостата и состоящем из платиновой проволоки в 0,1 *мм* в диаметре, сопротивлением около 20 омов (см. также рис. 1, DD и рис. 4, внизу), через которую пропускается ток городской цепи (120 вольт), регу-

лируемый реостатом H (рис. 3). Подогреватель погружен непосредственно в среду термостата во избежание вредной тепловой инерции и благодаря расположению его на пути потока перемешиваемой непрерывно воды действует на среду термостата с возможной равномерностью и быстротой.

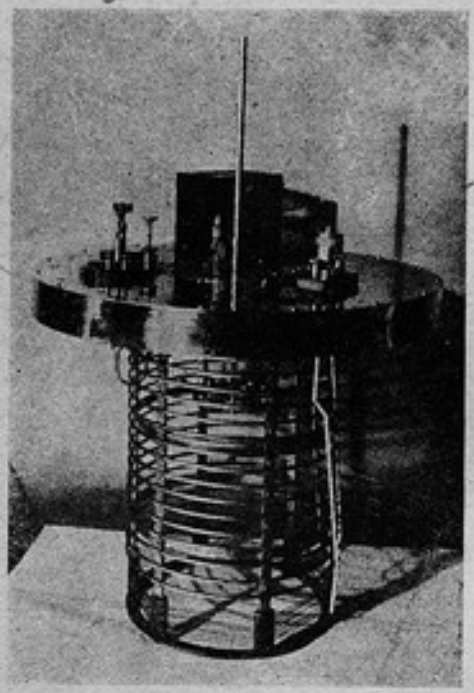

Рис. 4. Fig. 4.

Важной особенностью описываемой конструкции является одновременное применение не только подогревателя переохладившейся среды, но и охладителя в случае перегрева. Без охладителя — в силу значительной зашубленности термостата—перегрев ликвидируется (одним лучеиспусканием и конвекцией) слишком медленно, а это вело при соответствующих испытаниях к заметной волнистости температуры, которую действие охладителя устраняет радикально. Система охладителя схематически представлена на рис. 2,III. Резиновая трубка O, соединенная с водопроводом (или резервуаром охлаждаемой льдом воды), оканчивается стеклянным наконечником T. Вытекающая из этого наконечника струя воды, регулируемая краном (на схеме не показанным), попадает сквозь вороночку Q в резервуар термостата быстро размешиваясь с остальной водой и производя свое охлаждающее действие. В случае переохлаждения среды первичное реле E (рис. 3) замыкается, приводит в действие вторичное реле q, которое через ртутно-платиновый контакт V включает электромагнит F. Электромагнит F притягивает якорь W (рис. 2,III), с которым сочленена резиновая трубка O. Трубка отклоняется в положение T_1, струя воды попадает мимо вороночки Q в объемлющую ее воронку U и отводится через трубку R, мимо термостата, в воронку K (рис. 1). Так как при этой системе охлаждения в резервуар термостата все время вливается некоторое количество новой воды, резервуару при-

дано приспособление для механического водоотлива K (рис. 1), действие которой понятно из рисунка.

Двойное действие электрического подогревателя и водяного охладителя, способствуя почти мгновенному выравниванию температурных отклонений в обе стороны от заданной нормы, обеспечивает, как показал опыт, наиболее равномерное ее держание.

Применение автоматического охладителя имеет кроме того и другое практически важное значение. Дело в том, что в силу энергичности перемешивания воды термостата пропеллером ($^1/_2$ kW), пропеллер действует сам уже как нагреватель, и опыт показал, что при существующей системе зашубливания температура воды термостата под действием непрерывного перемешивания при комнатной температуре около 20° постепенно подымается до 37° и держится на этом уровне. Следовательно, при держании более низких температур система одного автоматического подогревателя не могла бы действовать, и термостат мог бы служить лишь для температур выше 37°, между тем как при одновременном действии системы охладителя и нагревателя диапазон температуры, которую может на постоянном уровне держать термостат, расширяется почти до 0°—при условии поступления в термостат достаточно холодной воды.

Кроме того, с помощью холодильной смеси из снега и поваренной соли, получая рассол (рапу) температурой в—19° (этот рассол приготовляется в вращающейся бочке, для которой использована была система промышленной маслобойки), наполняя этим рассолом и водой термостат и им же регулируя с помощью описанного приспособления температуру, мне удавалось держать постоянную температуру до—10°. Громоздкость требуемых при этом манипуляций (а также вредное действие соли на металлические части) заставила однако для температур ниже нуля сконструировать особый малый термостат в дюаровском сосуде, применяя в качестве среды вместо воды спирт и в качестве охладителя—жидкий воздух или жидкий углекислый газ. При этом система автоматической регуляции подливания холодной жидкости остается, за исключением несущественных деталей, той же. Эта конструкция находится сейчас в стадии изготовления и будет описана отдельно.

Схема электрических установок, обслуживающих описываемый термостат, указана на рис. 3. BB—первичный нагреватель, служащий в начале опыта для доведения температуры до заданного уровня. Никелиновая его спираль сопротивлением в 40 омов разделена на две части, которые могут быть включаемы параллельно и последовательно, а также вместе и по частям, с помощью распределительной доски, причем ток регулируется реостатом D. ST—цепь внутреннего подогревателя, регулируемая реостатом H.

Для питания всех реле термостата служит общая лабораторная проводка постоянного тока QR (120 V). Этот ток пропускается

через угольную лампочку *P* и никелиновую проволоку *PMLWK*, от которой в нужных для реле дозах отшунтовывается. Данное питание реле током, освобождая от всяких хлопот по поддержанию сухих элементов или аккумуляторов и позволяя приводить в действие термостат во всякий момент, оказалось весьма практичным.

Остается упомянуть еще о существенном приспособлении, позволившем довести действие системы до наибольшей точности. Источником возможного непостоянства первичного реле (рис. 2, II) могло бы служить некоторое прилипание ртути к стенкам капилляра *C*, что вызвало бы не вполне точное следование мениска за изменениями температуры среды. Точно так же могло бы действовать и трение поршенька *P* о стенки капилляра. Для устранения этого возможного источника неточности капилляр *C* был соединен с трубкой *B* с помощью резиновой муфточки *K*. Это позволило, прежде всего, сменять капилляр *C*, и таким образом подбирать такой диаметр, который давал бы наибольшую чувствительность, так как при слишком узких капиллярах трение ртути сказывалось сильнее. Наиболее благоприятным при этом оказался диаметр капилляра 1—1,5 *мм*. Главная же цель этого сочленения состояла в том, чтобы с помощью соответствующего вибратора парализовать упомянутое вредное действие трения. Существенной частью этого вибратора (на схеме не показанного) служила прикрепленная вертикально к крышке термостата недалеко от капилляра *C* небольшая упругая пластинка с надетым на ней грузиком, который по желанию мог перемещаться вдоль пластинки. Так как вследствие действия пропеллера-мешалки самый термостат совершал колебания определенного периода—с помощью передвижения грузика—упругую пластинку можно было настроить так, чтобы она резонировала на колебания термостата. Колебания таким образом построенного вибратора с помощью твердой связи (проволочки) передавались капилляру *C* и непрерывным встряхиванием ртути и поршенька парализовали вредное трение. Необходимо однако отметить, что легкие вибрации самого термостата действовали уже непосредственно в том же направлении на мениск, так что вибратор это действие только усиливал.

Описываемый термостат был выполнен в мастерских Главной Палаты и был всесторонне мною испытан. Для наблюдения постоянства держания им температуры был изготовлен специальный толуоловый термометр, дававший возможность отчитывать температурные изменения в 0°001. Термометр такой чувствительности имел весьма незначительный температурный диапазон и наполнялся для наблюдения каждой температуры особо, для чего верхний конец его не был запаян. Непригодный для абсолютных измерений, подобный термометр указывал с высшей точностью маленькие относительные изменения температуры; что в данном случае именно и требовалось. Цена одного деления термометра определялась из сравнения пока-

заний данного термометра с ртутным при изменении температуры на 1°. Шарик этого термометра помещался в различные точки термостата через имеющиеся для этого в его крышке отверстия и погружался на различную глубину—для исследования постоянства держания температуры во всех точках среды термостата.

При этом оказалось, что в случаях употребления описанного выше вибратора, встряхивающего поршенек и мениск,—никаких смещений мениска толуолового термометра вовсе не замечалось при всех положениях термометра в среде термостата. Отсюда следует, что во время опыта температура среды термостата изменялась менее, чем на 0°001 или что колебания в ту и другую сторону от заданной температуры были так быстры, что не могли быть улавливаемы толуоловым термометром при емкости его резервуара около 0,5 *мл*. Необходимо отметить, что если такие быстрые колебания и имеют место, они не могут влиять на точность пикнометрических измерений, при которых важно лишь среднее постоянство воспринимаемой жидкостью пикнометра температуры. В виду этого точность держания температуры термостата должна быть признана по меньшей мере равной 0°,001. Эта величина дает при этом нижний предел. Верхний предел мог бы быть установлен лишь с помощью еще более чувствительных методов измерения температуры, в чем нет в настоящее время практической надобности.

Важно отметить, что данная температура не смещалась в среде термостата в течение всей продолжительности каждого опыта, который длился иногда до 6 часов—условие необходимое как раз для точных пикнометрических измерений.

Отмечу еще, что при отсутствии вибратора хотя мениск толуолового термометра и показывал иногда некоторые смещения, но эти смещения соответствовали изменениям температуры не более, чем в 2—3 тысячных градуса, причем после этих пертурбаций (зависящих главным образом, как ясно из предыдущего, от вредного трения ртути и поршня о стенки капилляра), температура всегда возвращалась к прежнему уровню и систематических ее смещений в течение всего опыта не замечалось. Так как при этом при выполняемых с помощью данного термостата исследований не требовалось точности держания температуры выше, чем в 0°,01, вибратор обычно не применялся. При всех работах с термостатом применялся постоянный контроль температуры. Этот контроль показал, что температура держалась всегда с постоянством значительно выше требуемой.

Термостат служил и продолжает служить эталонной лаборатории мер массы почти непрерывно в течение почти двух лет. С ним работали различные лица и выполнена большая работа по определению с высшей точностью плотностей типичных нефтепродуктов. При этом выяснилось полное постоянство работы термостата и ми-

нимальный требуемый им уход. Описываемый термостат специально приспособлен для пикнометрических исследований. Для этого в середине крышки термостата *J* (рис. 1) вырезано отверстие, в которое вкладывается крышка *H*, поддерживающая пикнометры. Пикнометры держатся на стержне *M*, помещаясь в средине термостата. Вокруг стержня *M* помещается одновременно до восьми пикнометров. Муфтой *N* можно регулировать глубину погружения пикнометров в среду термостата. Над каждым пикнометром имеется в крышке закрываемое пробкой отверстие. Для отчета уровня мениска пикнометры приподнимаются за стержень *M* так, чтобы их шейки прошли сквозь отверстия крышки, причем тело пикнометров и нижняя часть их шеек остаются все время погруженными в воде термостата. Как показывает подсчет, поправка на выступающий столбик в шейке пикнометра оказывается при этом за пределами требуемой точности.

При желании крышка *H* может быть вынута и заменена иной крышкой с соответствующими приспособлениями, если термостат потребуется приспособить к иным целям.

UN THERMOSTAT DE GRANDE PRECISION

Par J. D. Mendeleev

(*Résumé*)

La méthode du flacon pour la mesure précise de la densité des liquides exige un milieu isothermique qui maintient une température donnée pendant quelques heures avec une précision d'une centième de degré au moins. Un thermostat remplissant (avec excès) les conditions indiquées a été construit par l'auteur pour les travaux picnométriques de haute précision au Laboratoire des Etalons de Masse de la Chambre Centrale des Poids et Mesures.

Le réservoir (fig. 1) du thermostat présente un cylindre en laiton de 40 *cm* de hauteur et de 40 *cm* en diamètre, donc à peux près de 50 litres de capacité. Sur la surface latérale du cylindre est enroulé le fil du chauffeur électrique *EE* (fig. 1) isolé par du mica. Ce chauffeur ne sert que pour le rechauffement rapide préalable du liquide du thermostat à une température voulue, étant exclu pendant l'expérience même. Le réservoir du thermostat est entouré d'isolant thermique (asbeste, liège, fibre), d'une épaisseur totale de 5 *cm*. Le thermostat est muni d'un propulseur hélicoidal B pour bien remuer l'eau pendant l'expérience. Ce propulseur est mis en mouvement par un moteur électrique de $^1/_2$ HP. Un cylindre intérieur *AA* qui divise l'aire de la section horizontale du thermostat en deux parties

égales est destiné à diriger les fils d'eau mue du thermostat d'une manière la plus avantageuse. Rejetée par le propulseur, l'eau remonte en tournoyant jusqu'aux palettes LL, qui lui font perdre sa vitesse angulaire et lui permettent de retourner vers le centre du cylindre sans faire d'entonnoir, qui mettrait à nu les parties centrales du cylindre. Cette disposition permet sans inconvénient à chaque particule d'eau du thermostat de faire un circuit total horizontal et vertical—en 5 secondes, en moyenne, comme les déterminations directes l'ont démontré.

La partie essentielle du thermostat en question est son système thermorégulateur. Pour exclure l'inertie thermique du récipient contenant le liquide dilatable (toluol) on a donné à ce récipient une surface très développée. On a choisi pour cela pour le récipient la forme d'un alambic C C en cuivre de rosette, d'une longueur totale de 14 *m* et d'un diamètre intérieur de 3 *mm*. Embrassant tout le volume du réservoir du thermostat, l'alambic enregistre par cela même non les températures locales de ce volume, mais sa température moyenne, ce qui garantit le meilleur fonctionnement du thermorégulateur.

L'alambic soudé (après le remplissage) à un bout aboutit par l'autre bout à un tube d'acier en forme d'U, suffisemment large, à moitié rempli de mercure, le toluol de l'alambic étant ainsi hermétiquement enfermé.

La dilatation thermique du toluol se transmet au mercure du tube en verre B (fig. 2, I), aboutissant au tube en forme d' *U* et fait fonctionner un relais électrique, comme il suit.

Au début de l'expérience, la température du liquide monte et l'excès du mercure s' échappe du tube B par un robinet latéral *D* (fig. 2. I) dans un système de réservoir E et F. La température du mileu ayant atteint le niveau voulu, on ferme le robinet D et le mercure commence à monter dans le capillaire C. Le contact électrique dans le capillaire même par des causes multiples étant défectueux (oxydation, pulvérisation du mercure etc.), il est remplacé par le dispositif suivant.

Le capillaire *C* (fig. 2, II) est fermé par un petit piston *P* en verre qui se termine par une sphère, qu'on peut, en chauffant avec précaution sur une lampe à alcohol, parfaitement adapter au diamètre du capillaire. Le ménisque du mercure poussant ce piston avec une force considérable (plusieurs grammes), on peut transmettre le mouvement de ce ménisque au moyen du piston *P* très parfaitement à un petit fléau métallique *K*, qui s'appuie sur deux aiguilles en platine L, plongées dans une goutte de mercure, et trempe son bout muni d'une aiguille en platine dans un large réservoir de mercure *M*. Le fléau K sert de relais dans

un circuit électrique et interrompt le courant, quand l'aiguille détrempe du réservoir *M*.

Ce relais primaire actionne les relais secondaires qui dirigent les appareils automatiques servant à chauffer ou à refroidir le milieu thermostatique en cas des petites déviations de température accidentelles.

L'appareil pour chauffer le milieu consiste en un fil en platine C (fig. 3) plongé immédiatement dans le milieu du thermostat et réchauffé par un courant électrique gouverné par le relais secondaire *G* que le relais primaire actionne.

L'appareil pour refroidir le milieu du thermostat est représenté par la figure 2, III. Un courant d'eau froide traverse le tube en caoutchouc *O*, qui se termine par un tube en verre *T*. Le fil d'eau échappant du tube *R* entre par un entonnoir *Q* dans le réservoir du thermostat et abaisse la température du milieu. Le refroidissement dépassant la température voulue, le relais primaire *E* (fig. 3) fonctionne et fait fonctionner le relais secondaire *G*, qui actionne l'électroaimant *F* (fig. 3). L'ancre *W* est attirée et fait dévier à son tour le tube *O* avec le fil d'eau qui est reçue par l'entonnoir *U*. Le surplus du liquide est extrait du thermostat par le système des tubes *K* (fig 1). Le double système de refroidissement et réchauffement automatique du milieu du thermostat permet non seulement d'annuler le plus vite possible toute déviation fortuite de la température du milieu, mais aussi de tenir le milieu du thermostat à des températures plus basses que la température de chambre et même (avec des liquides remplaçant l'eau) à des températures plus basses que 0°.

Reste à mentionner un vibrateur adapté au tube capillaire C (fig. 2. II) et non indiqué sur la figure, qui sert à paralyser les effets nuisibles du frottement entre le piston P et le tube C et entre le mercure et le tube. Ce vibrateur est construit sur le principe du diapason musical, dont les vibrations sont accordées avec les vibrations du propulseur hélicoidal B (fig. I), donc, entretenues automatiquement par ces vibrations. En transmettant les vibrations du diapason au tube C on obtient la meilleure constance de température du milieu thermostatique.

L'essai du thermostat fabriqué dans les ateliers de la Chambre Centrale des poids et mesures a donné les résultats suivants.

1) En employant le vibrateur mentionné on n'a constaté jamais des variations de la température dépassant 0°,001 durant quelques heures du fonctionnement régulier du thermostat.

2) Sans vibrateur les variations accipentelles ne dépassent jamais 0°,002—0°,003.

Les variations de la température du thermostat avaient été observées à l'aide d'un thermomètre spécial avec toluol permettant de constater facilement des variations d'une millième de degré.

3) Le thermostat a déjà servi pour des trauvaux pratiques pendant plus d'une année presque journalièrement avec une sûreté infaillible.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНСТАНТ ЭТАЛОННЫХ РТУТНЫХ ТЕРМОМЕТРОВ TONNELOT № 4540 и № 4541

В. А. Яковлева

В распоряжении эталонной термометрической лаборатории Главной Палаты мер и весов имеются первоклассные ртутные термометры работы Tonnelot и Baudin. Некоторые из них подробно изучены в Международном Бюро мер и весов в Париже и снабжены сертификатами. Большинство же из них не было исследовано, но так как они изготовлены из стекла verre dur и на них нанесены равномерные шкалы, при чем основные точки 0° и 100° нанесены так, что при калибровке есть возможность связать их с делениями шкалы, то каждый из этих термометров может служить эталоном международной шкалы.

В настоящей статье приводятся результаты исследования двух термометров Tonnelot № 4540 и № 4541.

Для того, чтобы термометр мог служить в качестве эталона, необходимо знать всего 6 поправок, из которых 5 являются индивидуальными для каждого термометра, а шестая зависит от сорта стекла и будет общей для всех термометров, изготовленных из одного и того же сорта стекла. Эти поправки следующие:

1) поправка на калибр,
2) поправка на внутреннее давление,
3) поправка на внешнее давление,
4) поправка на основной промежуток,
5) поправка на положение нулевой точки,
6) поправка на приведение к международной шкале.

Из них поправки на калибр, на внутреннее давление и на основной промежуток остаются постоянными для каждой точки термометра, а поправки на внешнее давление и положение нулевой точки зависят от условий опыта и для каждого случая определяются отдельно.

Поправки на калибр. Одной из важнейших поправок является поправка на калибр, происходящая от неравномерности площади поперечного сечения капилляра. Поправка на калибр есть величина, выраженная в делениях шкалы, которую следует прибавить к отчету, чтобы показания термометра соответствовали его показаниям при

условии строго цилиндричной формы канала. Метод калибровки заключается в том, что берется столбик ртути и помещается в различных частях капилляра термометра и по изменению его длины делается заключение о неравномерности площади поперечного сечения капилляра. Существует несколько методов калибровки. Подробное описание их изложено в статье А. П. Георгиевского «Калибровка капилляров», помещенной во Временнике Главной Палаты мер и весов, часть 11, 1915 г. (стр. 29—59).

Tonnelot № 4540 и № 4541 были прокалиброваны: через 10 градусов—по методу Marek-Benoît, позволяющему результаты вычислять по методу наименьших квадратов; через 2 градуса—по методу перекрестной калибровки Guillaume'a. Поправки на калибр через 0°,1 были найдены путем графического интерполирования поправок, найденных двумя вышеупомянутыми способами. Калибровка производилась в разное время сотрудниками лаборатории М. В. Ивановым, В. А. Лаженицыным и В. А. Яковлевой. При калибровке по способу Marek-Benoît вероятная погрешность наблюдений составляла ± 0,002 градуса, а погрешность в определении поправок: ± 0,001°. Способ перекрестной калибровки не дает возможности подсчитать погрешность в определении поправок, но на основании сравнения результатов, относящихся к одной и той же точке, можно сказать, что максимальная погрешность при перекрестной калибровке достигает ± 0,005 градуса. У термометра Tonnelot № 4541 замечается наибольшее число сужений и расширений капилляра. Из приведенной ниже таблицы I видно, что его капилляр выше деления 36° довольно резко расширяется. Возможно, что при сравнении термометров №№ 4532, 4540 и 4541 между собой этим объясняется некоторое расхождение показаний № 4541 от двух других в той части шкалы, которая расположена выше точки 36° (таблица V).

Поправки на внутреннее давление. Различают два давления, влияющие на показания термометра, внутреннее и внешнее. Внутреннее давление происходит от давления столбика ртути на резервуар термометра при вертикальном его положении и вызывает понижение его показаний по сравнению с горизонтальным положением. Величина внутреннего давления пропорциональна длине столбика ртути и среднему сечению резервуара термометра. Для его определения в Главной Палате служит кипятильник системы Chapuis, позволяющий производить отчеты как в вертикальном, так и в горизонтальном положениях термометра. Разность этих отчетов, разделенная на выраженное в миллиметрах расстояние от середины резервуара до точки 100°, дает коэффициент β_p, т. е. величину изменения показаний термометра от давления, производимого на его резервуар столбиком ртути высотою в 1 миллиметр. Для удобства пользования этой поправкой определяют ее значение и для величины

одного градуса, т. е. величину изменений показаний термометра от давления, производимого на его резервуар столбиком ртути длиною в 1 градус; эту поправку обозначают через β_i'.

Для обоих термометров Tonnelot № 4540 и № 4541 коэффициент β_i был определен Н. Н. Георгиевским и приведен в его статье: „Определение поправок для рабочих термометров Главной Палаты мер и весов", помещенной во Временнике Главной Палаты, часть 2-ая, 1895 г. (стр. 77—96). Повторные определения произвел в последнее время М. В. Иванов, результаты которых совпали с наблюдениями Н. Н. Георгиевского.

Для обоих термометров найдены следующие значения.

Для № 4540: $\beta_i = 0{,}0001262$; $\beta_i' = 0{,}008897$
« № 4541: $\beta_i = 0{,}0001444$; $\beta_i' = 0{,}009999$

Поправка на внешнее давление. Внешнее давление на резервуар термометра складывается из атмосферного давления и давления жидкости, в которую помещен термометр. Показания термометра приводятся к давлению ртутного столба в 760 *мм* и температуре 0°. Ускорение силы тяжести как в данном случае, так и при вычислении поправок на внутреннее давление не принимается во внимание, так как это вызывает изменение поправок на величину приблизительно равную 0,00015°. Коэффициент внешнего давления обозначается через β_e, способ его определения указан в статье Н. Н. Георгиевского. Между коэффициентами внутреннего и внешнего давления есть зависимость определяемая формулой:

$$\beta_i = \beta_e + K(k_m - k_v)$$

где k_m и k_v — коэффициенты сжатия ртути и стекла, а $K = 8{,}22$ при условии, что за единицу давления принята нормальная атмосфера. Guillaume принимает для стекла verre dur $\beta_i = \beta_e - 0{,}000154$.

Н. Н. Георгиевский для термометра Tonnelot № 4540 получил из опыта $\beta_e = 0{,}001103 \pm 0{,}0000008$, а из сравнения с коэффициентом внутреннего давления ($\beta_e = \beta_i - 0{,}0000154$) получается то же число: $\beta_e = 0{,}0001108$.

Для термометра Tonnelot № 4541 Н. Н. Георгиевским получено: $\beta_e = 0{,}0001290$, а В. А. Яковлевой: $\beta_e = 0{,}0001262$. Такое расхождение в определении β_e даже при изменении давления на целую атмосферу может дать расхождение в поправках только на 0,002 градуса, чем, конечно, можно пренебречь. Окончательно принят коэффициент $\beta_e = 0{,}0001290$, так как он дает лучшие результаты при сравнении с коэффициентом β_i.

Поправки на основной промежуток. Эти поправки вызываются неточностью в нанесении основных точек 0° и 100° при изготовлении термометра. Число делений шкалы, которое соответствует 100 градусам международной стоградусной шкалы, называется основным промежутком. При определении его пользуются следующей формулой:

$$J = \frac{n_2 - n_1}{t} 100$$

где n_2 — показание термометра в парах кипящей воды, исправленное на калибр и внутреннее и внешнее давления, n_1 — показание термометра в тающем льде, также исправленное на калибр и давления, и t—температура пара, соответствующая барометрическому давлению, при котором производился опыт, $\left(\frac{t}{n_2 - n_1}\right)$ есть значение одного градуса термометра, а $K = 1 - \frac{t}{n_2 - n_1}$ — поправка на один градус термометра.

А. М. Кремлев для термометра Tonnelot № 4540 получил $K = -0{,}000425$, а М. В. Иванов: $K = -0{,}000450$; такое расхождение вызовет изменение поправки при 50° только на 0,002°, чем, конечно, можно пренебречь; при вычислении поправок принято среднее: $K = -0{,}000438$.

Для термометра Tonnelot № 4541 по определениям М. В. Иванова: $K = -0{,}000440$, а по определениям В. А. Яковлевой: $K = -0{,}000444$

Поправки на положение нулевой точки. Показания термометра изменяются от изменения объема резервуара термометра, вследствие теплового последействия стекла. Контролировать эти изменения легче всего по положению нулевой точки. При нагревании термометра расширяется и ртуть и стекло. При быстром охлаждении, как это бывает при определении нулевой точки, через 2—3 минуты ртуть в термометрах с такими резервуарами, как у Tonnelot, успевает принять объем, соответствующий нулю градусов, а стекло значительно дольше возвращается к этому объему. Вследствие этого замечается понижение нулевой точки, которое называется депрессией. Для стекла verre dur депрессия на 100° равна 0°,1, и распределяется по всей шкале пропорционально числу градусов. Но некоторые изменения положения нулевой точки происходят не только после каждого нагревания термометра, но еще и от медленного сокращения объема резервуара после процессов, имевших место при изготовлении термометра, что вызывает медленное (в течение многих лет) поднятие нулевой точки. Изложенные выше обстоятельства

вызывают необходимость определять положение нулевой точки после каждого нагревания и вводить к каждому отчету термометра соответствующую поправку, приводящую его к такому объему, при котором отчет в тающем льде совпадает с нулевым делением, так как к этому объему отнесены все указанные выше поправки термометра.

Поправка на приведение показаний термометра к международной шкале. Введя перечисленные выше поправки к показаниям термометров, мы получим температуру, выраженную, как говорят, в градусах ртутного термометра (ртуть в данном стекле). Но показания этих термометров будут сходиться между собой только у термометров, изготовленных из одного сорта стекла, и разойдутся у термометров из разных сортов стекла. Это объясняется тем, что при работах с ртутными термометрами мы имеем возможность наблюдать только расширение ртути в стекле, а коэффициент расширения стекла (как и ртути) меняется с температурой, при чем закон этого изменения различен для различных сортов стекла. Расширение ртути в стекле verre dur хорошо изучено в Международном Бюро мер и весов и точным образом сведено на расширение идеальных газов, поэтому остается только использовать составленные в Международном Бюро таблицы для перехода от градусов ртути в стекле verre dur к градусам международной шкалы.

Ниже приводятся результаты изучения двух термометров.

Tonnelot № 4540. На термометре надпись: Tonnelot à Paris (1885,10) 4540. Шкала от—3,1 до + 52,4 с равномерными делениями на 0°,1 и дополнительными делениями от + 95,9 до + 103,5.

Расстояние от середины резервуара до 0° равно 55 *мм*
" " " " 100° " 463 "

Длина одного градуса равна 7,05 *мм*

Tonnelot 4541. На термометре надпись: Tonnelot à Paris (1886,11) 4541. Шкала от—3°,3 до + 51°,3 с равномерными делениями на 0°,1 и дополнительными делениями от + 94,8 до + 102,7.

Расстояние от середины резервуара до 0° равно 58,5 *мм*
" " " " 100° " 462 "

Для того, чтобы оценить, с какой точностью осуществлена международная шкала в Главной Палате мер и весов при помощи эталонных ртутных термометров, показания этих двух изученных термометров были сравнены не только между собою, но и с показаниям термометра Tonnelot № 4532, изученного в Международном Бюро мер и весов в Париже (его сертификат помещен во Временнике Главной Палаты, часть 2-ая, 1895 г. (стр. 98—104). Сравнение производилось через 2 градуса в водяной ванне при энергичном

Таблица I—Tableau I

Поправки на калибр—Corrections de calibre

Деления Divisions	Поправки — Corrections № 4540	Поправки — Corrections № 4541	Деления Divisions	Поправки — Corrections № 4540	Поправки — Corrections № 4541
0	0,000	0,000	42	—0,085	+0,019
2	+0,004	+0,005	44	—0,072	+0,028
4	+0,001	+0,005	46	—0,064	+0,029
6	—0,007	+0,004	48	—0,047	+0,020
8	—0,027	—0,011	50	—0,018	+0,006
10	—0,038	—0,025	52	+0,012	
12	—0,040	—0,029			
14	—0,033	—0,039			
16	—0,030	—0,039			
18	—0,019	—0,046			
20	—0,017	—0,036			
22	—0,025	—0,029			
24	—0,044	—0,031			
26	—0,062	—0,040			
28	—0,077	—0,044			
30	—0,084	—0,038			
32	—0,089	—0,030			
34	—0,095	—0,032			
36	—0,092	—0,038			
38	—0,090	—0,025			
40	—0,088	—0,007			

Дополнительные деления:

Divisions complémentaires

98	—0,046	
100	0,000	
102	+0,048	

Таблица II — Tableau II

Поправки на внутреннее давление. — Corrections de pression intérieure

№ 4540 : $\beta_i = 0{,}0001262$ $\beta_i' = 0{,}008897$

№ 4541 : $\beta_i = 0{,}0001444$ $\beta_i = 0{,}009999$

Деления Divisions	Поправки — Corrections № 4540	Поправки — Corrections № 4541	Деления Divisions	Поправки — Corrections № 4540	Поправки — Corrections № 4541
0	0,0069	0,0084	38	0,0404	0,0460
2	0,0087	0,0104	40	0,0422	0,0480
4	0,0105	0,0124	42	0,0439	0,0499
6	0,0122	0,0144	44	0,0456	0,0519
8	0,0140	0,0164	46	0,0474	0,0539
10	0,0158	0,0184	48	0,0491	0,0558
12	0,0175	0,0203	50	0,0509	0,0578
14	0,0193	0,0223	52	0,0526	
16	0,0210	0,0243	Дополнительные деления:		
18	0,0228	0,0263	Divisions complémentaires:		
20	0,0246	0,0283			
22	0,0263	0,0302	98	0,0557	0,0632
24	0,0281	0,0322	100	0,0574	0,0651
26	0,0298	0,0342	102	0,0591	0,0670
28	0,0316	0,0362			
30	0,0334	0,0382			
32	0,0351	0,0401			
34	0,0369	0,0421			
36	0,0386	0,0441			

0004441

Таблица III — Tableau III

Поправки на внешнее давление. — Corrections de pression extérieure.

№ 4540 = β_e = 0,0001108
№ 4541 = β_e = 0,000129

Давление Pression	Поправки — Corrections		Давление Pression	Поправки — Corrections	
	№ 4540	№ 4541		№ 4540	№ 4541
700	+ 0,0066	+ 0,0077	760	0,0000	0,0000
710	+ 0,0056	+ 0,0065	770	— 0,0011	— 0,0013
720	+ 0,0044	+ 0,0052	780	— 0,0022	— 0,0026
730	+ 0,0033	+ 0,0039	790	— 0,0033	— 0,0039
740	+ 0,0022	+ 0,0026	800	— 0,0044	— 0,0052
750	+ 0,0011	+ 0,0013	810	— 0,0055	— 0,0065

перемешивании воды и при медленно повышающейся температуре. Для каждой точки было сделано от 12 до 14 отчетов.

Отчеты при определении нулевой точки после длительного пребывания термометров при комнатной температуре и 5 часов пребывания их в ванне при 20°C получились следующие:

для № 4532: + 0,007
« № 4240: + 0,100
« № 4541: + 0,054

Во время работы также производились отчеты положения нулевой точки, которые и служили для вычисления температуры:

	№ 4532	№ 4540	№ 4541
После 30°:	— 0,003,	+ 0,090,	+ 0,044
« 40°:	— 0,012,	+ 0,080,	+ 0,033
« 48°:	— 0,018,	+ 0,072,	+ 0,022

Промежуточные точки и точки ниже 20° взяты согласно таблице депрессий для стекла verre dur. Результаты сравнения приведены в таблице V.

Из таблицы V видно, что та же самая действительная температура ванны, одновременно и независимо определенная каждым из трех термометров в градусах международной шкалы, выражается числами, не вполне совпадающими между собою. Расхождения полу-

Таблица IV — Tableau IV

Поправки на основной промежуток — Corrections d'intervalle fondamental.

№№ 4540 : $K = -0{,}000438 \pm 0{,}000012$
№№ 4541 : $K = -0{,}000440 \pm 0{,}000019$

Деления Divisions	Поправки — Corrections № 4540	Поправки — Corrections № 4541	Деления Divisions	Поправки — Corrections № 4540	Поправки — Corrections № 4541
0	0,0000	0,0000	38	— 0,0166	— 0,0167
2	— 0,0009	— 0,0009	40	— 0,0175	— 0,0176
4	— 0,0018	— 0,0018	42	— 0,0184	— 0,0185
6	— 0,0026	— 0,0026	44	— 0,0193	— 0,0194
8	— 0,0035	— 0,0035	46	— 0,0201	— 0,0202
10	— 0,0044	— 0,0044	48	— 0,0210	— 0,0211
12	— 0,0053	— 0,0053	50	— 0,0219	— 0,0220
14	— 0,0061	— 0,0062	52	— 0,0228	
16	— 0,0070	— 0,0070			
18	— 0,0079	— 0,0079			
20	— 0,0088	— 0,0088			
22	— 0,0096	— 0,0097			
24	— 0,0105	— 0,0106			
26	— 0,0114	— 0,0114			
28	— 0,0123	— 0,0123			
30	— 0,0131	— 0,0132			
32	— 0,0140	— 0,0141			
34	— 0,0149	— 0,0150			
36	— 0,0158	— 0,0158			

Дополнительные деления:

Divisions complémentaires:

98	— 0,0429	— 0,0431
100	— 0,0438	— 0,0440
102	— 0,0447	— 0,0449

Таблица V — Tableau V

Результаты сравнения термометров. — Résultats des comparaisons des thermomètres

№ 4532		№ 4540		№ 4541		Среднее из показаний всех термометров Moyennes
Исправленные показания — Indications corrigées	Отклонения от среднего — Ecarts des moyennes	Исправленные показания — Indications corrigées	Отклонения от среднего — Ecarts des moyennes	Исправленные показания — Indications corrigées	Отклонения от среднего — Ecarts des moyennes	
—	—	2.310	+ 0,001	2.312	— 0,001	2.311
—	—	3.961	— 0,003	3.956	+ 0,002	3.958
4.999	— 0,002	—	—	4.995	+ 0,002	4.997
—	—	5.982	— 0,002	5.978	+ 0,002	5.980
—	—	7.957	+ 0,002	7.961	— 0,002	7.959
10.034	0,000	10.033	+ 0,001	10.035	— 0,001	10.934
11.994	+ 0,003	11.997	0,000	12.001	— 0,003	11.997
14.018	+ 0,001	14.018	+ 0,001	14.022	— 0,003	14.019
16.000	— 0,001	15.997	+ 0,002	16.001	— 0,002	15.999
17.903	0,000	17.903	0,000	17.904	— 0,001	17.903
20.022	— 0,002	20.018	+ 0,002	20.021	— 0,001	20.020
21.988	0,000	21.988	0,000	21.988	0,000	21.988
24.023	+ 0,001	24.026	— 0,002	24.024	0,000	24.024
26.022	+ 0,002	26.023	+ 0,001	26.026	— 0,002	26.024
28.008	+ 0,001	28.008	+ 0,001	28.011	— 0,002	28.009
30.002	+ 0,002	30.002	+ 0,002	30.007	— 0,003	30.004
31.949	+ 0,001	31.949	+ 0,001	31.953	— 0,003	31.950
33.990	— 0,001	33.986	+ 0,003	33.991	— 0,002	33.989
36.002	+ 0,001	36.003	0,000	36.003	0,000	36.003
38.008	+ 0,002	38.008	+ 0,002	38.013	— 0,003	38.010
40.030	— 0,001	40.026	+ 0,003	40.032	— 0,003	40.029
42.003	+ 0,002	42.003	+ 0,002	42.009	— 0,004	42.005
44.045	+ 0,003	44.048	0,000	44.050	— 0,002	44.048
46.058	+ 0,001	46.059	0,000	46.061	— 0,002	46.059

чились, в среднем, от 0°,003 до 0°,004, а в отдельных случаях доходят до 0°,006; эти расхождения и надо считать мерой точности, с которой каждый эталонный термометр может определять температуру в принятых международных единицах.

Если считать, что индивидуальные погрешности всех трех термометров определены с одинаковой точностью, т. е. что исправленные при помощи индивидуальных поправок показания имеют одинаковую надежность, то можно взять среднее из трех и считать его за наиболее надежное определение температуры. Взяв отклонения от среднего каждого из сравниваемых термометров, можно сказать, что международная шкала осуществлена в Главной Палате мер и весов этими тремя термометрами Tonnelot с точностью до ± 0°,003, и для каждого термометра в отдельности:

№ 4532: ± 0°,0013; № 4540: ± 0°,0012; 4541: ± 0°,0020.

DETERMINATION DES CONSTANTES DES THERMOMETRES TONNELOT No 4540 et No 4541

Par Mme V. A. Iakovleva

(Résumé)

Dans la note présente sont exposés les résultats de l'étude de deux thermomètres Tonnelot No 4540 et No 4541, préparés en verre dur; ces réultats sont donnés dans les tableaux I—IV, (p.p. 41—44). En outre, on a déterminé les points de zéro et leurs indications sont exprimées en degrés de l'échelle normale.

Pour évaluer la précision, avec laquelle l'échelle internationale est représentée par ces thermomètres, ils furent comparés avec le thermomètre Tonnelot No 4532 étudié au Bureau International des Poids et Mesures. La comparaison fut effectuée au bain d'eau énergiquement excité, à la température s'élevant très lentement. Les observations furent exécutées par deux degrés avec 12 à 14 lectures pour chaque point; les résultats sont donnés dans le tableau V (p. 45). Les températures calculées pour chacun de ces trois thermomètres donnent les écarts de 0°,003 à 0°004 en moyen et parfois à 0,°006; ces écarts doivent être pris comme la mesure de précision des thermomètres étalonnés en unités internationales adoptées. La moyenne des indications de ces trois termomètres étant pris comme la valeur la plus probable, les écarts de chacun des thermomètres de cette moyenne ne dépassent pas ±0°,003, ce qui représente la précision, avec laquelle ces thermomètres réalisent l'échelle normale de température.

ТЕОРИЯ ОШИБОК В ПРИЛОЖЕНИИ К ХОДАМ ЧАСОВ И ХРОНОМЕТРОВ И К ОБРАБОТКЕ ДОЛГОТНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ

Н. Х. Прейпич

§ 1. Среднее квадратичное уклонение и средняя квадратичная разность ходов часов.

В астрономической практике последних лет укоренился обычай оценивать качества хронометров и влияние ошибок их ходов на точность результатов при помощи среднего квадратичного уклонения отдельных ходов от среднего из них [1]. Так, например, в классическом курсе астрономии Н. Цингера[2] мы встречаем следующие исходные определения:

Если $g_1, g_2, g_3, \ldots g_i, \ldots g_n$ суть n наблюденных суточных ходов, если g есть средний суточный ход за все это время, то среднее квадратичное уклонение хода v, которое нередко неправильно называют вариацией хода, определяется формулой:

$$v = \sqrt{\frac{\Sigma (g_i - g)^2}{n - 1}} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

а вес p хронометра, оценивающий его относительное достоинство, выражением:

$$p = \frac{\eta^2}{v^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

где η есть среднее квадратичное уклонение хода хронометра с весом равным единице.

Влияние колебаний хода хронометра на точность интерполированной (ε_i) и экстраполированной (ε_j) поправки оценивается там же формулами:

$$\varepsilon_i = v \sqrt{\frac{i(a-i)}{i}} \text{ и } \varepsilon_j = v \sqrt{j} \quad \ldots\ldots (3) \text{ и } (4)$$

[1] При исследовании хронометров на обсерваториях их достоинство нередко оценивается при помощи арифметической средины ω из уклонений отдельных суточных ходов.

[2] Часть теоретическая, изд. 2. Петроград 1915 г., стр. 92.

где a есть число суток, протекших между двумя исходными наблюденными поправками, i и j — соответственные числа суток, за которые выполняется интерполяция (в первом случае) и экстраполяция (во втором случае).

Но при внимательном изучении приведенных формул нетрудно убедиться, что они, точно так же как и определение среднего квадратичного уклонения хода, не выдерживают серьезной критики. Понятие о среднем квадратичном уклонении само по себе не достаточно определено, ибо число тех суточных ходов, из которых оно выводится, не подчинено никаким ограничениям. Действительно, в цитированном выше курсе Н. Цингера мы встречаем только следующее неопределенное указание: «надо брать ходы за довольно большое число дней». Понимать ли под этим неделю, месяц, несколько месяцев или, наконец, год,—остается совершенно неясным.

Между тем вполне очевидно, что с увеличением числа привлеченных суточных ходов будет меняться и значение v, так как каждый лишний суточный ход изменит среднее из таких суточных ходов, изменит все отдельные уклонения $v_i = g_i - g$, а значит изменит и величину $v = \sqrt{\frac{\Sigma v_i^2}{n-1}}$, которая, вообще говоря, будет расти с увеличением числа наблюденных ходов.

Таким образом, безоговорочное пользование величиной v для оценки качеств хронометров отпадает. Мы сможем ею пользоваться только тогда, когда сопоставляемые хронометры изучались в течение одинакового числа суток.

Что же касается формул, оценивающих точность интерполированной, а в особенности, экстраполированной поправки, то они имеют еще меньшие логические основания. Действительно, если величина v существенно зависит от числа суточных ходов, послуживших для ее вывода, то этот фактор должен был бы отразиться в формулах (3) и (4); а на самом деле этого нет. Формула для оценки точности экстраполированной поправки обоснована кроме того на весьма сомнительном допущении, что средний ход за промежуток вне наших опорных поправок неизменно сохраняет свою величину. Иными словами, что за каждым крупным случайным изменением хода в одну сторону непосредственно следует примерно такое же изменение, но в противоположную сторону. Ведь в самом деле вероятность крупных случайных изменений ходов по теории ошибок не так уж велика, их чередование обусловлено законами случая, а между тем, как это не трудно видеть, их расположение во времени влияет весьма сильно на значение среднего хода хронометра или часов. По этим то причинам, как мы убедимся в дальнейшем, ошибка экстраполированной поправки растет несравненно быстрее, чем корень квадратный из числа истекших суток.

Библиотека

В Astronomische Nachrichten № 4546, Bd 190, за 1912 г. проф. Б. Ванах (†1928 г.) опубликовал работу, посвященную оценке точности астрономических часов и получаемых с их помощью результатов. Эта теория основана на строго логическом приложении теории ошибок к случайным колебаниям ходов часов, а помещенные там выводы неоднократно блестяще подтверждались на практике. Тем не менее до самого последнего времени эти выводы не применялись к хронометрам и лишь теперь они начинают входить в практику у нас в СССР и в Германии.

В виду важности приведенных в работе Б. Ванаха результатов и в виду больших затруднений при ознакомлении с нею в оригинале, за редкостью такового, считаю необходимым изложить здесь достаточно подробно теорию и формулы Б. Ванаха, дополнив их некоторыми выводами и практическими примерами.

В основе этой теории лежит понятие о средней квадратичной случайной разности смежных суточных ходов, которую мы в дальнейшем будем называть средней вариацией хода или просто вариацией.

Так, например, если мы имеем ряд смежных суточных ходов: g_1, g_2, g_3 . . . g_i, g_{i+1}, . . . g_n, g_{n+1}, то действительные значения вариаций будут:

$$\delta_1 = g_2 - g_1;\ \delta_2 = g_3 - g_2;\ \ldots\ \delta_i = g_{i+1} - g_i\ \ldots \quad (5)$$

а средняя вариация данного хронометра представится формулой:

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_1^n (g_{i+1} - g_i)^2}{n}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Иными словами, под действительными вариациями мы подразумеваем вторые разности ежесуточных поправок часов, а под средним значением, характеризующим данный хронометр, квадратичное среднее из таких действительных значений.

Подобное определение вариации не содержит тех неясностей, с которыми мы сталкивались при применении среднего квадратичного уклонения отдельных ходов от среднего. Вариация сама по себе не зависит от числа отдельных наблюденных ходов, или, вернее, зависит от него лишь постольку, поскольку увеличение числа наблюденных ходов уточняет численное значение вариации данного хронометра или часов. Единственное ограничение, которое мы налагаем на действительные вариации, есть предположение о их случайном характере, т. е., что чередование действительных вариаций подчинено законам случая.

При выводе интересующих нас зависимостей нам придется неоднократно суммировать степенные ряды последовательных чисел, а потому приведем заранее необходимые для этого формулы:

$$\left.\begin{aligned}
&1+2+3+\ldots\ldots\ldots+n={}^1/_2\,n\,(n+1)\\
&1^2+2^2+3^2+\ldots\ldots\ldots+n^2={}^1/_6\,n\,(n+1)\,(2n+1)\\
&1^3+2^3+3^3+\ldots\ldots\ldots+n^3={}^1/_4\,n^2(n+1)^2\\
&1^4+2^4+3^4+\ldots\ldots\ldots+n^4={}^1/_{30}\,n(n+1)(2n+1)\cdot\\
&\qquad\cdot(3n^2+3n-1)\\
&1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4+\ldots+n(n+1)=\frac{1}{3}n(n+1)(n+2)\\
&1^2\cdot2^2+2^2\cdot3^2+3^2\cdot4^2+\ldots+n^2(n+1)^2=\frac{1}{15}n(n+1)\times\\
&\qquad\times(n+2)(3n^2+6n+1)\\
&1(n-1)+2(n-2)+3(n-3)+\ldots+(n-2)\cdot2+\\
&\qquad+(n-1)\cdot1=\frac{1}{6}n(n^2-1)\\
&1(n-1)^2+2(n-2)^2+3(n-3)^2+\ldots+(n-2)^2\cdot2+\\
&\qquad+(n-1)^2\cdot1^2=\frac{1}{12}n^2(n^2-1).
\end{aligned}\right\}\quad(7)$$

Прежде чем перейти к детальному изложению теории Ванаха и вытекающих из нее следствий, приведу короткую историческую справку по вопросу об оценке качеств часов и хронометров.

Гаусс [1] предполагает, что разность двух показаний хронометра содержит ошибку пропорциональную корню квадратному из протекшего промежутка времени, т. е. пользуется средним квадратичным уклонением ходов.

В. Струве [2] был весьма близок к применению вариации хода для оценки качества часов и хронометров и точности получаемых с их помощью результатов. Повидимому, только случайность не позволила ему решить вопрос в общем виде. В конце концов он отказывается от теоретических изысканий и устанавливает на основании исследования относительных поправок часов эмпирические формулы для ошибок интерполированных и экстраполированных поправок часов. В этих формулах ошибки нарастают пропорционально первой степени истекшего промежутка времени. Качества хронометров оцениваются им по согласию долгот, выведенных по отдельным хронометрическим рейсам, а также при помощи уклонений отдельных средних ходов от общего среднего.

---

[1] „Sur la détermination chronométrique des longitudes" Gauss—Bertrand. Méthode des moindres carrés. Paris, 1855, см. также A. N., Bd. V p. 227.

[2] „Expédition chronométrique entre Poulkova et Altona". St.-Pétersburg, 1844.

А. Савич [1] полагает, что влияние ошибок ходов нарастает пропорционально корню квадратному из времени и приходит к обычно применяемой формуле ошибки интерполированной поправки часов [формула (3), стр. 47]. Вместе с тем он отмечает эмпирические формулы В. Струве, но ограничивается при этом лишь указанием на полезность подобных опытных исследований.

П. Смыслов [2] подтверждает для хронометров эмпирический закон В. Струве путем исследования поправок хронометров, т. е. он находит, что и ошибки интерполированных и экстраполированных поправок хронометров растут пропорционально первой степени времени. Вместе с тем П. Смыслов предлагает оценивать качества хронометров именно этими коэффициентами пропорциональности, которые он называет суточной погрешностью. Суточные погрешности он находит путем изучения относительных ходов хронометров. Приведенные им на этот счет формулы решают задачу вполне рационально и в результате дают среднюю квадратичную вариацию в том смысле, как это установил впоследствии Б. Ванах. Таким образом, П. Смыслов подошел к правильному решению вопроса еще ближе чем В. Струве.

Весьма любопытна анонимная брошюра: «Наставление каким образом обходиться с хронометрами и как пользоваться ими для вывода вероятной долготы» [3]. Ее автор оценивает качество хронометров именно при помощи средней случайной разности смежных ходов, т. е. подобно П. Смыслову, или вслед за ним, предвосхищает мысль Б. Ванаха о подобной оценке качеств часов. Нужно только пожалеть, что в более новых курсах практической астрономии указания В. Струве, П. Смыслова и др. не встретили должной оценки.

На этом я заканчиваю свой краткий исторический обзор вопроса об оценке качеств хронометров. Вопрос этот весьма интересен и заслуживал бы большего внимания, но в данный момент он не может быть признан первоочередным.

§ 2. Точности линейно-интерполированных и экстраполированных поправок часов.

Будем разыскивать связь между средним значением ошибок интерполированных и экстраполированных поправок часов, средними ошибками наблюденных поправок и средней вариацией хода.

---

[1] „Приложение практической астрономии к географическому определению мест". С.-Петербург, 1845, стр. 167—168.

[2] „Репсольдов круг, хронометры, хронометрическая экспедиция 1859 г.". С.-Петербург, 1863.

[3] Издание Главного Гидрографического Управления. С.-Петербург, 1897.

Пусть мы имеем: $u_0, u_1, u_2, \ldots\ldots u_{i-1}, u_i, \ldots\ldots u_a, \ldots\ldots u_{a+j}, \ldots\ldots u_{a+b}, \ldots\ldots u_{a+b+c}$ — действительные значения поправок часов в моменты $0, 1, 2 \ldots\ldots i-1, i, \ldots\ldots a, \ldots\ldots (a+j), \ldots\ldots, (a+b), \ldots\ldots (a+b+c)$ (за единицу времени берем сутки), $g_{0/1}$,

$$g_{1/2}, \ldots\ldots g_{(i-1)/i}, \ldots\ldots g_{(a-1)/a}, \ldots\ldots g_{(a+j-1)/(a+j)},$$
$$g_{(a+b-1)/(a+b)}, \ldots\ldots g_{(a+b+c-1)/(a+b+c)}$$

действительные суточные ходы от моментов 0 к 1, 1 к 2 ..... $(i-1)$ к i и т. д; и $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \ldots\ldots \delta_i, \ldots\ldots \delta_{a+b+c-1}$ — соответствующие значения действительных вариаций ходов.

Для большей наглядности представим все эти величины табличкой:

$$\left.\begin{array}{l|l}
u_0 & \cdots\cdots\cdots\cdots \\
\quad g_{0/1} & u_{a+j-1} \qquad \delta_{a+j-1} \\
\cdots\cdots\cdots\cdots & \quad g_{(a+j-1)/(a+j)} \\
\cdots\cdots\cdots\cdots & u_{a+j} \qquad \delta_{a+j} \\
\cdots\cdots\cdots\cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots \\
u_{i-1} \qquad \delta_{i-1} & \cdots\cdots\cdots\cdots \\
\quad g_{(i-1)/i} & u_{a+b-1} \qquad \delta_{a+b-1} \\
u_i \qquad \delta_i & \quad g_{(a+b-1)/(a+b)} \\
\cdots\cdots\cdots\cdots & u_{a+b} \qquad \delta_{a+b} \\
\cdots\cdots\cdots\cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots \\
\quad \delta_{a-1} & \cdots\cdots\cdots\cdots \\
\quad g_{(a-1)/a} & u_{a+b+c-1} \qquad \delta_{a+b+c-1} \\
u_a \qquad \delta_{(a-1)/a} & \quad g_{(a+b+c-1)/(a+b+c)} \\
\cdots\cdots\cdots\cdots & u_{a+b+c} \qquad \delta_{a+b+c}
\end{array}\right\} \quad (8)$$

Выразим теперь все u и g через u_0, $g_{0/1}$ и вариации $\delta_1, \delta_2, \ldots$, пользуясь соотношениями:

$$u_i = u_{i-1} + g_{(i-1)/i}$$
$$g_{(i-1)/i} = g_{(i-1)/(i-1)} + \delta_{i-1}$$

получаем:

$$\left.\begin{array}{ll}
u_0 & = u_0 \\
u_1 & = u_0 + g_{0/1} \\
u_2 & = u_0 + 2\,g_{0/1} + \delta_1 \\
u_3 & = u_0 + 3\,g_{0/1} + 2\,\delta_1 + \delta_2 \\
\cdots\cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\cdots\cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\cdots\cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\cdots\cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{array}\right\} \quad (9)$$

$$\left.\begin{array}{ll}
u_{i-1} & = u_0 + (i-1)\, g_{\text{э}/_1} + (i-2)\,\delta_1 + (i-3)\,\delta_2 + \\
 & \quad + \ldots + \delta_{i-2} \\
u_i & = u_0 + i\, g_{\text{э}/_1} + (i-1)\,\delta_1 + (i-2)\,\delta_2 + \ldots + \delta_{i-1} \\
\ldots & \ldots \\
\ldots & \ldots \\
u_a & = u_0 + a\, g_{\text{э}/_1} + (a \quad 1)\,\delta_1 + (a-2)\,\delta_2 + \ldots + \delta_{a-1} \\
\ldots & \ldots \\
u_{a+j} & = u_0 + (a+j)\, g_{\text{э}/_1} + (a+j-1)\,\delta_1 + \\
 & \quad + (a+j-2)\,\delta_2 + \ldots \quad + \delta_{a+j-1} \\
\ldots & \ldots \\
u_{a+b} & = u_0 + (a+b)\, g_{\text{э}/_1} + (a+b-1)\,\delta_1 + (a+ \\
 & \quad + b-2)\,\delta_2 + \ldots + \delta_{a+b-1} \\
\ldots & \ldots \\
u_{a+b+c} & = u_0 + (a+b+c)\, g_{\text{э}/_1} + (a+b+c-1)\,\delta_1 + \\
 & \quad + \ldots \quad + \delta_{a+b+c-1}
\end{array}\right\} \quad (9)$$

Пусть, далее, в дни с номерами 0, a, $a+b$, $a+b+c$, мы получили из наблюдений поправки U_1, U_2, U_3 и U_4 наших часов, причем действительные (истинные) ошибки этих наблюденных значений были λ_1, λ_2, λ_3 и λ_4. Тогда между наблюденными поправками часов и действительными поправками существуют соотношения:

$$\left.\begin{array}{ll}
U_1 = u_0 & + \lambda_1 \\
U_2 = u_a & + \lambda_2 \\
U_3 = u_{a+b} & + \lambda_3 \\
U_4 = u_{a+b+c} & + \lambda_4
\end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots (10)$$

При линейной интерполяции поправки за i суток (т. е. к моменту i) на основании наблюденных значений U_1 и U_2 мы пользуемся формулами:

$$G = \frac{U_2 - U_1}{a}; \; U_i = U_1 + G \cdot i \ldots\ldots (11)$$

которые на основании уравнений (10) и (9) заменяются следующими:

$$G = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{a} + g_{\text{э}/_1} + \frac{1}{a}\Big[(a-1)\,\delta_1 + (a-2)\,\delta_2 + \ldots + \\ + 2\,\delta_{a-2} + \delta_{a-1}\Big] \ldots\ldots\ldots (12)$$

$$U_i = u_0 + \frac{a-i}{a}\lambda_1 + \frac{i}{a}\lambda_2 + i\, g_{\text{э}/_1} + \frac{i}{a}\Big[(a-1)\,\delta_1 + (a-2)\,\delta_2 + \\ + \ldots + (a-i+1)\,\delta_{i-1} + (a-i)\,\delta_i + \ldots + \\ + 2\,\delta_{a-2} + \delta_{a-1}\Big] \ldots\ldots\ldots (13)$$

Действительная ошибка λ_i интерполированной поправки получится тогда путем вычитания из уравнения (13) действительного значения поправки u_i (см. 9), т. е.:

$$\lambda_i = \frac{a-i}{a}\lambda_1 + \frac{i}{a}\lambda_2 + \frac{1}{a}\Big[(a-i)\delta_1 + 2(a-i)\delta_2 + \ldots + (i-1)(a-i)\delta_{i-1} + i(a-i)\delta_i + i(a-i-1)\delta_{i+1} + \ldots + i\cdot 2\,\delta_{a-2} + i\delta_{a-1}\Big] \quad \ldots\ldots (14)$$

Применив, затем, теорему об образовании средней квадратичной ошибки и заменив квадраты действительных ошибок наблюдений и вариаций часов через квадраты средних их значений ε^2 и δ^2 получаем:

$$\varepsilon^2_{ai} = \left[\frac{(a-i)^2}{a^2} + \frac{i^2}{a^2}\right]\varepsilon^2 + \frac{\delta^2}{a^2}\Big\{(a-i)^2\Big[1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + (i-1)^2\Big] + i^2\Big[(a-i)^2 + (a-i-1)^2 + \ldots + 2^2 + 1^2\Big]\Big\}$$

или, по применении одной из формул (7):

$$\varepsilon^2_{ai} = \left[\frac{(a-i)^2}{a^2} + \frac{i^2}{a^2}\right]\varepsilon^2 + \frac{\delta^2}{6a^2}\Big[(a-1)^2(i-1)\cdot i\cdot(2i+1) + i^2(a-i)(a-i+1)(2a-2i+1)\Big]$$

а после некоторых упрощений:

$$\varepsilon^2_{ai} = \left[\frac{(a-i)^2}{a^2} + \frac{i^2}{a^2}\right]\varepsilon^2 + \frac{(a-i)i}{6a}\Big[2i(a-i)+1\Big]\delta^2 \quad (15)$$

Итак, мы получили выражение для квадрата средней ошибки интерполированной поправки часов в зависимости от средней ошибки полновесной наблюденной поправки и от средней вариации данного хронометра или часов.

Если же исходные наблюденные поправки U_1 и U_2 неравноточны, т. е., если их веса суть p_1 и p_2, то наша формула (15) должна быть заменена следующей:

$$\varepsilon^2_{ai} = \left[\frac{(a-i)^2}{a^2}\cdot\frac{1}{p_1} + \frac{i^2}{a^2}\cdot\frac{1}{p_2}\right]\varepsilon^2 + \frac{(a-i)i}{6a}\Big[2i(a-i)+1\Big]\delta^2 \quad (15a)$$

2(15a)

так как в этом случае мы должны квадраты λ_1^2 и λ_2^2 действительных ошибок заменять выражениями $\frac{\varepsilon^2}{p_1}$ и $\frac{\varepsilon^2}{p_2}$.

При вычислении средней ошибки линейно-экстраполированной поправки мы поступаем таким же образом, как и для ошибки интерполированной. Формула, точной поправки для момента $a+j$, к которому выполняется экстраполяция за j суток после наблюдения U_2, есть:

$$u_{a+j} = u_a + j g_{a_1} + j(\delta_1 + \delta_2 + \ldots + \delta_{a-1}) + j\delta_a + \\ + (j-1)\delta_{a+1} + \ldots + 2\delta_{a+j-2} + \delta_{a+j-1} \quad \ldots (16)$$

экстраполированная же неточная есть:

$$U_{a+} = u_a + \lambda_2 + j\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{a} + j g_{a_1} + \frac{j}{a}\Big[(a-1)\delta_1 + (a-2)\delta_2 + \\ + \ldots + 2\delta_{a-2} + \delta_{a-1}\Big] \quad \ldots\ldots (17)$$

Действительная ошибка λ_j экстраполированной поправки, представляющая собою разность этих выражений (16) и (17), равна:

$$\lambda_j = U_{a+j} - u_{a+j} = \frac{a+j}{a}\lambda_2 - \frac{j}{a}\lambda_1 - \frac{j}{a}\Big[\delta_1 + 2\delta_2 + \\ + \ldots + (a-1)\delta_{a-1}\Big] - j\delta_a - (j-1)\delta_{a+1} - \ldots - 2\delta_{a+j-2} - \\ - \delta_{a+j-1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (18)$$

Откуда, квадрат средней ошибки будет:

$$\varepsilon^2_{aj} = \left[\frac{(a+j)^2}{a^2} + \frac{j^2}{a^2}\right]\varepsilon^2 + \delta^2\left\{\frac{j^2}{a^2}\left[1^2 + 2^2 + \ldots + (a-1)^2\right] + \\ + \left[j^2 + (j-1)^2 + \ldots + 2^2 + 1^2\right]\right\}$$

или

$$\varepsilon^2_{aj} = \left[\frac{(a+j)^2}{a^2} + \frac{j^2}{a^2}\right]\varepsilon^2 + \frac{\delta^2}{6}\left[\frac{j^2}{a^2}(a-1)a(2a-1) + \\ + j(j+1)(2j+1)\right]$$

и, наконец, после упрощений:

$$\varepsilon^2_{\text{ф}j} = \left[\frac{(a+j)^2}{a^2} + \frac{j^2}{a^2}\right]\varepsilon^2 + \frac{j(a+j)}{6a}(2aj+1)\delta^2 \quad \ldots (19)$$

что и является искомым выражением квадрата средней ошибки экстраполированной поправки. При неравных единице весах исходных наблюденных поправок формула (19) заменяется следующей:

$$\varepsilon^2_{aj} = \left[\frac{j^2}{a^2}\cdot\frac{1}{p_1} + \frac{(a+j)^2}{a^2}\cdot\frac{1}{p_2}\right]\varepsilon^2 + \frac{j(a+j)}{6a}(2aj+1)\delta^2 \quad (19a)$$

Формулы (19) и (19а) ясно показывают, что ошибка экстраполированной поправки растет значительно быстрее, чем корень квадратный из числа суток, за которые выполняется экстраполяция.

Определим теперь среднюю квадратичную разность между интерполированной и экстраполированной поправками, так как такие разности, как мы увидим далее, могут быть привлечены к определению вариаций хронометров. Напишем $(\lambda_j)^1$ действительную ошибку интерполированной для момента $(a+j)$ поправки [см. (14)], принимая во внимание, что мы теперь интерполируем на основании поправок U_2 и U_3 отделенных интервалом в b суток:

$$(\lambda_j)^1 = \frac{b-j}{b}\lambda_2 + \frac{j}{b}\lambda_3 + \frac{1}{b}\Big[(b-j)\delta_{a+1} + 2(b-j)\delta_{a+2} + \ldots + (j-1)(b-j)\delta_{a+j-1} + j(b-j)\delta_{a+j} + j(b-j-1)\delta_{a+j+1} + \ldots + 2j\delta_{a+b-2} + j\delta_{a+b-1}\Big] \quad (20)$$

Вычтя это выражение из выражения (18), представляющего действительную ошибку экстраполированной поправки, получаем:

$$\lambda_j - (\lambda_j)^1 = -\frac{j}{a}\lambda_1 + \frac{(a+b)j}{ab}\lambda_2 - \frac{j}{b}\lambda_3 - \frac{j}{a}\Big[\delta_1 + 2\delta_2 + \ldots + (a-1)\delta_{a-1}\Big] - j\delta_a - j\frac{b-1}{b}\delta_{a+1} - j\frac{b-2}{b}\delta_{a+2} - j\frac{b-3}{b}\delta_{a+3} - \ldots - j\frac{b-j+1}{b}\delta_{a+j-1} - j\frac{b-j}{b}\delta_{a+j} - j\frac{b-j-1}{b}\delta_{a+j+1} - \ldots - j\frac{2}{b}\delta_{a+b-2} - j\frac{1}{b}\delta_{a+b-1} \quad (21)$$

а после перехода к средним ошибкам и суммирований:

$$(\Delta u_{aj})^2 = 2j^2\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{ab} + \frac{1}{b^2}\right)\varepsilon^2 + \frac{j^2}{6}\left[\frac{(a-1)(2a-1)}{a} + \frac{(b+1)(2b+1)}{b}\right]\delta^2$$

и, затем, окончательно:

$$(\Delta u_{el})^2 = 2j^2\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{ab}+\frac{1}{b^2}\right)\varepsilon^2 + j^2\frac{(a+b)}{6ab}(2ab+1)\delta^2 . \quad (22)$$

Для частного случая, когда мы сравниваем экстраполированную поправку с наблюденной $j = b$, и мы имеем:

$$(\Delta u)_{eo}{}^2 = 2b^2\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{ab}+\frac{1}{b^2}\right)\varepsilon^2 + b^2\frac{a+b}{6ab}(2ab+1)\delta^2 . \quad (23)$$

§ 3. Разности смежных и несмежных абсолютных ходов. Точности интерполированных и экстраполированных ходов и их разностей.

Если мы определим средние суточные ходы между каждыми двумя смежными наблюденными поправками U_1, U_2, U_3 и U_4, то мы получим три суточных хода g_a, g_b и g_c, выражающиеся через действительные ошибки наблюдений и вариации часов (см. (12) следующими уравнениями:

$$g_a = \frac{\lambda_2-\lambda_1}{a} + g_{0/1} + \frac{1}{a}\Big[(a-1)\delta_1 + (a-2)\delta_2 + \ldots + 2\delta_{a-2} + \delta_{a-1}\Big]$$

$$g_b = \frac{\lambda_3-\lambda_2}{a} + g_{a/(a+1)} + \frac{1}{b}\Big[(b-1)\delta_{a+1} + (b-2)\delta_{a+2} + \ldots + 2\delta_{a+b-2} + \delta_{a+b-1}\Big] .$$

$$g_c = \frac{\lambda_4-\lambda_3}{a} + g_{(a+b)/(a+b+1)} + \frac{1}{c}\Big[(c-1)\delta_{a+b+1} + (c-2)\delta_{a+b+2} + \ldots + \delta_{a+b+c-1}\Big]$$

Вычитая из двух последующих уравнений первое и принимая во внимание, что:

$$g_{a/(a+1)} = g_{0/1} + \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \ldots + \delta_a$$

$$g_{(a+b)/(a+b+1)} = g_{0/1} + \delta_1 + \delta_2 + \ldots + \delta_{a+b-1} + \delta_{a+b},$$

находим выражение разностей смежных и несмежных абсолютных ходов через действительные ошибки наблюдений и вариации часов:

$$g_b - g_a = \frac{\lambda_3}{b} - \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)\lambda_2 + \frac{\lambda_1}{a} + \frac{1}{a}\left[\delta_1 + 2\delta_2 + \ldots + \right.$$
$$\left. + (a-1)\delta_{a-1} + a\delta_a\right] + \frac{1}{b}\left[(b-1)\delta_{a-1} + (b-2)\delta_{a+2} + \ldots + \right.$$
$$\left. + \delta_{a+b-1}\right]$$

$$g_c - g_a = \frac{\lambda_4}{c} - \frac{\lambda_3}{c} - \frac{\lambda_2}{a} + \frac{\lambda_1}{a} + \frac{1}{a}\left[\delta_1 + 2\delta_2 + \ldots + \right.$$
$$\left. + (a-1)\delta_{a-1} + a\delta_a\right] + \delta_{a+1} + \delta_{a+2} + \ldots + \delta_{a+b} +$$
$$+ \frac{1}{c}\left[(c-1)\delta_{a+b+1} + (c-2)\delta_{a+b+2} + \ldots + \delta_{a+b+c-1}\right]$$

Переходя к квадратичным ошибкам и подсуммировывая, имеем следующие квадраты ожидаемых разностей ходов:

$$(\Delta g_{ab})^2 = 2\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{ab} + \frac{1}{b^2}\right)\varepsilon^2 + \frac{\delta^2}{6}\left[\frac{(a+1)(2a+1)}{a} + \right.$$
$$\left. + \frac{(b-1)(2b-1)}{b}\right]$$

и

$$(\Delta g_{ac})^2 = 2\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{c^2}\right)\varepsilon^2 + \delta^2\left[\frac{(a+1)(2a+1)}{6a} + b + \right.$$
$$\left. + \frac{(c-1)(2c-1)}{c}\right]$$

или окончательно после некоторых упрощений:

$$(\Delta g_{ab})^2 = 2\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{ab} + \frac{1}{b^2}\right)\varepsilon^2 + \frac{a+b}{6ab}(2ab+1)\delta^2 \quad . (24)$$

$$(\Delta g_{ac})^2 = 2\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{c^2}\right)\varepsilon^2 + \left[\frac{a+c}{6ac}(2ac+1) + b\right]\delta^2 \quad . (25)$$

Эти формулы имеют важное значение для определения вариаций хронометров.

Перейдем теперь к определению средних ошибок интерполированных и экстраполированных ходов.

Тот ход, которым мы пользуемся как для интерполяции, так и для экстраполяции, выражается формулой (12).

Действительный ход от суток i до $(i+1)$ нашего интервала интерполяции есть:

$$g_{i/(i+1)} = g_{0_1} + \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \ldots + \delta_i \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

Следовательно, действительная ошибка интерполированного хода, применяемого для суток $i/(i+1)$, равна:

$$\lambda_{g i/(i+1)} = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{a} + \frac{1}{a}\Big[-\delta_1 - 2\delta_2 - \ldots - i\delta_i + (a-i-1)\delta_{i+1} + \\ + (a-i-2)\delta_{i+2} + \ldots + 2\delta_{a-2} + \delta_{a-1}\Big] \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

Откуда, средняя квадратичная:

$$\varepsilon^2_{g i/(i+1)} = \frac{2}{a^2}\varepsilon^2 + \frac{\delta^2}{a^2}\Big\{(1^2 + 2^2 + \ldots + i^2) + [(a-i-1)^2 + \\ + \ldots + 2^2 + 1^2]\Big\},$$

которая после суммирований и возможных упрощений принимает вид:

$$\varepsilon^2_{g i/(i+1)} = \frac{2}{a^2}\varepsilon^2 + \frac{\delta^2}{6a}\Big[(2a-1)(a-1) - 6i(a-i-1)\Big] \quad . \quad (28)$$

Таким же точно путем находится и квадрат средней ошибки хода $g_{j/(j+1)}$, экстраполированного от суток j к суткам $(j+1)$, при чем эти номера суток отчитаны от последнего наблюдения.

Последовательные этапы вычислений таковы:

Действительный ход для суток $j/(j+1)$ есть:

$$g_{j/(j+1)} = g_{0_1} + \delta_1 + \delta_2 + \ldots + \delta_{a-1} + \delta_a + \ldots + \delta_{a+j} \quad . \quad (29)$$

Действительная ошибка принятого нами хода:

$$\lambda_{g j/(j+1)} = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{a} + \frac{1}{a}\Big[-\delta_1 - 2\delta_2 - 3\delta_3 - \ldots - (a-1)\delta_{a-1}\Big] - \\ - \delta_a - \delta_{a+1} - \ldots - \delta_{a+j} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30)$$

а средняя квадратичная:

$$\varepsilon^2_{g j/(j+1)} = \frac{2}{a^2}\varepsilon^2 + \left[\frac{(2a-1)(a-1)}{6a} + j + 1\right]\delta^2 \quad . \quad . \quad (31)$$

Найдем теперь средние ошибки разностей двух смежных интерполированных ходов, сначала при условии, что оба эти хода лежат

внутри одного и того же промежутка интерполяции. Действительная ошибка хода $g_{(i+1)(i+2)}$ есть:

$$\lambda_{g(i+1)(i+2)} = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{a} + \frac{1}{a}\Big[-\delta_1 - 2\delta_2 - \ldots - i\delta_i - (i+1)\delta_{i+1} + \\ + (a-i+2)\delta_{i+2} + \ldots + 2\delta_{a-2} + \delta_{a-1}\Big] \quad . \; . \; . \; (32)$$

а действительная ошибка разности смежных ходов, представляющая разность выражений (27) и (32):

$$\lambda_{\Delta g1a} = \frac{1}{a}\Big[-(i+1)\delta_{i+1} - (a-i-1)\delta_{i+1}\Big] = -\delta_{i+1} \quad . \; (33)$$

Откуда:

$$\varepsilon^2_{\Delta g1a} = \delta^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (34)$$

Если же взять разности несмежных интерполированных ходов, скажем $g_{i(i+1)}$ и $g_{(i+k)(i+k+1)}$, внутри одного и того промежутка интерполяции, то соответствующие действительные ошибки суть:

Для интерполированного хода суток $(i+k)/(i+k+1)$:

$$g_{(i+k)(i+k+1)} = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{a} + \frac{1}{a}\Big[-\delta_1 - 2\delta_2 - \ldots - i\delta_i - \\ - (i+1)\delta_{i+1} - \ldots - (i+k)\delta_{i+k} + (a-i-k-1)\delta_{i+k+1} + \\ + \ldots + 2\delta_{a-2} + \delta_{a-1}\Big] \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (35)$$

Для указанной разности ходов:

$$\lambda_{\Delta gka} = -\delta_{i+1} - \delta_{i+2} - \ldots - \delta_{i+k} \quad . \; . \; . \; . \; . \; (36)$$

Откуда:

$$\varepsilon^2_{\Delta gka} = k\delta^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (37)$$

Формулы (34) и (37) в сущности оценивают средние ошибки нашего предположения, что разности двух любых ходов внутри интервала интерполяции равны нулю, так как внутри данного интервала мы ведь пользуемся некоторым постоянным суточным ходом. Такого же рода замечание может быть высказано и по отношению к формулам (28) и (31).

Формулы (34) и (37) кроме того годны для оценки ошибок разностей экстраполированных ходов.

В том же случае, когда нами берутся разности интерполированных ходов, лежащих в двух разных, но смежных промежутках интерполяции, искомые ошибки разностей имеют значительно более сложный вид.

Возьмем смежные интерполированные ходы, т. е. последний ход в промежутке o/a и первый в промежутке $a\,(a+b)$.

Действительные ошибки этих ходов будут:

$$\lambda_{g(a-1)/a} = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{a} + \frac{1}{a}\left[-\delta_1 - 2\delta_2 - \ldots - (a-1)\delta_{a-1}\right]$$

$$\lambda_{ga/(a+1)} = \frac{\lambda_3 - \lambda_2}{b} + \frac{1}{b}\left[(b-1)\delta_{a+1} + (b-2)\delta_{a+2} + \ldots + \right.$$
$$\left. + 2\delta_{a+b-2} + \delta_{a+b-1}\right]$$

Поэтому, найденная нами разность ходов будет содержать действительную ошибку:

$$\lambda_{\Delta g(a-1)/(a+1)} = \frac{\lambda_3}{b} - \frac{a+b}{ab}\lambda_2 + \frac{\lambda_1}{a} + \frac{1}{b}\left[(b-1)\delta_{a+1} + \ldots + \right.$$
$$\left. + \delta_{a+b-1}\right] + \frac{1}{a}\left[\delta_1 + \delta_2 + \ldots + (a-1)\delta_{a-1}\right] \quad . \; . \; (38)$$

Среднее квадратичное значение ее выражается уравнением:

$$\varepsilon^2_{\Delta g/(a+1)} = 2\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{ab} + \frac{1}{b^2}\right)\varepsilon^2 + \left[\frac{a+b}{6ab}(2ab+1) - 1\right]\delta^2 \quad . \; (39)$$

Если же мы пожелаем определить Δg среднюю величину действительной разности этих же интерполированных ходов, то мы должны к выражению (38) придать изменение хода от суток a к суткам $(a+1)$, т. е. вариацию δ_a, которая до сих пор вовсе не фигурировала. Так как формула (39) есть результат суммирования всех квадратичных ошибок за исключением δ^2_a, которое мы теперь заменяем через δ^2, то, очевидно, что для получения искомого квадрата средней разности этих интерполированных ходов нам достаточно увеличить на единицу коэфициент при δ^2 в нашей формуле (39).

Таким образом мы находим:

$$\Delta^2 g_{(a+1)} = 2\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{ab} + \frac{1}{b^2}\right)\varepsilon^2 + \frac{a+b}{6ab}(2ab+1)\delta^2 \quad . \; (40),$$

т. е. выражение тождественное с полученной уже ранее формулой (24).

§ 4. Определение вариаций часов или хронометра по наблюденным поправкам и абсолютным ходам.

Если мы имеем достаточный ряд поправок хронометра или часов и вытекающих из них абсолютных ходов, при чем поправки отделены друг от друга промежутками в несколько суток, то вариация

хронометра может быть определена на основании формул (24) и (25). Нам достаточно для этого образовать квадраты разностей смежных или несмежных ходов, взять соответствующие коэффициенты, из таблиц X, и XI и XII, приложенных к настоящей статье, и получить путем суммирования уравнения, связывающие среднюю ошибку поправки со средней вариацией хронометра. Из этих уравнений мы найдем вариацию, задавшись некоторым значением средней ошибки, так как эта последняя может быть определена на основании иных соображений.

В благоприятных случаях, когда имеющийся ряд наблюдений особенно обширен, а в ходах хронометров отсутствуют систематические изменения, то можно попытаться разделить ε^2 и δ^2, решив совместно два уравнения, отвечающих формулам (24) и (25). В приложении к часам такой способ дал удовлетворительный результат[1]. Заметим, что при подобном разделении ε^2 и δ^2 желательно, чтобы интервалы между наблюдениями не сильно отличались друг от друга. Если этого нет, то следует умножить уравнения ошибок, имеющие крупные коэффициенты при ε^2, на такие веса, чтобы новые коэффициенты при ε^2 мало отличались от наиболее часто встречающегося значения, и лишь затем суммировать для получения двух окончательных уравнений.

В качестве примера подобных вычислений приведем определение вариаций для часов 86 $R\odot$(Riefler) ВИМС$'_a$. Из наблюдений с 31 декабря 1928 г. по 1 августа 1929 г. были получены, помещенные в таблице I абсолютные суточные хода g. Интервал в сутках между соответствующими исходными наблюдениями показан рядом под заголовком a.

Уравнения ошибок 1-го типа [формула (24)], образуем с помощью таблиц X и XII, выбирая из них соответствующие коэффициенты по аргументам: 5,2; 2,5; 5,2; 2,8 и т. д.

Первые четыре из них будут таковы:

$$№\ 1 \quad 0{,}780\,\varepsilon^2 + 2{,}45\,\delta^2 = 100.10^{-6}$$
$$№\ 2 \quad 0{,}780\,\varepsilon^2 + 2{,}45\,\delta^2 = 16.10^{-6}$$
$$№\ 3 \quad 0{,}780\,\varepsilon^2 + 2{,}45\,\delta^2 = 784.10^{-6}$$
$$№\ 4 \quad 0{,}656\,\varepsilon^2 + 3{,}44\,\delta^2 = 324.10^{-6}$$

и т. д.

По умножении таких уравнений на редуцирующие множители: для №№ 1, 2, 3 и 17 — $^1/_4$; №№ 4, 16, 29, 32 и 33 — $^1/_3$; №№ 28,

[1] См. Бюллетень Комитета Службы Времени за 2-ю половину 1926 г. (№ 3), стр. 13—15, Ленинград, 1927 г.

Таблица I — Tableau I.

Абсолютные средние хода часов Riefler № 86.—Marches absolues de la pendule Riefler № 86

Суточный ход.—Marche diurne g	Число сут-ток.—Nombre des jours a	Суточный ход.—Marche diurne g	Число сут-ток.—Nombre des jours a	Суточный ход.—Marche diurne g	Число сут-ток.—Nombre des jours a	Суточный ход.—Marche diurne g	Число сут-ток.—Nombre des jours a
$-0^s.341$	5	$-0^s.374$	5	$-0^s.370$	6	$-0^s.367$	3
351	2	372	8	352	6	373	4
355	5	361	9	361	10	373	5
383	2	374	5	359	5	371	12
365	8	382	6	357	9	359	2
352	6	370	7	363	5	376	7
370	7	354	2	370	7	359	10
345	4	372	5	380	4	385	4
338	7	364	8	370	7	348	5
357	5	—	—	—	—	—	—

30 и 36 — $^1/_2$, а для всех прочих — 1, так что, например, первые четыре уравнения заменяются следующими:

$$№\ 1 \quad 0{,}20\,\varepsilon^2 + 0{,}6\,\delta^2 = 25.10^{-6}$$
$$№\ 2 \quad 0{,}19\,\varepsilon^2 + 0{,}6\,\delta^2 = 4.10^{-6}$$
$$№\ 3 \quad 0{,}20\,\varepsilon^2 + 0{,}6\,\delta^2 = 196.10^{-6}$$
$$№\ 4 \quad 0{,}22\,\varepsilon^2 + 1{,}1\,\delta^2 = 108.10^{-6}$$

и т. д.

Все преобразованные уравнения суммируем, что и дает следующее окончательное уравнение I-го типа:

$$(1) \quad 6{,}30\,\varepsilon^2 + 120{,}1\,\delta^2 = 5459.10^{-6}$$

Уравнения ошибок II-го типа [формула (25)], образуем с помощью таблицы XI и уже применявшейся таблицы XII, причем коэффициент при ε^2 выбирается непосредственно из первой из них, а из второй получаем сначала первое слагаемое коэффициента при δ^2, к которому затем прибавляем соответствующие значения второго слагаемого. Так, например, для первых четырех уравнений II-го типа, для ко-

торых аргументы a, c и b имеют значения 5,5 и 2; 2,2 и 5; 5,8 и 2; 2,6 и 8 получаем такие уравнения:

$$\begin{array}{lll} № 1 & 0{,}160\,\varepsilon^2 + 5{,}40\,\delta^2 = & 196.10^{-6} \\ № 2 & 1{,}000\,\varepsilon^2 + 6{,}50\,\delta^2 = & 1024.10^{-6} \\ № 3 & 0{,}111\,\varepsilon^2 + 6{,}39\,\delta^2 = & 100.10^{-6} \\ № 4 & 0{,}556\,\varepsilon^2 + 10{,}78\,\delta^2 = & 961.10^{-6} \end{array}$$

и т. д.

В качестве редуцирующих множителей принимаем: для № 2 — $^1/_5$; №№ 4, 15, 17, 31 и 33 — $^1/_3$; №№ 27 и 29 — $^1/_2$ и для всех прочих — 1.

Приведенные четыре наших первоначальных уравнения заменяются следующими:

$$\begin{array}{lll} № 1 & 0{,}16\,\varepsilon^2 + 5{,}4\,\delta^2 = & 196.10^{-6} \\ № 2 & 0{,}20\,\varepsilon^2 + 1{,}3\,\delta^2 = & 205.10^{-6} \\ № 3 & 0{,}11\,\varepsilon^2 + 6{,}4\,\delta^2 = & 100.10^{-6} \\ № 4 & 0{,}19\,\varepsilon^2 + 3{,}6\,\delta^2 = & 320.10^{-6} \end{array}$$

и т. д.

После суммирования всех редуцированных уравнений ошибок получаем искомое окончательное уравнение II-го типа:

$$\text{(II)} \quad 4{,}63\,\varepsilon^2 + 299{,}1\,\delta^2 = 5668.10^{-6}$$

По совместном решении уравнений (I) и (II) получаем такие значения неизвестных:

$$\varepsilon^2 = 718.10^{-6} \text{ и } \delta^2 = 7{,}80.10^{-6}$$

откуда:

$$\varepsilon = \pm 0''{,}027 \text{ и } \delta = \pm 0''{,}002_8$$

При близких к равенству промежутках между наблюдениями можно, как показал проф. Манкопф[1], заменить все a, b и c через средний промежуток между наблюдениями, т. е. пользоваться формулами:

$$(\Delta g_{ab})^2_n = \frac{6}{m^2}\,\varepsilon^2 + \frac{2m^2+1}{3m}\,\delta^2 \quad \ldots\ldots \quad (41)$$

$$(\Delta g_{ac})^2_{n_1} = \frac{4}{m^2}\,\varepsilon^2 + \frac{5m^2+1}{3m}\,\delta^2 \quad \ldots\ldots \quad (42)$$

где левые части представляют собою арифметические средние из квадратов разностей соответствующих взятых ходов.

[1] „Untersuchungen über die Genauigkeit von Längenbestimmungen auf funkentelegraphischem Wege". Verhandlungen der IV Tagung der Baltischen Geodätischen Kommission. Helsinki 1929.

Для случая нашего примера $m = 5{,}89$, и мы имеем после некоторых вычислений два таких окончательных уравнения:

$$0{,}1730\,\varepsilon^2 + 3{,}983\,\delta^2 = 215{,}8.10^{-6}$$
$$0{,}1153\,\varepsilon^2 + 9{,}872\,\delta^2 = 226{,}5.10^{-6}$$

Их решение дает:

$$\varepsilon^2 = 984.10^{-6} \qquad \delta^2 = 11{,}44.10^{-6}$$

Откуда:

$$\varepsilon = \pm 0^s{,}031 \qquad \delta = \pm 0^s{,}003_4$$

что в сущности согласуется весьма удовлетворительно с полученными ранее значениями.

В практике обсерваторий нередко приходится экстраполировать. Сравнение экстраполированных поправок с наблюденными также дает материал для оценки вариации часов. В этом случае мы пользуемся формулой (23), предварительно приведя ее путем деления на b^2 к следующему виду:

$$\left(\frac{\Delta u_{eo}}{b}\right)^2 = 2\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{ab} + \frac{1}{b^2}\right)\varepsilon^2 + \frac{a+b}{6ab}(2ab+1)\,\delta^2\,. \quad (23a)$$

Левая часть представляет собою среднюю величину ошибки принятых для экстраполяции ходов, а коэффициенты членов правой части могут, как и раньше, быть взяты из таблиц X, XI и XII.

В качестве примера приведем вычисление вариации часов 86 $R\odot$, по разностям экстраполированных и наблюденных поправок за время с 4 сентября по 5 ноября 1929. При экстраполяции всегда исходили из двух поправок, отделенных промежутком равным 15 суткам, т. е. всегда при $a = 15$. Соответствующие b, а также все вычисления, представлены в нижеследующей таблице II.

Суммирование трех последних столбцов дает уравнение:

$$6{,}39\,\varepsilon^2 + 93{,}3\,\delta^2 = 5102.10^{-6}$$

Приняв ранее найденное:

$$\varepsilon = \pm 0^s{,}027, \text{ т. е. } \varepsilon^2 = 729.10^{-6}$$

находим:

$$\delta^2 = 4{,}78.10^{-6}$$

или

$$\delta = \pm 0^s{,}002_2,$$

т. е. результат не чрезмерно далекий от полученных ранее.

Таблица II — Tableau II

Вычисление вариации часов Riefler № 86 по разностям экстраполированных и наблюденных поправок.—Calcul de la variation de la pendule Riefler № 86 d'après les différences des corrections extrapolées et observées

Δu_{eo}	b	$\frac{\Delta u_{eo}}{b}$	Коэффициенты Coefficients. при $de\ \varepsilon^2$	при $de\ \delta^2$	$\left(\frac{\Delta u_{eo}}{b}\right)^2$
$+27 \cdot 10^{-3}$	5	$+5{,}4 \cdot 10^{-3}$	0,116	6,71	$29 \cdot 10^{-6}$
+ 78	8	+ 9,8	0,057	7,70	96
— 151	6	— 25,2	0,087	7,04	635
— 66	2	— 33,0	0,576	5,76	1089
— 75	5	— 15,0	0,116	6,71	225
— 54	6	— 9,0	0,087	7,04	81
— 49	1	— 49,0	2,142	5,51	2401
+ 10	2	+ 5,0	0,576	5,76	25
— 18	4	— 4,5	0,167	6,39	20
— 137	9	— 15,2	0,018	8,03	231
+ 5	1	+ 5,0	2,142	5,51	25
— 61	6	— 10,2	0,087	7,04	104
+ 21	5	+ 4,2	0,116	6,71	18
— 78	7	— 11,1	0,069	7,37	123

Описанные способы нахождения вариации скорее применимы к практике исследования астрономических стенных часов и даже там ими надо пользоваться достаточно осторожно, так как при неблагоприятных условиях они могут привести к неправильным заключениям. Степень успеха их применения зависит от соотношения между точностью наблюденных поправок часов и точностью самих часов. Если вариации часов малы, если ходы часов не обнаруживают систематических изменений, то, вообще говоря, можно рассчитывать на отделение величин ε^2 и δ^2. Если же это не удается, то уравнения соответствующие формулам (24), (25) и (23а) могут быть использованы для определения одной только средней ошибки поправки, для чего нам придется или пренебречь вариациями часов, или учесть их влияние на основании иных соображений. Если же часы плохи, то эти же уравнения используются, но уже для определения одной лишь вариации, пренебрегая при этом, или учитывая влияние средней ошибки поправки часов. Итак, эти способы применимы в большей степени к часам, чем к хронометрам.

При исследовании хронометров обычно располагают рядом последовательных ежесуточных поправок, определенных путем сличения с астрономическими часами или путем приема радиосигналов времени. Проще всего в этом случае, казалось бы, поступить так: найти ходы хронометра, найти действительные вариации и затем взять их квадратичное среднее. Но, очевидно, что при таком способе мы получаем вариацию, отягченную ошибками сравнения или приема и колебаниями ходов часов. Не трудно убедиться [см. формулы (34), (37) и (39)], что колебания ходов часов, вообще говоря, отражаются на наблюденной разности ходов хронометров лишь в малой степени, так как сколь-нибудь заметную величину имеет лишь выражение (39) [1].

А так как теперь большинство служб времени пользуется выравненной системой поправок часов, то разности принятых ходов часов служб времени нигде не достигнут величины, даваемой формулой (39). Поэтому влиянием колебаний ходов астрономических часов можно пренебречь с полным правом, так как они раз в 20—50 меньше вариаций лучших хронометров.

Что же касается ошибки сравнения хронометра, или ошибки приема сигналов, то ими можно пренебречь далеко не всегда, так как в зависимости от примененных методов они могут быть весьма различны и в некоторых случаях весьма ощутительны.

Пусть действительные ошибки четырех последовательных сравнений или приемов суть: μ_i, μ_{i+1}, μ_{i+2} и μ_{i+3}; пусть нами в промежутках между приемами наблюдены ходы: g_i, g_{i+1} и g_{i+2}. Тогда разность смежных ходов будет выражаться через действительные вариации δ_i и δ_{i+1} и ошибки приема так:

$$\delta_i + \mu_{i+2} - 2\mu_{i+1} + \mu_i = g_{i+1} - g_i \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (43)$$

а разности ходов взятых через день:

$$\delta_i + \delta_{i+1} + \mu_{i+3} - \mu_{i+2} - \mu_{i+1} + \mu_i = g_{i+2} - g_i \quad . \quad . \quad (44)$$

и, значит, по переходе к средним квадратичным значениям:

$$\delta^2 + 6\,\mu^2 = \frac{1}{n}\sum (g_{i+1} - g_i)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (45)$$

$$2\delta^2 + 4\,\mu^2 = \frac{1}{n_1}\sum (g_{i+2} - g_i)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (46)$$

где n и n_1 — числа наблюденных разностей ходов.

[1] Предполагается, что сравнение делается с первоклассными нормальными часами, у которых вариации менее $0^s,01$.

Этими уравнениями пользуются или задаваясь некоторым средним значением ошибки μ, или решая совместно уравнения (45) и (46), позволяющие разделить [1] величины μ^2 и δ^2. Приведем пример подобных вычислений. В течение июля 1929 г. контактный хронометр Ericsson № 437* (437 *E**) сравнивался на хронографе с нормальными часами Riefler № 67*, в результате чего были получены абсолютные ходы хронометра (таблица III).

Таблица III — Tableau III

Абсолютные ходы хронометра Ericsson **№** 437.—Marches diurnes du chronomètre Ericsson № 437

1929 июль juillet	g	1929 июль juillet	g	1929 июль juillet	g	1929 июль juillet	g
1/2	— 2ˢ,36	9/10	— 1ˢ,80	17/18	— 2ˢ,29	25/26	— 1ˢ,86
2/3	— 2,02	10/11	— 1,75	18/19	— 1,77	26/27	— 1,67
3/4	— 2,37	11/12	— 1,73	19/20	— 1,22	27/28	— 1,19
4/5	— 1,94	12/13	— 2,05	20/21	— 1,86	28/29	— 1,84
5/6	— 2,10	13/14	— 2,59	21/22	— 2,36	29/30	— 1,97
6/7	— 2,08	14/15	— 1,97	22/23	— 2,04	30/31	— 1,85
7/8	— 2,37	15/16	— 1,74	23/24	— 1,51		
8/9	— 2,02	16/17	— 1,90	24/25	— 1,89		

Разности смежных ходов и ходов, взятых чрез одни сутки, дают два следующих уравнения:

$$\delta^2 + 6\,\mu^2 = \frac{4{,}1973}{29} = 0{,}1447$$

$$2\,\delta^2 + 4\,\mu^2 = \frac{6{,}9282}{28} = 0{,}2474$$

Попытаемся сначала разделить наших два неизвестных, получаем:

$$\delta^2 = 0{,}1132 \qquad \mu^2 = 0{,}0052_5$$

или

$$\delta = \pm\, 0^s{,}34 \qquad \mu = \pm\, 0^s{,}072$$

[1] Это удается далеко не всегда, ибо разделение μ^2 и δ^2 требует и обширного материала и полного отсутствия систематических изменений в ходах.

Ошибка сличения хронометра с часами на хронографе в условиях лаборатории времени ВИМС,а ни в коем случае не может превышать $\pm 0^s,01$, а в среднем ее можно оценить в $\pm 0^s,005$. Мы же получили для нее $\pm 0^s,072$, что противоречит нашей оценке реальной точности хронографического сравнения. Это противоречие объясняется дурными качествами хронометра, показывающего очень крупную вариацию суточного хода, и, следовательно, в данном случае ошибка сравнения и вариация хронометра непосредственно не могут быть отделены. Задаемся поэтому значением $\mu = \pm 0^s,005$ и правим соответствующим образом наши два исходные уравнения; получаем:

$$\delta^2 = 0,1445 \quad \text{и} \quad 2\delta^2 = 0,2473,$$

откуда находим два весьма близких значения для вариации:

$$\delta = \pm 0^s,38 \quad \text{и} \quad \delta = \pm 0^s,35.$$

Наивероятнейшее значение для δ находим из уравнения:

$$3\delta^2 = 0,3918,$$

полученного путем суммирования двух предыдущих исправленных уравнений. Оно дает:

$$\delta = \pm 0^s,36.$$

§ 5. Определение вариаций часов и хронометров по их относительным ходам.

Как мы убедились из предыдущего, поправки тех астрономических часов, с которыми сравнивается хронометр, вызывают в разностях абсолютных ходов лишь появление вариации часов. Из этого следует, что нам нет надобности знать поправки часов, а потому всякие часы и хронометры могут быть отлично исследованы лишь исключительно на основании их относительных ходов, получающихся в результате их сравнений с нормальными часами. Формулы (45) и (46), полученные нами ранее для случая абсолютных ходов, либо сохраняют свой вид и для случая относительных ходов, либо заменяются следующими:

$$\delta^2 + \delta_N^2 + 6\mu^2 = \frac{1}{n}\sum(g_{i+1} - g_i)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (45a)$$

$$2\delta^2 + 2\delta_N^2 + 4\mu^2 = \frac{1}{n_1}\sum(g_{i+2} - g_i)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (46a)$$

где δ_N наперед известная суточная вариация хода нормальных часов. Формулы (45а) и (46а) следует применять тогда, когда варна-

ции исследуемых часов такого же порядка, как и вариации нормальных часов.

В качестве примера подобных вычислений определим вариацию упоминавшегося уже хронометра 437 E^* из относительных его ходов, полученных на основании хронографических сличений с нормальными часами ВИМС'а Riefler № 67*. Наблюденные относительные ходы представляются следующими числами (таблица IV):

Таблица IV — Tableau IV

Ходы хронометра Ericsson № 437 по отношению к часам Riefler № 67 — Marches du chronomètre Ericsson № 437 par rapport à la pendule Riefler № 67

1929 июль juillet	g_r	1929 июль juillet	g_r	1929 июль juillet	g_r	1929 июль juillet	g_r
1/2	— 2ˢ61	9/10	— 2ˢ06	17/18	— 2ˢ54	25/26	— 2ˢ10
2/3	— 2,28	10/11	— 1,99	18/19	— 2,02	26/27	— 1,90
3/4	— 2,63	11/12	— 1,99	19/20	— 1,48	27/28	— 1,42
4/5	— 2,20	12/13	— 2,30	20/21	— 2,12	28/29	— 2,08
5/6	— 2,36	13/14	— 2,84	21/22	— 2,62	29/30	— 2,21
6/7	— 2,34	14/15	— 2,23	22/23	— 2,28	30/31	— 2,09
7/8	— 2,63	15/16	— 1,99	23/24	— 1,76		
8/9	— 2,27	16/17	— 2,16	24/25	— 2,13		

Отсюда вытекают два уравнения:

$$\delta^2 + 6\mu^2 = \frac{4,1784}{29} = 0,1441$$

$$2\delta^2 + 4\mu^2 = \frac{6,9667}{28} = 0,2488$$

Их решение дает:

$\delta^2 = 0,1145$ и $\mu^2 = 0,0049$, или $\delta = \pm 0,^s34$ и $\mu = \pm 0,^s070$, т. е. μ, как и в предыдущем параграфе, имеет чрезмерно крупное значение. Оценив μ значением $\pm 0,^s005$, заменяем два наших уравнения следующими:

$$\delta^2 = 0,1439$$

$$2\delta^2 = 0,2487$$

Откуда окончательно $3\delta^2 = 0{,}3526$, т. е. $\delta = \pm 0{,}^s35$. Все эти результаты почти точно совпадают с результатами вычисления по абсолютным ходам, приведенным в предыдущем параграфе, как, впрочем, этого и следовало ожидать.

Иногда может случиться, что наблюдатель располагает только ежедневными сличениями двух или нескольких хронометров. И такой материал, если он только достаточно обширен, может быть также использован для определения вариаций хронометров. Разберем здесь отдельно случаи: 1) двух хронометров, 2) трех хронометров и 3) нескольких хронометров.

Если у нас имеется ряд суточных относительных ходов g^1 (или g_{AB}) двух хронометров A и B, то наши формулы (45) и (46) приобретают вид:

$$\delta_A^2 + \delta_B^2 + 6\mu^2 = \frac{1}{n}\sum (g^1_{i+1} - g^1_i)^2 \quad . \; . \; . \; . \; (47)$$

$$2\delta_A^2 + 2\delta_B^2 + 4\mu^2 = \frac{1}{n_1}\sum (g^1_{i+2} - g^1_i)^2 \quad . \; . \; . \; . \; (48)$$

так как колебания относительного хода вызываются теперь колебаниями абсолютных ходов двух хронометров.

Очевидно, что в этом случае задача не может быть полностью разрешена без добавочных условий. Два уравнения (47) и (48) позволят в лучшем случае только отделить сумму квадратов вариаций δ_A и δ_B от квадрата ошибки сличения μ.

В качестве добавочного условия проще всего ввести предположение о равноценности этих двух хронометров, т. е. что $\delta_A = \delta_B$. Тогда мы получим хоть приближенные данные для суждения о качестве этих хронометров.

Если у нас с хронометром A кроме того сличался еще хронометр C, т. е. мы имеем относительные ходы g_{AC}, то к уравнениям:

$$\delta_A^2 + \delta_B^2 + 6\mu^2 = f_1 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (47')$$

$$2\delta_A^2 + 2\delta_B^2 + 4\mu^2 = f_2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (48')$$

в которых свободный член написан в общем виде, присоединятся еще уравнения:

$$\delta_A^2 + \delta_C^2 + 6\mu^2 = f_3 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (49)$$

$$2\delta_A^2 + 2\delta_C^2 + 4\mu^2 = f_4 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (50)$$

Взяв разность ходов $g_{AC} - g_{AB}$, т. е. получив относительный ход g_{AC}, мы можем по колебаниям этих ходов составить еще два

добавочных уравнения. (Вместо того, чтобы брать разности относительных ходов, можно взять просто разности относительных вариаций, так как они также связаны уравнением $\delta_{AC} - \delta_{AB} = \delta_{BC} = \delta_B - \delta_C$.)

При этом мы только должны принять во внимание, что влияние ошибок сличений на колебания ходов возрастает в $\sqrt{2}$ раз. Итак, мы дополнительно имеем:

$$\delta_B^2 + \delta_C^2 + 12\mu^2 = f_5 \quad \ldots\ldots\ldots (51)$$

$$2\delta_B^2 + 2\delta_C^2 + 8\mu^2 = f_6 \quad \ldots\ldots\ldots (52)$$

Теперь мы имеем 6 уравнений с 4-мя неизвестными и при строгом решении вопроса нам пришлось бы применить способ наименьших квадратов. Но так как несимметричный характер уравнений (47') . . . . (52) приведет к несимметричным нормальным уравнениям и заставит затратить на их решение больше времени, чем это стоит (разделить μ^2 и δ^2 удастся далеко не всегда), то можно удовольствоваться следующим упрощенным способом решения: просуммируем уравнения (47'), (49) и (51) и отдельно уравнения (48'), (50) и (52). Получим два производных уравнения:

$$2\delta_A^2 + 2\delta_B^2 + 2\delta_C^2 + 24\mu^2 = f_1 + f_3 + f_5 \quad \ldots (51')$$

$$4\delta_A^2 + 4\delta_B^2 + 4\delta_C^2 + 16\mu^2 = f_2 + f_4 + f_6 \quad \ldots (52')$$

Эти уравнения позволят разделить сумму квадратов вариаций и μ^2. Полученное значение μ^2, если только оно не противоречит своему примерно известному априорному значению, подставляем в каждое из уравнений (47') . . . (52) и суммируем попарно, что приводит к трем новым уравнениям:

$$\left.\begin{aligned} 3\delta_A^2 + 3\delta_B^2 &= f_1' \\ 3\delta_A^2 + 3\delta_C^2 &= f_2' \\ 3\delta_B^2 + 3\delta_C^2 &= f_3' \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (53)$$

Решение этих уравнений и дает искомые δ_A^2, δ_B^2 и δ_C^2, если только вариации хронометров и ошибки сравнений не имеют систематического характера.

Этот же способ вычисления может быть применен и в том случае, когда сравнения охватывают большее, чем три, число хроно-

метров. Но он становится тогда весьма кропотливым и требующим больших вычислений, так как число различных производных относительных ходов, т. е. число вытекающих отсюда уравнений, растет весьма быстро. Действительно, оно равно удвоенному числу сочетаний из числа хронометров, взятых по два, т. е. при четырех хронометрах будем иметь всего 12 уравнений, при пяти—20, при шести—30 и т. д.

Но эти трудности могут быть устранены путем применения следующего метода решения. Пусть мы имеем сравнения s хронометров, при чем все они сравнивались с первым хронометром. Каждая разность смежных относительных ходов дает нам разность действительных вариаций двух хронометров. [1] Всего таких уравнений будет $(s-1)$, а именно:

$$\left.\begin{array}{llllll} \delta_1 - \delta_2 & & & + \sum_2 \mu & = \Delta_2 \\ \delta_1 & - \delta_3 & & + \sum_3 \mu & = \Delta_3 \\ \delta_1 & & - \delta_{s-1} & + \sum_{s-1} \mu & = \Delta_{s-1} \\ \delta_1 & & - \delta_s & + \sum_s \mu & = \Delta_s \end{array}\right\} \quad . \; . \; (54)$$

где $\sum_i \mu$ суть влияния ошибок трех участвующих сличений, а значки при δ, Σ и Δ соответствуют номерам хронометров. Присоединим сюда тождество:

$$\delta_1 - \delta_1 = 0, \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (55)$$

просуммируем все уравнения (54) и (55) и разделим на s. Это даст нам уравнение, связывающее вариацию первого хронометра со средней вариаций всех хронометров вообще, или, иначе, с вариацией некоторого фиктивного «среднего» хронометра, т. е.:

$$\delta_1 - \frac{1}{s}\sum_1^s \delta_i + \frac{1}{s}\sum_2^s \mu = \frac{1}{s}\sum_2^s \Delta_i = l_1 \; . \; . \quad . \; (56)$$

Вычтем теперь из уравнения (56) поодиночно все уравнения (54), т. е. определим вариацию всех прочих хронометров относительно вариации фиктивного среднего, и сделаем затем приведение подобных членов во всех вновь полученных уравнениях, а также и в уравне-

[1] Относительный ход двух хронометров равен разности их абсолютных ходов.

нии (54). Это даст нам s следующих соотношений между вариациями хронометров и ошибками сравнений:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{s-1}{s}\delta_1-\frac{1}{s}\delta_2-\frac{1}{s}\delta_3-\ldots-\frac{1}{s}\delta_s+\frac{1}{s}\sum\nolimits_2\mu+\\
&+\frac{1}{s}\sum\nolimits_3\mu+\ldots+\frac{1}{s}\sum\nolimits_{s-1}\mu+\frac{1}{s}\sum\nolimits_s\mu=l_1\\
&-\frac{1}{s}\delta_1+\frac{s-1}{s}\delta_2-\frac{1}{s}\delta_3-\ldots-\frac{1}{s}\delta_s-\\
&-\frac{s-1}{s}\sum\nolimits_2\mu+\frac{1}{s}\sum\nolimits_3\mu+\ldots+\frac{1}{s}\sum\nolimits_{s-1}\mu+\\
&+\frac{1}{s}\sum\nolimits_s\mu=l_2\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&-\frac{1}{s}\delta_1-\frac{1}{s}\delta_2-\frac{1}{s}\delta_3-\ldots+\frac{s-1}{s}\delta_s+\\
&+\frac{1}{s}\sum\nolimits_2\mu+\frac{1}{s}\sum\nolimits_3\mu+\ldots+\frac{1}{s}\sum\nolimits_{s-1}\mu-\\
&-\frac{s-1}{s}\sum\nolimits_s\mu=l_s
\end{aligned}\right\}\quad(57)$$

Вычисления приводят нас к средним квадратичным значениям каждого из таких уравнений, между тем как средние вариации хронометров и ошибки сравнений входят в них следующим образом [1]:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{(s-1)^2}{s^2}\delta_1^2+\frac{1}{s^2}\delta_2^2+\frac{1}{s^2}\delta_3^2+\ldots+\frac{1}{s^2}\delta_s^2+\frac{s-1}{s^2}6\mu^2=f_1\\
&\frac{1}{s^2}\delta_1^2+\frac{(s-1)^2}{s^2}\delta_2^2+\frac{1}{s^2}\delta_2^2+\ldots+\frac{1}{s^2}\delta_2^2+\\
&+\frac{s^2-s-1}{s^2}6\mu^2=f_2\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\frac{1}{s^2}\delta_1^2+\frac{1}{s^2}\delta_2^2+\frac{1}{s^2}\delta_3^2+\ldots+\frac{(s-1)^2}{s^2}\delta_s^2+\\
&+\frac{s^2-s-1}{s^2}6\mu^2=f_s
\end{aligned}\right\}\quad(58)$$

[1] Каждая из сумм $\Sigma\mu$ вызывает на основании уравнения (47), появление множителя $6\mu^2$.

Разности ходов, взятых через сутки, дадут вторую систему подобных же уравнений, которые будут отличаться от первых только тем, что коэффициенты при δ_i^2 всюду будут в два раза больше предыдущих и что вместо множителей $6\mu^2$ появятся множители $4\mu^2$. Решение этих двух систем уравнений позволяет в благоприятных случаях отделить μ^2 от всех δ_i^2 а также найти и все δ_i.

Для отыскания μ^2, как и в предыдущем случае, суммируем отдельно уравнения первой системы и второй системы. Это дает нам:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{s-1}{s}\delta_1^2+\frac{s-1}{s}\delta_2^2+\frac{s-1}{s}\delta_3^2+\ldots+\frac{s-1}{s}\delta_s^2+\\
&\qquad+\frac{(s-1)^2}{s}6\mu^2=\sum_1^s fl\\
&2\frac{s-1}{s}\delta_1^2+2\frac{s-1}{s}\delta_2^2+2\frac{s-1}{s}\delta_3^2+\ldots+2\frac{s-1}{s}\delta_s^2+\\
&\qquad+\frac{(s-1)^2}{s}4\mu^2=\sum_{s+1}^{2s} fl
\end{aligned}\right\}\quad(59)$$

Решение уравнений (59) дает нам в идеальном случае искомое μ^2. Это значение подставляем во все наши $2s$ уравнений, суммируем их попарно (первое уравнение первой системы с первым уравнением второй системы и т. д.) и делим каждую такую сумму на 3. В результате имеем систему s уравнений, связывающих одни δ_i^2:

$$\left(\frac{s-1}{s}\right)^2\delta_1^2+\frac{1}{s^2}\delta_2^2+\frac{1}{s^2}\delta_3^2+\ldots+\frac{1}{s^2}\delta_s^2=f_1^1$$

$$\frac{1}{s^2}\delta_1^2+\left(\frac{s-1}{s}\right)^2\delta_2^2+\frac{1}{s^2}\delta_3^2+\ldots+\frac{1}{s^2}\delta_s^2=f_2^1$$

$$\frac{1}{s^2}\delta_1^2+\frac{1}{s^2}\delta_2^2+\frac{1}{s^2}\delta_3^2+\ldots+\left(\frac{s-1}{s}\right)^2\delta_s^2=f_s^1$$

решение которой дает нам значение любого δ_i^2 в виде следующей формулы:

$$\delta_i^2=\frac{s}{s-2}\left[f_i^1-\frac{1}{s(s-1)}\sum_1^s f_d^1\right]\quad\ldots\quad(60)$$

которую приводил (без учета ошибок сравнений) еще Смыслов [1].

[1] „Репсольдов круг", сноска стр. 81.

Дадим пример подобных вычислений для двух, трех и нескольких хронометров. Необходимый для этого материал был мне любезно предоставлен Б. П. Раком. Он содержит сличения хронометров c, ω, x, z, v и E с тринадцатибойщиком t, т. е. всего участвует семь хронометров. Наблюденные относительные ходы (по отношению к тринадцатибойщику t) приведены в таблице V.

1. Случай двух хронометров.

Возьмем относительный ход хронометров t и c. Разности смежных суточных ходов, а затем разности ходов, взятых через одни сутки, дают два уравнения:

$$\delta_t^2 + \delta_c^2 + 6\mu^2 = \frac{0,4407}{21} = 0,0210 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (I)$$

$$2\delta_t^2 + 2\delta_c^2 + 4\mu^2 = \frac{0,7670}{20} = 0,0384 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (II)$$

Решив их, имеем:

$$\mu^2 = 4,5 \cdot 10^{-4} \qquad \mu = \pm 0^s,021,$$

что достаточно вероятно, и

$$\delta_t^2 + \delta_c^2 = 183 \cdot 10^{-4}$$

При условии $\delta_t^2 = \delta_c^2$ получаем:

$$\delta_t = \delta_c = \pm 0^s,10$$

2. Случай трех хронометров.

Присоединив сюда относительный ход хронометров t и ω, получаем два новых уравнения:

$$\delta_t^2 + \delta_\omega^2 + 6\mu^2 = \frac{0,2223}{21} = 0,0106 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (III)$$

$$2\delta_t^2 + 2\delta_\omega^2 + 4\mu^2 = \frac{0,2988}{20} = 0,0149 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (IV)$$

Взяв относительный ход хронометров c и ω, т. е. исключив путем вычитания из относительных ходов $(g_t - g_c)$ и $(g_t - g_\omega)$ абсолютный ход хронометра t, находим по соответствующим разностям относительных ходов $(g_\omega - g_c)$ два последних уравнения:

$$\delta_\omega^2 + \delta_c^2 + 12\mu^2 = \frac{0,5860}{21} = 0,0279 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (V)$$

Таблица V.—Tableau V.

Ходы хронометров c, ω, x, z, v и E по отношению к тринадцатибойщику t —Marches des chronomètres c, ω, x, z, v et E par rapport au chronomètre à treize coups t

1931 Май—Mai	$g_t - g_c$	$g_t - g_\omega$	$g_t - g_x$	$g_t - g_z$	$g_t - g_v$	$g_t - g_E$
1/2	+0ˢ27	+2ˢ96	−5ˢ86	+0ˢ62	+2ˢ84	−2ˢ62
2/3	0,27	2,96	−6,10	0,28	2,79	2,35
3/4	0,42	3,00	−5,90	0,31	2,82	2,35
4/5	0,50	2,96	−5,75	0,32	2,99	1,81
5/6	0,16	2,79	−5,81	0,18	2,72	1,84
6/7	0,05	2,91	−5,52	1,18	2,94	2,15
7/8	0,25	2,82	−5,31	0,91	3,01	2,18
8/9	0,35	2,96	−5,22	0,84	2,58	2,15
9/10	0,19	3,06	−4,67	1,00	3,67	3,00
10/11	0,43	3,18	−5,50	1,08	2,94	3,22
11/12	0,30	3,04	−5,69	0,94	3,04	2,48
12/13	0,35	3,21	−5,80	1,12	3,13	2,00
13/14	0,29	3,25	−5,91	0,76	2,99	1,73
14/15	0,25	3,23	−5,94	1,22	2,65	1,68
15/16	0,31	3,32	−6,25	0,83	2,62	2,16
16/17	0,59	3,18	−6,09	1,01	2,83	1,78
17/18	0,62	3,09	−6,47	0,98	2,53	1,89
18/19	0,42	3,12	−6,72	0,84	2,96	1,59
19/20	0,42	3,00	−7,02	1,09	2,66	1,90
20/21	0,45	3,04	−6,95	0,93	2,60	1,52
21/22	0,40	3,07	−6,76	1,03	2,71	1,14
22/23	0,40	2,93	−7,12	0,97	2,67	0,94

$$2\delta_{\infty}^2 + 2\delta_c^2 + 8\mu^2 = \frac{0,9892}{29} = 0,0495 \quad . \; . \; . \; . \quad (VI)$$

Путем суммирования I, III, V и II, IV, VI приходим к производным уравнениям:

$$2\delta_l^2 + 2\delta_c^2 + 2\delta_{\infty}^2 + 24\mu^2 = 0,0595 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (VII)$$

$$4\delta_l^2 + 4\delta_c^2 + 4\delta_{\infty}^2 + 16\mu^2 = 0,1028 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (VIII)$$

Откуда:

$$\mu^2 = 5,06 \cdot 10^{-4} \qquad \mu = \pm 0^s,022$$

$$\delta_l^2 + \delta_c^2 + \delta_{\infty}^2 = 236,8 \cdot 10^{-4}$$

Затем:

$$\delta_l^2 + \delta_c^2 = \frac{1}{3} \cdot (543,4) = 181,1 \cdot 10^{-4}$$

$$\delta_l^2 + \delta_{\infty}^2 = 68,2 \cdot 10^{-4} \quad \text{и} \quad \delta_{\infty}^2 + \delta_c^2 = 224,3 \cdot 10^{-4}$$

и наконец:

$$\delta_l^2 = 12,5 \cdot 10^{-4} \qquad \delta_c^2 = 168,6 \cdot 10^{-4} \qquad \delta_{\infty}^2 = 55,7 \cdot 10^{-4}$$

$$\delta_l = \pm 0^s,04 \qquad \delta_c = \pm 0^s,013 \qquad \delta_{\infty} = \pm 0^s,07$$

т. е. вполне удовлетворительное решение, указывающее на высокие качества этих трех хронометров.

3. *Случай многих хронометров.*

Определим теперь вариации всех семи хронометров. Прежде всего найдем действительные однодневные, а затем и двухдневные вариации хронометров относительно фиктивного. Полученные однодневные вариации (разности смежных суточных относительных ходов) приведены в таблице VI. Двухдневные вариации (разности ходов, взятых через день) могут быть вычислены отсюда путем суммирования двух соседних однодневных вариаций. В первой и четвертой строках под названной таблицей приведены средние значения квадратов этих однодневных и двухдневных относительных вариаций, которые еще содержат влияние ошибок сличений. Построчное суммирование этих двух строк дает два уравнения для отыскания ошибки сличения μ:

$$\frac{6}{7}(\delta_l^2 + \delta_c^2 + \delta_{\infty}^2 + \delta_x^2 + \delta_y^2 + \delta_v^2 + \delta_E^2) + \frac{36}{7} 6\mu^2 = 0,4036 \quad (IX)$$

$$2 \cdot \frac{6}{7}(\delta_l^2 + \delta_c^2 + \delta_{\infty}^2 + \delta_x^2 + \delta_y^2 + \delta_v^2 + \delta_E^2) + \frac{36}{7} 4\mu^2 = 0,6362 \quad (X)$$

Таблица VI. — Tableau VI.

Действительные вариации хронометров t, c, ω, x, z, v и E относительно среднего фиктивного хронометра (в 0,01 секунды)

Variations réelles des chronomètres t, c, ω, x, z, v et E par rapport au chronomètre moyen fictif (unité 0,01 de seconde)

1911 год Май / Mai 1911	Δt	Δc	$\Delta \omega$	Δx	Δz	Δv	ΔE
1 — 1	−5	−5	−5	+19	+29	0	−32
2 — 2	+6	−9	+2	−14	+3	+3	+6
3 — 3	+12	+5	+17	−2	+12	−4	−11
4 — 4	−14	+20	−3	−8	0	+13	−11
5 — 5	+17	+28	+5	−12	−83	−5	+18
6 — 6	+1	−19	+10	−20	+28	−6	+1
7 — 7	−2	−12	−16	−11	+5	+11	−5
8 — 8	+13	+29	+3	−12	−3	−96	+98
9 — 9	[illegible]	−43	−81	+61	−27	+54	+3
10 — 10	[illegible]	+16	+17	+22	+17	−7	−71
11 — 11	+12	+7	−5	−23	−6	+3	30
12 — 12	−5	+1	−9	+6	+31	+9	−32
13 — 13	+1	+5	+3	−1	−45	+85	−4
14 — 14	−13	−21	−24	+16	+24	−12	+33
15 — 15	+15	−13	+20	−1	−2	6	−28
16 — 16	−13	−16	−4	+25	−10	+17	−2
17 — 17	+2	+22	−1	+27	+16	−11	−28
18 — 18	−11	−11	+1	+19	−36	+19	+30
19 — 19	+4	+1	0	−3	+20	+10	−34
20 — 20	+11	+16	+8	−8	+1	0	−27
21 — 21	−6	−6	+8	+20	0	−2	−28
Средний квадрат однодневной вариации относительн. ходов. Carré moyen de la variation diurne des marches relatives.	,0112	,0315	,0174	,0533	,0732	,0859	,1313
Влияние ошибок сличений . . Réduction pour les erreurs des comparaisons	−3	−20	−20	−20	−20	−20	−20
Исправленное значение . . . Valeurs réduites	,0109	,0295	,0154	,0511	,0712	,0839	,1293
Средний квадрат двудневн. вариации относительн. ходов. Carré moyen de la variation bidiurne des marches relatives.	,0108	,0417	,0208	,1171	,0821	,0676	,2038
Влияние сличений . . . . . Réduction pour les erreurs des comparaisons	−2	−13	−13	−13	−13	−13	−13
Исправленное значение . . . . Valeurs réduites	,0106	,0404	,0195	,1161	,0808	,0663	,2015
Наивероятнейшие исправленные квадраты вариаций относительных ходов . . . . . Carré le plus probable des variations diurnes relatives . . .	,0072	,0243	,0116	,0557	,0507	,0501	,1403
Квадраты средних вариаций абсолютных ходов . . . . . Carrés des variations diurnes absolues	−0019	,0227	,0049	,0464	,0586	,0588	,1850
Средние вариации . . . . . Variations moyennes . . .	—	±0s,15	±0s,07	±0s,28	±0s,24	±0s,24	±0s,43

Откуда:

$$\mu^2 = 0{,}0041_5 \qquad \mu = \pm 0^s{,}064$$

Это значение явно неудовлетворительно. Вызвано оно невысоким качеством хронометров x, z, v и E, показавших к тому же заметные систематические изменения. Крупные вариации этих хронометров затушевывают ошибки сличений и не дают возможности отделить средний квадрат этой ошибки. Примем поэтому, что средняя ошибка сравнений есть $\pm 0^s{,}02$, как это нам дали примеры в случае двух и трех хронометров, и исключим влияние этих ошибок из наших квадратов относительных вариаций [1]. Это дает нам третью и шестую строки нижней части таблицы VI. Просуммировав по столбцам числа этих строк и разделив суммы на три, получаем наивероятнейшие значения квадратов относительных вариаций (седьмая строка). Применяя к этим числам формулу (60), находим квадраты действительных вариаций хронометров (восьмая строка). В частности для хронометра c имеем:

$$\delta_c^2 = \frac{7}{5}\left(0{,}0243 - \frac{1}{42} \cdot 0{,}3399\right) = 0{,}0227 \quad \ldots \quad (XI)$$

Все искомые квадраты вариаций и сами вариации имеют следующие значения:

$$\delta_t^2 = -0{,}0013! \quad \delta_c^2 = 0{,}0227 \quad \delta_\omega^2 = 0{,}0049 \quad \delta_x^2 = 0{,}0666$$

$$\delta_z^2 = 0{,}0596 \quad \delta_v^2 = 0{,}0588 \quad \delta_E^2 = 0{,}1850$$

$$\delta_t = - \quad \delta_c = \pm 0^s{,}15 \quad \delta_\omega = \pm 0^s{,}07 \quad \delta_x = \pm 0^s{,}26$$

$$\delta_z = \pm 0^s{,}24 \quad \delta_v = \pm 0^s{,}24 \quad \delta_E = \pm 0^s{,}43$$

Как видим для δ_t получилось противоречащее самому условию мнимое значение. Это объясняется с одной стороны весьма малым значением вариации хронометра t (смотри случай трех хронометров), которое исчезает в крупных вариациях четырех последних хронометров, а также довольно заметными систематическими изменениями хода некоторых хронометров. С другой стороны вариации хронометров c и ω получились в хорошем согласии с ранее найденными числами. В случаях, подобных нашему, т. е. когда одна часть хронометров заметно лучше второй, выгоднее разбить определение вариаций на две операции: 1) получить вариации лучших хронометров из их сличений путем решения уравнений, 2) найти вариации прочих хронометров, считая вариацию хронометра-сравнителя известной.

[1] Влияния эти суть: $\frac{6}{49} \cdot 6\mu^2$, $\frac{41}{49} \cdot 6\mu^2$, $\frac{6}{49} \cdot 4\mu^2$, $\frac{41}{49} \cdot 4\mu^2$ (форм. 58).

Поступим так в нашем примере. Примем для хронометров t, c и ω числа, найденные выше, а именно:

$$\delta_t = \pm 0{,}04 \quad \delta_c = \pm 0{,}13 \quad \delta_\omega = +0{,}07$$

Из сличений прочих хронометров с тринадцатибойщиком t, имеем:

а) по разностям смежных ходов [1]:

$$\delta_x^2 = 0{,}0890 \quad \delta_z^2 = 0{,}0911 \quad \delta_v^2 = 0{,}1243 \quad \delta_E^2 = 0{,}1408$$

$$\delta_x = \pm 0^s{,}30 \quad \delta_z = \pm 0^s{,}30 \quad \delta_v = \pm 0^s{,}35 \quad \delta_E = \pm 0^s{,}38$$

б) по разностям несмежных ходов [2]:

$$2\delta_x^2 = 0{,}1591 \quad 2\delta_z^2 = 0{,}0839 \quad 2\delta_v^2 = 0{,}0891 \quad 2\delta_E^2 = 0{,}3128$$

$$\delta_x = \pm 0^s{,}28 \quad \delta_z = \pm 0^s{,}20 \quad \delta_v = \pm 0^s{,}21 \quad \delta_E = 0{,}40$$

Несогласие значений для хронометров z и v указывает на наличие систематических изменений в ходах.

Для получения наивероятнейших значений вариаций этих четырех хронометров имеем уравнения:

$$3\delta_x^2 = 0{,}2481; \quad 3\delta_z^2 = 0{,}1750; \quad 3\delta_v^2 = 0{,}2134; \quad 3\delta_E^2 = 0{,}4536$$

Откуда:

$$\delta_x = \pm 0^s{,}29 \quad \delta_z = \pm 0^s{,}24 \quad \delta_v = \pm 0^s{,}27 \quad \delta_E = \pm 0^s{,}40$$

§ 6. Связь между односуточными и K—суточными вариациями.

В практике применения хронометров нередко определяют его колебания хода за часовой или десятиминутный промежуток времени. При этом необходимо различать часовые и десятиминутные вариации суточного хода и часовые и десятиминутные вариации соответствующих часовых и десятиминутных ходов.

Вообще δ_k — k — дневная вариация суточного хода—связана с его однодневной вариацией формулой:

$$\delta_k = \delta\sqrt{k} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (61)$$

ибо действительное значение k — дневной вариации равно сумме k — однодневных действительных вариаций, суммирующихся по закону случая.

[1] Учтено влияние вариации хронометра t, т. е. 0,0016.
[2] Влияние вариаций хронометра t равно 0,0032.

Проф. Ванах в своей оригинальной работе считает предыдущую формулу приближенной и дает для такой связи формулу:

$$(\delta_k)\ \text{сред.} = \sqrt{\frac{2\,k^2+1}{3\,k}} \quad \ldots\ldots\ldots (62)$$

которая на первый взгляд противоречит формуле (61).

Но на самом деле это не так, ибо формула (61) дает среднюю величину разности двух действительных суточных ходов, отделенных промежутком в k суток, между тем как формула (62) определяет среднюю величину разности двух средних суточных ходов, выведенных из промежутков, охватывающих k суток, и отстоящих друг от друга на те же k суток, т. е. по сути дела речь идет о двух совершенно различных величинах.

На основании формулы (61) немедленно получаем следующую связь между часовой вариацией δ_h суточного хода и его суточной вариацией δ, а именно:

$$\delta_h = \frac{\delta}{\sqrt{24}} = 0{,}204\,\delta \quad \ldots\ldots\ldots (63)$$

и точно также для десятиминутной δ_{10m} и суточной вариации суточного хода:

$$\delta_{10m} = \frac{\delta}{\sqrt{144}} = \frac{1}{12}\,\delta = 0{,}0833\,\delta \quad \ldots\ldots (64)$$

Часовая же вариация δ_{hh} часового хода будет в двадцать четыре раза меньше вариации δ_h, т. е.:

$$\delta_{hh} = \frac{\delta}{24\sqrt{24}} = 0{,}00851\,\delta \quad \ldots\ldots\ldots (65)$$

и точно также десятиминутная вариация десятиминутного хода есть:

$$\delta_{10mm} = \frac{\delta}{144\sqrt{144}} = 0{,}000579\,\delta, \quad \ldots\ldots (66)$$

ибо вообще:

$$\delta_{kk} = \delta k \sqrt{k}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (66a)$$

понимая под δ_{kk} — k — дневную вариацию k — дневного хода часов.

Так как в практике работ с хронометрами до настоящего времени пользуются величиной v — средним квадратичным уклонением суточных ходов, то дадим формулу, которая связывает это v с суточной вариацией δ.

Пусть у нас имеются n ходов: $g_1, g_2 \ldots g_n$ и арифметическое среднее из них g_m. Эти ходы связаны между собою и с действительными вариациями $\delta_1, \delta_2 \ldots \delta_{n-2}$ следующими соотношениями:

$$
\begin{aligned}
g_1 &= g_1 \\
g_2 &= g_1 + \delta_1 \\
g_3 &= g_1 + \delta_1 + \delta_2 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
g_{n-1} &= g_1 + \delta_1 + \delta_2 + \ldots + \delta_{n-2} \\
g_n &= g_1 + \delta_1 + \delta_2 + \ldots + \delta_{n-2} + \delta_{n-1} \\
g_m &= g_1 + \frac{n-1}{n}\delta_1 + \frac{n-2}{n}\delta_2 + \ldots + \frac{2}{n}\delta_{n-2} + \frac{1}{n}\delta_{n-1}
\end{aligned}
$$

а, следовательно, действительные уклонения наблюденных ходов от среднего хода связаны с действительными вариациями соотношениями:

$$
\begin{aligned}
g_1 - g_m &= -\frac{n-1}{n}\delta_1 - \frac{n-2}{n}\delta_2 - \ldots - \frac{2}{n}\delta_{n-2} - \frac{1}{n}\delta_{n-1} \\
g_2 - g_m &= \frac{1}{n}\delta_1 - \frac{n-2}{n}\delta_2 - \ldots - \frac{2}{n}\delta_{n-2} - \frac{1}{n}\delta_{n-1} \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
g_i - g_m &= \frac{i}{n}\delta_1 + \frac{2}{n}\delta_2 + \ldots + \frac{i-1}{n}\delta_{i-1} - \frac{n-i}{n}\delta_i - \ldots \\
&\qquad \ldots - \frac{2}{n}\delta_{n-2} - \frac{1}{n}\delta_{n-1} \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
g_{n-1} - g_m &= \frac{1}{n}\delta_1 + \frac{2}{n}\delta_2 + \ldots + \frac{i}{n}\delta_i + \ldots + \frac{n-2}{n}\delta_{n-2} - \\
&\qquad - \frac{1}{n}\delta_{n-1} \\
g_n - g_m &= \frac{1}{n}\delta_1 + \frac{2}{n}\delta_2 + \ldots + \frac{i}{n}\delta_i + \ldots + \frac{n-2}{n}\delta_{n-2} + \\
&\qquad + \frac{n-1}{n}\delta_{n-1}
\end{aligned}
$$

Возводим все эти выражения в квадрат и суммируем, считая что суммы всех произведений вида $\pm 2 k_i k_j \delta_i \delta_j$ в силу случайности их величин и знаков обратятся в нуль. Одновременно с этим заменяем все δ_i^2 через среднее значение δ^2.

Тогда:

$$\sum_{i=1}^{n}(g_i - g_m)^2 = \frac{2\delta^2}{n^2}\Big[1(n-1)^2 + 2(n-2)^2 + 3(n-3)^2 + \ldots + i\cdot(n-i)^2 + \ldots + (n-i)\,i^2 + \ldots + (n-3)\,3^2 + (n-2)\cdot 2^2 + (n-1)\cdot 1^2\Big]$$

или, см. формулы (7):

$$\sum_{i=1}^{n}(g_i - g_m)^2 = \frac{n^2-1}{6}\,\delta^2 \quad \ldots\ldots\ldots (67)$$

Откуда v_n^1 — среднее квадратичное уклонение однодневных суточных ходов от среднего за n суток есть:

$$v_n^1 = \sqrt{\frac{\Sigma(g_i - g_m)^2}{n-1}} = \delta\sqrt{\frac{n+1}{6}} \quad \ldots\ldots (68)$$

и обратно:

$$\delta = v_n^1\sqrt{\frac{6}{n+1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (69)$$

Для хронометров (а также и часов) нередко дают еще среднее квадратичное уклонение средних ходов за промежуток k суток от среднего хода за p таких последовательных промежутков, т. е. за pk суток.

Обозначим такое квадратичное уклонение через $v_{pk}^{(k)}$. Очевидно, что $v_{pk}^{(k)}$ связано с вариацией (δ_k) сред. формулой вида (68), т. е.:

$$v_{pk}^{(k)} = (\delta_k)\ \text{сред.}\sqrt{\frac{p+1}{6}}$$

и, значит, на основании формулы (62):

$$v_{pk}^{(k)} = \delta\sqrt{\frac{(2k^2+1)(p+1)}{18k}} \quad \ldots\ldots (70)$$

или обратно:

$$\delta = v_{pk}^{(k)}\sqrt{\frac{18k}{(2k^2+1)(p+1)}} \quad \ldots\ldots (71)$$

Эти формулы полностью решают вопрос о переходе от v к δ и обратно. Заметим только, что при $n = 5$, v_5^1 становится равной δ, т. е.

среднее квадратичное уклонение, определенное из пяти суточных ходов, равно вариации.

Нами был здесь развит ряд положений и формул, которые позволяют оценить точность результатов, получаемых в различных случаях практического применения часов и хронометров. Попытаемся теперь приложить их к разработке практически весьма важного вопроса о рациональном расположении наблюдений при определении долгот в полевых условиях и о вычислении подобных наблюдений.

Но для этого нам предварительно придется заняться двумя задачами:

1) установить характер ошибки поправки, полученной в течение одного вечера наблюдений,

2) установить характер ошибок моментов, сообщаемых для сигналов времени различными обсерваториями.

§ 7. Характер ошибки наблюденной поправки часов и ее зависимость от вариаций ходов.

Необходимость этого предварительного исследования вытекает из следующих соображений. Вечер долготных наблюдений состоит обычно из нескольких групп определений местной поправки рабочего хронометра и вкрапленных между ними приемов радиосигналов и сличений хронометров, если таковых у наблюдателей несколько. Точность вывода, получаемого из наблюдений одного вечера может быть различной в зависимости от различия вариантов обработки этих наблюдений. Так, например, если в течение вечера были наблюдены три группы поправок и если эти три группы разделены, двумя приемами радиосигналов, то можно предположить, например, таких два варианта обработки:

1) Первая и вторая группы поправок обрабатываются совместно и дают местную поправку хронометра к моменту приема первой станции. Точно так же вторая и третья группы звездных наблюдений дают поправку к моменту второго приема радиосигналов. В результате мы имеем два значения долготы, которые в среднем дают окончательный вывод из наблюдений данного вечера.

2) Все три группы поправок, обработанные совместно, дают местную поправку к средней эпохе приема сигналов двух станций. Среднее из результатов приема двух станций дает окончательное значение гринической поправки хронометра для этой же эпохи, а вслед затем и окончательное значение долготы из наблюдений данного вечера.

В случае большего числа отдельных групп поправок и приемов сигналов число таких вариантов еще возрастет, но принципиально будут всегда только два существенно различных типа, а именно: 1) когда материал данного вечера обрабатывается по частям и 2) когда весь ряд обрабатывается сразу. Постараемся установить какой из этих двух главнейших вариантов имеет преимущество. На первый

взгляд очевидно, что первый вариант ослабляет влияние колебаний хода хронометра на каждое из получаемых значений долготы, но зато при этом ухудшено использование звездных наблюдений, так как средним группам поправок дается по меньшей мере двойной вес. Во втором варианте влияние вариаций хода хронометра усиливается, но зато звездные наблюдения используются с более правильными весами. Попробуем поэтому установить зависимость между ошибкой выведенной средней поправки, ошибкой поправки по одной звезде или паре и средней вариацией хронометра.

Пусть при определении средней поправки рабочего хронометра нами наблюдено n отдельных его поправок. Для простоты предположим, что эти поправки следуют одна за другой через равные промежутки, принимаемые нами за единицу как для определения вариации, так и хода хронометра. В случае наблюдений пар Цингера такие промежутки будут близки к десяти минутам и мы, следовательно, будем пользоваться 10 минутным ходом и такой же вариацией этих ходов. При гипотезе о линейном изменении поправки хронометра, т. е. при предположении постоянства его хода, средняя поправка для средней эпохи наблюдения получается, как арифметическое среднее из всех отдельных наблюдений. (К такому результату приводит и обработка всех поправок по способу наименьших квадратов с целью вывода поправки в среднюю эпоху наблюдений и соответствующего десятиминутного хода).

Предположим далее, что нами наблюдено четное число поправок т. е. что $n = 2k$.

Тогда действительные поправки U_{-k}, $U_{-k+1}, \ldots\ldots U_{-1}$, U_1, $U_2, \ldots, U_{k-1}$, U_k будут связаны с U_0 — точной поправкой в среднюю эпоху, с g_0 — точным ходом между поправками U_{-1} и U_1, с λ_i — действительными ошибками поправок и с δ_i — действительными вариациями хронометра, следующими соотношениями:

$$U_{-k} = U_0 + \lambda_k - \frac{2k-1}{2} g_0 - (k-1)\delta_{-1} - (k-2)\delta_{-2} - \ldots - \delta_{-k+1}$$

$$U_{-k+1} = U_0 + \lambda_{-k+1} - \frac{2k-3}{2} g_0 - (k-2)\delta_{-1} - (k-3)\delta_{-2} - \ldots - \delta_{-k+2}$$

. . . . . .

$$U_{-} = U_0 + \lambda_{-3} - \frac{5}{2} g_0 - 2\delta_{-1} - \delta_{-2}$$

$$U_{-} = U_0 + \lambda_{-2} - \frac{3}{2} g_0 - \delta_{-1}$$

$$U_{-1} = U_0 + \lambda_{-1} - \frac{1}{2} g_0$$

$$U_1 = U_0 + \lambda_1 + \frac{1}{2} g_0$$

$$U_2 = U_0 + \lambda_2 + \frac{3}{2} g_0 + \delta_1$$

$$U_3 = U_0 + \lambda_3 + \frac{5}{2} g_0 + 2\delta_1 + \delta_2$$

. . . . . .

$$U_{k-1} = U_0 + \lambda_{k-1} + \frac{2k-3}{2} g_0 + (k-2)\delta_1 + (k-3)\delta_2 + \\ + \ldots + \delta_{k-2}$$

$$U_k = U_0 + \lambda_k + \frac{2k-1}{2} g_0 + (k-1)\delta_1 + (k-2)\delta_2 + \\ + \ldots + \delta_{k-1}$$

Среднее из всех этих поправок будет содержать действительную ошибку:

$$U_m - U_0 = \frac{\Sigma\lambda}{2k} + \frac{1}{2k}\Big\{\Big[1 + 2 + \ldots + (k+1)\Big](\delta_1 - \delta_{-1}) + \\ + [1 + 2 + 3 + \ldots + (k-2)]\,(\delta_2 - \delta_{-2}) + \ldots + \\ + (1+2)(\delta_{k-2} - \delta_{-k+2}) + 1\,(\delta_{k-1} - \delta_{-k+1})\Big\}$$

где:

$$U_m = \frac{\Sigma U}{k}$$

а после упрощений:

$$U_m - U_0 = \frac{\Sigma\lambda}{2k} + \frac{1}{4k}\Big[(k-1)k(\delta_1 - \delta_{-1}) + (k-2)(k-1)(\delta_2 - \delta_{-2}) + \\ + \ldots + 2\cdot 3(\delta_{k-2} - \delta_{-k+2}) + 1\cdot 2\,(\delta_{k-1} - \delta_{-k+1})\Big]$$

Тогда ε_{um} — средняя ошибка поправки U_m связана с ε_1 — средней ошибкой одной пары или звезды и δ — средней вариацией хронометра — соотношением:

$$\varepsilon^2_{um} = \frac{2k\,\varepsilon^2}{(2k)^2} + \frac{2\delta^2}{(4k)^2}\Big[(k-1)^2 k^2 + (k-2)^2\,(k-1)^2 + \ldots + \\ + 2^2\cdot 3^2 + 1^2\cdot 2\Big]$$

а по применении одной из формул (7) и упрощений:

$$\varepsilon^2_{nm} = \frac{\varepsilon_1^2}{2k} + \frac{\delta^2}{120k}(k^2-1)(3k^2-2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (72)$$

Таким же точно образом получаем, что при $n = 2k+1$, т. е. при n нечетном:

$$\varepsilon^2_{nm} = \frac{\varepsilon_1^2}{2k+1} + \frac{\delta^2}{60(2k+1)} k(k+1)(3k^2+3k+4) \quad . \quad . \quad (73)$$

После замены k через n мы, наконец, приходим к таким формулам:

а) При n четном ($n = 2k$):

$$\varepsilon^2_{nm} = \frac{\varepsilon_1^2}{n} + \frac{(n^2-4)(3n^2-8)}{960n}\delta^2 = \frac{\varepsilon_1^2}{n} + \left(\frac{n^2}{320} - \frac{n}{48} + \frac{1}{30n}\right)\delta^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (74)$$

б) При n нечетном ($n = 2k+1$):

$$\varepsilon^2_{nm} = \frac{\varepsilon_1^2}{n} + \frac{(n^2-1)(3n^2+13)}{960n}\delta^2 = \frac{\varepsilon_1^2}{n} + \left(\frac{n^3}{320} + \frac{n}{96} - \frac{13}{960n}\right)\delta^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (75)$$

Так как коэффициент при δ^2 нам надо знать лишь приближенно, то при $n \geqq 10$ мы можем обе эти формулы заменить следующей приближенной:

$$\varepsilon^2_{nm} \cong \frac{1}{n}\varepsilon_1^2 + \frac{n^3}{320}\delta^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (76)$$

Допущенные при этом ошибки в коэффициенте при δ будут меньше 7% в первом случае и 4% — во втором.

Подсчитаем теперь численные значения средних ошибок, вызываемых вариациями ходов хронометров в результирующих их поправках.

По инструкции Главного Геодезического Управления ВСНХ хронометры, применяемые в астрономических работах, должны иметь средние квадратичные уклонения не превосходящие $0^s.3$ при чем эти уклонения выводятся из 13 суточных ходов [1], т. е.:

$$v_{13}{}^1 \leqq \pm 0^s.30$$

[1] „Инструкция ГГК—ВСНХ—СССР" Москва, 1928 г. §§ 16 и 17 стр. 6.

По формуле (69) находим:

$$\delta \leqslant \pm 0^s.20$$

Вычислим ошибки как с этими максимальными δ, так и с еще большими $\delta = \pm 0^s.30$ для наблюдений, охватывающих промежутки от одного часа до восьми часов, т. е. при числах поправок от 7 до 49.

Соответствующие десятиминутные вариации десятиминутных ходов (и квадраты вариаций) будут:

$$(\delta_{10mm})\ \mathrm{I} = \pm 0^s.116.10^{-3}\ (0{,}0135.10^{-6})$$

и

$$(\delta_{10mm})\ \mathrm{II} = \pm 0^s.173.10^{-3}\ (0{,}030.10^{-6})\ ,$$

В результате мы получим таблицу VII ошибок, вызываемых в окончательных поправках случайными вариациями ходов хронометров.

Таблица VII — Tableau VII

Зависимость точности наблюденной поправки часов от вариаций хронометра.—Relation entre la précision de la correction observée et les variations du chronomètre.

Длительность наблюдений.—Durée des observations	Число отдел. поправ.—Nombre des corrections individuelles	$\frac{n^3}{320}$	Средние ошибки, вызываемые вариациями хронометра.—Erreurs moyennes produites par les variations du chronomètre при $\delta = \pm 0.20$		при $\delta = \pm 0.30$	
			Квадрат Carré	Средн. ош. Erreur moyenne	Квадрат Carré	Средн. ош. Erreur moyenne
1^h	7	1	$0{,}01.10^{-6}$	$\pm 0^s.1.10^{-3}$	$0{,}03\ 10^{-6}$	$\pm 0^s.2.10^{-3}$
2	13	7	0,1	0,3	0,2	0,4
3	19	21	0,3	0,6	0,6	0,8
4	25	49	0,7	0,8	1,5	1,2
5	31	93	1,3	1,1	3	1,7
6	37	158	2,1	1,5	5	2,2
7	43	248	3,3	1,8	8	2,8
8	49	368	5,0	2,2	11	3,5

Из приведенных в таблице значений следует, что в течение восьмичасового срока наблюдений наихудший из допускаемых инструк-

цией хронометров вносит в средний результат ошибку около $\pm 0^s,002$ и что даже применение хронометра еще в два раза худшего качества едва доводит эту ошибку до $\pm 0^s,004$.

Мы вывели величины этих ошибок в предположении, что отдельные наблюденные поправки (пары) следовали друг за другом с 10-ти минутными интервалами. Но эти значения остаются справедливыми и при иных интервалах между наблюдениями, лишь бы только число отдельных поправок не выходило из границ применимости приближенной формулы (76). Действительно, если мы предположим, что интервал между наблюдениями удвоится, то n уменьшится в 2 раза, а коэффициент при δ^2 в формуле (76) в 2^3 раз. Но зато само δ^2, рассчитываемое теперь для в 2 раза большего промежутка увеличится в 2^3 раз и, значит, сама величина средней ошибки вызываемой хронометром останется без изменения.

Имеют ли значение приведенные величины влияний ошибок хронометров на точность результатов, т. е. сравнимы ли они с ошибками, проистекающими из самого процесса звездных наблюдений, или нет?

Та же инструкция (§ 52, стр. 11) намечает наименьшую среднюю ошибку одной пары в $\pm 0^s,040$, т. е. определяет среднюю ошибку результата из наблюдений 49 пар в течение 8 часов в $\pm 0^s,005_7$. Влияние случайных ошибок хронометра повышает это значение до $\pm 0^s,006_2$ $(\sqrt{(33+5)\,10^{-6}})$, т. е. практически оставляет его неизменным даже при предположении чисто случайного характера ошибок звездных наблюдений. Если же мы кроме того примем во внимание, что в течение вечера будет наблюдено заметно меньшее число пар (более краткий срок наблюдений, перерывы на прием сигналов, неполная равномерность распределения пар в имеющихся эфемеридах) и, что самое главное, данный вечер наблюдений имеет свою систематическую ошибку [1], зависящую главным образом от случайного состояния атмосферы в течение данного наблюдения и что, кроме того, в среднем, качество применяемых хронометров будет выше того, из которого мы исходили при наших подсчетах, то мы можем с полной уверенностью вывести следующее заключение:

Ошибка окончательной поправки хронометра, выведенной из наблюдений данного вечера, не зависит от случайных вариаций хода хронометра.

Как следствие отсюда получаем:

Применение нескольких хронометров вместо одного не улучшает точность результата.

Действительно, применение нескольких хронометров приводит лишь к уменьшению вариации «фиктивного среднего» хронометра, а мы

[1] См. дальше, стр. 92.

уже убедились, что даже при максимальной допустимой вариации выведенная поправка часов не теряет в своей реальной точности.

Подчеркнем здесь одно обстоятельство. Все сказанное выше справедливо только тогда, когда ход хронометра показывает лишь случайные колебания. Если же он обнаруживает какие-либо систематические изменения, например, если ход в сильной степени зависит от завода заводной пружины, или если хронометр имеет заметный температурный коэффициент, а температура самого хронометра не остается постоянной, то подобные систематические изменения хода хронометра могут чувствительно отразиться на правильности получаемых результатов. Но влияние этих систематических ошибок может быть в значительной степени ослаблено и даже полностью устранено достаточно детальным изучением его коэффициентов и прочих особенностей перед соответствующей экспедицией. Зная коэффициенты хода, наблюдатель всегда сможет учесть влияние систематических перемен ходов хронометра на получаемый результат. Понятно, что наблюдатель должен при этом постараться поставить хронометр в возможно лучшие условия в смысле постоянства температуры и отсутствия крупного суточного периода в ее изменениях.

Независимость точности наблюденной поправки от вариаций хронометра сохранится и тогда, когда средняя эпоха наблюдения будет слегка не совпадать с эпохой приема сигналов, т. е. когда нам придется приводить поправку хронометра с одной эпохи на другую, пользуясь некоторым ходом. В этом мы можем убедиться на основании такого рассуждения.

Если упомянутые эпохи не совпадают на интервалы порядка 5—15 минут, как это бывает на практике, тогда достаточно вовсе отбросить одну-две из крайних наблюденных пар, чтобы привести обе эпохи к практическому согласию. При достаточном числе наблюденных пар точность нового среднего результата не будет реально отличаться от предшествовавшего, что и подтверждает наше заключение о несущественности влияний вариаций хронометра при переносе его поправки с одной близкой эпохи на другую. Можно привести еще и такое доказательство этому. Будем приводить к центральной эпохе крайние пары, нарушающие симметрию наблюдений относительно интересующей нас эпохи. При этом мы будем пользоваться ходом, который вытечет из наблюдения данной пары и поправки, наблюденной в предыдущий или последующий вечер, и будем считать, что суточная вариация есть $\pm 0^s,2$ и что интересующая нас пара отстоит максимум на $\pm 4^h$ от центральной эпохи. Тогда, при $\varepsilon = \pm 0^s,040$, $a = {}^7/_6$, $i = {}^6/_6$ или ${}^1/_6$, по формуле, (15) имеем:

$$\varepsilon_w^2 = 1600 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{37}{49} + 40000 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{2}{63} = 2480 \cdot 10^{-6},$$

или $\varepsilon = \pm 0^s050$, т. е. что ошибка такой приведенной пары лишь немногим больше ошибки непосредственно наблюденной пары.

Итак, мы убедились, что вариации хронометра не понижают реальным образом точности средней поправки как для центральной эпохи, так и для эпох близких к ним (порядка ± 15 *m*). Поэтому, казалось бы, ошибка такой средней поправки может быть оценена формулой:

$$\frac{\varepsilon_1}{\sqrt{n}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (77)$$

где ε_1,—ошибка наблюденной пары, а n—их число. Но на самом дела это не так. Результаты регулярных служб времени убеждают нас, что средняя ошибка средней поправки одного вечера выражается формулой вида [1]:

$$\varepsilon_n = \sqrt{\varepsilon_0^2 + \frac{\varepsilon_1^2}{n}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (78)$$

где постоянная ε_0 есть средняя величина систематической ошибки одного вечера, зависящая, вероятнее всего, от случайного состояния атмосферы за данный вечер. Эта ошибка имеет в течение данного вечера почти постоянное значение, отражается на всех отдельных поправках или парах сходным образом и не может быть исключена увеличением числа пар, а лишь увеличением числа отдельных вечеров. Хуже того, есть намеки, что эта ошибка может иметь близкие значения для смежных вечеров. Если такое обстоятельство подтвердится, то ясно, что для исключения подобных ошибок наблюдения придется растягивать на некоторое число по возможности не смежных вечеров.

В качестве первого приближения для ε_0 можно принять значение от $\pm 0^s,025$ до $\pm 0^s,020$, каким его дают некоторые результаты наблюдений в ВИМС'е и некоторые указания в литературе [2].

Я предвижу возражения, что такая систематическая ошибка вызывается нерациональным расположением служб времени в крупных городах или поселках, в которых a priori можно предполагать наличие рефракционных неправильностей, и что наблюдения в полевых условиях, вероятно, свободны от подобных систематических ошибок. Но такое утверждение, как бы оно ни было заманчиво, не есть доказательство. Этот вопрос может быть решен лишь достаточно длинными рядами наблюдений в полевых условиях (порядка 4—5 месяцев, а лучше всего целого года) и выполнением таких наблюдений не в одном случайно избранном пункте, а в нескольких. А до тех пор, пока это не сделано, нам следует остаться при менее приятной, но достаточно вероятной и более надежной гипотезе, что каждый

[1] Некоторыми другими мелкими ошибками пренебрегаем.
[2] См. цитированную выше статью проф. Манкопфа.

вечер имеет свою систематическую ошибку, которую в лучшем случае можно считать случайной для двух смежных вечеров.

Полученная нами формула ошибки наблюденной поправки справедлива и для наблюдений в стационарных обсерваториях. Здесь только полностью отпадают всякие соображения о влиянии вариаций часов на точность наблюдений данного вечера, так как вариации современных часов во много раз меньше вариаций ходов хронометров.

§ 8. Влияние вариаций хронометра на точность вечеровых значений долготы при различных программах наблюдений и вариантах обработки.

Качество применяемого для долготных работ хронометра отражается на точности получаемого результата еще помимо звездных наблюдений. Если в течение вечера было выполнено несколько приемов радиосигналов времени, то для получения вечерового значения долготы нам необходимо иметь не только окончательную местную поправку в средний момент наблюдений, но и средний результат приема для той же эпохи.

Действительно, долгота l вычисляется по формуле:

$$l = G - (A + U), \quad \ldots\ldots\ldots \quad (79)$$

где G — гриничский момент подачи сигналов, A — момент их приема по хронометру и U — местная поправка хронометра для той же эпохи. Эту формулу можно заменить следующей:

$$l = (G - A) - U = U' - U, \quad \ldots\ldots \quad (80)$$

где U' будет гриничская поправка хронометра, определенная на основании результатов приема радиосигналов. Таким образом одни и те же вариации хронометра отражаются на вечеровом значении долготы двояко: 1) через наблюдение местной поправки и ее интерполяцию к средней эпохе вечера и 2) через интерполяцию к тому же моменту гриничской поправки. Поэтому для определения зависящей от этого части средней квадратичной ошибки вечерового результата мы должны составить сначала выражение действительной ошибки долготы через действительные вариации хронометра.

Решим этот вопрос для двух систем принципиально различных программ наблюдений: 1) с центральным приемом сигналов и 2) с центральной группой звездных наблюдений, разберем для них варианты общей и раздельной обработок и подсчитаем влияние вариаций для обычно встречающихся на практике случаев.

Пусть каждая группа наблюденных звезд содержит всего $n = 2k$ звезд и такая группа или делится приемом на две равные части или же охватывается двумя приемами. Примем далее, что все звезды и приемы отделены друг от друга равными интервалами времени.

принимаемыми нами за единицу при определении вариации и хода хронометра. Пренебрежем затем всеми прочими источниками ошибок (они будут разобраны в следующих параграфах) кроме случайных вариаций хронометра. Пусть, наконец, действительные местная и гринвическая поправки хронометра в среднюю эпоху вечера суть: U_0 и U'_0, а действительный ход в нашу единицу времени g. Тогда связь между наблюденными местными поправками U_i, гринвическими поправками U'_i, значениями U_0, U'_0 и g и действительными вариациями хронометра представятся двумя следующими системами уравнений (81)—для вечеров с центральным приемом и (82)—для вечеров с центральной группой звезд. Уравнения, соответствующие приемам сигналов, выделены в них тонкими линиями, а границы соответствующих программ наблюдений проведены жирными линиями. Верхняя часть этих систем уравнений представляет как бы зеркальное отражение нижней (за исключением членов с δ_0), а потому выписана в самом сокращенном виде.

Система уравнений при центральном приеме сигналов

$$
\left.
\begin{array}{l}
U_{-(2k+1)} = U_0 - (3k+1)g - 3k\delta_{-1} - (3k-1)\delta_{-2} - \\
\qquad - \ldots - 3\delta_{-2k+2} - 2\delta_{-2k+1} - \delta_{-2k} \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
U'_{-1} = U'_0 - (2k+1)g - 2k\delta_{-1} - (2k-1)\delta_{-2} - \\
\qquad - \ldots - 3\delta_{-2k+2} - 2\delta_{-2k+1} - \delta_{-2k} \\
U_{2k} = U_0 - 2kg - (2k-1)\delta_{-1} - (2k-2)\delta_{-2} - \\
\qquad - \ldots - 3\delta_{-2k+3} - 2\delta_{-2k+2} - \delta_{-2k+1} \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
U_{-3} = U_0 - 3g \qquad - 2\delta_{-1} - \delta_{-2} \\
U_{-2} = U_0 - 2g \qquad - \delta_{-1} \\
U_{-1} = U_0 - g \\
U'_0 = U_0 \\
U_1 = U_0 + g + \delta_0 \\
U_2 = U_0 + 2g + 2\delta_0 + \delta_1 \\
U_3 = U_0 + 3g + 3\delta_0 + 2\delta_1 + \delta_2 \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
U_k = U_0 + kg + k\delta_0 + (k-1)\delta_1 + (k-2)\delta_2 + \ldots + \\
\qquad + 3\delta_{k-3} + 2\delta_{k-2} + \delta_{k-1}
\end{array}
\right\} \quad (81)
$$

$$
\left.\begin{array}{l}
U_{k+1}=U_0+(k+1)g+(k+1)\delta_0+k\delta_1+\ldots+ \\
\qquad +4\delta_{k-3}+3\delta_{k-2}+2\delta_{k-1}+\delta_k \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
U_{2k}=U_0+2kg+2k\delta_0+(2k-1)\delta_1+\ldots+2\delta_{2k-2}+\delta_{2k-1} \\
U'_1=U_0+(2k+1)g+(2k+1)\delta_0+2k\delta_1+\ldots+2\delta_{2k-1}+\delta_{2k} \\
U_{2k+2}=U_0+(2k+2)g+(2k+2)\delta_0+(2k+1)\delta_1+\ldots+ \\
\qquad +2\delta_{2k}+\delta_{2k+1} \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
U_{2k+1}=U_0+(3k+1)g+(3k+1)\delta_0+3k\delta_1+\ldots+ \\
\qquad 2\delta_{2k-1}+\delta_{2k}
\end{array}\right\} \quad (81)
$$

Система уравнений при центральной группе звезиных наблюдений:

$$
\left.\begin{array}{l}
U'_{-2}=U_0-\dfrac{2(3k+2)-1}{2}g-(3k+1)\delta_{-1}-3k\cdot\delta_{-2}- \\
\qquad -\ldots-3\delta_{-2k+1}-2\delta_{-2k}-\delta_{-2k-1} \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
U_{-1}=U_0-\dfrac{1}{2}g \\
U_1=U_0+\dfrac{1}{2}g \\
U_2=U_0+\dfrac{3}{2}g+\delta_1 \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
U_k=U_0+\dfrac{2k-1}{2}g+(k-1)\delta_1+(k-2)\delta_2+\ldots+3\delta_{k-2}+ \\
\qquad +2\delta_{k-2}+\delta_{k-1} \\
U'_1=U'_0+\dfrac{2(k+1)-1}{2}g+k\delta_1+(k-1)\delta_2+\ldots+ \\
\qquad +3\delta_{k-2}++2\delta_{k-1}+\delta_k \\
U_{k+2}=U_0+\dfrac{2(k+2)-1}{2}g+(k+1)\delta_1+\ldots+3\delta_{k-1}+ \\
\qquad +2\delta_k+\delta_{k+1} \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{array}\right\} \quad (82)
$$

$$
\left.\begin{aligned}
U_{2k+1} &= U_0 + \frac{2(2k+1)-1}{2} g + 2k\delta_1 + \ldots + 3\delta_{2k-2} + \\
&\qquad + 2\delta_{2k-1} + \delta_{2k} \\
U_{2k+2} &= U_0 + \frac{2(2k+2)-1}{2} g + (2k+1)\delta_1 + \ldots + \\
&\qquad + 2\delta_{2k} + \delta_{2k+1} \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
U_{3k+1} &= U_0 + \frac{2(3k+1)-1}{2} g + 3k\delta_1 + (3k-1)\delta_2 + \ldots + \\
&\qquad + 2\delta_{3k-1} + \delta_{3k} \\
U'_2 &= U'_0 + \frac{2(3k+2)-1}{2} g + (3k+1)\delta_1 + 3k \cdot \delta_2 + \ldots + \\
&\qquad + 2\delta_{3k} + \delta_{3k+1}
\end{aligned}\right\} \quad (82)
$$

При решении поставленной задачи нам придется просуммировать несколько новых конечных рядов, а потому мы приведем заранее выражения для таких сумм:

$$
\left.\begin{aligned}
&1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \ldots + (n-1)n = \frac{1}{3} n(n^2-1) \\
&1^2 \cdot 2 + 2^2 \cdot 3 + 3^2 \cdot 4 + \ldots + (n-1)^2 n = \\
&\qquad = \frac{1}{12}(n-1)n(n+1)(3n-2). \\
&1 \cdot 2^2 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 4^2 + \ldots + (n-1)\, n^2 = \\
&\qquad = \frac{1}{12}(n-1)n(n+1)(3n+2). \\
&1^2 \cdot 2^2 + 2^2 \cdot 3^2 + 3^2 \cdot 4^2 + \ldots + (n-1)^2 n^2 = \\
&\qquad = \frac{1}{15}(n-1)n(n+1)(3n^2-2). \\
&1^2(2n)^2 + 2^2(2n-1)^2 + 3^2(2n-2)^2 + \ldots + \\
&\qquad + (n-1)^2(n+2)^2 + n^2(n+1)^2 + (n+1)^2 n^2 + \\
&\qquad + (n+2)^2(n-1)^2 + \ldots + (2n-2)^2 \cdot 3^2 + (2n-1)^2 \cdot 2^2 + \\
&\qquad + (2n)^2 1^2 = \frac{4}{15} n(n+1)(2n+1)(2n^2+2n+1)\ ^{1}.
\end{aligned}\right\} \quad (82a)
$$

[1] Ряд состоит из двух одинаковых частей.

$$
\left.\begin{aligned}
&n^2(n+3\cdot 1)^2+(n-1)^2(n+3\cdot 2)^2+(n-2)^2(n+\\
&\quad+3\cdot 3)^2+\ldots+(n-i)^2\left[n+3(i+1)\right]^2+\ldots+\\
&\quad+2^2\left[n+3(n-1)\right]^2+1^2\left[n+3\cdot n\right]^2=\frac{1}{15}n(n+1)\cdot\\
&\qquad\cdot(17n^3+43n^2+42n+18)\quad\ldots\ldots{}^{1}\\
&\left[3n^2+2n-0\cdot 1\right]^2+\left[3n^2+2n-1\cdot 2\right]^2+\left[3n^2+\right.\\
&\quad\left.+2n-2\cdot 3\right]^2+\ldots+\left[3n^2+2n-(n-2)(n-1)\right]^2+\\
&\quad+\left[3n^2+2n-(n-1)n\right]^2=\frac{n}{15}\left[108n^4+160n^3+\right.\\
&\qquad\left.+85n^2+20n+2\right]\\
&n^2(2n+1)^2+(n+1)^2(2n)^2+(n+2)^2(2n-1)^2+\ldots+\\
&+\left[n+(2n-2)\right]^2\cdot 3^2+\left[n+(2n-1)\right]^2 2^2+\left[n+2n\right]^2\cdot\\
&\quad\cdot 1^2=\frac{n}{15}(96n^4+210n^3+155n^2+45n+4).\\
&(3n^2+n+0\cdot 1)^2+(3n^2+n+1\cdot 2)^2+(3n^2+n+\\
&\quad+2\cdot 3)^2+\ldots+\left[3n^2+n+(n-2)(n-1)\right]^2+\\
&\quad+\left[3n^2+n+(n-1)n\right]^2=\frac{2n}{15}(84n^4+50n^3-\\
&\qquad-10n^2-5n+1).\\
&(n^2+0\cdot 1)^2+(n^2+1\cdot 2)^2+(n^2+2\cdot 3)^2+\ldots+\\
&\quad+\left[n^2+(n-1)n\right]^2=\frac{n}{15}(28n^4-15n^2+2).
\end{aligned}\right\}\quad(82a)
$$

Обе наши системы программ наблюдений мы будем рассматривать параллельно, так как это облегчает выполнение выкладок.

Программа А. Звездные наблюдения k звезд, центральный прием сигналов, звездные наблюдения k звезд. Всего $n=2k$ звезд и один прием.

Действительная ошибка Δu_m местной поправки в среднюю эпоху (в момент приема сигналов) есть:

$$
\begin{aligned}
\Delta u_m=\frac{1}{2k}\Big\{&[1+2+3+\ldots+k]\delta_0+\\
&+[1+2+\ldots+(k-1)](\delta_1-\delta_{-1})+\\
&+[1+2+\ldots+(k-2)](\delta_2-\delta_{-2})+\ldots+\\
&+[1+2](\delta_{k-2}-\delta_{-k+2})+1(\delta_{k-1}-\delta_{-k+1})\Big\}
\end{aligned}
$$

[1] Кубическое уравнение имеет приближенный корень $=-1{,}2115$.

Ошибка $\Delta u'_m$ гринической поправки в данном случае от вариаций не зависит, т. е.:

$$\Delta u'_m = 0,$$

поэтому действительная ошибка вечерового значения долготы есть (после суммирования коэффициентов при δ_i):

$$\Delta l = \Delta u'_m - \Delta u_m = -\frac{1}{2k}\left\{\frac{1}{2}k(k+1)\delta_0 + \frac{1}{2}(k-1)k(\delta_1-\delta_{-1}) + \right.$$
$$+\frac{1}{2}(k-2)(k-1)(\delta_2-\delta_{-2}) + \ldots + \frac{1}{2}2\cdot 3(\delta_{k-2}-\delta_{-k+2}) +$$
$$\left. + \frac{1}{2}1\cdot 2(\delta_{k-1}-\delta_{-k+1})\right\}$$

а, значит, средняя квадратичная δ_l^2:

$$\delta_l^2 = \frac{1}{4k^2}\cdot\frac{1}{4}\cdot 2\left[\frac{1}{2}k^2(k+1)^2 + \frac{1}{15}(k-1)k(k+1)(3k^2-2)\right] =$$
$$= \delta^2\left(\frac{k^3}{40} + \frac{k^2}{16} + \frac{k}{12} + \frac{1}{16} + \frac{1}{60k}\right)$$

или по замене k через $\frac{n}{2}$:

$$\delta_l^2 = \delta^2\left(\frac{n^3}{320} + \frac{n^2}{64} + \frac{n}{24} + \frac{1}{16} + \frac{1}{30n}\right) \quad . \; . \; . \; . \; (83)$$

Подсчитаем теперь значение δ_l^2 для вероятных на практике значений n, а именно: остановимся на значении $n = 11$ [1] и десятиминутной вариации десятиминутного хода и на значении $n = 7$ и вариации за 0,01 суток, что отвечает промежутку наблюдений около двух часов. За исходные значения суточных вариаций, как и раньше, принимаем:

$$\pm 0^s,2 \text{ и } \pm 0^s,3.$$

Тогда:

$$\delta^2_{100\,mm} = 0{,}0133\cdot 10^{-6} \text{ (I) и } 0{,}0299\cdot 10^{-6} \text{ (II)}$$

$$\delta^2_{0{,}0001} = 0{,}04 \quad\cdot 10^{-6} \text{ (III) и } 0{,}09 \quad\cdot 10^{-6} \text{ (IV)}.$$

коэффициенты при δ^2 в формуле (83) суть соответственно 6,58

[1] Мы распространяем наши формулы и на случай нечетных n, ибо нам достаточен приближенный подсчет величины δ_l^2.

($n=11$) и 2,10 ($n=7$), а частные значения δ_l^2 и δ_l для всех четырех случаев:

$$\delta_l^2 = 0{,}0875 \cdot 10^{-6} \text{ (I и III)}; \quad \delta_l^2 = 0{,}197 \cdot 10^{-6} \text{ (II и IV)}$$

$$\delta_l = \pm 0{,}^s000_3 \text{ и } \delta_l = \pm 0{,}^s000_4,$$

т. е. они имеют величины, практически не отражающиеся на точности получаемого вечерового значения долготы.

Программа а. Прием сигналов, звездные наблюдения $n=2k$ звезд, прием сигналов. Всего $n=$ звезд и два приема.

На основании уравнений (82) составляем:

$$\Delta u_m = \frac{1}{2k}\Big\{[1+2+\cdots+(k-1)](\delta_1-\delta_{-1})+[1+2+\cdots+$$
$$+(k-2)](\delta_2-\delta_{-2})+\cdots+(1+2)(\delta_{k-2}-\delta_{-k+2})+$$
$$+1\cdot(\delta_{k-1}-\delta_{-k+1})\Big\}$$

$$\Delta u_m^1 = \frac{1}{2}[k(\delta_1-\delta_{-1})+(k-1)(\delta_2-\delta_{-2})+\cdots+$$
$$+3(\delta_{k-2}-\delta_{-k+2})+2(\delta_{k-1}-\delta_{-k+1})+1(\delta_k-\delta_{-k})]$$

$$\Delta l = \Delta u_m^1 - \Delta u_m = \frac{1}{4k}[k(k+1)(\delta_1-\delta_{-1})+$$
$$+(k-1)(k+2)(\delta_2-\delta_{-2})+(k-2)(k+3)(\delta_3-\delta_{-3})+\cdots+$$
$$+2(2k-1)(\delta_{k-1}-\delta_{-k+1})+1\cdot 2k\cdot(\delta_k-\delta_{-k})];$$

затем:

$$\delta_l^2 = \frac{\delta^2}{8k^2}\cdot\frac{2}{15}k(k+1)(2k+1)(2k^2+2k+1) =$$

$$= \delta^2\left(\frac{k^3}{15}+\frac{k^2}{6}+\frac{k}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{60k}\right)$$

или:

$$\delta_l^2 = \delta^2\left(\frac{n^3}{120}+\frac{n^2}{24}+\frac{n}{12}+\frac{1}{12}+\frac{1}{30n}\right) \quad \ldots \quad (84)$$

Частные значения δ_l при условиях программы a:

$$\delta_l = \pm 0{,}^s000_5 \text{ (I и III)}; \quad \delta_l = \pm 0{,}^s000_7 \text{ (II и IV)},$$

т. е. они имеют величины практически исчезающие.

Программа В. Три приема сигналов, а симметрично между ними две группы звездных наблюдений по $n = 2k$ звезд в каждой. Всего $2n$ звезд и три приема.

Вариант В-I. Совместная обработка. Тогда [см. уравнения (81)]:

$$\Delta u_m = \frac{1}{4k}\Big\{(1+2+\ldots+2k)\delta_0 + [1+2+\ldots+ + (2k-1)](\delta_1-\delta_{-1}) + \ldots + (1+2)(\delta_{2k-2}-\delta_{-2k+2}) + + 1\cdot(\delta_{2k-1}-\delta_{-2k+1})\Big\}$$

$$\Delta u_m^1 = \frac{1}{3}[(2k+1)\delta_0 + 2k(\delta_1-\delta_{-1}) + (2k-1)(\delta_2-\delta_{-2}) + + \ldots + 3(\delta_{2k-2}-\delta_{-2k+2}) + 2(\delta_{2k-1}-\delta_{-2k+1}) + 1(\delta_{2k}-\delta_{-2k})]$$

$$\Delta l = \Delta u_m - \Delta u_m^1 = \frac{1}{24k}\Big\{(2k+1)(2k)\delta_0 + (2k)(2k+ + 3\cdot 1)(\delta_1-\delta_{-1}) + (2k-1)(2k+3\cdot 2)(\delta_2-\delta_{-2}) + \ldots + + 3[2k+3(2k-2)](\delta_{2k-2}-\delta_{-2k+2}) + + 2[2k+3(2k-1)](\delta_{2k-1}-\delta_{-2k+1}) + 1(2k+3\cdot 2k)(\delta_{2k}-\delta_{-2k})\Big\}$$

Затем:

$$\delta_l^2 = \frac{\delta^2}{24^2k^2}\Big\{(2k+1)^2 4k^2 + \frac{1}{15}\cdot 2k\cdot(2k+1)[17(2k)^3 + 43(2k)^2 + + 42(2k) + 18]\Big\} = \frac{\delta^2}{15\cdot 8\cdot 36}\cdot\frac{2k+1}{k}\Big\{34(2k)^3 + 101(2k)^2 + + 99(2k) + 36\Big\}$$

или:

$$\delta_l^2 = \delta^2\left[\frac{n^3}{63{,}5} + \frac{n^2}{16} + \frac{n}{10{,}8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{60n}\right] \quad . \quad . \quad (85)$$

и, как раньше, частные значения δ_l суть:

$$\delta_l = \pm 0^s{,}000_c \text{ (I и III) и } \delta_l = \pm 0^s{,}000_c \text{ (II и IV).}$$

Вариант В-II. Раздельная обработка. Этот вариант отвечает удвоенному числу наблюдений варианта *а*, так как в этом случае центральному приему сигналов придается удвоенный вес.

Поэтому δ_l^2 в этом случае равна уменьшенной в два раза δ_l^2 программы *а* [см. (84)].

Итак:

$$\delta_l^2 = \delta^2 \left(\frac{n^3}{240} + \frac{n^2}{48} + \frac{n}{24} + \frac{1}{24} + \frac{1}{60n} \right) \quad . \; . \; . \; (86)$$

а частные значения:

$$\delta_l = \pm 0^s_{,}000_1 \text{ (I и III) и } \delta_l = \pm 0^s_{,}000_2 \text{ (II и IV).}$$

Программа b. Группа из k звезд, прием, группа $2k$ звезд, прием, группа k звезд. Всего $2n = 4k$ звезд и два приема.

Вариант b-I. Совместная обработка. Этот вариант отвечает удвоенному числу наблюдений варианта A, а потому δ_l^2 в два раза меньше чем δ_l^2 даваемое формулой (83), т. е.:

$$\delta_l^2 = \delta^2 \left(\frac{n^3}{640} + \frac{n^2}{128} + \frac{n}{48} + \frac{1}{32} + \frac{1}{60n} \right) \quad . \; . \; . \; . \; (87)$$

и, значит, частные значения δ_l суть:

$$\delta_l = 0^s_{,}000_2 \text{ (I и III) и } \delta_l = \pm 0^s_{,}000_3 \text{ (II и IV).}$$

При раздельной обработке вечера результат получается тот же самый, ибо и в этом случае все наблюденные величины получают равные веса.

Программа C: Группа из k звезд, прием, группа $2k$ звезд, прием, группа $2k$ звезд, прием, группа k звезд. Всего $3n = 6k$ звезд и три приема.

Здесь мы имеем как при совместной, так и при раздельной обработке трижды повторенный вариант A и поэтому δ_l^2 для этого случая равна уменьшенной в три раза δ_l^2 даваемой формулой (83). Итак:

$$\delta_l^2 = \delta^2 \left(\frac{n^3}{960} + \frac{n^2}{192} + \frac{n}{72} + \frac{1}{48} + \frac{1}{90n} \right), \quad . \; . \; . \; . \; (88)$$

а затем частные значения δ_l:

$$\delta_l = \pm 0^s_{,}000_2 \text{ (II и III); } \delta_l = \pm 0^s_{,}000_3 \text{ (II и IV).}$$

Программа d. Четыре приема, а между ними три группы по $2k$ звезд, т. е. всего $3n = 6k$ звезд.

Вариант d-I. Совместная обработка. В этом случае:

$$\Delta u_m = \frac{1}{6k} \left\{ \left[\frac{1}{2} 3k(3k+1) - k \right] (\delta_1 - \delta_{-1}) + \right.$$

$$+ \frac{1}{2}(3k-1)3k(\delta_2 - \delta_{-2}) + \ldots + \left[\frac{1}{2}(2k+1)(2k+2) - 1 \right]$$

$$(\delta_k - \delta_{-k}) + \frac{1}{2} \cdot 2k(2k+1)(\delta_{k+1} - \delta_{-k+1}) + \cdots$$

$$\cdots + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3(\delta_{3k+1} - \delta_{-3k+1}) + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 \cdot (\delta_{3k} - \delta_{-3k})\Big\}$$

$$\Delta u_m^1 = \frac{1}{4}\Big\{(4k+1)(\delta_1 - \delta_{-1}) + (4k-1)(\delta_2 - \delta_{-2}) + \cdots$$

$$\cdots + (2k+3)(\delta_k - \delta_{-k}) + (2k+1)(\delta_{k+1} - \delta_{-k-1}) +$$

$$+ 2k(\delta_{k+2} - \delta_{-k+2}) + \cdots + 3(\delta_{3k-1} - \delta_{-3k+1}) +$$

$$+ 2(\delta_{3k} - \delta_{-3k}) + 1(\delta_{3k+1} - \delta_{-3k-1})\Big\}$$

$$\Delta u_m^1 - \Delta u_m = \frac{1}{12k}\Big\{[3k^2 + 2k + 0 \cdot 1](\delta_1 - \delta_{-1}) +$$

$$+ [3k^2 + 2k + 1 \cdot 2](\delta_2 - \delta_{-2}) + \cdots + [3k^2 + 2k + k(k-1)] \cdot$$

$$\cdot (\delta_k - \delta_{-k}) + k(2k+1)(\delta_{k+1} - \delta_{-k-1}) + (3k-1) \cdot 2(\delta_{3k} - \delta_{-3k}) +$$

$$+ 3k \cdot 1(\delta_{3k+1} - \delta_{-3k-1})\Big\}$$

затем:

$$\delta_l^2 = \frac{\delta^2 2k}{12^2 k^2 15}(108k^4 + 160k^3 + 85k^2 + 20k + 2 + 96k^4 +$$

$$+ 210k^3 + 155k^2 + 45k + 4) =$$

$$= \delta^2\left(\frac{k^3}{5{,}3} + \frac{k^2}{2{,}9} + \frac{k}{4{,}5} + \frac{1}{16{,}6} + \frac{1}{180k}\right)$$

или:

$$\delta_l^2 = \delta^2\left(\frac{n^3}{42{,}4} + \frac{n^2}{11{,}7} + \frac{n}{9} + \frac{1}{16{,}6} + \frac{1}{90n}\right) \quad \ldots \quad (89)$$

Частные значения δ_l суть:

$$\delta_l = \pm 0{,}^s000_8 \text{ (I и III) и } \delta_l = \pm 0{,}^s001_2 \text{ (II и IV')}.$$

Вариант d-II. Раздельная обработка. В этом случае два центральных приема сигналов получают удвоенный вес и мы в результате получаем трижды повторенный вариант a, а потому:

$$\delta_l^2 = \delta^2\left(\frac{n^3}{360} + \frac{n^2}{72} + \frac{n}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{90n}\right) \quad \ldots \quad (90)$$

Частные значения δ_l суть:

$$\delta_l = \pm 0{,}^s000_3 \text{ (I и III) и } \delta_l = \pm 0{,}^s000_4 \text{ (II и IV')}.$$

Программа d'. Группа $2k$ звезд, прием, группа $2k$ звезд, прием, группа $2k$ звезд. Всего $3n = 6k$ звезд и два приема.

Вариант d′-I. Совместная обработка. Δu_m — то же, что в варианте c—I, Δu_m^1 — то же, что в варианте a.

$$\Delta I = \Delta u_m^1 - \Delta u_m = \frac{1}{6k}\Big\{-\frac{1}{2}[3k^2+k+0\cdot 1](\delta_1-\delta_{-1}) -$$

$$-\frac{1}{2}[3k^2+k+1\cdot 2](\delta_2-\delta_{-2}) - \ldots - \frac{1}{2}[3k^2+k+k(k-1)]\cdot$$

$$\cdot(\delta_k-\delta_{-k}) - \frac{1}{2}\cdot 2k(2k+1)(\delta_{k+1}-\delta_{-k+1}) -$$

$$-\frac{1}{2}(2k-1)(2k)(\delta_{k+2}-\delta_{-k+2}) - \ldots - \frac{1}{2}1\cdot 2\cdot(\delta_{2k}-\delta_{-2k})\Big\}.$$

Далее:

$$\delta_i^2 = \frac{\delta^2}{36k^2}\cdot\frac{1}{2}\Big\{\frac{2k}{15}(84k^4+50k^3-10k^2-5k+1) +$$

$$+\frac{2k}{15}(48k^4+120k^3+100k^2+30k+2)\Big\} =$$

$$= \delta^2\left(\frac{k^3}{4{,}1}+\frac{k^2}{3{,}2}+\frac{k}{6}+\frac{1}{21{,}6}+\frac{1}{180k}\right)$$

или:

$$\delta_i^2 = \delta^2\left(\frac{n^3}{32{,}7}+\frac{n^2}{12{,}7}+\frac{n}{12}+\frac{1}{21{,}6}+\frac{1}{90n}\right) \quad \ldots \quad (91)$$

Частные значения δ суть:

$$\delta_i = \pm\, 0^s{,}000_8 \text{ (I и III) и } \delta_i = \pm\, 0^s{,}001_2 \text{ (II и IV)}.$$

Вариант d′-II. Раздельная обработка. В этом случае центральная группа звезд получает двойной вес и потому:

$$\Delta u_m = \frac{1}{8k}\Big\{(5k^2-4\cdot 0\cdot k+0\cdot 1)(\delta_1-\delta_{-1}) +$$

$$+(5k^2-4\cdot 1\cdot k+1\cdot 2)(\delta_2-\delta_{-2}) + (5k^2-4\cdot 2\cdot k+2\cdot 3)(\delta_3-\delta_{-3}) +$$

$$+\ldots + (2k^2+5k+2)(\delta_{k-1}-\delta_{-k+1}) + (2k^2+3k)(\delta_k-\delta_{-k}) +$$

$$+\frac{1}{2}(2k+1)2k(\delta_{k+1}-\delta_{-k+1}) + \ldots + \frac{1}{2}1\cdot 2\cdot(\delta_{2k}-\delta_{-2k})\Big\}$$

Δu_m^1 имеет прежнее значение.

$$\Delta I = -\frac{1}{8k}\Big\{k^2(\delta_1-\delta_{-1}) + (k^2+1\cdot 2)(\delta_2-\delta_{-2}) +$$

$$+(k^2+2\cdot 3)(\delta_3-\delta_{-3}) + \ldots + [k^2+(k-1)k](\delta_k-\delta_{-k}) +$$

$$+\frac{1}{2}(2k+1)2k(\delta_{k+1}-\delta_{-k-1}) + \frac{1}{2}(2k)(2k-1)(\delta_{k+2}-\delta_{-k+2}) +$$

$$+\ldots + \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 2(\delta_{2k}-\delta_{-2k})\Big\}.$$

Откуда:

$$\delta_l^2 = \frac{\delta^2}{32 \cdot 15}\left(52k^3 + 60k^2 + 35k + 15 + \frac{3}{k}\right)$$

или

$$\delta_l^2 = \delta^2\left(\frac{n^3}{73,9} + \frac{n^2}{32} + \frac{n}{27,4} + \frac{1}{33} + \frac{1}{80n}\right) \quad . \; . \; . \; (92)$$

Частные значения δ_l суть:

$$\delta_l = \pm 0^s,000_5 \text{ (I и III)}; \; \delta_l = \pm 0^s,000_8 \text{ (II и IV)}.$$

Только что произведенный детальный анализ показывает, что даже в наихудшем из разобранных нами случаев ошибка долготы, зависящая от вариаций хронометра не превышает $0,001_2$, т. е. почти в два раза меньше, чем это следует для шестичасового промежутка наблюдений на основании таблицы VII. Это уменьшение ошибок вызывается комбинированием результатов приема и звездных наблюдений. Таким образом мы можем с полным основанием считать, что вечеровое значение долготы совершенно не зависит от случайных вариаций хода хронометра, если его суточная вариация не превышает $0^s,3$, и в дальнейших наших рассуждениях мы можем поэтому вовсе пренебрегать этим источником ошибок.

Если же полученные результаты рассматривать только с теоретической точки зрения, то не трудно видеть, что влияние вариаций хронометра лучше всего исключается в программах вида: k — звезд, прием, $2k$ — звезд и т. д., прием, k — звезд, т. е. с крайними полугруппами звездных наблюдений, а при иных программах только в случае раздельной обработки всех наблюдений.

Но так как с практической точки зрения влиянием случайных вариаций хронометра можно вовсе пренебречь, то к программам вечеровых наблюдений достаточно предъявлять требование симметрии. Заметим, что для возможности учета систематических изменений хода хронометра более выгодными являются программы с крайними приемами сигналов.

§ 9. Вид и характер изменения ошибки интерполированной поправки часов службы времени. Ошибки моментов радиосигналов.

Обратимся к формулам, связывающим действительные ошибки интерполированных поправок, ходов и их разностей с действительными ошибками двух наблюденных поправок часов и с действитель-

ными вариациями. Эти формулы могут быть написаны в следующем виде:

$$\lambda_{ai} = \lambda_1 + \frac{i}{a}(\lambda_2 - \lambda_1) + \frac{i}{a}[(a-1)\delta_1 + (a-2)\delta_2 + \ldots + 2\delta_{a-2} + \delta_{a-1}] - (i-1)\delta_1 - (i-2)\delta_2 - \ldots - 2\delta_{i-2} - \delta_{i-1} \quad (93)$$

$$\lambda_{gi(i+1)} = \frac{1}{a}(\lambda_2 - \lambda_1) + \frac{1}{a}[(a-1)\delta_1 + (a-2)\delta_2 + \ldots + 2\delta_{a-2} + \delta_{a+1}] - \delta_1 - \delta_2 - \delta_3 - \ldots - \delta_i \quad (94)$$

$$\lambda_{Agi(i+1)(i+1)(i+2)} = -\delta_{i+1} \quad (95)$$

Из обзора этих формул очевидно, что часть действительной ошибки интерполированной поправки, зависящая от действительных ошибок наблюденных поправок, есть линейная функция от этих двух ошибок. Другая же часть, зависящая от действительных вариаций часов, меняется более сложным образом. Приняв во внимание, что ее квадратичное среднее значение есть:

$$\delta\sqrt{\frac{i(a-i)}{6a}[2i(a-i)+1]} \quad (96)$$

мы убеждаемся, что, вероятнее всего, она достигает максимума в средине интервала интерполяции; в любом же месте интервала эта часть ошибки поправки будет иметь определенное частное значение. Это частное значение получает ежесуточное приращение, равное сумме второго и последующих членов формулы (94). Последнее приращение, как показывает формула (95), от суток к суткам меняется незначительно, ибо для современных нормальных часов среднее значение δ выражается немногими тысячными долями секунды.

Итак, в высшей степени вероятно, что часть действительной ошибки интерполированной поправки, зависящая от вариаций часов, постепенно возрастает, сохраняя свой знак, от нуля до некоторого максимального значения в середине интервала интерполяции, а затем опять убывает к его концу. Исключение из этого закона могло бы произойти при наличии одного-двух крайне крупных частных значений δ_i, т. е. при наличии «скачка хода». На практике такой случай вообще не встретится, так как несколько часов, имеющихся на обсерватории, несущей службу времени, всегда позволяют своевременно обнаруживать и исключать такие скачки хода.

Описанная часть действительной ошибки интерполированной поправки суммируется с линейно меняющейся частью этой ошибки, проистекающей из данных частных значений ошибок наблюденных поправок, и в результате действительные ошибки интерполированных поправок, если проследить их последовательное изменение, располо-

жатся по некоторой плавной кривой синусоидального характера, при чем суточные изменения этих ошибок будут невелики.

Оценим размер этих изменений. Они соответствуют ошибкам интерполированных ходов. По формуле (28) при

$$\varepsilon = \pm 0^s.03, \quad \delta = \pm 0^s.003, \quad a = 7$$ [1]

имеем максимальное значение средней ошибки хода внутри интервала интерполяции:

$$\varepsilon_g = \sqrt{37 + 17}\ 10^{-3} = \pm 0^s.007_4,$$

а при переходе через одну из пограничных поправок [форм (39)]:

$$\varepsilon_g = \sqrt{110 + 33}\ 10^{-3} = \pm 0^s.012.$$

Итак, обычно суточные изменения ошибок поправок едва достигают $0^s.01$ и только как исключение могут встретиться изменения ошибок в $0^s.02$ и $0^s.03$, т. е. двукратное и предельное трехкратное значения максимальной величины средней ошибки интерполированного суточного хода. Благодаря такому характеру изменения ошибок поправок часов мы имеем своего рода парадокс. Сами ошибки интерполированных поправок значительно крупнее ошибок, вытекающих из этих поправок ежесуточных ходов.

При изучении характера ошибок ежедневных поправок нормальных часов мы предполагали, что интерполяция совершалась линейно от одной наблюденной поправки к другой. Теперь же в большей части служб времени пользуются выравненными поправками, представляющими собою результат совместной обработки отдельных наблюдений нескольких последовательных дней. Но самый характер изменения ошибок принятых поправок от этого не нарушается. Выравнивание поправок только уменьшает амплитуду синусоидальной кривой ошибок и заставляет ее меняться более плавно, т. е. уменьшает суточные изменения ошибок принятых поправок часов.

Описанный характер изменения ошибок интерполированных поправок часов службы времени полностью перенесется и на сообщаемые этой службой времени моменты радиосигналов, так как ошибки приемов радиосигналов на стационарных обсерваторских установках исчезающе малы.

Вполне точную численную оценку ошибок моментов сигналов и изменений этих ошибок от суток к суткам в данный момент дать

[1] Для ε и δ взяты величины, близкие к действительно встречающимся в современных службах времени. Для a взято такое значение, при котором уже становится сомнительным выравнивание наблюденных поправок часов, а линейная интерполяция является более надежной.

трудно, но некоторое близкое к истине представление могут дать следующие глазомерные значения ε_1—среднего значения ошибки некоторого частного момента сигнала и d—среднего суточного изменения ошибок в моментах сигналов смежных дней.

I. Для служб времени, применяющих неуравненные поправки часов:

ε_1 от $\pm 0^s,030$ до $\pm 0^s,040$

d от $\pm 0^s,007$ до $\pm 0^s,010$

II. Для служб времени, выравнивающих поправки часов:

ε_1 от $\pm 0^s,025$ до $\pm 0^s,030$

d от $\pm 0^s,005$ до $\pm 0^s,007$

III. Для средней фиктивной службы времени, образованной из пяти обсерваторий: Гринич, Ленинград (ВИМС), Париж, Потсдам и Пулково:

ε_1 примерно $\pm 0^s,015$

d — порядка ошибок округлений при вычислениях [1].

А если принять во внимание, что часть моментов базируется на неполном числе станций, эти значения могут быть увеличены до

$$\varepsilon_1 = \pm 0^s,02 \text{ и } d = \pm 0^s,005.$$

При пользовании этими оценками точности сигналов не надо упускать из вида достаточную вероятность появления действительных ошибок, достигающих двукратной и даже трехкратной величины средней ошибки. С другой стороны является уже вполне очевидным, что моменты сигналов разных станций (по данным одной и той же службы времени) имеют в течение одного и того же вечера практически тождественные ошибки.

§ 10. Наивыгоднейший вариант обработки наблюдений, выполненных в течение одного долготного вечера.

Уже рассуждения §§ 7 и 8 показали, что из двух вариантов: 1) обработка наблюдений данного вечера по частям и 2) обработка наблюдений вечера в целом,—более выгодным является второй, так как при этом ослабляется влияние ошибок наблюденных поправок часов, а влияние вариаций часов значения не имеет. Подсчитаем теперь средние ошибки результатов получаемых в том и ином случае.

Пусть нами наблюдены три симметрично расположенные группы поправок (звезд или пар) с числами пар k_1, k_2 и k_3, с действитель-

[1] Предполагается, что моменты даны до $0^s,01$ и нет разрывов в опорной системе обсерватории.

ными ошибками $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_{k_3}$ отдельных поправок и с систематической ошибкой вечера λ_0, пусть в промежутках приняты сигналы двух станций, при чем моменты A_1 и A_2 приема по хронометру имеют ошибки λ_{r1} и λ_{r2}, а гриничские моменты сигналов G_1 и G_2 имеют постоянную (см. § 9) ошибку λ_g.

Так как общая формула, по которой вычисляется l—долгота пункта, есть:

$$l = -(A + U) + G, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (97)$$

то для действительной ошибки долготы по первому варианту мы имеем выражение:

$$\lambda_{II} = -\frac{1}{2}\left[\left(\lambda_{r1} + \lambda_0 + \frac{\sum_1^{k_1}\lambda + \sum_1^{k_2}\lambda}{k_1 + k_2} - \lambda_g\right) + \right.$$

$$\left. + \left(\lambda_{r2} + \lambda_0 + \frac{\sum_1^{k_2}\lambda + \sum_1^{k_3}\lambda}{k_2 + k_3} - \lambda_g\right)\right] =$$

$$= -\frac{1}{2}\lambda_{r1} - \frac{1}{2}\lambda_{r2} - \lambda_0 + \lambda_g - \frac{1}{2}\sum_1^{k_1}\lambda \cdot \frac{1}{k_1 + k_2} -$$

$$-\frac{1}{2}\sum_1^{k_2}\lambda\left(\frac{1}{k_1 + k_2} + \frac{1}{k_2 + k_3}\right) - \frac{1}{2}\sum_1^{k_3}\lambda \cdot \frac{1}{k_2 + k_3} \quad . (98)$$

а для второго варианта:

$$\lambda_{III} = -\frac{1}{2}\lambda_{r1} - \frac{1}{2}\lambda_{r2} - \lambda_0 + \lambda_g - \left(\sum_1^{k_1}\lambda + \sum_1^{k_2}\lambda + \sum_1^{k_3}\right) \cdot$$

$$\cdot \frac{1}{k_1 + k_2 + k_3} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (99)$$

По переходе к средним квадратичным:

$$\varepsilon_{II}^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_r^2 + \varepsilon_0^2 + \varepsilon_g^2 + \frac{1}{4}\varepsilon_1^2 \cdot$$

$$\cdot\left[\frac{1}{k_1 + k_2} + \frac{2k_2}{(k_1 + k_2)(k_2 + k_3)} + \frac{1}{k_2 + k_3}\right] \quad . (100)$$

$$\varepsilon_{III}^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_r^2 + \varepsilon_0^2 + \varepsilon_g^2 + \varepsilon_1^2 \frac{1}{k_1 + k_2 + k_3} \quad \ldots \quad (101)$$

Не трудно показать, что коэффициент при ε_1^2 больше в выражении (100), чем в (101).

Действительно, их разность есть:

$$\Delta = \frac{(k_1 - k_3)^2 + k_1 k_2 + k_2 k_3}{4(k_1 + k_2)(k_2 + k_3)(k_1 + k_2 + k_3)} > 0 \quad . \; . \; . \; (102)$$

Оценим процентную разность этих двух коэффициентов, положив для упрощения $k_1 = k_2 = k_3 = k$.

Тогда соответствующие коэффициенты при ε_1^2 обратятся в $\frac{3}{8k}$ и $\frac{1}{3k}$ а их разность Δ будет равняться $\frac{1}{24k}$ или 12,5% второго коэффициента, откуда следует, что влияние случайных ошибок наблюдений звезд будет в первом случае увеличено на 6%. Итак мы можем сказать: первый вариант раздельной обработки вечера долготных наблюдений увеличивает влияние случайных ошибок наблюдений на 6% по сравнению со вторым теоретически более правильным вариантом совместной обработки.

Но так как главную роль играет систематическая ошибка звездных наблюдений данного вечера, то на практике можно считать оба эти варианта одинаково точными, и, следовательно, выбор варианта обработки одного вечера долготных наблюдений реальным образом не отражается на точности получаемого результата.

Этот же вывод справедлив и для случая бо́льшего числа отдельных групп с тою лишь разницей, что применение варианта раздельной обработки влечет за собою несколько меньшую потерю точности.

Обратимся теперь ко второй особенности вычисления одного вечера долготных наблюдений, а именно: к вопросу выгоды применения одного или нескольких хронометров при таких наблюдениях.

Раньше (§ 7) мы уже отвергали выгоду применения хронометров—свидетелей, исходя из положения о независимости точности результатов от вариаций хронометров (при хронометрах допустимого качества). Покажем теперь, что обычный метод применения хронометра—свидетеля может в лучшем случае оставить точность вывода без изменения, а в общем случае даже ухудшит ее. Действительно, хронометр—свидетель сможет улучшить точность результата лишь тогда, когда вариации рабочего хронометра будут полностью заменены вариациями хронометра—свидетеля. А мы будем это иметь лишь в трех случаях: 1) когда наблюдение каждой пары (поправки) сопровождается немедленным сравнением хронометров, 2) если запись моментов наблюдений совершается сразу на нескольких

хронометрах (например, на хронографе с несколькими перьями), при последующем вычислении индивидуально обрабатываются наблюденные поправки для каждого из хронометров и лишь затем переносятся на рабочий хронометр путем добавочных сличений и 3) когда независимо определенные абсолютные ходы хронометра—свидетеля служат для учета постоянства хода рабочего хронометра.

На практике этого обычно нет, чаще всего, мы встречаем следующее простейшее расположение наблюдений [1]:

1) сравнение хронометров (рабочего $У$ и свидетеля C), 2) определение времени, 3) сравнение хронометров, 4) прием сигналов, 5) сравнение хронометров, 6) определение времени и 7) последнее сравнение хронометров.

Если

$$У_1,\ У_2,\ У_3,\ У_4,\ \frac{1}{2}(У_1+У_2),\ \frac{1}{2}(У_3+У_4),\ C_1,\ C_2,\ C_3,\ C_4,$$
$$\frac{1}{2}(C_1+C_2),\ \frac{1}{2}(C_3+C_4)$$

показания хронометров в моменты 1-го, 2-го, 3-го и 4-го сличений и в моменты средние между ними, если $У_0$ показание рабочего хронометра в средний момент приема сигналов, если u'_y, u''_y, u_y поправки рабочего хронометра в моменты $\frac{1}{2}(У_1+У_2)$, $\frac{1}{2}(У_3+У_4)$ и $У_0$, то u_{yc} — поправка рабочего хронометра, перенесенная с хронометра свидетеля, вычисляется по следующим формулам:

$$u'_c = u'_y + \left[\frac{1}{2}(У_1+У_2) - \frac{1}{2}(C_1+C_2)\right] \quad . \ . \ . \ (103)$$

$$u''_c = u''_y + \left[\frac{1}{2}(У_3+У_4) - \frac{1}{2}(C_3+C_4)\right] \quad . \ . \ . \ (104)$$

$$\Delta u = (u''_c - u'_c)\frac{У_0 - \frac{1}{2}(У_1+У_2)}{\frac{1}{2}(У_3+У_4) - \frac{1}{2}(У_1+У_2)} \quad . \ . \ (105)$$

$$u_c = u'_c + \Delta u \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (106)$$

$$\Delta = [(У_3 - C_3) - (У_2 - C_2)]\frac{У_0 - У_2}{У_3 - У_2} \quad . \ . \ . \ . \ (107)$$

[1] См. инструкцию ГГК-ВСНХ, стр. 68. В настоящее время (1932 г.) новые инструкции ГГК принимают во внимание развитые на стр. 109 соображения.

$$У_0 - C_0 = (У_2 - C_2) + \Delta \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (108)$$

$$u_{ус} = u_c - (У_0 - C_0) \; . \; . \; . \quad . \; . \; . \; . \; (109)$$

Покажем, что обработка наблюдений по этим формулам сводится к нескольким лишним вычислительным операциям над числами полученными в результате наблюдений, что эти вычисления не могут ослабить влияния вариаций рабочего хронометра и что кажущаяся пригодность формул вызвана исключительно неявным видом зависимости между исходными числами и искомым результатом. Для этого раскроем значение формулы (109) путем соответствующих подстановок и найдем описанную зависимость в явном виде. Приведем отдельные этапы вычислений.

$$u_{ус} = u'_c + (u''_c - u'_c) \cdot \frac{2У_0 - (У_1 + У_2)}{(У_3 + У_4) - (У_1 + У_2)} - (У_2 - C_2) -$$

$$- [(У_3 - C_3) - (У_2 - C_2)] \frac{У_0 - У_2}{У_3 - У_2} =$$

$$= u'_y + (u''_y - u'_y) \cdot \frac{2У_0 - (У_1 + У_2)}{(У_3 + У_4) - (У_1 + У_2)} + \frac{1}{2}(У_1 + У_2) -$$

$$- \frac{1}{2}(C_1 + C_2) + \left[\frac{1}{2}(У_3 + У_4) - \frac{1}{2}(C_3 + C_4) - \frac{1}{2}(У_1 + У_2) +\right.$$

$$\left. + \frac{1}{2}(C_1 + C_2)\right] \cdot \frac{2У_0 - У_1 + У_2}{(У_3 + У_4) - (У_1 + У_2)} - (У_2 - C_2) -$$

$$- (У_3 - C_3) \frac{У_0 - У_2}{У_3 - У_2} + (У_2 - C_2) \frac{У_0 - У_2}{У_3 - У_2}$$

Заметив, что два первых члена представляют собою u_y, и выполнив некоторые преобразования, получим:

$$u_{ус} = u_y + \frac{1}{2}(У_1 + У_2) - \frac{1}{2}(C_1 + C_2) + У_0 - \frac{1}{2}(У_1 + У_2) -$$

$$- \left[\frac{1}{2}(C_3 + C_4) - \frac{1}{2}(C_1 + C_2)\right] \cdot \frac{2У_0 - (У_1 + У_2)}{(У_3 + У_4) - (У_1 + У_2)} -$$

$$- У_2 + C_2 - У_0 + У_2 + (C_3 - C_2) \frac{У_0 - У_2}{У_3 - У_2}$$

После сокращений:

$$u_{ус} = u_y + \left\{C_2 + (C_2 - C_2) \frac{У_0 - У_2}{У_3 - У_2}\right\} -$$

$$- \left\{\frac{1}{2}(C_1 + C_2) + \left[\frac{1}{2}(C_3 + C_4) - \frac{1}{2}(C_1 + C_2)\right] \cdot\right.$$

$$\left. \cdot \frac{2У_0 - (У_1 + У_2)}{(У_3 + У_4) - (У_1 + У_2)}\right\} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (110)$$

Первый член этой окончательной формулы (110) есть средняя поправка рабочего хронометра, получаемая из непосредственных наблюдений, т. е. этот член содержит полностью влияние всех вариаций рабочего хронометра. Вторая группа членов представляет собою показание хронометра—свидетеля в момент приема сигналов, интерполированное по показаниям этого хронометра в моменты 2-го и 3-го сличений. Третья группа членов есть взятое с обратным знаком показание хронометра—свидетеля в момент приема сигналов, но только интерполированное на основании средних результатов 1-го и 2-го, 3-го и 4-го сличений. Очевидно, что если показания хронометра—свидетеля меняются линейно по сравнению с показаниями рабочего хронометра и если сличения выполнены безошибочно, то сумма двух последних групп членов есть 0. При отсутствии этих условий указанная сумма будет отлична от нуля.

В первом случае наш исходный результат в точности не потеряет, во втором же случае его точность понизится, так как результат будет отягчен не только ошибками из-за вариаций рабочего хронометра, но и вычислительными ошибками (округлениями), влиянием вариаций прочих хронометров—свидетелей; кроме того сами формулы перестают быть справедливыми, ибо они выведены в предположении линейной зависимости между показаниями сравнивавшихся хронометров.

Итак, при выполнении долготных наблюдений следует либо вовсе отказаться от применения хронометров—свидетелей, либо изменить способ их применения. Первое из этих решений будет практически более правильным так как фиктивный выигрыш в точности будет несоизмеримо мал по сравнению с необходимой на то затратой времени.

Но мы этим не хотим сказать, что в экспедицию можно отправляться с одним хронометром. Наоборот второй и даже третий хронометры необходимы на случай непредвиденной аварии с рабочим хронометром, которая иначе может повести к срыву всей экспедиционной работы. Полезно также выполнить по одному сличению до и после всех наблюдений данного вечера. Такая предосторожность позволит своевременно обнаружить дефекты рабочего хронометра и в случае нужды устранить его. Но этим только и исчерпывается роль хронометра—свидетеля.

§ 11. Сводка нескольких вечеров долготных наблюдений.

Как это вытекает из предыдущего параграфа, средняя ошибка одного вечера долготных наблюдений представляется формулой:

$$\varepsilon_l^2 = \varepsilon_g^2 + \frac{1}{r}\varepsilon_r^2 + \varepsilon_o^2 + \frac{1}{n}\varepsilon_1^2 \quad \ldots\ldots \quad (111)$$

Таблица VIII — Tableau VIII

Средние ошибки и веса одного вечера долготных наблюдений.

Erreurs moyennes et les poids d'une soirée des observations longitudinales.

При (à) $\varepsilon_r = \pm 0^s,008$ [1] и (et) $\varepsilon_l = \pm 0^s,050$

ε_g / ε_0	±40 / ±25		±40 / ±20		±30 / ±25		±30 / ±20		±25 / ±25		±25 (20) / ±20 (25)		±20 / ±20		Средние округленные веса вечера долготных наблюдений. Poids moyens arrondis d'une soirée des observations longitudinales.
r, n	ε_l	p_l	ε_l	p_l	ε_l	p_l	ε_l	p_l	ε_l	p_l	ε_l	p_l	ε_l	p_l	
1, 6	±52	0,92	±50	0,92	±45	0,90	±42	0,88	±42	0,88	±39	0,86	±36	0,84	0,9
1,12	±50	1,00	±48	1,00	±42	1,00	±40	1,00	±39	1,00	±36	1,00	±33	1,00	1,0
2,12	±50	1,01	±47	1,01	±42	1,02	±39	1,02	±39	1,02	±36	1,03	±32	1,03	1,0
3,12	±50	1,02	±47	1,02	±42	1,02	±39	1,03	±38	1,03	±35	1,04	±32	1,04	1,0
2,18	±49	1,04	±47	1,04	±41	1,06	±38	1,07	±38	1,07	±35	1,08	±31	1,10	1,1
3,18	±49	1,05	±46	1,05	±41	1,06	±38	1,07	±38	1,08	±34	1,09	±31	1,12	1,1
3,24	±48	1,06	±46	1,07	±41	1,09	±38	1,10	±37	1,10	±34	1,13	±31	1,16	1,1

Все ε_g, ε_0 и ε_l выражены в тысячных (0,001) долях секунды. Unité. 0,001 de seconde.

[1] Здесь взято несколько крупное значение ε_r; его, пожалуй, правильнее было бы оценить величиной $\pm 0^s,006$. Но это обстоятельство практически не отражается на приведенных выводах, так как оно изменяет вес в худшем случае на 0,01 — 0,02.

где ε_g — среднее значение систематическо—случайной ошибки гринвичского времени по данным службы времени, ε_r — средняя ошибка приема радиосигналов экспедиционным наблюдателем, ε_0 — систематически-случайная ошибка одного вечера астрономических наблюдений экспедиционного наблюдателя, ε_1 — средняя ошибка пары или звезды, r — число приемов сигналов, n — число пар или звезд.

Прежде всего исследуем, как будет меняться вес одного вечера долготных наблюдений в зависимости от числа выполненных приемов и наблюденных пар. Для этого надо задаться либо отношениями ошибок, либо их численными значениями. Мы предпочитаем последнее и останавливаемся на таких числах:

$$\varepsilon_1 = \pm 0^s,050; \quad \varepsilon_r = \pm 0^s,008; \quad \varepsilon_0 = \pm 0^s,025 \text{ и } \pm 0^s,020;$$

$$\varepsilon_g = \pm 0.040; \quad \pm 0^s,030; \quad \pm 0^s,025 \text{ и } \pm 0^s,020.$$

Возможные незначительные несоответствия этих чисел с действительностью, как мы увидим дальше, на наших выводах не скажутся.

На основании этих чисел составлена таблица VIII средних ошибок и весов одного вечера долготных наблюдений в зависимости от числа приемов и числа наблюденных пар или звезд.

Как видно из таблицы, точность результата зависит от этих факторов лишь в малой степени, так как главными источниками неточности результата являются систематическая для данного вечера ошибка момента сигнала и систематическая вечеровая ошибка наблюденной средней поправки. Поэтому не имеет смысла чрезмерно увеличивать число приемов сигналов и число пар. Но, с другой стороны, нельзя рекомендовать ограничиваться только одним приемом сигналов. Более частые приемы сигналов позволят держать под контролем хронометр и избавят от грубых промахов как в самих приемах, так и в их моментах, публикуемых какой либо обсерваторией.

Из согласия весов долготных вечеров при изменении значений средних ошибок в довольно широких пределах вытекает, что при назначении весов можно ограничиться следующей сокращенной таблицей:

Число приемов	Число пар	Вес вечера долготы
1	6	0,9
1	12	1,0
2	12	1,0
3	12	1,0
2	18	1,1
3	18	1,1
3	24	1,1

Эта табличка полностью решала бы вопрос о соединении отдельных вечеров долготных наблюдений в одно весовое среднее в том случае, если бы ошибки моментов сигналов соседних вечеров были вполне независимы. К сожалению, этого нет и, к еще большему сожалению, эта зависимость ошибок моментов друг от друга не может быть выражена одним и тем же законом для всех случаев. В каждом частном случае характер связи между ошибками зависит от частоты астрономических определений времени в данном интервале и от примененных методов интерполяции поправок часов.

Приближенно этот вопрос можно решить так. Ошибка моментов сигналов, грубо говоря, меняется линейно от одного астрономического определения времени к другому, так что любая пара симметрично расположенных внутри этого интервала моментов имеет в среднем такую же ошибку, как и среднее из моментов отвечающих дням наблюдения, т. е. **квадрат средней ошибки для среднего из такой пары моментов приближенно равен** $\frac{1}{2}\varepsilon_g^2$. При нарушении симметрии это соотношение перестает быть справедливым, но зато его можно распространить на случай незначительного отступления от симметрии.

Это обстоятельство позволяет нам выполнить сводку отдельных вечеров долготных наблюдений на более или менее рациональном основании. Будем сначала предполагать, что наблюдатель опирается на данные одной службы времени, пользующейся неуравненными линейно-интерполированными поправками. Составим табличку временного распределения дат определений поправок на обсерватории данной службы времени и дат долготных вечеров, полученных на данном пункте наблюдателем. Пусть некоторый ряд наблюдений схематически изобразится, как указано в таблице IX. (См. табл. на след. стр.).

Как мы видим здесь могут встретиться такие случаи:

I. Долготный вечер совпадает с датой поправки службы времени или находится вблизи ее (см. 1-ую строчку таблицы). Среднюю ошибку полученного значения долготы можно представить в виде:

$$\varepsilon_g^2 + \varepsilon_n^2,$$

где под величиной ε_n^2 мы понимаем сумму:

$$\varepsilon_o^2 + \frac{1}{r}\varepsilon_r^2 + \frac{1}{n}\varepsilon_1^2.$$

Назначим такому значению долготы вес 1. При сделанных нами предположениях о характере службы времени ε_g близко к ε_n^2 и поэтому считаем, что весу 1 отвечает квадрат ошибки долготы:

$$2\varepsilon_g^2.$$

Таблица IX — Tableau IX

Схема обработки нескольких ветеров долготных наблюдений — Schéma du calcul de quelques soirées longitudinales

Даты Dates	Вечера службы времени Soirées de service de l'heure	Вечеровые значения долгот. Longitudes par une soirée	Независимые значения долгот. Valeurs indépendentes des longitudes	Веса независимых долгот. Poids des longitudes indépendentes
1	×	l_1	$L_1 = l_1$	1
2	—	—		
3	—	—		
4	—	—		
5	—	—		
6	×	l_2	$L_2 = \frac{1}{2}(l_2+l_3)$	1,3
7	—	l_3		
8	—	—		
9	—	—		
10	×	—		
11	—	l_4	$L_3 = l_4$	1,3
12	×	—		
13	—	—		
14	—	l_5		
15	—	l_6	$L_4 = \frac{1}{3}(l_5+l_6+l_7)$	2,4
16	—	l_7		
17	—	—		
18	×	l_8	$L_5 = l_8$	1

II. Два долготных вечера охватывают дату поправки или случай близкий к этому (см. строки 6 и 7). Тогда среднее из этих двух значений долготы имеет квадрат средней ошибки:

$$\varepsilon_g^2 + \frac{1}{2}\varepsilon_u^2 \simeq \frac{3}{2}\varepsilon_g^2$$

и, значит, вес:

$$2\varepsilon_g^2 : \frac{3}{2}\varepsilon_g^2 = 1,(3).$$

III. Долготный вечер симметрично охватывается двумя датами наблюдений (см. строки 10, 11 и 12) или мы имеем случай близкий

к этому. Очевидно, что здесь как и в предыдущем случае вес значения долготы есть 1, (3).

IV. Несколько (k) долготных вечеров симметрично охватываются двумя датами наблюденных поправок службы времени (см. строки 14, 15 и 16) или случай близкий к этому. Квадрат средней ошибки среднего значения из данных k наблюденных долгот:

$$\frac{1}{2}\varepsilon_{\varepsilon}^{2}+\frac{1}{k}\varepsilon_{\alpha}^{2}\simeq\frac{2+k}{2k}\varepsilon_{\varepsilon}^{2}$$

и вес:

$$\frac{4k}{2+k}$$

В данном частном случае при $k=3$ вес есть 2,4.

Всякий реальный ряд наблюденных долгот $l_1, l_2, \ldots, l_i$ может быть сведен к четырем намеченным случаям и из всех вечеров выведено некоторое число отдельных независимых значений долгот $L_1, L_2, \ldots L_j$ с соответствующими весами $P_1, P_2, \ldots, P_j$ из которых мы затем находим окончательный взвешенный результат. При составлении формул мы пренебрегли небольшими разностями весов отдельных вечеров, что мы были вправе сделать на основании таблицы VIII. Заметим, что при желании наблюдатель может оценить эти веса теоретически более строгим образом. Для этого ему достаточно найти для каждого вечера отношение $\varepsilon_{\varepsilon}^{2}$ к частному значению ε_{α}^{2}, а затем построить веса частных независимых выводов $L_1, L_2, \ldots, L_j$ по намеченным выше схемам. Подобным же образом он сможет поступить и в том случае, когда характер опорной службы времени иной, например, если она работает на уравненных интерполированных поправках часов. Но и здесь необходимо выполнять разбивку на отдельные частные значения сообразно датам астрономических наблюдений данной службы времени.

Пусть теперь наблюдатель опирается на сводные данные нескольких обсерваторий — пяти как мы имеем на практике в Бюллетене Комитета Времени. Назначение весов может быть здесь упрощено, так как почти достоверно, что при этом числе обсерваторий на каждую дату упадет по крайней мере одно астрономическое наблюдение, выполненное на одной из сотрудничающих обсерваторий. Поэтому можно без существенной погрешности принять уже каждый отдельный вечер за независимый результат, приписать этим вечерам веса сообразно с таблицей VIII и образовать взвешенное среднее.

Итак наблюдения на определяемом пункте дают средний вывод:

L_m с весом P_1

наблюдения на исходном пункте личное уравнение:

$$\Delta L_m \text{ с весом } P_2$$

и наше искомое окончательное значение будет:

$$L = L_m + \Delta L_m$$

с весом

$$P = \frac{P_1 P_2}{P_1 + P_2},$$

а квадрат средней ошибки вывода представится формулой:

$$\varepsilon_L^2 = \frac{\eta^2}{P} + \varepsilon_{\Delta\Delta L}^2$$

где η — ошибка единицы веса, а $\varepsilon_{\Delta\Delta L}^2$ — влияние непостоянства личной разности, если таковое не было включено ранее в вес P_2.

В заключение остановлюсь на вопросе о практике вычисления долготных наблюдений.

Согласно с обозначениями § 8 долгота может быть получена по формуле:

$$l = U^1 - U \quad \ldots\ldots\ldots \quad (112)$$

где U^1 — гриничская поправка хронометра, полученная из приема радиосигналов, а U — местная поправка, определенная из звездных наблюдений.

Полагаю, что вычислять удобнее всего по этой формуле. Действительно, приемы сигналов дают нам ряд значений, которые, в виду большой точности приемов и особого характера ошибок моментов, должны итти плавно. Всякое нарушение плавности немедленно укажет или на грубый промах в приеме, или же на грубую ошибку в примененном моменте, или, наконец, на дефекты хронометра. Точно также эти приемы немедленно дают необходимые ходы хронометра с большей точностью, чем это даст вычисление вечеровой поправки. При этом следует получать ходы не только по приемам данного вечера, но иногда может оказаться полезным и более точным определение ходов из приемов, отделенных суточными интервалами.

Таким образом описанный способ обработки по формуле (112) дает хороший постоянный контроль важнейших этапов вычислений.

Настоящая статья имела целью дать, с одной стороны, возможно полную теоретическую проработку вопроса о качественной оценке часов и хронометров, что по мере сил сделано в первых параграфах. Полученные при этом выводы должны послужить основой для пред-

принятого ВИМС'ом составления правил по поверке и применению часов и хронометров.

Второю же задачей статьи являлось желание остановить внимание всех астрономов-практиков на особом характере ошибок, с которыми сопряжены долготные наблюдения. Вообще говоря, ошибки вечеров и внутривечеровых наблюдений в такой сильной степени зависимы друг от друга, что пренебрежение этим обстоятельством не только заметно искажает результат, но и создает вполне ложное представление о его точности. Предыдущие строки едва ли могут считаться вполне разрешающими задачу обработки долготных наблюдений, но я питаю надежду, что они по крайней мере послужат поводом для размышлений и дальнейших усовершенствований в этой области.

Важнейшие формулы. — Formules principales

$$\varepsilon^2_{ai} = \left[\left(\frac{a-i}{a}\right)^2 \cdot \frac{1}{p_1} + \left(\frac{i}{a}\right)^2 \cdot \frac{1}{p_2}\right]\varepsilon^2 +$$

$$+ \frac{(a-i)i}{6a}[2i(a-i)+1]\delta^2 \quad . \; . \; . \; (15a), \text{ стр. } 54$$

$$\varepsilon^2_{aj} = \left[\left(\frac{j}{a}\right)^2 \cdot \frac{1}{p_1} + \left(\frac{a+j}{a}\right)^2 \frac{1}{p_2}\right]\varepsilon^2 +$$

$$+ \frac{(a+j)j}{6a}[2aj+1]\delta^2 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (19a), \text{ стр. } 56$$

$$(\Delta u_{ai})^2 = 2j^2\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{ab} + \frac{1}{b^2}\right)\varepsilon^2 +$$

$$+ j^2\frac{a+b}{6ab}(2ab+1)\delta^2 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (22), \text{ стр. } 57$$

$$(\Delta g_{ab})^2 = 2\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{ab} + \frac{1}{b^2}\right)\varepsilon^2 +$$

$$+ \frac{a+b}{6ab}(2ab+1)\delta^2 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (24), \text{ стр. } 58$$

$$(\Delta g_{ac})^2 = 2\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{c^2}\right)\varepsilon^2 +$$

$$+ \left[\frac{a+c}{6ac}(2ac+1) + b\right]\delta^2 \; . \; . \; . \; . \quad (25), \text{ стр. } 58$$

Таблица X

Функция $f_1(a, b) = 2\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{ab} + \frac{1}{b^2}\right)$, коэффициент при ε^2_{ab}.

a \ b	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	6,000	3,500	2,889	2,625	2,480	2,389	2,326	2,281	2,247	2,220
2	3,500	1,500	1,056	0,875	0,780	0,722	0,684	0,656	0,636	0,620
3	2,889	1,056	0,667	0,514	0,436	0,389	0,358	0,337	0,321	0,309
4	2,625	0,875	0,514	0,375	0,305	0,264	0,237	0,219	0,205	0,195
5	2,480	0,780	0,436	0,305	0,240	0,202	0,178	0,161	0,149	0,140
6	2,389	0,722	0,389	0,264	0,202	0,167	0,144	0,128	0,117	0,109
7	2,326	0,684	0,358	0,237	0,178	0,144	0,122	0,108	0,097	0,089
8	2,281	0,656	0,337	0,219	0,161	0,128	0,108	0,094	0,084	0,076
9	2,247	0,636	0,321	0,205	0,149	0,117	0,097	0,084	0,074	0,067
10	2,220	0,620	0,309	0,195	0,140	0,109	0,089	0,076	0,067	0,060
11	2,198	0,607	0,299	0,187	0,133	0,102	0,083	0,070	0,061	0,055
12	2,181	0,597	0,292	0,181	0,127	0,097	0,078	0,066	0,057	0,051
13	2,166	0,589	0,285	0,175	0,123	0,093	0,075	0,062	0,054	0,047
14	2,153	0,582	0,280	0,171	0,119	0,090	0,071	0,059	0,051	0,044
15	2,142	0,576	0,276	0,167	0,116	0,087	0,069	0,057	0,048	0,042
16	2,133	0,570	0,272	0,164	0,113	0,084	0,066	0,055	0,046	0,040
17	2,124	0,566	0,268	0,161	0,110	0,082	0,064	0,053	0,045	0,039
18	2,117	0,562	0,265	0,159	0,108	0,080	0,063	0,051	0,043	0,037
19	2,111	0,558	0,263	0,157	0,107	0,079	0,061	0,050	0,042	0,036
20	2,105	0,555	0,260	0,155	0,105	0,077	0,060	0,049	0,041	0,035

Таблица XI

Функция $f_2(a, c) = 2\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{c^2}\right)$, коэффициент при ε^2_{ac}.

a \ c	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4,000	2,500	2,222	2,125	2,080	2,056	2,041	2,031	2,025	2,020
2	2,500	1,000	0,722	0,625	0,580	0,556	0,541	0,531	0,525	0,520
3	2,222	0,722	0,444	0,347	0,302	0,278	0,263	0,253	0,247	0,242
4	2,125	0,625	0,347	0,250	0,205	0,181	0,166	0,156	0,150	0,145
5	2,080	0,580	0,302	0,205	0,160	0,136	0,121	0,111	0,105	0,100
6	2,056	0,556	0,278	0,181	0,136	0,111	0,096	0,087	0,080	0,076
7	2,041	0,541	0,263	0,166	0,121	0,096	0,082	0,072	0,066	0,061
8	2,031	0,531	0,253	0,156	0,111	0,087	0,072	0,062	0,056	0,051
9	2,025	0,525	0,247	0,150	0,105	0,080	0 066	0,056	0,049	0,045
10	2,020	0,520	0,242	0,145	0,100	0,076	0,061	0,051	0,045	0,040
11	2,016	0,516	0,239	0,142	0,096	0,072	0,057	0,048	0,041	0,036
12	2,014	0,514	0,236	0,139	0,094	0,070	0,055	0,045	0,039	0,034
13	2,012	0,512	0,234	0,137	0,092	0,067	0,053	0,043	0,036	0,032
14	2,010	0,510	0,232	0,135	0,090	0,066	0,051	0,041	0,035	0,030
15	2,009	0,509	0,231	0,134	0,089	0,064	0,050	0,040	0,034	0,029
16	2,008	0,508	0,230	0,133	0,088	0,063	0,049	0,039	0,032	0,028
17	2,007	0,507	0,229	0,132	0,087	0,062	0,048	0,038	0,032	0,027
18	2,006	0,506	0,228	0,131	0,086	0,062	0,047	0,037	0,031	0,026
19	2,006	0,506	0,228	0,130	0,086	0,061	0,046	0,037	0,030	0,026
20	2,005	0,505	0,227	0,130	0,085	0,061	0,046	0,036	0,030	0,025

Таблица XII[1].

Функция $f_3(a, b) = \frac{a+b}{6ab}(1+2ab)$, коэффициент при δ^2_{ab}.

a \ b	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1,00	1,25	1,56	1,87	2,20	2,53	2,86	3,19	3,52	3,85
2	1,25	1,50	1,81	2,12	2,45	2,78	3,11	3,44	3,77	4,10
3	1,56	1,81	2,11	2,43	2,76	3,08	3,41	3,74	4,07	4,41
4	1,87	2,12	2,43	2,75	3,08	3,40	3,73	4,06	4,39	4,72
5	2,20	2,45	2,76	3,08	3,40	3,73	4,06	4,39	4,72	5,05
6	2,53	2,78	3,08	3,40	3,73	4,06	4,39	4,72	5,05	5,38
7	2,86	3,11	3,41	3,73	4,06	4,39	4,71	5,04	5,38	5,71
8	3,19	3,44	3,74	4,06	4,39	4,72	5,04	5,38	5,71	6,04
9	3,52	3,77	4,07	4,39	4,72	5,05	5,38	5,71	6,04	6,37
10	3,85	4,10	4,41	4,72	5,05	5,38	5,71	6,04	6,37	6,70
11	4,18	4,43	4,74	5,06	5,38	5,71	6,04	6,37	6,70	7,03
12	4,51	4,76	5,07	5,39	5,71	6,04	6,37	6,70	7,03	7,36
13	4,85	5,10	5,40	5,73	6,05	6,37	6,70	7,03	7,36	7,70
14	5,18	5,43	5,73	6,05	6,38	6,71	7,03	7,36	7,70	8,03
15	5,51	5,76	6,07	6,39	6,71	7,04	7,37	7,70	8,03	8,36
16	5,84	6,09	6,40	6,72	7,04	7,37	7,70	8,03	8,36	8,70
17	6,18	6,43	6,73	7,05	7,38	7,70	8,03	8,36	8,69	9,03
18	6,51	6,76	7,07	7,38	7,71	8,04	8,37	8,70	9,03	9,36
19	6,84	7,09	7,40	7,72	8,04	8,37	8,70	9,03	9,36	9,69
20	7,18	7,43	7,73	8,05	8,38	8,70	9,03	9,36	9,69	10,02

[1] Она же служит для функции $f_4(a, c) = \frac{a+c}{6ac}(1+2ac)$, части коэффициента при δ^2_{ac}.

$$(\Delta g_{ab})^2_n = \frac{6}{m^2}\varepsilon^2 + \frac{2m^2+1}{3m}\delta^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (41), \text{ стр. } 64$$

$$(\Delta g_{ac})^2_{n'} = \frac{4}{m^2}\varepsilon^2 + \frac{5m^2+1}{3m}\delta^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (42), \text{ стр. } 64$$

$$\delta^2 + 6\mu^2 = \frac{1}{n}\Sigma(g_{i+1} - g_i)^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (45), \text{ стр. } 67$$

$$2\delta^2 + 4\mu^2 = \frac{1}{n_1}\Sigma(g_{i+2} - g_i)^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (46), \text{ стр. } 67$$

$$\delta_k = \delta\sqrt{k};\ (\delta_k)_{\text{сред}} = \delta\sqrt{\frac{2k^2+1}{3k}} \quad \ldots \quad (61 \text{ и } 62), \text{ стр. } 81 \text{ и } 82$$

$$\delta_{hh} = 0{,}00851\,\delta;\ \delta_{100\,mm} = 0{,}000579\,\delta; \quad \ldots \quad (65 \text{ и } 66), \text{ стр. } 82$$

$$\delta_{kk} = k\sqrt{k}\,\delta \quad \ldots\ldots\ldots \quad (66a), \text{ стр. } 82$$

$$v^1_n = \delta\sqrt{\frac{n+1}{6}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (68), \text{ стр. } 84$$

$$v^{(k)}_{pk} = \delta\sqrt{\frac{(2k^2+1)(p+1)}{18k}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (70), \text{ стр. } 84$$

$$\varepsilon^2_{am} \simeq \frac{\varepsilon_1^2}{n} + \frac{n^3}{320}\delta^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (76), \text{ стр. } 88$$

$$\varepsilon^2_n \simeq \varepsilon^2_0 + \frac{\varepsilon_1^2}{n} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (78), \text{ стр. } 92$$

THEORIE DES ERREURS APPLIQUEE A LA MARCHE DES PENDULES ET DES CHRONOMETRES ET AU CALCUL DES OBSERVATIONS LONGITUDINALES

Par N. C. Preipitch

(*Résumé*)

§ 1. L'appréciation des qualités des pendules et des chronomètres jusqu'ici en pratique, d'après l'écart moyen quadratique [1] des marches diurnes individuelles de la marche diurne moyenne, calculée pour toute la période, ne peut être estimée satisfaisante

[1] On profite parfois au même but de la moyenne arithmétique des écarts.

et rationnellement basée. La théorie sur la constance des marches diurnes moyennes y servant de base doit être rejetée et substituée par la théorie de B. Wanach sur la constance de la valeur moyenne de changement (casuel) de la marche [1], autrement dit, de la variation. Cette théorie fut justifiée avec éclat dans son application aux pendules, et il n'y a pas de raisons logiques de supposer qu'elle ne soit pas juste étant appliquée aux chronomètres. B. Wanach a eu ses prédécesseurs dans ce domaine dont les plus éminents sont W. Struve et P. Smyssloff [2]. Mais les formules définitives et rigoureusement développées se trouvent seulement chez B. Wanach. En donnant l'exposé de la théorie de B. Wanach et de son développement ultérieur nous nous servons des formules (7) et suivantes citées dans le texte russe.

§ 2. En désignant par $u_0, u_1, u_2 \ldots\ldots\ldots\ldots$ $u_{i-1}, u_i \ldots\ldots\ldots u_a \ldots\ldots\ldots\ldots u_{a+b} \ldots\ldots\ldots$ $u_{a+b+c} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ les vraies valeurs des corrections des pendules aux époques $0, 1, \ldots\ldots i-1, i, \ldots\ldots a, \ldots\ldots a+j, \ldots\ldots (a+b)$ $(a+b+c)$ (unité 24 heures), par $g^0|_1, g^1|_2, \ldots\ldots g_{(i-1)/i}$, $\ldots\ldots g_{(a-1)/a}, \ldots\ldots\ldots g_{(a+j-1)/(a+j)} \ldots\ldots\ldots$ $\ldots\ldots g_{(a+b-1)/(a+b)}, \ldots\ldots\ldots g_{(a+b-1)/(a+b)} \ldots\ldots$ $g_{(a+b-c-1)/(a+b+c)}$, les vraies marches diurnes des moments à partir de 0 à 1, de 1 à 2, etc., par $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ etc. les vraies variations (différences) correspondantes des marches, par $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ et λ_4 — les vraies erreurs des corrections U_1, U_2, U_3 et U_4 observées aux moments $0, a, a+b, a+b+c$, nous aurons pour les carrés des erreurs moyennes ε_{ui} de la correction interpolée linéaire et ε_{uj} de la correction extrapolée linéaire, les formules:

$$\varepsilon^2_{ui} = \left[\left(\frac{a-i}{a}\right)^2 \cdot \frac{1}{p_1} + \left(\frac{i}{d}\right)^2 \cdot \frac{1}{p_2}\right] \varepsilon^2 + \frac{(a-i)i}{6a}[2i\,(a-i)+1]\,\delta^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15a)$$

$$\varepsilon^2_{uj} = \left[\left(\frac{j}{a}\right)^2 \cdot \frac{1}{p_1} + \left(\frac{a+j}{a}\right)^2 \cdot \frac{1}{p_2}\right] \varepsilon^2 + \frac{j\,(a+j)}{6a}[2aj+1]\,\delta^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (19a),$$

[1] A. N. № 4546. Bd. 190, 1912.
[2] Voir les renvois p. p. 50 et 51.

où p_1 et p_2 sont des poids des corrections observées de départ, ε — l'erreur moyenne quadratique de la correction, δ — la variation moyenne des pendules.

Les carrés de la différence moyenne Δu_{ei} entre la correction extrapolée et celle interpolée et Δu_{eo} entre la correction extrapolée et celle observée sont estimés par des formules:

$$(\Delta u_{ei})^2 = 2j^2\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{ab}+\frac{1}{b^2}\right)\varepsilon^2 + j^2\frac{a+b}{6ab}(2ab+1)\,\delta^2 \,. \quad (22)$$

$$(\Delta u_{eo})^2 = 2b^2\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{ab}+\frac{1}{b^2}\right)\varepsilon^2 + b^2\frac{a+b}{6ab}(2ab+1)\,\delta^2 \,. \quad (23)$$

si les poids de toutes corrections observées sont égales à l'unité.

§ 3. En outre, si nous désignons les marches moyennes observées entre les corrections U_1, U_2, U_3 et U_4 par g_a, g_b et g_c, nous aurons pour les valeurs moyennes des différences attendues de ces marches les équations suivantes:

$$(\Delta g_{ab})^2 = 2\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{ab}+\frac{1}{b^2}\right)\varepsilon^2 + \frac{a+b}{6ab}(2ab+1)\,\delta^2 \,. \quad (24)$$

$$(\Delta g_{ac})^2 = 2\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{c}\right)\varepsilon^2 + \left[\frac{a+c}{6ac}(2ac+1)+b\right]\delta^2 \,. \quad (25)$$

Le carré de l'erreur moyenne $\varepsilon_{g^{i/(i+1)}}$ de la marche diurne $i/(i+1)$ interpolée est:

$$\varepsilon^2_{g^{i/(i-1)}} = \frac{2}{a^2}\varepsilon^2 + \frac{\delta^2}{6a}\left[(2a-1)(a-1) - 6i(a-i-1)\right] \,. \quad (28)$$

La formule identique de la marche extrapolée est:

$$\varepsilon^2_{g^{j/(i+1)}} = \frac{2}{a^2}\varepsilon^2 + \left[\frac{(2a-1)(a-1)}{6a} + j + 1\right]\delta^2 \,. \quad (31)$$

De même, pour les erreurs des différences consécutives contigues et non contigues des marchest interpolées qui se trouvent dans un intervalle ou deux intervalles voisins de l'interpolation nous avons les équations:

$$\varepsilon^2_{\Delta g_{1,a}} = \delta^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (34)$$

$$\varepsilon^2_{\Delta g_{ka}} = k\delta^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (37)$$

$$\varepsilon^2_{\Delta g a/(a+1)} = 2\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{ab} + \frac{1}{b^2}\right)\varepsilon^2 +$$

$$+\left[\frac{a+b}{6ab}(2ab+1) - 1\right]\delta^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (39)$$

Les formules (34) et (37) expriment en même temps les erreurs des différences des marches extrapolées.

§ 4. Si nous avons une série des marches absolues déduites des observations sidérales, nous pouvons déterminer les variations des pendules d'après les différences des marches consécutives et non consécutives, en se servant des équations (24) et (25). On peut tirer les coefficients nécessaires des tableaux X, XI et XII; quant à l'erreur moyenne, elle peut être exclue, si elle est connue d'après d'autres considérations. En disposant de très bonnes pendules on peut essayer d'isoler les valeurs ε^2 et δ^2 en résolvant ensemble deux équations correspondant à formules (24) et (25). Le tableau I représente les marches absolues de la pendule Riefler No 86. En y appliquant les considérations exposées on aura pour l'erreur moyenne de la correction observée $\varepsilon = \pm 0^s.027$ et pour la variation de la pendule $\delta = \pm 0^s.002_8$.

On peut simplifier la solution en prenant le moyen intervalle des observations, c'est-à-dire en supposant que $a = b = c = m$. Cette simplification donne pour le même exemple:

$$\varepsilon = \pm 0^s.031 \quad \text{et} \quad \delta = \pm {}^s.003_4$$

Les différences entre les corrections extrapolées et observées laissent aussi à déterminer les variations de la pendule au cas si ε est connu d'après d'autres considérations. Le tableau II donne exemple de pareils calculs.

Pour la détermination des variations des chronomètres on dispose ordinairement de leurs marches absolues déterminées d'après la réception des signaux horaires ou d'après la comparaison avec la pendule normale. En désignant par μ l'erreur des comparaisons et négligeant la variation de la pendule, nous aurons d'après des différences des marches consécutives et non consécutives les équations:

$$\delta^2 + 6\mu^2 = \frac{1}{n}\sum(g_{i+1} - g_i)^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (45)$$

$$2\delta^2 + 4\mu^2 = \frac{1}{n_1}\sum(g_{i+1} - g_i)^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (46)$$

Dans plusieurs cas il est avantageux de négliger d'avance la valeur μ, puisqu'elle ne peut être séparée de δ qu'en cas du

chronomètre de haute qualité. De pareils calculs sont indiqués dans le tableau III.

§ 5. La détermination de la variation des marches relatives se fait par le même procédé qu'au cas des marches absolues. Si les comparaisons sont faites avec la pendule normale, sa variation peut être négligée. Mais, si l'on a des comparaisons des chronomètres seuls, on doit introduire leurs variations dans les équations. Exemples de pareils calculs sont donnés aux tableaux IV, V et VI.

§ 6. Les variations diurne et k — diurne de la marche diurne sont liées par l'équation:

$$\delta_k = \delta \sqrt{k} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (61)$$

La variation moyenne des marches diurnes moyennes, déterminées de l'intervalle de k—jours et séparées par de pareils intervalles, est liée avec δ par équation:

$$(\delta_k) \text{ moyenne} = \delta \sqrt{\frac{2k^2+1}{3k}} \quad \ldots\ldots (62)$$

Les variations d'une heure et celles de 10 minutes de la marche diurne, d'après la formule (61), sont égales à:

$$\delta_h = \frac{\delta}{\sqrt{24}} = 0{,}204\ \delta \text{ et } \delta_{10\,m} = \frac{\delta}{\sqrt{144}} = 0{,}0833\ \delta \quad (63 \text{ et } 64)$$

Les mêmes variations des marches horaires et de celles de 10 minutes correspondantes sont:

$$\delta_{hh} = \frac{\delta}{24\sqrt{24}} = 0{,}00851\ \delta \quad \ldots\ldots (65)$$

et

$$\delta_{100\,mm} = \frac{\delta}{144\sqrt{144}} = 0{,}000579\ \delta \quad \ldots\ldots (66)$$

En général:

$$\delta_{kk} = \delta \cdot k \sqrt{k} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (66a)$$

c'est-à-dire, la variation k—diurne de la marche k—diurne est $k\sqrt{k}$ — fois plus grande que la variation diurne de la marche diurne.

L'écart moyen quadratique des marches diurnes de la moyenne de n jours pleins est:

$$v_n^1 = \delta \sqrt{\frac{n+1}{6}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (68)$$

L'écart moyen quadratique des marches moyennes pour un intervalle de k jours de la marche moyenne pour q intervalles

successifs, c'est-à-dire pour pk jours, que nous désignons par $v^{(k)}_{pk}$, est égale à:

$$v^{(k)}_{pk} = \delta \sqrt{\frac{(2k^2+1)(p+1)}{18k}} \quad \ldots\ldots\ldots (70)$$

§ 7. Si l'on a déterminé la correction du chronomètre n—fois durant l'observation d'une soirée (d'après n étoiles ou paires d'étoiles) et si ε est l'erreur moyenne d'une seule correction et δ— la variation de la marche du chronomètre pour un intervalle moyen entre deux corrections (étoiles) le carré d'une partie fortuite de l'erreur de la correction de soirée pour l'époque moyenne des observations est approximativement:

$$\varepsilon^2_{sm} \simeq \frac{1}{n}\,\varepsilon^2_1 + \frac{n^3}{320}\,\delta^2 \quad \ldots\ldots\ldots (76)$$

Si δ diurne ne dépasse pas $\pm 0^s,3$, on peut rejeter le dernier membre, comme cela est indiqué dans le tableau VII. Il s'en suit la suffisance d'un seul chronomètre pour observations longitudinales d'expédition. On n'a besoin d'autres chronomètres qu'en réserve pour le cas d'avarie du chronomètre de charge. La valeur totale de l'erreur moyenne de la correction du chronomètre d'une soirée est déterminée par la formule:

$$\varepsilon_s = \sqrt{\varepsilon^2_0 + \frac{\varepsilon^2_1}{n}} \quad \ldots\ldots\ldots (78),$$

où ε_0 est la partie systématique de l'erreur d'une soirée donnée. On y peut négliger l'influence de la variation du chronomètre.

§ 8. La valeur de soirée de la longitude dans les conidtions d'expédition dépend des variations du chronomètre appliqué de deux manières: par observations des étoiles et par réceptions des signaux de l'heure. Les calculs de ces influences faits pour les divers programmes de soirée montrent qu'il s'y produit une compensation mutuelle des variations du chronomètre, lesquelles, par conséquent, influencent les valeurs de la longitude obtenues encore au moindre degré que cela n'est marqué dans le § 7. Cette circonstance une fois de plus nous convainc de la suffisance de l'emploi pour les observations longitudinales d'un seulchronomètre de charge.

§ 9. L'étude des moments des radiosignaux nous mène à la conclusion que les erreurs de ces moments ont en moyenne les valeurs de $\pm 0^s,015$ pour l'observatoire moyen (5 service de l'heure) à $\pm 0^s,040$ pour l'observatoire individuel. Les erreurs des

soirées voisins sont très proches les unes aux autres, la variation moyenne de cette erreur se trouve dans les limites de 0,005 à 0,010. Les moments des radiosignaux divers d'après les données d'un seul observatoire ou l'observatoire moyen, ont pratiquement les mêmes erreurs pour un seul soir.

§ 10. Si l'on a fait pendant une seule soirée d'observations longitudinales des observations de quelques groupes d'étoiles et quelques réceptions des signaux horaires, la valeur de la longitude d'après les observations d'une soirée donnée serait théoriquement la plus précise, à condition du calcul d'ensemble de toutes les étoiles observées. Pratiquement il est admissible le calcul avec un groupement arbitraire d'étoiles isolées.

§ 11. En conséquence de la partie systématique sensible dans l'erreur d'observations sidérales d'un observateur à l'expédition et de l'erreur systématique dans les moments des radiosignaux pour un soir donné aux observatoires, l'erreur moyenne de la valeur de la longitude d'une soirée varie très peu avec le nombre des étoiles observées et le nombre des radiosignaux reçus. Le carré de cette erreur moyenne est exprimé par la formule:

$$\varepsilon_l^2 = \varepsilon_g^2 + \frac{1}{r}\varepsilon_r^2 + \varepsilon_0^2 + \frac{1}{n}\varepsilon_1^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; (111)$$

où ε_r, ε_l sont les erreurs moyennes d'une seule réception des signaux et d'une seule étoile, ε_g et ε_0 sont les valeurs moyennes des constantes pour la soirée donnée: des erreurs des moments des signaux et des erreurs systématiques des observations sidérales, r et n sont les nombres des réceptions et des étoiles. Le tableau VIII contient les poids des soirées longitudinales en fonction de r et n, les suppositions sur les valeurs de ε_g et ε_0 etant différentes. Le caractère systématique des erreurs des signaux horaires doit être pris en considération à la déduction définitive de la longitude de la serie des soirées longitudinales.

Le tableau IX contient le schéma de pareils calculs. Ils consistent dans la formation des valeurs indépendentes, au possible, des longitudes en combinant plusieurs soirées voisines et puis dans l'unification pondérée de pareilles valeurs indépendentes. Ces calculs seront superflus si l'on se sert des moments des signaux basés sur les données de plusieurs observatoires.

Les tableaux X, XI et XII contiennent les coefficients des formules (24) et (25). Ils rendent plus faciles l'étude des pendules d'après les formules en question.

О ПОСТОЯНСТВЕ ЛИЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ В АВТОМАТИЧЕСКОМ И СЛУХОВОМ (ПО МЕТОДУ КУКА) ПРИЕМАХ РАДИОСИГНАЛОВ ВРЕМЕНИ

С. М. Терешкова

Прием сигналов в Главной Палате мер и весов регулярно производится по методу Кука и посредством автоматической записи. Цель приема двумя способами—иметь постоянный контроль результатов автомата и страховку на случай перебоев в его работе. Вместе с тем на основании исследований Б. И. Рака и Н. Х. Прейпича[1] этот материал мог быть использован для определения среднего запаздывания автоматического приема для данного периода года.

Действительно, результаты приемов за 1926 и 27 гг. показали, что разности ($A-K$) между автоматическим приемом (А) и по методу Кука (К) колеблются в небольших пределах, что появление их вызывается почти исключительно запаздыванием реле автоматического приемника, и что получаемое таким образом среднее запаздывание реле совпадает с результатами лабораторного исследования приемника. Поэтому с 1928 г. Главная Палата уже начала давать моменты сигналов на основании автоматической записи с введением поправки на запаздывание автомата. Эта редукция определялась для каждого месяца отдельно, как среднее из разностей (А — К) для данного месяца.

Служащее предметом настоящей статьи исследование материалов за 1928 и 1929 гг. имеет своею главною целью определение степени постоянства тех незначительных личных разностей в величинах (А—К), которые были обнаружены в предыдущие годы. Попутно было желательно убедиться, поскольку эти новые материалы подтверждают ранее сделанные выводы[1] о высокой точности приемов по методу Кука, делающей этот метод, в связи с его простотой, незаменимым в условиях экспедиционной обстановки.

Приемы радиосигналов в 1928 и 29 гг. производили следующие наблюдатели: Н. Х. Прейпич (P), Б. И. Рак (R), В. А. Россовская (Rs), О. К. Блумберг (B, с IX—1928 г.) и С. М.

---

[1] Бюллетени Комитета Службы Времени № 3 и 10.

Терешкова *(T)*. В процентном отношении эти приемы распределяются между наблюдателями следующим образом:

	1928 г.	1929 г.
P	14%	14%
R	28%	19%
Rs	21%	22%
B	7%	15%
T	30%	30%

С марта 1928 г. по мере возможности все наблюдатели придерживаются однообразной настройки приемника: сила тока в первичной цепи реле подгоняется к 6 *ma*, а регулировочный винт язычка реле устанавливается примерно на 180° за его чувствительной точкой. При изучении данных за 1928 и 1929 гг. были прежде всего определены личные разности наблюдателей в величинах (А—К), при чем материалы каждого года были рассмотрены отдельно.

Величины (А—К) за 1928 г. были разбиты на два периода: первые восемь месяцев и последние четыре, так как с сентября этого года в приеме участвовал новый наблюдатель. В обоих периодах для каждого наблюдателя были найдены средние значения величины (*A—K*), а затем были образованы их разности по каждой паре наблюдателей. Этим разностям были назначены веса в зависимости от числа наблюдений, образованы взвешенные годичные средние и, наконец, произведено выравнивание этих результатов. В 1929 г. разности в величинах (А—К) выводились отдельно для каждого месяца и для каждой пары наблюдателей. Из полученных значений были затем образованы взвешенные годичные средние и после того подвергнуты уравниванию. Полученные уравненные значения личных разностей по отношению к наблюдателю за 1928 и 1929 гг., а также такие же значения за 1926 и 27 гг. приводятся в таблице I.

Таблица I—Tableau I

	1926 г.[1]	1927 г.[1]	1928 г.	1929 г.
P—R . .	+ 0ˢ0031	+ 0ˢ0018	+ 0ˢ0022 ± 0ˢ0006	+ 0ˢ0017 ± 0ˢ0006
P—Rd .	+ 0,0010	—	—	—
P—Rs .	—	+ 0,0032	+ 0,0023 ± 0,0007	+ 0,0050 ± 0,0006
P—B . .	—	—	+ 0,0021 ± 0,0012	+ 0,0031 ± 0,0006
P—T . .	—	— 0,0014	— 0,0002 ± 0,0006	+ 0,0018 ± 0,0006

[1] Эти разности несколько отличаются от помещенных в № 3 и 10 „Бюллетеня", так как здесь они уравнены.

Если же эти разности перечислить на среднего (за каждый год) наблюдателя, то числа таблицы I заменятся следующими числами (таблица II).

Таблица II — Tableau II

	1926 г.	1927 г.	1928 г.	1929 г.	Средние за все время Moyennes
$P-M$.	$+0^s,0014$	$+0^s,0009$	$+0^s,0013$	$+0^s,0023$	$+0^s,0015$
$R-M$.	$-0,0017$	$-0,0009$	$-0,0009$	$+0,0006$	$-0,0007$
$Rd-M$	$+0,0004$	—	—	—	—
$Rs-M$.	—	$-0,0023$	$-0,0010$	$-0,0027$	$-0,0020$
$B-M$.	—	—	$-0,0008$	$-0,0008$	$-0,0008$
$T-M$.	—	$+0,0023$	$+0,0015$	$+0,0005$	$+0,0014$

Обзор чисел таблицы I показывает, что порядок отклонений отдельных результатов от среднего за все время можно оценить в $0^s,001$. В личных разностях наблюдателей R и T как будто заметно постепенное изменение, но поскольку оно является реальным, можно будет решить только по накоплении нового материала.

После определения личных разностей все величины (А—К) за 1928 и 29 гг. были приведены к наблюдателю P.

Для приведения их к среднему наблюдателю эти результаты должны быть уменьшены на $0^s,001$ в 1928 г. и на $0^s,002$ в 1929 г. Значения (А—К) для Науэна были, кроме того, исправлены за неравномерность подачи сигналов, на основании развивавшихся ранее (Бюллетень К. С. В. № 3) соображений. По наблюдениям в Потсдаме любезно сообщенным проф. Манкопфом, и наблюдениям Главной Палаты, запаздывание (v_m) 151-го сигнала в 1928 и 29 гг. выражалось числами, приведенными в таблице III.

С декабря 1929 г. этого запаздывания не наблюдалось в виду изменения конструкции передатчика сигналов станции Науэн.

Месячные средние приведенных значений (А—К) за 1928 и 29 гг. даны для каждой станции в отдельности в таблицах IV и V. Рядом со средними значениями даны числа и использованных для этого приемов радиосигналов. В столбцах для Науэна кроме того даны значения (А—К), не исправленные за запаздывание передачи, а рядом с ними же поправочки, которые были введены за это запаздывание.

Взятые по всем станциям месячные средние держатся достаточно стойко, обнаруживая от месяца к месяцу лишь незначительные и большею частью достаточно плавные изменения. Как правило, летние месяцы дают несколько уменьшенные значения, так как летний слухо-

Таблица III—Tableau III

	1928 года			1929 года		
	Ленингр. Leningrad	Потсдам Potsdam	Л—П 10^3 $L-Pt$	Ленингр. Leningrad	Потсдам Potsdam	Л—П 10^3 $L-Pt$
Январь—Janvier	— 0ˢ,004	— 0ˢ,007	+ 3	— 0ˢ,006	— 0ˢ,003	— 3
Февраль—Février	— 0,007	— 0,006	— 1	— 0,004	— 0,005	+ 1
Март—Mars	— 0,005	— 0,005	0	— 0,004	— 0,003	— 1
Апрель—Avril	— 0,006	— 0,006	0	— 0,003	— 0,003	0
Май—Mai	— 0,005	— 0,006	+ 1	— 0,004	— 0,003	— 1
Июнь—Juin	— 0,006	— 0,005	— 1	— 0,004	— 0,004	0
Июль—Juillet	— 0,004	— 0,003	— 1	— 0,004	— 0,003	— 1
Август—Août	— 0,004	— 0,005	+ 1	— 0,004	— 0,003	— 1
Сентябрь—Septembre	— 0,005	— 0,004	— 1	— 0,004	— 0,004	0
Октябрь—Octobre	— 0,005	— 0,003	— 2	— 0,003	— 0,003	0
Ноябрь—Novembre	— 0,002	— 0,003	+ 1	— 0,004	— 0,003	— 1
Декабрь—Décembre	— 0,006	— 0,003	— 3	— 0,000	+ 0,000	0

вой прием по методу Кука затрудняется обилием разрядов и имеет таким образом свое запаздывание. Очень крупные значения (А—К), как, например, для апреля 1928 г. и ноября 1929 г., обычно совпадают с периодами истощения батарей, дающих добавочный потенциал на сетку последней усилительной лампы. Так, в течение апреля 1928 г. были постепенно сменены все элементы понижающей батареи, а также все лампы в усилителе и выпрямителях. Увеличенное значение (А—К) для 1929 г. (в среднем 0ˢ,010 при 0ˢ,008 в 1928 г.) отчасти объясняется техническими особенностями приемов этого года, т. е. состоянием батарей, ламп и т. п., отчасти, повидимому, субъективными причинами, так как по приведении к среднему наблюдателю, годичные средние 0ˢ,008 и 0ˢ,010 заменяются следующими:

1928 г. + 0ˢ,007
1929 г. + 0,008

В общем числа приведенной таблицы дают уверенность, что результаты приема радиосигналов в Главной Палате однородны в пределах 0ˢ,002—0ˢ,003. Если же сопоставлять годичные средние по станциям, то из них выделяется (А—К) только для Регби 10^h. Этот факт не может быть пока удовлетворительно объяснен и требует дальнейшего накопления материала.

Материалы.

Таблица IV—Tableau IV

1928	Наген 12h Nauen				Бордо 8h Bordeaux		Бордо 20h Bordeaux		Д. Село D. Sélo		Москва Moscou		Среднее по месяцам Moyennes pour mois
I	0s,010	—3*	0s,007	30	0s,007	26	0s,006	30	0s,009	31	0s,009	30	0s,008
II	013	—5	008	27	008	24	007	27	009	25	010	26	008
III	014	—4	010	27	010	24	007	30	010	28	010	29	009
IV	016	—5	011	26	011	26	012	27	013	26	011	25	012
V	012	—4	008	23	007	28	010	30	009	29	010	22	009
VI	010	—4	006	24	006	27	008	27	009	30	006	28	007
VII	008	—3	005	26	007	26	002	23	009	27	007	17	005
VIII	009	—3	006	20	006	23	005	19	008	27	007	18	006
IX	013	—3	010	19	008	15	008	16	007	20	007	15	008
X	011	—4	007	30	010	28	010	27	006	27	007	26	008
XI	012	—2	010	24	008	27	008	28	008	29	009	25	009
XII	017	—5	012	25	010	24	012	29	008	30	005	24	010
Средние по станциям Moyennes pour stations			0s,008		0s,008		0s,008		0s,009		0s,008		

Таблица V—Tableau V.

1929	Наген 12h Nauen				Бордо 8h Bordeaux		Бордо 20h Bordeaux		Д. Село D. Sélo		Москва Moscou		Регби 10h Rugby		Регби 18h Rugby		Средние по месяц. Moyennes pour mois
I	0s,013	—4	0s,009	23	0s,011	25	0s,009	25	0s,011	23	0s,010	24	—	—	—	—	0s,010
II	015	—3	012	25	011	26	013	23	011	24	011	18	—	—	—	—	011
III	016	—3	013	23	012	29	012	29	010	29	008	12	—	—	—	—	011
IV	012	—2	010	28	012	28	010	27	012	27	010	22	—	—	—	—	011
V	012	—3	010	30	009	27	011	24	010	23	008	26	—	—	—	—	010
VI	009	—3	006	25	009	26	008	26	010	28	006	15	0s,009	18	0s,011	—	009
VII	011	—3	008	23	008	22	007	17	007	26	009	18	012	21	009	—	008
VIII	013	—3	010	27	009	28	007	29	009	23	009	25	012	28	008	—	009
IX	012	—3	009	29	008	29	007	26	008	28	009	28	011	30	010	—	009
X	014	—2	012	30	012	23	012	25	009	28	010	13	014	30	008	—	011
XI	015	—3	012	25	013	22	012	26	012	21	011	25	014	27	012	—	012
XII	011	—	011	30	009	24	012	21	009	29	012	28	012	30	011	—	011
Средние по станциям Moyennes pour stations			0s,010		0s,010		0s,010		0s,010		0s,009		0s,012		0s,010		

* Числа этого столбца—единицы третьего знака.

Выводы: 1) Существование незначительных личных разностей в величинах (А—К) подтверждается и материалами 1928 и 1929 гг. Эти разности держатся в течение ряда лет достаточно стойко. 2) Автоматический прием сигналов в Главной Палате обеспечивает однородность получаемых результатов в пределах 0,002—0,003 секунды.

SUR LA CONSTANCE DES DIFFERENCES PERSONNELLES DANS LES RECEPTIONS AUTOMATIQUES ET AUDITIVES (METHODE DE COOKE) DES SIGNAUX RYTHMES.

Par Mme S. M. Terechkova

(*Résumé*)

Deux méthodes on emploie à la Chambre Centrale des Poids et Mesures pour la réception des signaux horaires: l'enregistrement automatique et la méthode de Cooke. Les différences entre la réception automatique (*A*) et celle auditive (*K*) sont insignifiantes, et on peut les expliquer par un retardement du relais du récepteur automatique. Au temps qui court la Chambre Centrale donne les moments des signaux d'après l'enregistrement automatique, en introduisant une réduction correspondante. Pour la station Nauen on avait déterminé le retard (v_m) du 151—me signal à chaque réception, tant qu'il était possible; les moyennes de ces retards pour 1928 et 1929 sont reproduites dans le tableau III. L'analyse des différences (*A—K*) pour les années 1926, 27, 28 et 29 a démontré que l'ordre des écarts des résultats annuels de la moyenne pour toute la période peut être estimé de 0,001 de seconde. Les différences moyennes mensuelles (*A—K*) gardent leurs valeurs pour toutes les stations.

Les réceptions automatiques des signaux à la Chambre Centrale assurent l'identité des résultats dans les limites de 0,002 à 0,003 de seconde.

СПЕКТРАЛЬНОЕ КОЛИЧЕСТВЕННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВИСМУТА В МЕДИ [1]

Б. А. Ломакин

Введение.

Висмут является одной из очень вредных примесей к меди. Количественные данные представляют интерес даже при содержаниях висмута порядка тысячных процента. Этот случай можно считать вполне характерным для применения спектрального количественного анализа. Как известно, достоинства спектрального метода—экономия времени, материала и объективность. Одним из основных создателей спектрального количественного анализа можно считать A. de Gramont'a, который базировал свой метод на так называемых „rais ultimes".

Новое исследование свойств «rais ultimes» и освещение вопроса с точки зрения современной физики опубликовано Ir. Negresco [2] с указанием большого количества литературы. Возможность применения спектрального количественного анализа в отдельных случаях для массовых технических анализов доказано работой, опубликованной W. F. Meggers'ом, C. C. Kiess'ом и F. J. Stimson'ом [3].

Новейший метод спектрального количественного анализа сплавов опубликован W. Gerlach'ом и E. Schweitzer'ом [4].

I. Изготовление сплавов.

В качестве основного материала послужила электролитическая катодная медь. Для проверки чистоты материала было произведено четыре анализа методом электролиза.

---

[1] Работа опубликована в Zschr. anorg. und allgem. Chemie, B. 187, Heft 1, 1930.

[2] J. ch. Phys. t. 25 №№ 2, 3, 4, и 5, 1928.

[3] Sc. Pap. U. S. A. Bur. of Stand., 18, p. 235, 1922.

[4] Zschr. anorg. und allg. Chem. B. 142, s. 383, 1925; 164, 127, 1927; 173, 104, 1928; 181, 101, 1929.

Получено следующее содержание меди:

1-ая проба	99,98 ± 0,015 %;	
2-ая „	100,00 ±	„
3-ья „	100,00 ±	„
4-ая „	100,00 ±	„

Специально на содержание висмута было сделано колориметрическое испытание (навеска 10 *г*), давшее отрицательные результаты. Затем медь была спектрально сравнена с медью, полученной от фирмы A. Hilger (Лондон) и от Bureau of Standards. При сравнении микрограмм участков спектров, содержащих линии висмута, существенной разницы не обнаружено. Плавка производилась в криптольной печи в графитовых тиглях. Перед отливкой сплав подвергался сильному перемешиванию. Из полученного сплава отливались электроды (80 *мм* длиной и 8 *мм* диаметром) в массивной стальной форме. Первый сплав по расчету должен был содержать 1,26% висмута (проценты весовые); путем химического весового анализа получено следующее содержание такового:

1-ая проба 1,25% Bi;
2-ая „ 1,22% „

Затем из данного сплава путем добавления чистой меди был изготовлен сплав с расчетным содержанием висмута 0,5%; химический анализ сплава дал следующее:

1-ая проба 0,466% Bi;
2-ая „ 0,482% „

В дальнейшем каждый последующий сплав получался путем прибавления чистой меди к предыдущему. Всего было изготовлено 11 сплавов следующего состава:

I	1,25	(1,24),	весовых	процентов	Bi;
II	0,5	(0,474),	„	„	„
III	0,25	—	„	„	„
IV	0,125	—	„	„	„
V	0,05	—	„	„	„
VI	0,025	—	„	„	„
VII	0,0125	—	„	„	„
VIII	0,005	—	„	„	„
IX	0,0025	—	„	„	„
X	0,00125	—	„	„	„
XI	0,000625	—	„	„	„

II. Источник света.

Первоначально в качестве источника света была применена искра между электродами из испытуемого материала. Колебательный контур содержит емкость $C = 0{,}01\ \mu F$ и самоиндукцию $L = 0{,}00018$ H.

Питался контур от вторичной обмотки большого индуктора, в первичную обмотку которого включался городской переменный ток (50 герц). Но при данных условиях линии висмута обладали недостаточной интенсивностью (фотографической плотностью) уже при содержаниях порядка 0,025%. Было получено некоторое увеличение относительной интенсивности линий висмута путем увеличения самоиндукции до 0,007 H. Увеличение емкости до 0,04 μF полезного действия не оказало. Значительное увеличение относительной интенсивности висмутовых линий достигнуто путем замены искры дугою постоянного тока (120 V).

III. Получение спектограмм.

Дуга постоянного тока (нормальный режим 3A 35V) получалась непосредственно между электродами из испытуемого материала. Концы электродов затачивались на конус 60°. В качестве держателя электродов применялась дуговая лампа Hilger'a F4. Кварцевой линзой 50 *мм* диаметром изображение дуги фокусировалось на щель кварцевого спектрографа Hilger'a E3. В течение первых 70 сек. от момента зажигания дуги фотографическая пластинка защищалась от света особой заслонкой перед фотографической камерой спектрографа. За это время производилась точная фокусировка дуги и режим горения последней становился более устойчивым. Затем заслонка выдвигалась и производилось фотографирование при нормальном времени экспозиции 5 сек. Для проявления служил пирогаллоловый проявитель с ацетоном. Время проявления 3 минуты при $t = 20°$ C. Для каждой спектрограммы готовилась новая порция проявителя.

Пользуясь передвижением кассеты, на одну пластинку снимались все одиннадцать сплавов.

IV. Микрофотометрирование спектрограмм.

Микрофотометрирование спектрограмм производилось на микрофотометре Koch'a в Государственном Физико-Техническом Институте (Ленинград), при любезном содействии заведующего рентгеновской лабораторией Н. Я. Селякова. На полученных микрограммах были измерены высоты от точек соответствующих фону спектра до максимумов кривых. Отношение этих высот считалось равным отношению максимумов фотографических плотностей спектральных линий.

Для придания методу более общего характера при выборе необходимых медных линий к последним предъявлялись следующие требования:

а) Близкое расположение к соответствующим висмутовым линиям.

в) В установленных условиях съемки максимумы почернений, соответствующие этим медным линиям, не должны выходить из прямолинейного участка кривой почернения фотографической пластинки.

Для результатов послужили следующие линии висмута и меди.

Линии висмута:

Bi 1 $\lambda = 2780{,}52$ Kaiser [1]
Bi 2 $\lambda = 2798{,}70$ »
Bi 3 $\lambda = 2897{,}98$ »
Bi 4 $\lambda = 3067{,}73$ »

Линии меди:

Cu 1 $\lambda = 2782{,}5 - 83{,}5$ (2782,63—83.57)
Cu 2 $\lambda = 2786{,}5$ — (2786,52)
Cu 3 $\lambda = 2805{,}7$ — (2805,69)
Cu 4 $\lambda = 2911{,}0$ — (2911,24)
Cu 5 $\lambda = 3088{,}1$ — (3088,10)

Длины волн медных линий получены путем измерения. (В скобках приведены данные Exner и Haschek). [2]

V. Результаты полученные в одинаковых условиях.

Были сняты независимо две спектограммы №№ I и II при следующих одинаковых условиях. Сила тока $J = 3\ A$. Напряжение дуги $E = 35$ V. Экспозиция $t = 5$ сек.

Результаты микрофотометрирования сведены в таблицах I и II.

Таблица I—Tableau I.

№№ сплавов Nos des alliages	Bi 1 / Cu 1		Bi 1 / Cu 2		Bi 2 / Cu 3		Bi 3 / Cu 4		Bi 4 / Cu 5	
	Отношение Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport	Отношение Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport	Отношение Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport	Отношение Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport	Отношение Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport
I	1,69	0,228	3.29	0,517	0,968	— 0,014	—	—	—	—
II	1,34	0,127	2 31	0,364	0,456	— 0,341	—	—	—	—
III	0,893	— 0,049	1,52	0,182	0,323	— 0,491	—	—	—	—
IV	0,765	— 0,116	1,33	0,124	—	—	1,71	0,233	—	—
V	0,340	— 0,468	0,577	— 0,239	—	—	1,52	0,182	—	—
VI	0.189	— 0,723	0,357	— 0,447	—	—	1,32	0,121	—	—
VII	0,187	— 0,728	0,323	— 0,491	—	—	0,872	0,059	1,66	0,220
VIII	—	—	—	—	—	—	0,554	— 0,256	1,39	0,143
IX	—	—	—	—	—	—	0,312	— 0,506	1,28	0,107
X	—	—	—	—	—	—	0,272	—0,565	1,08	0,033
XI	—	—	—	—	—	—	—	—	1,36	0,134

[1] Tabelle der Hauptlinien der Linienspektra aller Elemente. 1926.
[2] Kayser, Handbuch der Spektroskopie 7 (1926), 1.

Таблица II—Tableau II

№№ сплавов Nos des alliages	Bi 1 / Cu 1		Bi 1 / Cu 2		Bi 2 / Cu 3		Bi 3 / Cu 4		Bi 4 / Cu 5	
	Отношение—Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport	Отношение—Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport	Отношение—Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport	Отношение—Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport	Отношение—Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport
I	1,60	0,204	2,92	0,465	0,861	−0,065	—	—	—	—
II	1,43	0,155	2,39	0,378	0,610	−0,215	—	—	—	—
III	1,10	0,041	1,92	0,283	0,329	−0,483	—	—	—	—
IV	0,641	−0,193	1,09	0,037	—	—	1,72	0,236	—	—
V	0,370	−0,432	0,644	−0,191	—	—	1,63	0,212	—	—
VI	0,221	−0,656	0,375	−0,426	—	—	1,18	0,072	—	—
VII	0,125	−0,903	0,217	−0,663	—	—	0,813	−0,090	1,78	0,250
VIII	—	—	—	—	—	—	0,535	−0,272	1,31	0,117
IX	—	—	—	—	—	—	0,309	−0,510	1,22	0,086
X	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
XI	—	—	—	—	—	—	—	—	0,492	−0,308

В таблицах $\frac{Bi\,1}{Cu\,1}$ условно обозначает отношение максимумов фотографических плотностей спектральных линий висмута «Bi 1» и меди «Cu 1» и т. д.

По таблицам I и II построены кривые рис. 1, где в логарифмических координатах изображена зависимость между процентным содержанием висмута в меди и отношением «максимумов плотностей» спектральных линий висмута в меди. Характер кривых обоснован ниже.

В таблице III в первом столбце слева даются отношения $\frac{Bi}{Cu}$, соответствующие проведенной кривой. В следующих двух столбцах приводятся отклонения в содержании висмута (в процентах от опре-

деляемой величины), обусловленные отклонением точек, полученных в результате измерения (отношения $\frac{Bi}{Cu}$) от приведенной кривой. В данных условиях среднее квадратичное отклонение одного наблюдения от прямолинейного участка кривой для $\frac{Bi\,1}{Cu\,3}$, $\frac{Bi\,3}{Cu\,4}$, $\frac{Bi\,4}{Cu\,5}$ определяется в ± 21% (19,9%) для спектрограммы № I и в ± 16,4%

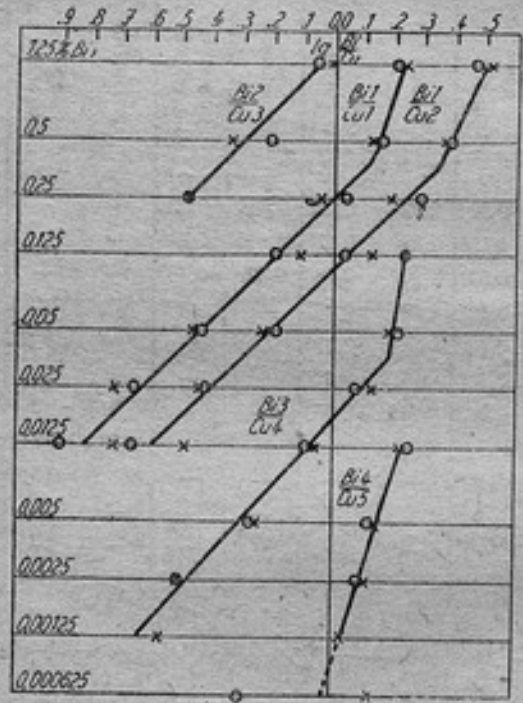

Рис. 1. Спектрограмма I ×; Спектрограмма II 0
Fig. 1. Spectrogramme I ×; Spectrogramme II 0

(17,5%) для спектрограммы № II. В скобках приведены средние квадратичные отклонения не для прямолинейных участков, а для всех кривых полностью.

В левой части таблицы IV приведены отношения

$$\frac{Bi\,1}{Cu\,1},\ \frac{Bi\,1}{Cu\,2}\ \text{и}\ \frac{Cu\,1}{Cu\,2},$$

Таблица III — Tableau III

№№ сплавов Nos des alliages	Bi 1			Bi 1			Bi 2			Bi 3			Bi 4		
	Bi 1 Cu 1	I %	II %	Bi 1 Cu 2	I %	II %	Bi 1 Cu 3	I %	II %	Bi 3 Cu 4	I %	II %	Bi 4 Cu 5	I %	II %
I Bi 1,25%	1 65	+ 8,0	—15	3,14	+17	—19	0,92	+10	—10	—	—	—	—	—	—
II Bi 0,5%	1,39	—15	+20	2,35	— 5,0	+ 10	0,515	—15	+30	—	—	—	—	—	—
III Bi 0,25%	1,00	—16	+18	1,72	—16	+ 20	0,328	— 2,0	0,0	—	—	—	—	—	—
IV Bi 0,125%	0,645	+32	— 0,0	1,10	+36	0,0	—	—	—	1,72	0.0	0,0	—	—	—
V Bi 0,05%	0,363	—10	+ 4,0	0,613	— 8,0	+ 9,0	—	—	—	1,58	—23	+36	—	—	—
VI Bi 0,025%	0,235	—28,5	— 8,0	0,391	— 6,0	—13	—	—	—	1,25	-12	— 9	—	—	—
VII Bi 0,0125%	0,152	+39	—25	0,251	+48	—19,6	—	—	—	0,85	+ 4,0	— 8,0	1,72	—16,8	+22
VIII Bi 0,005%	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,505	+22	+14	1,43	—12	—32
IX Bi 0,0025%	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,338	—12	—12	1,24	+20	— 6
X Bi 0,00125%	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,226	+40	—	1,08	+ 0,0	—
XI Bi 0,000625%	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	—	±24	±15,4	—	±24,7	±14,6	—	±10,5	±18,3	—	±20,4	±17,2	—	±14,4	±22,7

полученные в результате микрофотометрирования II спектров сплава № V, снятых при одинаковых условиях: $J = 3$ A, $E = 35$ V; $t = 5$ сек. Правая часть таблицы IV составлена аналогично таблице III.

VI. Влияние изменения времени экспозиции.

Снята спектрограмма № III при следующих условиях:

$I = A$; $E = 35V$; $t = 25$ сек., т. е. время экспозиции увеличено в пять раз.

Таблица IV—Tableau IV

№№ сплавов Nos des alliages	Bi 1 / Cu 1		Bi 1 / Cu 2		Cu 1 / Cu 2		Bi 1 / Cu 1		Bi 1 / Cu 2	
	Отношение—Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport	Отношение—Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport	Отношение—Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport	Отношение среднее Rapport moyen	Отклонения в % Bi Ecarts en p. c. de Bi	Среднее отношение Rapport moyen	Отклонения в % Bi Ecarts en p. c. de Bi
1	0,346	−0,461	0,583	−0,166	1,69	0,229	0,304	+24	0,530	+20
2	0,364	−0,439	0,615	−0,211	1,70	0,231	0,304	+33	0,530	+26
3	0,344	−0,463	0,577	−0,239	1,67	0,223	0,304	+23	0,530	+18
4	0,328	−0,484	0,669	−0,175	2,04	0,310	0,304	+13	0,530	+44
5	0,271	−0,567	0,489	−0,311	1,81	0,258	0,304	−17	0,530	−11
6	0,271	−0,567	0,432	−0,364	1,60	0,204	0,304	−17	0,530	−27
7	0,261	−0,583	0,488	−0,312	1,87	0,272	0,304	−22	0,530	−11
8	0,231	−0,636	0,432	−0,364	1,86	0,270	0,304	−35	0,530	−27
9	0,337	−0,472	0,608	−0,216	1,81	0,258	0,304	+18	0,530	+26
10	0,282	−0,550	0,440	−0,356	1,56	0,193	0,304	−11	0,530	−25
11	0,310	−0,491	0,495	−0,305	1,60	0,204	0,304	+ 4	0,530	− 9
Среднее Moyenne	0,304	−0,517	0,530	−0,276	1,75	0,243		±21,6		±24,2

Результаты микрофотометрирования сведены в таблицу V и построены соответствующие кривые, рис. 2. Пунктиром показаны кривые рис. 1.

Таблица V—Tableau V

№№ сплавов Nos des alliages	Bi 1 / Cu 1		Bi 1 / Cu 2		Bi 2 / Cu 3		Bi 3 / Cu 4		Bi 4 / Cu 5	
	Отношение—Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport	Отношение—Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport	Отношение—Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport	Отношение—Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport	Отношение—Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport
I	1,37	0,138	2,27	0,356	1,44	0,158	—	—	—	—
II	1,32	0,121	2,11	0,324	0,623	−0,205	—	—	—	—
III	1,10	0,041	1,9	0,279	0,377	−0,421	—	—	—	—
IV	0,793	−0,101	1,15	0,061	0,300	−0,523	1,65	0,218	—	—
V	0,463	−0,334	0,707	−0,151	—	—	1,42	0,152	—	—
VI	0,274	−0,562	0,410	−0,387	—	—	1,27	0,104	—	—
VII	0,146	−0,836	0,243	−0,614	—	—	0,970	−0,013	1,68	0,225
VIII	—	—	—	—	—	—	0,515	−0,288	1,57	0,196
IX	—	—	—	—	—	—	0,355	−0,450	1,24	0,093
X	—	—	—	—	—	—	0,220	−0,656	0,957	−0,019
XI	—	—	—	—	—	—	—	—	0,714	−0,154

По кривым составлена таблица VI аналогично таблице III, но среднее квадратичное отклонение вычислено только для прямолинейных участков кривых

$$\frac{Bi\,1}{Cu\,2};\ \frac{Bi\,2}{Cu\,3};\ \frac{Bi\,3}{Cu\,4};$$

Изменение фотографических плотностей линий висмута в зависимости от процентного содержания в сплаве можно видеть на рис. 3, где приведены микрограммы участков спектров сплавов с I по VII содержащих линии Bi 1; Cu 1 и Cu 2.

Увеличение времени экспозиции в пять раз, как можно видеть из рис. 2, сказалось следующим образом: прямолинейные участки кривых

$$\frac{Bi\,1}{Cu\,1};\ \frac{Bi\,1}{Cu\,2}\ \text{и}\ \frac{Bi\,3}{Cu\,4}$$

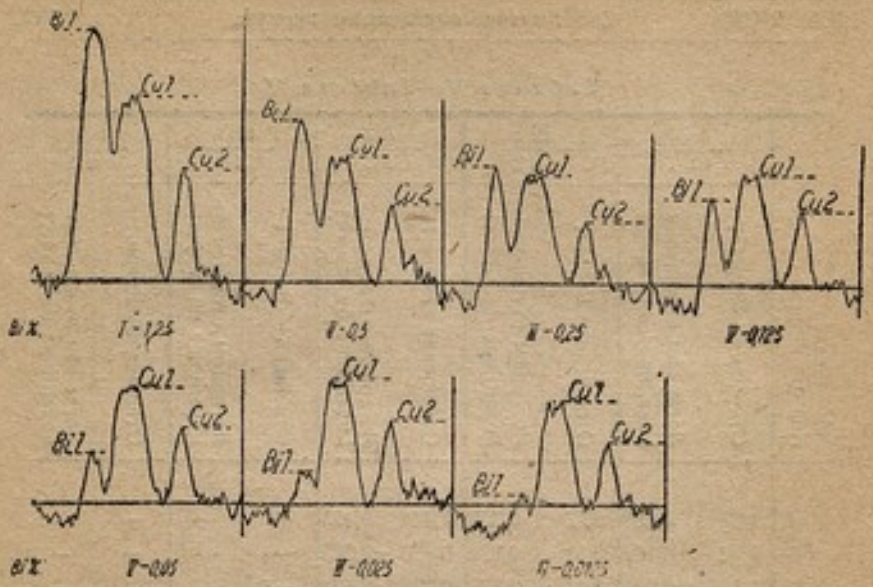

Рис. 2. Cu + Bi (%) — Fig. 2 Cu + Bi (p. c.)

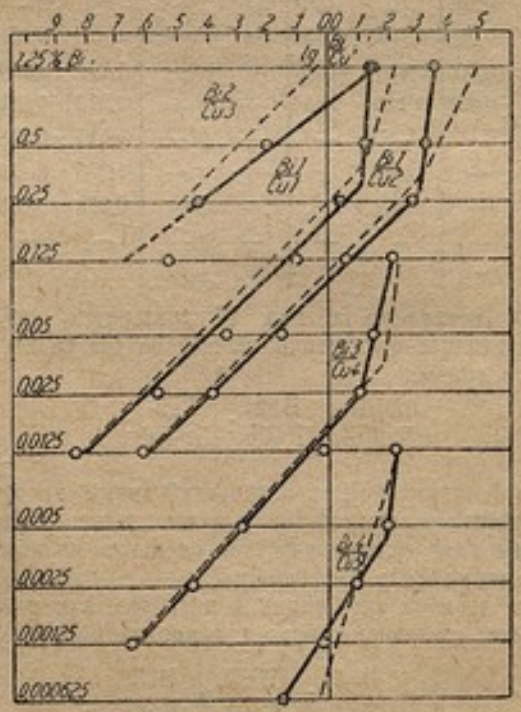

Рис. 3. Спектрограмма III.—Fig. 3. Spectrogramme III.

переместились несколько вправо, практически не меняя своего наклона. Причиной такого перемещения кривых могло явиться то, что при данном времени экспозиции плотности линий меди Cu 1, Cu 2 и Cu 4 не совсем соответствуют прямолинейному участку кривой почернения фотографической пластинки.

Значительно сильнее смещены кривые

$$\frac{Bi\,2}{Cu\,3} \text{ и } \frac{Bi\,4}{Cu\,5};$$

Таблица VI — Tableau VI

№№ сплавов и % Bi / Nos des alliages et p. c. de Bi	Bi 1		Bi 1		Bi 2		Bi 3		Bi 4	
	Bi 1 / Cu 1	Отклонения в % Bi / Ecarts en p. c. de Bi	Bi 1 / Cu 2	Отклонения в % Bi / Ecarts en p. c. de Bi	Bi 2 / Cu 3	Отклонения в % Bi / Ecarts en p. c. de Bi	Bi 3 / Cu 4	Отклонения в % Bi / Ecarts en p. c. de Bi	Bi 4 / Cu 5	Отклонения в % Bi / Ecarts en p. c. de Bi
I Bi 1,25	1,37	0,0	2,27	0,0	1,45	0,0	—	—	—	—
II Bi 0,5	1,32	0,0	2,11	0,0	0.683	−10	—	—	—	—
III Bi 0,25	1,19	−10	1,9	0,0	0,380	0,0	—	—	—	—
IV Bi 0,125	0,75	− 9,7	1,2	− 5,6	0,212	—	1,66	0,0	—	—
V Bi 0,05	0,405	+ 24,0	0,650	+ 14	—	—	1,43	0,0	—	—
VI Bi 0,025	0.254	+ 11,8	0,410	0,0	—	—	1,27	0,0	—	—
VII Bi 0,0125	0,160	−11,5	0,260	− 8	—	—	0,930	+ 8	1,69	0,0
VIII Bi 0,005	—	—	—	—	—	—	0,526	− 3,0	1,58	0,0
IX Bi 0,0025	—	—	—	—	—	—	0,345	+ 5	1,22	+ 4,0
X Bi 0,00125	—	—	—	—	—	—	0,225	0,0	0,940	+ 7,0
XI Bi 0,000625	—	—	—	—	—	—	—	—	0,725	− 2,5
	—	± 14,4	—	± 6,9	—	± 3,2	—	± 4,4	—	± 4,2

Таблица VII — Tableau VII

№№ сплавов Nos des alliages	Bi 1 / Cu 1		Bi 1 / Cu 2		Bi 3 / Cu 4		Bi 4 / Cu 5	
	Отношение—Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport	Отношение—Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport	Отношение—Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport	Отношение—Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport
II	1,23	0,090	1,78	0,250	—	—	—	—
III	1,08	0,033	1,60	0,204	—	—	—	—
IV	0,764	−0,117	1,15	0,061	1,73	0,238	—	—
V	0,485	−0,314	0,689	−0,162	1,40	0,146	—	—
VI	0,299	−0,524	0,412	−0,385	1,15	0,061	—	—
VII	0,201	−0,696	0,30	−0,523	0,960	0,018	1,65	0,218
VIII	—	—	—	—	0,551	−0,259	1,45	0,161
IX	—	—	—	—	0,329	−0,483	—	—
X	—	—	—	—	0,270	−0,569	0,690	−0,161
XI	—	—	—	—	—	—	0,450	−0,347

кроме того из рассмотрения кривых рис. 2 и таблицы VI можно видеть, что в результате увеличения времени экспозиции среднее квадратичное отклонение точек от проведенных кривых стало заметно меньше, а именно ± 5,5% от определяемой величины. Влияние увеличения времени экспозиции, а также расширения щели, можно видеть из результатов спектрограммы № IV (таблица VII: кривые рис. 4), снятой при следующих условиях:[1] $J = 3$ A; $E = 35$ V; $t = 60$ сек.

VII. Влияние изменения силы тока в дуге.

Снята спектрограмма № V при следующих условиях: $J = 6$ A; $E = 35$ V; $t = 5$ сек.

[1] Спектрограмма № IV снята одной из первых, когда условия съемки и проявления не были так строго фиксированы, как при последующих спектрограммах.

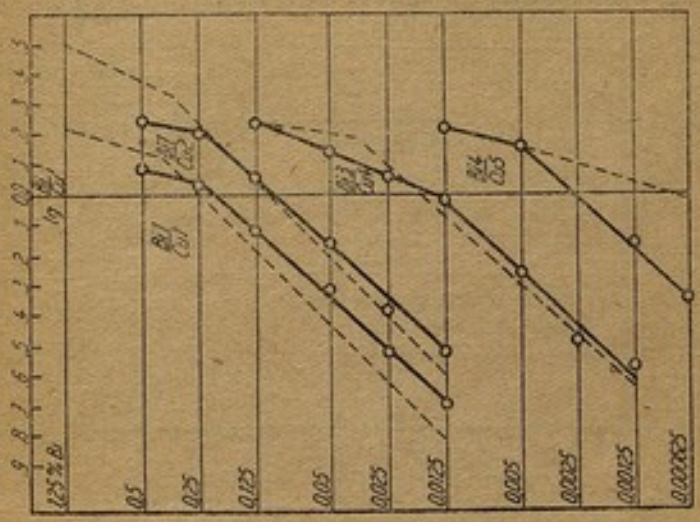

Рис. 4. Спектрограмма IV.
Fig. 4. Spectrogramme IV.

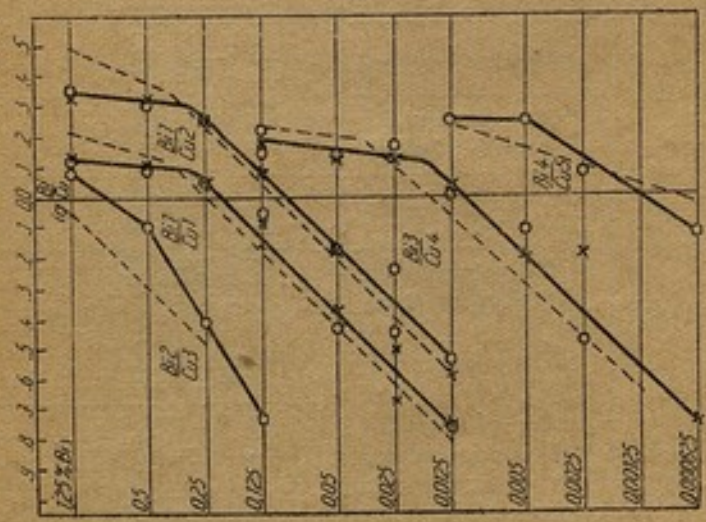

Рис. 5. Спектрограммы V и VI.
Fig. 5. Spectrogrammes V et VI.

Таблица VIII — Tableau VIII

№№ сплавов — Nos des alliages	Bi 1 / Cu 1				Bi 1 / Cu 2				Bi 2 / Cu 3		Bi 3 / Cu 4				Bi 4 / Cu 5	
	V		VI		V		VI		V		V		VI		V	
	Отношение — Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport	Отношение — Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport	Отношение — Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport	Отношение — Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport	Отношение — Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport	Отношение — Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport	Отношение — Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport	Отношение — Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport
I	1,33	0,124	1,36	0,134	2,26	0,354	2,15	0,332	1,21	0,083	—	—	—	—	—	—
II	1,23	0,090	1,29	0,111	2,02	0,305	2,12	0,326	0,80	−0,097	—	—	—	—	—	—
III	1,12	0,049	1,12	0,049	1,80	0,255	1,79	0,253	0,384	−0,416	—	—	—	—	—	—
IV	0,876	−0,057	0,819	−0,087	1,40	0,146	1,18	0,072	0,183	−0,737	1,66	0,220	1,50	0,176	—	—
V	0,363	−0,440	0,416	−0,381	0,660	−0,178	0,649	0,178	—	—	1,36	0,134	1,34	0,127	—	—
VI	0,356	−0,448	0,208	−0,682	0,570	−0,244	0,309	0,510	—	—	1,46	0,164	1,33	0,124	—	—
VII	0,171	−0,767	0,174	−0,759	0,283	−0,848	0,250	0,602	—	—	1,00	0,00	1,08	0,033	1,79	0,253
VIII	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,773	−0,112	0,626	−0,203	1,76	0,246
IX	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,326	−0,487	0,636	−0,197	1,18	0,072
X	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
XI	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,177	−0,752	0,750	−0,125

Таблица IX — Tableau IX

№№ сплавов Nos des alliages	Bi 1 / Cu 1		Bi 1 / Cu 2		Bi 3 / Cu 4		Bi 4 / Cu 5	
	Отношение Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport	Отношение Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport	Отношение Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport	Отношение Rapport	Логарифм отношения Logarithme du rapport
I	3,25	0,512	3,69	0,567	—	—	—	—
II	2,46	0,391	3,38	0,529	—	—	—	—
III	1,2	0,079	1,50	0,176	—	—	—	—
IV	0,81	−0,191	0,957	−0,019	4,24	0,627	—	—
V	0,449	−0,348	0,625	−0,204	3,05	0,484	—	—
VI	—	—	—	—	1,91	0,281	—	—
VII	—	—	—	—	1,13	0,053	7,38	0,868
VIII	—	—	—	—	0,956	−0,019	7,0	0,845
IX	—	—	—	—	0,525	−0,280	3,02	0,480
X	—	—	—	—	—	—	—	—
XI	—	—	—	—	—	—	2,0	0,301

Произведено увеличение силы тока в два раза. Для кривых

$$\frac{Bi\,1}{Cu\,1},\ \frac{Bi\,1}{Cu\,2}\ \text{и}\ \frac{Bi\,3}{Cu\,4}$$

получены добавочные точки по спектрограмме № VI снятой в одинаковых условиях со спектрограммой № V.

Результаты сведены в таблицу VIII и кривые рис. 5.

Как видим, прямолинейные участки кривых

$$\frac{Bi\,1}{Cu\,1},\ \frac{Bi\,2}{Cu\,2}\ \text{и}\ \frac{Bi\,3}{Cu\,4},$$

почти не изменив наклона, немного сместились вправо. Как и в случае увеличения времени экспозиции (рис. 2), сильному изменению подверглись кривые

$$\frac{Bi\,2}{Cu\,3}\ \text{и}\ \frac{Bi\,4}{Cu\,5};$$

Благодаря относительно большой плотности тока концы электродов—конус 60°,—довольно скоро обгорали, что может отчасти объяснить значительные отклонения отдельных точек от кривых.

VIII. Влияние увеличения напряжения дуги.

Снята спектрограмма № VII при следующих условиях: $I = A$, $E = 50\,V$, $t = 5$ сек. Таблица IX и кривые рис. 6. Увеличение напряжения дуги от 35 V до 50 V (43%) при неизменной

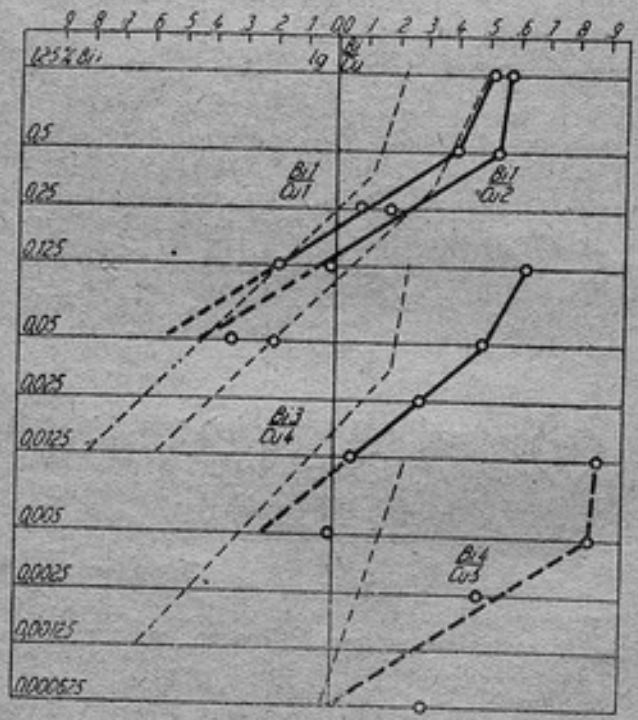

Рис. 6. Спектрограмма VII.—Fig. 6. Spectrogramme VI.

силе тока привело к следующему: интенсивность медных линий Cu 1, Cu 2, Cu 4 и Cu 5 очень сильно упала. Линия висмута Bi 2 стала неотличима от фона спектра. Интенсивность остальных линий висмута также понизилась, но в меньшей степени, чем медных. Кривые рис. 6 значительно смещены.

лнинСиII

Результаты.

Рассмотрение полученных кривых приводит нас к заключению, что между логарифмом процентного содержания висмута в сплаве и максимальными почернениями фотографической пластинки, соответствующими спектральным линиям висмута, существует зависимость, которую можно принять за прямолинейную, при условии, что упомянутые почернения не выходят из прямолинейного участка кривой почернения пластинки. Полученные результаты могут быть объяснены следующим образом. В результате микрофотометрирования на микрофотометре Koch'a мы получаем отклонения C — Einfaden-elektromet'a пропорциональные максимальным фотографическим плотностям D спектральных линий, т. е. $C = KD$; где K — коэффициент пропорциональности (за начальное положение нити электрометра в каждом случае принималось положение соответствующее плотности фона спектра). Как известно, логарифм плотности фотографической пластинки называется почернением таковой: $\lg D = S$;

В дальнейшем через S_{Bi} и S_{Cu} мы будем обозначать максимальные почернения пластинки, соответствующие спектральным линиям висмута и меди, а через l_{Bi} и l_{Cu} — соответствующие количества света. Известно также, что при нормальной экспозиции почернение фотографической пластинки пропорционально логарифму количества действующего света, т. е.:

$$S = \frac{1}{b} \lg l, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

где b — коэффициент пропорциональности.

Опираясь на современную теорию медной дуги постоянного тока, W. B. Nottingham'a [1], по аналогии мы можем сделать допущение, что:

$$l_{Bi} = q N_{Bi}^{ap+}$$

где N_{Bi}^{+} — концентрация положительных ионов висмута в дуге, q и a — постоянные и p — постоянная, которая может иметь разное значение для разных спектральных линий висмута, но всегда выражается простыми числами 1, 2, 3 и т. д.

Кроме того концентрация положительных ионов висмута в дуге несомненно является функцией процентного содержания висмута g в сплаве:

$$N_{Bi}^{+} = f(G)$$

[1] J. of the Franklin Institute, V 207, № 3, p. 299, 1929.

Произведя соответствующие подстановки в ур-ние (1) получим:

$$b\ S_{Bi} = ap_{Bi}\ lg\ f(G) + q \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (2)$$

Данное выражение и характеризует упомянутую выше прямолинейную зависимость. Но при построении кривых мы пользовались не фотографическими плотностями линий висмута, а отношением таковых к плотностям линий меди. Преобразуем согласно этому выражение (2). В результате микрофотометрирования мы имеем:

$$C_{Bi} = KD_{Bi} \text{ и } C_{Cu} = KD_{Cu}$$

Возьмем логарифм отношения этих величин:

$$\lg \frac{C_{Bi}}{C_{Cu}} = \lg C_{Bi} - \lg C_{Cu} + \lg K - \lg K = S_{Bi} - S_{Cu};$$

последнюю разность обозначим:

$$S_{\frac{Bi}{Cu}} = S_{Bi} - S_{Cu} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (3)$$

Подставив в выражение (3) значение S_{Bi} из выражения (2), получаем окончательное математическое выражение для полученных нами кривых:

$$S_{\frac{Bi}{Cu}} = \frac{a}{b} p \lg f(G) + \frac{q}{b} - S_{Cu} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (4)$$

Выражение (4) показывает следующее: а) постоянная b характеризует собой влияние фотографической пластинки на получаемые кривые; значение b зависит как от качества пластинки, так и от

Таблица X — Tableau X

№№ спектрограмм Nos des spectrogrammes	tg α_1 Bi 1 / Cu 1	tg α_1 Bi 1 / Cu 2	tg α_2 Bi 2 / Cu 3	tg α_3 Bi 3 / Cu 4	tg α_4 Bi 4 / Cu 5
I + II	1,24	1,27	1,27	1,14	0,406
III	1,33	1,33	1,67	1,27	0,760
IV	0,895	0,920	—	0,980	0,875
V + VI	0,985	1,00	1,71	0,926	0,652
Среднее — Moyennes .	1,11	1,13	1,55	1,08	0,673

условий проявления; с изменением b прямолинейный участок кривых может как менять свой наклон, так и перемещаться параллельно самому себе; б) если вместо одной медной линии сравнения взять другую, то произойдет только перемещение кривой параллельно самой себе (см. кривые):

$$\frac{\text{Bi}\,1}{\text{Cu}\,1} \text{ и } \frac{\text{Bi}\,1}{\text{Cu}\,2};$$

(рис. 1, 2, 4, 5 и 6, а также таблицу X).

Из этой же формулы можно вывести, что прямолинейные участки кривых, полученных для разных линий висмута (на одной и той же спектрограмме) должны быть или параллельны друг другу или иметь простое и кратное отношение тангенсов углов наклона. Действительно, возьмем значение для двух спектральных линий висмута:

$$S'_{\frac{\text{Bi}}{\text{Cu}}} = \frac{a}{b} p' \lg f(C) + \frac{q}{b} S^{\text{I}}_{\text{Cu}} \quad \ldots \ldots \ldots \text{(a)}$$

$$S''_{\frac{\text{Bi}}{\text{Cu}}} = \frac{a}{b} p'' \lg f(C) + \frac{q}{b} - S^{\text{II}}_{\text{Cu}} \quad \ldots \ldots \text{(b)}$$

Дифференцируя оба выражения, разделив одно на другое и произведя соответствующие сокращения, получим:

$$\frac{d\,S'_{\frac{\text{Bi}}{\text{Cu}}}}{d\,S''_{\frac{\text{Bi}}{\text{Cu}}}} = \frac{p'}{p''} = \frac{\operatorname{tg} \alpha^{\text{I}}}{\operatorname{tg} \alpha^{\text{II}}}, \quad \ldots \ldots \ldots \text{(5)}$$

где tg α—тангенс угла наклона прямолинейных участков кривых.

Приводим таблицу X, где даны tgα — тангенсы углов наклонов полученных нами кривых.

Пользуясь данными таблицы и исключив из последних общий множитель 0,55, получаем наиболее достоверное отношение:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_3} = \frac{2}{2}.$$

Отношения

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} \text{ и } \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_4},$$

в виду сравнительно малого числа (и большого расхождения) точек для построения кривых, страдают значительной неточностью.

Нами был разобран случай, когда почернения спектральных линий соответствовали прямолинейному участку кривой почернения пластинки, т.-е. нормальной экспозиции. Теперь скажем несколько слов о недодержке и передержке. Как известно, в случае недодержки с известным приближением можно принять, что почернение пластинки прямо пропорционально количеству действующего света: $I = b\ S$; как ранее упоминалось:

$$I_{Bi} = q\ N_{Bi}^{ap\,+} \text{ и } N^{+} = f(G),$$

откуда:

$$S_{Bi} = \frac{q}{b} f(G)^{ap},$$

т.-е. в случае недодержки между почернением спектральных линий висмута и процентным содержанием висмута в сплаве прямолинейной зависимости не наблюдается. На некоторых из полученых кривых недодержка могла сказаться более сильным отклонением точек на нижнем конце таковых. В случае передержки между почернением пластинки и количеством действующего света определенную закономерность установить нельзя. На полученных кривых передержка характеризуется резким отклонением верхних участков таковых. Итак мы видим, что полученные кривые (рис. 1, 2, 3, 4, 5, 6) аналогичны кривым почернения примененных фотографических пластинок, полученных для света различных волн (соответствующих спектральным линиям висмута), и при различных условиях.

Теперь перейдем к вопросу, насколько могут оказаться обычно наблюдаемые при съемке спектра колебания экспозиции, силы тока и напряжения на постоянство получаемых результатов. К предыдущему материалу добавляем таблицу XI, где показаны изменения отношения (среднего из семи наблюдений) двух медных линий $\frac{Cu\,1}{Cu\,2}$ в зависимости от экспозиции, силы тока и напряжения. Таблица составлена по спектрограммам №№ I, II, III IV, V, VI и VII.

Влияние времени экспозиции. По кривым (рис. 2) можно видеть, что при изменении времени экспозиции в 5 раз, происходит только незначительное перемещение кривых; поэтому надо полагать, что возможное при фотографировании спектра колебание времени экспозиции заметного расхождения получаемых результатов вызвать не может.

Влияние силы тока и напряжения дуги. Опираясь на упомянутую теорию Nottingham'a, предварительно сделаем следующий вывод.

Таблица XI — Tableau XI

№ сплавов — Nos des alliages	Отношение $\frac{Cu\ 1}{Cu\ 2}$ — Rapport $\frac{Cu\ 1}{Cu\ 2}$ /						
	Спектрограмма I Spectrogramme I	Спектрограмма II Spectrogramme II	Спектрограмма III Spectrogramme III	Спектрограмма IV Spectrogramme IV	Спектрограмма V Spectrogramme V	Спектрограмма VI Spectrogramme VI	Спектрограмма VII Spectrogramme VII
	Нормальные условия Conditions normales		$t=25$ sec	$t=60$ sec	$I=6$ A	$I=6$ A	$E=50$ V
I	1,95	1,83	1,66	—	1,70	1,58	1,13
II	1,72	1,66	1,61	1,45	1,65	1,64	1,38
III	1,70	1,75	1,75	1,48	1,62	1,59	1,25
IV	1,74	1,70	1,45	1,51	1,59	1,45	1,28
V	1,70	1,75	1,53	1,43	1,56	1,56	1,40
VI	1,89	1,70	1,50	1,39	1,60	1,49	1,12
VII	1,73	1,74	1,67	1,49	1,66	1,44	1,55
Среднее Moyennes	1,78	1,73	1,60	1,45	1,63	1,54	1,30
	100%		91,5%	83,0%	93,0%	88,0%	74,5%

Рассмотрим случай двух медных линий, которым соответствуют, максимальные почернения S'_{Cu} и S''_{Cu}:

$$S'_{Cu} = \frac{a}{b} p' \lg N^{+} + \frac{q}{b}$$

$$S''_{Cu} = \frac{a}{b} p'' \lg N^{+} + \frac{q}{b}$$

$$S'_{Cu} - S''_{Cu} = \frac{a}{b} \lg N^{+} (p' - p''),$$

т. е. разность почернений двух медных линий есть функция концентрации положительных медных ионов в дуге. Поэтому всякая причина, изменяющая концентрацию положительных ионов в дуге, будет изменять и разность почернений двух медных линий. Несомненно,

что сказанное в той или другой форме будет относиться и к разности почернений висмутовых и медных линий.

Теперь возвратимся к вопросу о влиянии колебания силы тока на постоянство получаемых нами отношений $\frac{Bi}{Cu}$. В соответствующем месте нами уже было отмечено, что изменение силы тока вдвое от 3 до 6 ампер при постоянном напряжении сказалось некоторым смещением кривых (рис. 5), причем это смещение кривых по своему характеру может быть в значительной степени объяснено тем, что почернения медных линий не совсем соответствуют прямолинейному участку кривой почернения пластинки. Поэтому обычно наблюдаемые при фотографировании спектров колебания силы тока вряд ли могут сказаться существенным образом на постоянстве получаемых результатов. Относительно влияния изменения напряжения нами было указано, что с увеличением напряжения от 35 до 50 вольт интенсивность как висмутовых, так и медных линий сильно упала. Наблюдаемые на рис. 6 значительные смещения кривых показывают на значительное изменение разностей почернений спектральных линий, которое уже трудно объяснить законом почернения пластинки. Как нами уже было указано, другой причиной изменения разности почернений может явиться изменение концентрации положительных ионов в дуге.

При фотографировании спектров обычно наблюдается колебание ± 3 вольта, что составляет от общего напряжения дуги $\pm\frac{3.100}{35} = \pm 8{,}6\%$. Но здесь можно высказать следующие предположения. Принятая форма электродов способствует образованию так называемой «hissing arc» (Nottingham), для которой катодное падение составляет 14,0 вольт. Катодное падение происходит в очень тонком слое у самой поверхности катода и по своей величине постоянно. Тогда в промежутке между электродами, который несоизмеримо велик по сравнению со слоем катодного падения, фактически может подвергаться колебанию напряжение всего в $35-14=21$ вольт, от которого ± 3 вольта составляют $\pm\frac{3.100}{21} \pm 14\%$. Анодное падение напряжения 8 вольт происходит тоже в очень тонком слое у поверхности анода, и если предположить, что оно изменяется мало по сравнению с остальным напряжением, то можно принять, что в междуэлектродном промежутке в результате изменения такового подвергается колебанию напряжение всего в $21-8=13$ вольт, от которых ± 3 вольта составляют уже $\pm\frac{3.100}{13} = \pm 23\%$.

Результаты спектрограммы № VII и только что высказанные предположения приводят к заключению, что обычно наблюдаемые при фотографировании спектров колебания напряжения должны заметно

сказываться на постоянстве получаемых результатов. Поэтому при выборе необходимых медных линий надо отдавать предпочтение тем, которые дают отношения с висмутовыми линиями $\frac{Bi}{Cu}$ наиболее стойкие к колебаниям напряжения. Отсюда становится понятным, почему большему времени экспозиции соответствует меньшее среднее квадратичное отклонение отдельных наблюдений от проведенных кривых, так как при большем времени экспозиции получается более устойчивое среднее напряжение дуги.

Заканчивая статью, считаю своим долгом принести благодарность заведующему оптической лабораторией Главной Палаты мер и весов В. Е. Мурашкинскому за ценные советы и предоставление возможности выполнить работу в надлежащем виде. Кроме того пользуюсь случаем принести благодарность заведующему химической лабораторией Главной Палаты проф. А. А. Байкову за ценные советы по специальности и сотруднику лаборатории высоких температур Д. А. Лебедеву за помощь при изготовлении сплавов. Также считаю необходимым отметить, что при выборе методов химического анализа я пользовался любезными указаниями сотрудника химической лаборатории Д. Н. Монастырского.

DETERMINATION DU BISMUTH DANS LE CUIVRE PAR L'ANALYSE SPECTRALE QUANTITATIVE.

Par B. A. Lomakine

(*Résumé*)

Une série des alliages contenant bismuth dans la proportion de 1,25—à 0,000625 p. c. (voir p. 140) a été étudiée.

La pureté de la matière fondamentale—du cuivre électrolytique cathodique—et la composition de deux premiers alliages (1,25 p. c. Bi et 0,5 p. c. Bi) furent vérifiées par l'analyse chimique. Dans les recherches ultérieures chaque alliage successif fut obtenu par addition de cuivre pur à l'alliage précédent. Comme source de lumière on avait éprouvé d'abord une étincelle parmi les électrodes de la matière à essayer. Le contour vibratoire avec $C = 0{,}01\ \mu F$ $L = 0{,}00018 H$ fut alimenté de l'enroulement secondaire du grand inducteur, dont l'enroulement primaire fut mis en circuit du courant alternatif de 50 Hz. Mais dans les conditions données les lignes du Bi n'avaient pas une intensité suffisante (densité photographique) déjà pour 0,025 p. c. de Bi contenu.

Une certaine accroissement de l'intensité relative de la ligne du Bi fut obtenue en augmentant la selfinduction jusqu'à 0,007H.

L'accroissement de la capacité jusqu'à 0,04 μF n'a produit aucun effet utile. Mais l'accroissement considérable de l'intensité relative des lignes du Bi fut obtenu par la substitution de l'etincelle par l'arc du courant continu (120 V). A l'aide de la microphotométrie avec le microphotomètre de Koch on a trouvé pour chaque alliage le rapport d'intensités photographiques des lignes du Bi et du Cu.

Pour la comparaison avec les lignes du Bi on avait employé les lignes voisines du Cu sans que des noircissements maximals photographiques de ces lignes puissent sortir de la section rectiligne de la courbe de noircissement de la plaque.

On s'est servi de lignes du Bi et du Cu indiquées sur la page 142. Les résultats sont portés aux tableaux, où pour chaque alliage du Bi il est donné le rapport correspondant des densités maximales photographiques des lignes du Bi et du Cu.

D'après les tableaux on a tracé en coordonnées logarithmiques des courbes représentant la dépendance entre la teneur en pour cent du bismuth dans le cuivre et le rapport des densités maximales photographiques des lignes du Bi et du Cu. La constance des résultats obtenus fut vérifiée de la manière suivante.

On a pris deux spectrogrammes I et II indépendemment, mais dans les conditions identiques (tableaux I et II; figure 1). On a examiné l'influence de la variation de la durée de l'exposition (spectrogrammes III et IV; tableaux V et VII; figures 3 et 4), de l'intensité de courant (spectrogramme V; tableau VIII; figure 5) et de la tension de l'arc (spectrogramme VII, tableau IX; figure 6).

Les spectrogrammes énumerés sont pris sous régimes suivants:

Nos des spectrogrammes	Intensité de courant	Tension de l'arc	Durée de l'exposition
I et II	3A	35 V	5 sec.
III	3	35	25
IV	3	35	60
V	6	35	5
VII	3	50	5

Le déplacement du châssis a permis de photographier tous les alliages sur la même plaque de suite. Le résultat obtenu a montré que la variation de la tension de l'arca une très grande influence sur la constance des résultats obtenus.

En se basant sur la nouvelle théorie de l'arc de cuivre à courant continu de W. B. Nottingham et sur les lois du noircissement de la plaque photograhique, on a justifié physiquement la dépendence trouvée entre le logarithme de la teneur en pour cent du Bi dans l'alliage et le noircissement maximal photographique des lignes du Bi dans le spectre de l'alliage.

III

La dépendence indiquée peut être estimée comme étant rectiligne, à condition que le noircissement maximal des lignes du Bi ne sort point de la section rectiligne de la courbe du noircissement de la plaque, et représentée par la formule suivante;

$$S_{\frac{Bi}{Cu}} = \frac{a}{b} p \lg f(G) + \frac{q}{b} - S_{Cu},$$

où

$$S_{\frac{Bi}{Cu}} = S_{Bi} - S_{Cu}$$

est la différence des noircissements maximals photographiques d'une ligne donnée du Bi et celle du Cu, a, p et q sont les constantes caractéristiques pour les lignes du Bi, b est la constante, dont la valeur depend des propriétés d'une plaque photographique et des conditions du développement et G est la teneur en pour cent du Bi dans le cuivre.

Les courbes obtenues par leur caractère sont analogiques à celles du noircissement de la plaque photographique pour les longueurs d' ondes correspondantes aux lignes spectrales du Bi.

Aux conditions déterminées (spectrogrammes I et II, tableaux III; figure 1) l'écart moyen quadratique d'une observation de la section rectiligne des courbes tracées est estimé de ± 18 p. c. (de la valeur à déterminer, c'est-à-dire, de la teneur du Bi). Aux mêmes conditions, mais à la durée de l'exposition cinq fois plus grande (spectrogramme III; tableau VI; figure 3) l'écart moyen quadratique est estimé de ± 5 p. c.

La différence obtenue entre écarts moyens quadratiques est expliqué par le fait, qu'à une plus grande durée de l'exposition correspond une tension moyenne de l'arc plus stable.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ДВУЦВЕТНОЙ ФОТОГРАФИИ К МИКРОФОТОГРАФИЧЕСКОЙ И МЕТАЛЛОГРАФИЧЕСКОЙ СЪЕМКАМ

Н. П. Тарасов

При микрофотографировании окрашенных препаратов и металлографических съемках шлифов цветных металлов, особенно при вкраплении в них других металлов, существенно необходимо видеть на позитиве, вкрапление какого именно металла имеет место в том или другом случае, ибо передача светотенью не определяет сорта металла. Эмульсии фотографических пластинок бывают различны по своей избирательной чувствительности и могут давать при передаче одного и того же цветного оттенка совершенно различные результаты, напр., при съемке медного шлифа с вкраплением свинца мы имеем: 1) на простой пластинке медь выходит темной, свинец светлым, 2) на ортохроматической пластинке, с применением желтого светофильтра или источника света с преобладающей желто-оранжевой частью спектра, медь и свинец передаются почти однородным почернением, 3) на панхроматической пластинке с красным или оранжевым светофильтром красная медь передается светлой, а синий свинец темным. Во всех случаях необходимо знать ранее, каким именно оттенком передается тот или иной цветной участок при производстве микрофотографической или металлографической съемки.

Это неудобство устраняется и снимки приобретают полную наглядность при применении цветоделительного способа получения двуцветных снимков на основе метода, разработанного автором и опубликованного в № 1 и 2 журнала «Фотограф» за 1929 г. Для данного случая съемки требуются некоторые дополнения и небольшие изменения в негативном процессе и более детальная разработка позитивного способа. Основная задача, служащая гарантией хорошего результата, сводится к следующему: нужно получить с препарата два негатива с хорошим цветоделением на два основных—лучше дополнительных—цвета, преобладающих в данном препарате; следовательно, негативы взаимно дополняют друг друга в деталях и тенях. В конечном результате позитивного процесса получим печатанием на бумаге или на диапозитивных пластинках в условных цветах резко разграниченные цветные участки. Практически это производится в следующем порядке.

Предположим, что нам надо исполнить с помощью микрофотографической установки металлографию шлифа меди с свинцовыми вкраплениями. Источник света—дуговая лампа. Установка на матовом стекле делается обычным порядком. Теоретически матовое стекло желательно повернуть матом наружу, но практически разницы в резкости наводки между перевернутым и неперевернутым стеклом почти не наблюдается. Необходимо, как и при обычных съемках, хорошо урегулировать дугу лампы, дабы горение было ровное и без мигания. Что касается тока—переменного или постоянного, предпочтение надо отдать гарантирующему более ровное горение.

В обычную кассету вкладывают фотографические пластинки по две штуки, сложенные эмульсией друг к другу, и та из пластинок, которая приходится к объективу, должна быть тщательно протерта со стороны стекла.

Чувствительность пластинок должна быть согласована между собой настолько, чтобы время, потребное для правильной экспозиции на первой пластинке, экспонируемой со стороны стекла, было достаточно и для второй, так как экспозиция на второй пластинке будет производиться через первую, в некоторых случаях через положенный между ними пленочный красный или желто-оранжевый светофильтр. Вторую положенную сзади пластинку желательно взять панхроматическую, чувствительную к красному и красно-оранжевому участкам спектра. Подобную пластинку можно приготовить самому в лаборатории, очувствив ее соответствующими красителями. При ней употребляется красный пленочный светофильтр. В крайнем случае можно применить пластинку ортохроматическую с резким желто-оранжевым пленочным светофильтром, но в таком случае красный участок будет передан черным цветом.

В качестве первой наружной пластинки мною с успехом применяются диапозитивные, как более прозрачные, имеющие меньшую чувствительность, что в данном случае весьма желательно, дабы получить в тот же промежуток времени на второй пластинке правильное восприятие оранжевой части спектра, тогда как первая, по своему качеству, воспримет главным образом лучи голубые, фиолетовые и ультрафиолетовые.

Если вторая пластинка не обладает большой чувствительностью и, следовательно, нуждается в большой экспозиции, нежели первая, и даже в такой степени, что передержка первой пластинки будет очень велика, так что исправить ее будет крайне трудно, то необходимо применить для первой пластинки задерживающее окрашивание эмульсии раствором тартрацина, фильтр-гельба или пикриновой кислотой различной концентрации (от 0,25 до 1%). Эта окраска, не придавая окрашенной пластинке новых оптических свойств, служит для нее лишь задерживающим фактором и одновременно желтым светофильтром для второй пластинки. Аналогичное действие может оказать приме-

нение внешнего слабо желтого светофильтра, но действие этих двух процессов будет совершенно различно, ибо при окрашивании эмульсии пластинки зерна бромистого серебра, расположенные в разных плоскостях эмульсии, вследствие окрашенной между ними среды, подвергаются различному замедляющему действию, в то время как внешний светофильтр действует на зерна эмульсии более равномерно. При применении гиперсенсибилизации для второй панхроматической пластинки, значительно увеличивающей чувствительность эмульсии, результат получается хороший и без дополнительной окраски первой пластинки.

Хороший результат получается при применении панхроматических пластин „Кодак", „Ильфорд", „Агфа" и др., имеющих большую чувствительность, и диапозитивных пластинок нашего производства.

Пленочный светофильтр по качеству надо согласовать с сортом пластинок и желаемой степенью выделения нужного участка спектра. Продолжительность экспозиции в данном случае значения не имеет, важно лишь получить хороший результат. Но при этом процессе требуется сравнительно небольшое увеличение экспозиции против обычной от 2 до 6 раз.

Проявление применяют обычное: первая пластинка, как передержанная, проявляется с прибавкой большого количества бромистого калия или по способу Намиаса диамидофенолом с борной кислотой, рекомендуемому им для бромосеребряных эмульсий. Приготовляют три раствора:

I	1% раствор борной кислоты.	
II	Амидола (диамидофенола)	5 г
	Сернистокислого натрия крист.	50 г
	Воды	1 л
III	Бромистого калия	10 г
	Борной кислоты	7 г
	Воды	100 мл

Экспонированную пластинку погружают в раствор I, чтобы она хорошо пропиталась. Потом ее вынимают, дают стечь жидкости и погружают в раствор II, к которому прибавляют немного раствора III, чтобы сделать проявление медленным и постепенным. Количество добавления раствора III определяется опытом, но много прибавлять его нельзя, ибо тогда проявление может остановиться.

Вторая панхроматическая пластинка проявляется по времени в полной темноте, либо применяя десенсибилизаторы, уничтожающие спектральную чувствительность панхроматической эмульсии. Ортохроматические пластинки проявляются обычным способом.

Полученные негативы будут: первый, экспонируемый со стороны стекла—перевернутый, а второй—правильный. Первый негатив получается безукоризненно резким, тогда как второй обычно значи- уступает первому в резкости. Причиной этого служит рас-

сеивающее действие эмульсии первой пластинки, действующей подобно матовому стеклу. В конечном результате нерезкость второго негатива не отражается на качестве позитива, получающего детали и резкость от первого негатива. При правильном соотношении всех условий негативы получаются вполне годными для позитивного процесса, но и в случаях неудачи их можно усиливать или ослаблять обычным порядком.

С полученных негативов можно изготовить цветные диапозитивы или отпечатки на бумаге.

Для изготовления диапозитивов с каждого негатива контактным способом получают обычный диапозитив.

Диапозитив, отпечатанный с первого негатива, воспринявшего голубые, фиолетовые и ультрафиолетовые лучи, вирируют в красный цвет одним из существующих виражей: медным или урановым. Хорошие результаты получаются замещением металлического серебра в эмульсии красной анилиновой краской по одному из существующих способов.

Диапозитив, отпечатанный со второго полученного через красный или желто-оранжевый светофильтр негатива, вирируют в синий цвет, или замещают металлическое серебро синей анилиновой краской. Вирирование в синий цвет удобнее всего производить по следующему рецепту.

Диапозитив отбеливают в 5% растворе красной кровяной соли и 2% аммиака. После отбеливания его хорошо промывают в воде, чтобы не осталось желтого оттенка в светах, и погружают в 1% раствор двухлористого железа, подкисленного 2% раствором соляной кислоты; в этом растворе изображение принимает прекрасный синий цвет. После вирирования и промывки производится дополнительное фиксирование в 10% растворе гипосульфита с добавкой 2% борной кислоты.

Окрашенные и высушенные диапозитивы достаточно сложить эмульсиями, чтобы получить один общий цветной диапозитив, в котором разные цвета дополняют друг друга, вместе же они дают темную часть рисунка.

Получение цветных диапозитивов вирированием представляет одну из легких работ, не требующих специальной подготовки и никаких дополнительных приспособлений. Получение цветных отпечатков на бумаге также не трудно, но требует некоторых приспособлений и небольшой практики.

Так как первый негатив получается перевернутым, то для получения правильного отпечатка его необходимо перевернуть снова. Это проще всего сделать с помощью проэкционного фонаря, получая изображение негатива в натуральную величину, причем для точной установки необходимо применять масштаб для проверки величины изображения. Второй негатив, как правильный, в перевер-

тывании не нуждается и печатание с него производится обычным порядком.

Перевернутый отпечаток на бромосеребряной бумаге, полученный с первого негатива, проявленный, фиксированный и высушенный обычным способом, проще и удобнее вирировать урановым виражем по следующему рецепту Намиаса, дающему прекрасные результаты:

Азотно-кислого урана	7,5 *г*
Щавелевой кислоты	6 *г*
Хлорновато-кислого калия	1,25 *г*
Красной кровяной соли	2—5 *г*
Воды	500 *мл*

Этот же раствор служит и для вирирования диапозитивов.

Вирирование медью, хотя и дает более интенсивный красный цвет, нуждается в дальнейшей изоляции от второго наносимого на тот же отпечаток (процессом цианотипии) изображения синего цвета. Это достигается дополнительным покрыванием вирированного отпечатка тонким слоем желатины, в которой добавлено небольшое количество хромовых квасцов.

Вирирование ураном я лично предпочитаю по его простоте. После вирирования необходима дополнительная обработка 10% раствором гипосульфита с 2% борной кислотой для полного удаления остатков хлористого серебра.

При последующем нанесении второго синего изображения на первое красное, приходится считаться с деформацией бумаги во время обработки ее растворами, промывки и последующей сушки. Если сушить отпечаток в свободном состоянии, то он несколько изменяется в своих размерах, что может служить в конечном результате причиной сдвоения контуров и частичной нерезкости рисунка. При моих опытах хорошие результаты получились по следующему способу обработки отпечатка.

Отвирированный, фиксированный и промытый отпечаток прижимался к талькированному стеклу и высушивался. После высыхания и снятия со стекла ровный и блестящий отпечаток имел несколько бо́льшие размеры против оригинала.

Последующая операция заключалась в нанесении на этот отпечаток раствора, служащего для приготовления ферропрусиатной бумаги. Приготовляют:

I. Железа зеленого лимонно-кислого аммиачного	24 *г*
Марганцево-кислого калия	0,4 *г*
Воды дестиллированной	100 *мл*
II. Красной кровяной соли	7 *г*
Воды дестиллированной	100 *мл*

Растворы I и II смешивают поровну и наносят ватой или мягкой кистью (без железного ободка) на отпечаток, который затем высу-

шивают в темноте. Эмульсионная желатиновая поверхность отпечатка легко принимает железный раствор, который нисколько не влияет на урановое серебро, составляющее изображение первого отпечатка; при вирировании же медью окрашенное изображение темнеет и требует изоляции.

Отпечаток при хорошей вентиляции высыхает быстро и после высыхания лишь немного уменьшается в размере, принимая почти точные размеры оригинала. Опыты были сделаны на глянцевой тонкой бромосеребряной бумаге фото-химического треста.

Для получения синего отпечатка на подготовленной таким способом бумаге печатают со второго негатива в копировальной раме обычным порядком на дневном свету или при свете дуговой или ртутной лампы. Возможные затруднения могут встретиться при совмещении контуров первого отпечатка с контурами второго негатива. Их легко совместить, рассматривая на просвет отпечаток вместе с негативом при свете электрической лампы. Быстрота печатания зависит от плотности негатива, силы света, качества железного раствора и глубины его проникновения в отпечаток. Продолжительность печатания несколько больше обыкновенной. Затем следует обычное проявление промывкой в чистой воде и сушка. Способ этот прост и достигаемые им результаты довольно приличны.

Позитивный процесс на бумаге также возможен по пинатипному способу или его варианту—способу „Ios-Pe".

APPLICATION DE LA METHODE DE PHOTOGRAPHIE BICHROME A LA MICROPHOTOGRAPHIE ET METALLOGRAPHIE

Par N. P. Tarassov

(*Résumé*)

L'auteur expose une méthode de division des couleurs applicable avec succès à la microphotographie et métallographie. La méthode est basée sur l'obtention de deux négatifs avec une bonne division des couleurs principales dominantes dans l'objet à reproduire. On introduit dans le châssis deux plaques photographiques réunies couche à couche. Les plaques sont sensibilisées pour les régions correspondantes du spectre; la transparence de la première plaque est conforme à l'impressionabilité de la seconde; les écrans colorés sont convenablement choisis.

On obtient des épreuves positives sur les plaques diapositives ou sur le papier.

La préparation des diapositives est plus simple; on tire des épreuves par la méthode ordinaire pour chaque négatif, on colore ces épreuves en couleurs complémentaires et on les réunit couche à couche.

Le procédé sur papier est plus compliqué. D'abord on tire une épreuve du premier négatif inversement placé et on colore cette épreuve en couleur respective. Puis on recouvre l'image obtenue d'une nouvelle couche sensible et on y tire l'autre épreuve du second négatif, les contours de deux images étant coïncidents. On colore cette épreuve en couleur correspondante et on obtient ainsi le positif bichrome voulu.

ondame

ДЕФОРМАЦИЯ ПОВЕРИТЕЛЬСКИХ ПУНСОНОВ ОТ РАБОТЫ

Н. П. Тарасов

Деформация поверительских пунсонов от работы представляет нежелательное, хотя и неизбежное явление в поверочном деле. С этим явлением приходится считаться при выяснении вопроса о подлинности поверительских клейм, налагаемых на измерительные приборы. При производстве экспертизы в сомнительных случаях сначала необходимо решить вопрос, что именно имеет место в данном случае—подделка или деформация подлинного клейма. Поэтому крайне важно изучить встречающиеся на практике случаи деформации пунсонов и ее пределы. Это заставило фотографическую лабораторию Главной Палаты мер и весов произвести работу по выяснению границ деформации и причин ее возникновения.

Прежде всего необходимо было установить, насколько однородны между собой изготовляемые с одной и той же матрицы пунсоны, выпускаемые мастерскими Главной Палаты.

При исследовании за основу взята типовая матрица, с которой снимается наибольшее количество пунсонов. Таковыми являются пунсоны, служащие для клеймения гирь. Материалом для матрицы послужила, как обычно, сталь хорошего качества при твердости после закалки 100 по Шору. Было произведено сличение матрицы до и после ее закалки и закаленной матрицы до работы и после снятия с нее 20-го пунсона. Сличение показало, что никакой разницы в линейных размерах самой матрицы и нанесенного на ней рисунка в пределах 0,001 *мм* не обнаруживается.

Сличение между собою пунсонов первого и двадцатого оттиска показало, что разницы между ними в указанных выше пределах не наблюдается, при условии применения однородной по химическому составу стали. В случаях употребления разнородной по химическому составу стали разница замечена, вследствие различного изменения объема стали после термической обработки пунсона.

Как вывод из этого, можно принять, что пунсоны, изготовляемые мастерскими Главной Палаты и снимаемые с одной матрицы, являются однородными в пределах точности произведенных сличений.

Теоретически деформация пунсона происходит при каждом ударе молотка при наложении клейма, но разные пунсоны изменяются далеко не одинаково. Эта неодинаковость изменения зависит от не-

лого ряда причин и становится заметной при рассматривании невооруженным глазом только в том случае, если происшедшие изменения в положении линий рисунка клейма выходят за пределы различительной способности глаза, т. е. если они достигают примерно 0,1 *мм*.

Практическим последствием деформации является ряд фактов, когда подлинные клейма, наложенные в районе одного поверочного учреждения, задерживались, как фальшивые, в районе другого учреждения.

Наоборот, были случаи, когда пунсон применялся до полного притупления, несмотря на то, что грани рисунка сгладились совершенно (замечено, что это бывает с удачными по выделке пунсонами, ибо неудачные, деформирующиеся сразу же, быстро изъемлются из обращения). Ревизоры, учитывая наличие такой деформации пунсонов, принимали фальшивые клейма за подлинные, что было на руку фальшиво-клеймильщикам.

Работа по изучению деформации клейм начала производиться в фотографической лаборатории с 1925 года, но до 1927 года имела случайный характер и лишь с этого года начала выполняться планомерно, а именно: по окончании календарного года отработанные пунсоны, присылаемые поверочными учреждениями Союза обратно в Главную Палату, перед их уничтожением в мастерских подробно осматривались, с них снимались оттиски, причем для более детального исследования отбирались только наиболее интересные экземпляры. Подобных пунсонов отобрано за 1925—1930 г.г. около 450 штук. Оттиски с них подверглись детальному исследованию, а в некоторых случаях был произведен химический анализ стали самих пунсонов.

При большом количестве ежегодно изготовляемых пунсонов (около 4500 шт.) общий процент пунсонов, подвергшихся заметной деформации, сравнительно велик; он колебался от 2 до 7%, в зависимости от качества стали, удачного выбора рисунка и ряда других причин. Имеют существенное значение также условия, при которых пунсон употреблялся для работы.

Как общее явление, больше всего деформируются пунсоны граненые (гирные), имеющие наибольшее количество работы, затем — круглые (весовые) и совсем незначительно деформируются пунсоны точные, закрепительные, для выдавливания и другие.

По статистическим данным за 1928—29 г. средняя нагрузка на каждый пунсон составляет 2500 ударов. На практике же некоторые пунсоны, особенно гирные, удачно изготовленные, способны выдерживать до 5000—6000 ударов, что замечено автором во время его работы поверителем в районах производящих в массовом количестве новые гири.

Рассмотрим некоторые случаи деформации клейм и обусловливающие их причины.

обусловливаю-

Качество стали и ее термическая обработка.

При классификации поврежденных пунсонов далеко не всегда удается определить сорт и происхождение стали. Только на некоторых пунсонах вытиснут штемпель с указанием сорта стали, большинство же такового не имеет, вследствие чего к этой стали приходится относиться, как к стали «неизвестного» сорта. В некоторых случаях удавалось определить происхождение стали по указаниям мастеров, изготовлявших пунсоны.

В практике мастерской клейм хорошие сорта стали употребляются в дело повторно неопределенное число раз, пока такая сталь выдерживает термическую обработку. В процессе изготовления пунсона, при последовательных термических обработках, изменяется количество углерода, входящего в состав стали, что существенно отражается на качестве пунсона и, следовательно, на его выносливости.

Для некоторых, наиболее характерных, случаев деформации были сделаны металлографические определения состава стали; твердость определялась склероскопом Шора, позволяющим определять твердость закаленной поверхности без ее повреждения (что весьма важно для пунсонов).

Твердость фактически достигаемая при закалке весьма различна. Это существенно зависит от химического состава стали, часто весьма неоднородного в одной партии и даже в одном куске. В цифрах по Шору твердость получается от 60 до 110. Высокая закалка при содержании небольшого количества углерода часто дает хрупкие и мало выносливые пунсоны.

Хорошая и устойчивая сталь для пунсонов, как показал химический анализ стали много работавших и хорошо сохранившихся пунсонов, имеет состав очень близкий к стандартной стали, принятой для призм весов, а именно:

Углерода в пределах	0,8—4%
Марганца около	0,4
Фосфора »	0,03
Серы »	0,02
Кремния »	0,35

Закалка стали производится в мастерской при температуре близкой к стандартной, а именно: при 760—800°С в течение 10—20 мин.; охлаждение в воде 20°С с последующим отпуском кончика пунсона при температуре 200—240°С. Металлография такой стали изображена на рис. 1.

Пунсоны, изготовленные из стали подобного состава и имеющие после закалки твердость 95—100, являются наиболее устойчивыми и при правильном пользовании выдерживают продолжительную нагрузку. Даже когда верхушка пунсона принимает грибообразный вид, он еще годен для работы.

Сталь с уменьшенным количеством углерода (около 0,1%) при нормальной термической обработке обычно не поддается закалке, остается мягкой (твердость 60—70 по Шору) и приготовленные из нее пунсоны при работе быстро изменяют форму; получаются частичные или общие прогибы.

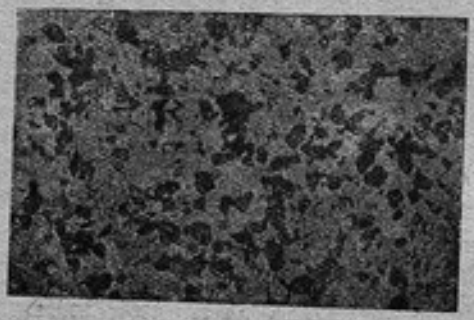

Рис. 1. Металлография стали хорошего много работавшего пунсона; закаленная часть у края. X 800. Структура из мартенсита и тростита.

Fig. 1. Métallographie de l'acier d'un bon poinçon qui a été très en usage. Partie trempée près de bord. X 800. Texture fine de martensite et de troostite.

Искажения, происходящие в подобных случаях, весьма разнообразны. Иногда искажения происходят в середине рельефа, оставляя остро выступающие края (рис. 2); иногда рельеф растекается, или происходит и то и другое одновременно; иногда рельеф на пунсоне исчезает, опускаясь в массу стали, причем остаются только слабые очертания рисунка клейма (рис. 3). Пунсоны подобного качества при клеймении на поверхности неоднородной твердости (напр., частично на медной пробке и частично на чугунном или стальном теле прибора) искажаются значительнее той частью, которая имела соприкосновение с наиболее твердым металлом. Металлографическое исследование химического состава подобной стали показывает ничтожное содержание углерода; структура состоит из феррита с незначительными прослойками тростита (рис. 4).

Рис. 2. Микроснимок искажённого пунсона. Неоднородная сталь. Твердость по Шору 75.

Fig. 2. Microphotographie d'un poinçon déformé. Acier non homogène. Dureté d'après Shore 75.

Сталь при высокой закалке с небольшим количеством углерода дает пунсоны хрупкие, легко ломающиеся при ударе или же образующие причудливые трещины (рис. 5).

Пунсоны, изготовленные из стали неоднородного состава, при высокой закалке 105 по Шору, после охлаждения и даже

спустя некоторое время искажаются. Их поверхность делается бугристой; бугристость, незначительная по величине, но очень характерная, показывает, что в толще стали и после ее охлаждения происходил процесс перегруппировки частиц. Произведенное металлографическое исследование подобной стали не дало однако указания на сущность происшедших изменений (рис. 6).

В последнее время изготовление пунсонов производится исключительно из стали внутреннего производства. Сталь эта не всегда одно-

Рис. 3. Микроснимок искаженного пунсона с полным опусканием рельефа в массу пунсона. Неоднородная сталь слабой закалки. Твердость по Шору 60.

Fig. 3. Microphotographie d'un poinçon déformé avec un abaissement du relief dans la masse du poinçon. Acier non homogène, faiblement trempé. Dureté d'après Shore 60.

Рис. 4. Металлография стали искаженного пунсона; закаленная часть у края. X 800. Структура из феррита с незначительными прослойками тростита.

Fig. 4. Métallographie de l'acier d'un poinçon déformé. Partie trempée près de bord. X 800. Texture fine de ferrite avec des légères couches de troostite.

родна по составу, вследствие чего однородная термическая обработка не всегда дает одинаковые результаты, и мастерской приходится согласовывать ее с составом стали. Произведенный химической лабораторией анализ двух образцов такой стали дал следующие результаты:

	I образец.	II образец.
Углерода	0,87%	0,98%
Серы	0,025	0,032
Кремния	0,4	0,2
Марганца	0,5	0,3

следы фосфора.

Рис. 5. Микроснимок пунсона, изготовленного из стали с незначительным содержанием углерода и давшего ряд трещин. Твердость по Шору 95.

Fig. 5. Microphotographie d'un poinçon préparé de l'acier avec une teneur insignifiante en carbon, qui a donné un groupe des crevasses. Dureté d'après Shore 95.

Рис. 6. Микроснимок части пунсона с образовавшимися на его поверхности грибообразными возвышениями. Неоднородная сталь. Твердость по Шору 105.

Fig. 6. Microphotographie d'une partie du poinçon avec un fond rempli de collignes fongiformes. Acier non homogène. Dureté d'après Shore 105.

Особенности рисунка пунсона.

О влиянии особенностей рисунка и высоты рельефа на прочность и выносливость пунсона необходимо ответить утвердительно. Рассматривая повреждения рисунка за разные годы, можно заметить, что часто встречается ряд совершенно однородных повреждений, происходящих почти в одном и том же месте пунсона. Конечно, это явление не может считаться случайным и должно быть отнесено на счет особенностей рисунка, высоты рельефа, близости расположения рисунка к краю и т. д.

При изготовлении пунсонов на 1929 г. было принято во внимание пожелание ряда поверочных палат о повышении высоты рельефа, чтобы рисунок клейма был более отчетлив. Рельеф был повышен в среднем на 0,15 *мм*, и это обстоятельство, в связи с мало устойчивой сталью, послужило причиной сбивания и выкрашивания рельефа в пунсонах 1929 г. (рис. 7).

Цифры, указывающие год, делаются обычно крупного размера и помещаются иногда очень близко к краю рисунка. В процессе штампования по наружной линии рисунка цифры появляется трещина в стали, уходящая в глубь пунсона, но незаметная при изготовлении. Это было обнаружено при исследовании происшедшего впоследствии излома пунсона; старая трещина оказалась оксидированной при закалке и резко отличается от дальнейшего сво-

Рис. 7. Микроснимок пунсона, изготовленного из стали с незначительным содержанием углерода и выкрошившегося вследствие увеличения высоты рельефа. Сильная закалка. Твердость по Шору 100.

Fig. 7. Microphotographie d'un poinçon préparé de l'acier avec une teneur insignifiante en carbon, avec le relief emietté par suite de sa hauteur exagérée. Trempe dure. Dureté d'après Shore 100.

Рис. 9. Микроснимок пунсона с изломавшимся овалом цифры 0. Твердость по Шору 90.

Fig. 9. Microphotographie d'un poinçon avec l'ovale cassé du chifre 0. Dureté d'après Shore 90.

Рис. 8. Микроснимки частей клейм, нанесенных пунсонами с отбившимися внешними краями. Сталь удовлетворительного качества. Твердость по Шору 95-100.

Fig. 8. Microphotographies de parties des empreintes, faites par les poinçons avec les bords cassés. Acier de qualité satisfaisante. Dureté d'après Shore 95-100.

жего излома, являющегося обычно продолжением первой трещины. Во время работы отваливаются наружные части пунсона, при чем характер изломов довольно однороден. На рис. 8 изображены микроснимки пунсонов с отбившимися краями у цифр, относящихся к четырем годам (1926—1929). Повреждения пунсонов за 1926, 1928 и 1829 годы, как можно видеть из рисунка, совершенно схожи. Во всех других отношениях пунсоны были хороши.

Выдающийся рельеф в виде замкнутой окружности часто подвергается излому, как это наблюдалось у пунсонов на 1930 г. Изломы этого рода можно объяснить различием в натяжении стали между возвышающейся частью рельефа и его основной массой, происшедшим в процессе закалки пунсона и последующего охлаждения (рис. 9).

Полученные результаты исследования обнаруживают связь между рисунком пунсона и его прочностью. С этим необходимо считаться при выборе рисунка. Необходимо также согласовывать термическую обработку с качеством стали и с высотой рельефа. Следует избегать замкнутых фигур и сложных выдающихся частей. Надо помнить, кроме того, что подделка именно простого рисунка наиболее трудна и легко отличима, нежели рисунка сложного.

Небрежное обращение с пунсонами.

Пунсон представляет собою призматический кусок закаленной к концу стали и поэтому может ржаветь. Поверхность покрывшегося ржавчиной пунсона делается неровной, бугристой, с язвинами различной глубины. Кроме того, рельефный рисунок, обычно с мелкими деталями, способствует накоплению между ними окалины и грязи, пресующихся в плотную массу, находящуюся в момент клеймения между пунсоном и пробкой. В обоих этих случаях получаются клейма с неясным, шероховатым и неглубоким рисунком с волнистыми краями и бугристой площадкой (основанием) между деталей рисунка. Весь оттиск производит впечатление клейма, наложенного фальшивым пунсоном (рис. 10 и 11).

Между тем предохранить пунсоны от этих последствий сравнительно легко: достаточно аккуратно обращаться с ними, удалять попавшую на них влагу, хранить в сухом месте, а также тщательно очищать от грязи и окалины рисунок клейма специальной щеточкой.

Клеймение по твердому металлу.

Существующие в поверочном деле правила определенно указывают порядок клеймения пунсонами: на медных пробках, приборах из меди или ее сплавов и т. д., и в тоже время запрещают клеймение на стали и чугуне. В действительности же встречались случаи клеймения некоторыми поверочными учреждениями на этих по-

следних металлах, и в особенности на измерительных лентах из закаленной стали. От подобного клеймения вполне доброкачественной пунсон быстро снашивался, выдающиеся округленные и острые грани рельефа выламывались (под микроскопом виден свежий излом, идущий вглубь), обивались и сплющивались (рис. 12).

В других случаях от сильного и резкого удара по твердо закаленной поверхности рельеф выкрашивался частично или полностью

Рис. 10. Микроснимок пунсона, пострадавшего от ржавчины. Видны глубокие впадины и неровные грани рисунка. Сталь хорошая. Твердость по Шору 105.

Fig. 10. Microphotographie d'un poinçon souffert de la rouille. On voit des cavités et des faceites raboteuses du dessin. Acier de bonne qualité. Dureté d'après Shore 105.

Рис. 11. Микроснимок пунсона, забитого грязью и окалиной. Сталь хорошая. Твердость по Шору 95.

Fig. 11. Microphotographie d'un poinçon bouché de boue et d'oxides. Acier de bonne qualité. Dureté d'après Shore 95.

(рис. 13). Это случалось преимущественно при клеймении стальных рулеток, непосредственно на ленточной стали. Последняя имеет твердость очень часто одинаковую с пунсоном (95—100 по Шору) и потому слабо поддается клеймению, так что полученные клейма в некоторых случаях заставляют желать лучшего.

Если же изображение клейма на стали передано хорошо, то оно представляет собою прекрасную матрицу, с которой можно снять на мягкой стали оттиск, закалить его и пользоваться им как пунсоном, отличимым от подлинного иногда только при тщательном сличении.

Иногда случается, что пунсон только частично налагается на мягкую пробку, а другая часть пунсона клеймит твердый металл

Рис. 12. Микроснимок пунсона после клеймения по закаленной стали Рельеф измялся и частично выкрошился. Сталь хорошая. Твердость по Шору 100.

Fig. 12. Microphotographie d'un poinçon après le poinçonnage sur l'acier trempé. Le relief foulé et partiellement émietté. Acier de bonne qualité. Dureté d'après Shore 100.

Рис. 13. Микроснимок пунсона после клеймения по закаленной стали. Рельеф пунсона выкрошился и выломался. Твердость по Шору 100.

Fig. 13. Microphotographie d'un poinçon après le poinçonnage sur l'acier trempé. Le relief émietté et rompu. Dureté d'après Shore 100.

Рис. 14. Микроснимок пунсона после клеймения по частично твердой поверхности. Часть рельефа измята. Твердость по Шору 80.

Fig. 14. Microphotographie d'un poinçon après le poinçonnage sur une surface partiellement dure. Une partie du relief foulée. Dureté d'après Shore 80.

Рис. 15. Микроснимок клейма сильно сработанного пунсона. Сталь хорошая. Твердость по Шору 102.

Fig. 15. Microphotographie d'une empreinte, faite par le poinçon, qui a été trop en usage. Acier de bonne qualité. Dureté d'après Shore 102.

(чугун, сталь), в таких случаях повреждение пунсона происходит частично, он сбивается и сплющивается в местах соприкосновения с твердым металлом (рис. 14).

Чрезмерное изнашивание хороших пунсонов от длительного употребления.

Так как норм работы пунсона не существует, то в случае его хороших качеств пользуются им без ограничения срока. Срабатывание пунсона происходит в процессе работы медленно и незаметно. Обычно это имеет место в поверочных учреждениях, находящихся в районах массового производства измерителей, главным образом гирь. Пределы изнашиваемости пунсонов в некоторых случаях настолько велики, что надо удивляться, как даваемые ими изображения клейм не принимаются за фальшивые (рис. 15).

В подобных случаях острые грани сглаживаются, рисунок делается округлым, плоским, с малым вдавливанием.

Рис. 16. Микроснимок клейма, сделанного, пунсоном для выдавливания на дереве, с изогнувшимся рельефом. Пунсон изготовлен из мягкой стали.

Fig. 16. Microphotographie d'une empreinte faite par le poinçon pour l'impression sur bois, avec le relief courbé. Le poinçon est préparé de l'acier tendre.

Искажение пунсонов и плашек из мягкого металла.

Пунсоны для выдавливания на дереве и плашки для пломбирных щипцов обычно делаются из мягкой стали или железа ручной гравировкой. Рельеф у них очень значителен и при чрезмерном употреблении легко деформируется (рис. 16). Для избежания подобного рода деформаций необходимо аккуратное обращение с пунсонами. Обычно для нанесения клейма достаточно слабой силы удара.

Заключение.

Распределение исследованных деформированных пунсонов по группам показывает, что наибольшее число случаев деформации происходит от условий пользования ими (ржавчина, окалина и засорение,

клеймение по твердому металлу); затем следует группа деформаций, зависящих от особенностей рисунка клейма; значительно меньше число случаев деформаций, зависящих от качества стали и ее обработки, и, наконец, меньше всего случаев деформаций от чрезмерно большой работы доброкачественных пунсонов. Из сказанного можно сделать вывод о необходимости установления норм для пунсонов и условий их применения на практике.

DEFORMATIONS DES POINÇONS DANS LA PRATIQUE DU POINÇONNAGE DES POIDS ET MESURES

Par N. P. Tarassov

(*Résumé*)

L'auteur a étudié et systématisé les déformations, qui se rencontrent dans la pratique du poinçonnage des poids et mesures et qui souvent donnent lieu aux malentendus et conflits à l'usage ultérieur des appareils poinçonnés. Une série des microphotographies reproduites dans le texte russe donne des exemples des déformations provenant de diverses causes.

ПОВЕРКА ПРИБОРОВ АБЕЛЯ-ПЕНСКОГО ПО ЖИДКОСТЯМ ПОСТОЯННОГО СОСТАВА

В. М. Латкин

Историческая справка. Прибор Абеля-Пенского получил широкое применение в России с 1888 г., с введением в действие закона об акцизе с нефтяных осветительных масел, которые по температуре вспышки и плотности разделялись на легкие и тяжелые и подлежали обложению в разном размере. Для определения температуры вспышки был указан прибор Абеля-Пенского, принятый для соответственной надобности в Германии. В дальнейшем развитии законодательства по нефтяному акцизу все продукты переработки нефти, по степени представляемой ими при хранении и употреблении опасности, были разделены на два класса. К первому классу причислялись продукты, дающие вспышку при температуре не ниже 28°С по прибору Абеля-Пенского, а ко второму классу—продукты, дающие вспышку ниже этой нормы и признающиеся поэтому «огнеопасными». На основании этого положения нефтяные осветительные масла не выпускались с завода до их освидетельствования на температуру вспышки. Таким образом, с ростом нефтяной промышленности правильное и целесообразное определение температуры вспышки получало все большее значение. Дальнейшая регламентация этого вопроса была поручена Техническому Комитету Главного Управления Неокладных Сборов. Технический Комитет, после длительного изучения вопроса, в 1896 г. выработал правила для определения температуры вспышки, плотности и степени очистки нефтяных осветительных масел.

По отношению к определению температуры вспышки все положения правил 1896 г. были заимствованы из германского законоположения 1883 г., в которых предельная низшая температура вспышки по прибору Абеля-Пенского принята в 21°С при нормальном давлении в 760 *мм*. В первое время приборы Абеля-Пенского получались исключительно из Германии. Выписанные из-за границы механизмы не отличались, однако, хорошим качеством, особенно в послевоенные годы, а в сопровождавшем каждый прибор свидетельстве (Beglaubigungsschein) показанная точность ограничивалась неопределенным указанием, как, например: „Der von

Prober angezeigte Entflammungspunkt ist ohne wesentlichen Fehler".

В виду появления большого числа приборов Абеля-Пенского сомнительной точности и в виду того значения, которое они получили при определении качеств нефтяных продуктов, Технический Комитет ГУНС нашел необходимым выработать строгие правила поверки этих приборов и допускать их к официальному применению только после поверки в Техническом Комитете и снабжении их свидетельствами.

По правилам поверка приборов Абеля-Пенского состояла из двух последовательных операций: 1) в измерении тех частей прибора, которые оказывают наибольшее влияние на точность его показаний; их размеры не должны выходить из пределов установленных правилами допусков, 2) в сличении показаний поверяемого прибора с показаниями образцового прибора.

Эти положения сохраняются неизменными в течении 35 лет. Однако, вторая часть установленного метода, а именно: сличение поверяемого аппарата с нормальным, не представляется обоснованной в достаточной мере, вызывая вопрос, что понимать под словами „образцовый прибор".

В целях установления образцового прибора Техническим Комитетом был произведен в 1904 г. ряд определений температуры вспышки паров одного и того же масла на 20 приборах, уже поверенных и снабженных свидетельствами P. T. Reichsanstalt; из них за образцовые приняты только три прибора, показания которых различались друг от друга не больше, чем на ±0,25°C. Номера этих приборов, признанных образцовыми, в настоящее время неизвестны, и сами приборы утратились еще до учреждения в Главной Палате мер и весов лаборатории нефтяных измерительных приборов.

Таким образом преемственность в образцовых приборах со времени установления их в 1904 г. Техническим Комитетом прекратилась. На каких же основаниях она может быть восстановлена, не вызывая сомнений?

По этому вопросу инж. Квитка, член Бакинского Технического Комитета, высказал еще в 1905 г. предположение о возможности по температуре кипения жидкости определять простым вычислением температуру ее вспышки. Предположение Квитки не встретило одобрения Технического Комитета и не было подвергнуто поверке опытным путем.

Позже, уже в 1928 г., мной было сделано предложение в Главной Палате мер и весов о поверке приборов Абеля-Пенского, в виду утраты образцовых приборов, иным более объективным методом, а именно: по вспышке жидкости постоянного химического состава. Это предложение было принято и в 1928—1929 гг. было произведена в лаборатории нефтяных приборов работа по выбору

жидкостей с постоянной температурой вспышки для применения их в качество эталона при поверке приборов Абеля-Пенского.

О вспышке. Переходя к изложению хода работ, я остановлюсь вкратце на некоторых данных, относящихся к основному предмету этого исследования, т.-е. к вспышке.

«Вспышка представляет собою не что иное, как взрыв миниатюрных размеров» [1]. Под этим термином подразумевается та температура, при которой жидкость начинает испаряться настолько сильно, что ее пары образуют, в определенном приборе и в точно установленных условиях опыта, с окружающим воздухом смесь, вспыхивающую при приближении пламени. При дальнейшем нагревании воспламеняются не только пары, но и вся масса жидкости. Таким образом устанавливаются две константы, характеризующие степень огнеопасности данного продукта: температура вспышки и температура воспламенения. Но смеси горючих паров или газов с воздухом дают взрыв при поднесении к ним пламени лишь при определенном соотношении между объемами. Как при недостатке газа по сравнению с воздухом, в объемных отношениях, так и при его избытке, взрыва не происходит. Первый случай определяет «нижний предел» вспышки, т. е. недостаток газа; во втором не происходит взрыва по недостатку кислорода для сжигания всех частиц газа; это—«верхний предел» вспышки.

При определении температуры вспышки нефтяных продуктов, как и водно-спиртовых растворов, имеется наличность взрыва при нижнем пределе. Так как давление паров этих продуктов при комнатной температуре недостаточно для образования взрывчатой смеси, то вспышка получается при нагревании жидкости.

Как показывает опыт, даже абсолютный спирт дает вспышку при температуре не ниже +12°C, а тем более его водные растворы, которые для получения вспышки в закрытом приборе приходится нагревать, что и осуществляется устройством прибора Абеля-Пенского.

Температура вспышки, по которой нефтяные продукты разделяются на огнеопасные и неогнеопасные, введена во всех культурных странах; она устанавливается законом в пределах от 21° до 35°C по разным приборам. Основанием для установления этой критической температуры послужили исследования Holde, согласно которым огнеопасная, т. е. взрывчатая смесь паров и воздуха, образуется в резервуаре керосиновой лампы при температуре, которая на 8°C ниже температуры вспышки по прибору Абеля-Пенского. Принимая высшую комнатную температуру воздуха для стран, расположенных в средних широтах Европы, в 30°C, наименьшую температуру вспышки (по Holde) для неогнеопасного керосина можно опре-

[1] Определение Л. Турсевича 1 в.

делить суммой: $x + 8° = 30°C$, откуда $x = 22°C$. Такая именно температура, с незначительными отклонениями в зависимости от конструкции прибора, которым она определяется, принята в Германии и в странах Средней Европы в 21°C—по прибору Абеля-Пенского, в Англии в 22,8°C—по прибору Абеля, в Америке в 20°C—по прибору Сейбольта, в Японии в 30°C.

У нас вопрос о критической температуре вспышки, поднятый по закону 1896 г., разрешался применительно к температурным условиям г. Баку, где в то время сосредоточивалось все производство керосина. При комнатной температуре в Баку в летние месяцы и в ночное время не ниже 36°C, температура вспышки по расчету Holde определится в $36 - 8 = 28°$. Эта температура вспышки и получила законное утверждение. При более низкой предельной температуре вспышки керосина выработка этого продукта и его вывоз наливом встречали бы, в условиях производства того времени, существенное затруднение.

При определении температуры вспышки в закрытом приборе, каким является прибор Абеля-Пенского, для получения сравнимых результатов требуется строгое соблюдение установленных для этого правил.

Исполнение работы. Работа по выбору жидкостей постоянного состава для поверки приборов Абеля-Пенского была начата в мае 1928 г. и закончена летом 1929 г. За указанный период времени эта работа исполнена дважды и по таким причинам. Первоначальное определение крепости водноспиртовых растворов производилось стеклянным спиртомером и по таблицам Траллеса, в которых плотность и крепость растворов установлена при температуре в 15,56°C. Но затем было признано желательным уточнить полученные результаты, определив крепость спиртовых растворов металлическим спиртомером, приводя его показания к нормальной температуре уже по новым таблицам Главной Палаты мер и весов, изданным в 1929 г. для температуры 15°C. Результаты второго исследования, в ноябре 1929 г., были еще раз проверены и исправлены введением нового условия, уравнивающего замеченные расхождения в температурах вспышек.

Исследования в объеме задания состояли:

1) в составлении водноспиртовых растворов определенных крепостей с точностью до 0,1%;

2) в определении температуры вспышки на приборе Абеля-Пенского исследуемых спиртоводных растворов с точностью до 0,5°C;

3) в изучении тех условий этого явления, наличностью которых обусловливается постоянство и точность результатов отдельных испытаний.

отдЗх

Так как эталонная жидкость, по которой предполагается производить поверку приборов Абеля-Пенского, должна удовлетворять двум условиям,—постоянству состава и доступности ее получения в значительном количестве, то для первоначальных ориентировочных наблюдений лаборатория нефтяных измерительных приборов остановилась на этиловом спирте. Последующие наблюдения подтвердили правильность этого выбора.

Исходным материалом для растворов, подлежащих испытанию на температуру вспышки, служил этиловый спирт крепостью в 99,2% и дестиллированная вода. Смешение производилось в объемных отношениях. Измеренные в обычной градуированной посуде соответствующие желательной крепости объемы спирта в 99,2% и воды сливались в склянку с притертой пробкой, перемешивались встряхиванием в течение получаса и оставлялись в покое на сутки. Обычно, лишь на другой день после смешения, раствор переливался в стеклянный цилиндр, и определялись температура жидкости одним и тем же термометром с делениями в 0,5°С. В хорошо отстоявшуюся жидкость, принявшую постоянную температуру, погружался металлический спиртомер. По погружениям прибора и по температуре жидкости определялась крепость водноспиртового раствора по таблицам к металлическому спиртомеру Главной Палатой мер и весов, изданным в 1929 г.

Таким путем было изготовлено 20 растворов крепостью от 99% до 5% а именно:

№№ растворов	Крепость	№№ растворов	Крепость	№№ растворов	Крепость	№№ растворов	Крепость
1	99%	6	75%	11	50%	16	25%
2	95 „	7	70 „	12	45 „	17	20 „
3	90 „	8	65 „	13	40 „	18	15 „
4	85 „	9	60 „	14	35 „	19	10 „
5	80 „	10	55 „	15	30 „	20	5 „

Кроме того, для установления вспышки крепких растворов были опробованы на вспышку спирты крепостью в 94%, 95,5%, 96%, 98%, крепость которых была установлена по графику вспышек между 90%, 95% и 100%. Последняя величина взята из таблицы Holde для температуры 12°С при давлении 768 *мм*, что в переводе на нормальное давление дает 11,7°С.

Определение вспышки водных растворов этилового спирта производилось на приборе Абеля-Пенского № 4762 Главной Палаты мер и весов. Прибор этот был исследован в лаборатории нефтяных измерительных приборов и признан образцовым, так как размеры конструктивных его частей не выходят из пределов установленных

допусков, а во многих случаях совпадают с нормой; конечные же результаты определенной на нем вспышки керосина показывают точность и постоянство этого прибора.

Применение «образцового» прибора Абеля-Пенского к исследованию, которым предполагается устранить пользование такими же образцовыми приборами, как бы заключает в себе некоторое противоречие. Но это противоречие лишь кажущееся, так как в данном случае прибор № 4762 имеет лишь служебное и временное значение: им определяются температуры вспышек условно, лишь для выяснения отношений между вспышками спиртовых растворов разной крепости. Сама же по себе температура вспышки водноспиртовых растворов, исправленная коррективами, на которые укажет опыт, может получить иные выражения, чем показанные прибором № 4762. Сущность задачи в целом заключается в выяснении закономерности изменения температуры вспышки спиртового раствора с изменением его крепости.

Уже с самого начала исследования отчетливо определилась его исходная точка, а именно: установление водноспиртового раствора такой крепости, при которой температура его вспышки была бы близка к 28°С по прибору Абеля-Пенского, т. е. к тому критерию огнеопасности нефтяных дериватов, в частности осветительного масла, который принят в СССР.

Последовательное испытание растворов средней крепости показало, что такую температуру вспышки обнаруживают растворы близкие по крепости к раствору в 40%. На них-то и сосредоточились наблюдения для выяснения тех условий, соблюдением которых обусловливалась температура вспышки в 28°С по прибору Абеля-Пенского. Первые наблюдения, несмотря на их большое число, определяли среднюю температуру вспышки в пределах от 27° до 29°С, постепенно сокращавшихся по мере уточнения самого метода испытания. Такие же наблюдения производились над растворами, крепости которых последовательно изменялись на 5% по двум направлениям от раствора в 40%, как в сторону повышения, так и в сторону понижения их крепости.

Часто наблюдавшееся расхождение температуры вспышки, определенной для одной и той же крепости раствора, обусловливалось, с одной стороны, колебаниями атмосферного давления, с другой—недостаточно точно установленной зависимостью точки вспышки от температуры водяной ванны, проявляющейся в скорости нагрева испытуемой жидкости в стакане прибора Абеля-Пенского. Роль каждого из этих факторов, постепенно и медленно выясняемая, и задерживала окончание работы по общему заданию.

Влияние атмосферного давления, слабо установленное и для вспышки керосина, несмотря на многолетнюю практику по испытанию этого продукта, совершенно не выяснено для спиртовых раство-

ВНИИМС Инст. метр. и Библиотека 189

ров. Установление этого фактора потребовало бы длительных наблюдений; за их недостатком я пользовался, для приведения полученных наблюдений к нормальному давлению, формулой Snyder Young'a для приведения к нормальному давлению температуры кипения:

$$C = 0{,}00012\ (760 - P)\ (273 + t),$$

где C — искомая температура вспышки, P — давление во время наблюдения и t — найденная температура вспышки.

Эта формула принята Стандартной Комиссией при определении температуры вспышки керосина на приборе Абеля-Пенского[1].

Пользуясь формулой Snyder Young'a, я тем не менее избегал наблюдений при атмосферном давлении, отклоняющемся от нормального более, чем на ± 10 *мм*.

Существенное влияние на температуру вспышки водноспиртовых растворов оказывает и температура водяной ванны прибора Абеля-Пенского, определяющая, в свою очередь, скорость нагрева жидкости в стакане прибора. Опыт показал, что в среднем температура вспышки спиртового раствора устанавливается с большим постоянством при соблюдении следующего условия: нагрев раствора следует регулировать так, чтобы на протяжении последних пяти градусов перед ожидаемой вспышкой температура его поднималась от 1,5 до 2,5 градусов в минуту, в зависимости от крепости раствора: для средних крепостей от 30% до 50% — в две минуты, для более слабых — от 1,8 до 1,5 минуты.

При таком постоянстве нагрева расхождение в показаниях температуры вспышки одного и того же продукта на ± 0,5° устраняется и температура вспышки сводится к круглому числу за счет поправки на ± 0,5°.

Величины температур вспышки спиртовых растворов, показанные в таблице I, представляют средние арифметические из многочисленных наблюдений, приведенных к нормальному давлению по формуле Snyder Young'a. Все наблюдения производились по термометрам с делениями на 0,5 градуса, при чем принимались в расчет лишь те наблюдения, расхождение между которыми не превышали ± 0,5°. Привожу для примера вычисление температуры вспышки раствора определившейся, в конечном счете, в 28° С

Средняя арифметическая выразилась в таких числах:

I. Из 82 наблюдений, без поправки на давление и скорость нагрева, — в 27,63°.

II. Из тех же 82 наблюдений, но приведенных к нормальному давлению, — в 27,77°.

III. Из 58 других наблюдений, приведенных также к нормальному давлению, — в 27,93°. Среднее для п.п. II и III составляет 27,83°.

[1] См. Библиотека ОСТ № 5, стр. 21.

Таблица I—Tableau I

№№ растворов Nos des solutions	Крепость растворов в % Concentration des solutions en pour cent	Температура вспышки в градусах С Température d'inflammation		Понижение температуры вспышки (наблюдения 1929 г.) Abaissement da la température d'inflammation (observations de 1929).
		Наблюдения 1928 г. Observations de 1928	Наблюдения 1929 г. Observations de 1929	
1	1			
2	5	52	53	
3	10	49	48	5
4	15	41,5	43	5
5	20	38	38	5
6	25	33,5	33	5
7	30	31,5	31	2
8	35	29	29	2
9	40	28	28	1
10	45	26,5	27	1
11	50	25,5	26	1
12	55	24,5	25	1
13	60	23,5	24	1
14	65	23	23	1
15	70	22	22	1
16	75	21	21	1
17	80	20	20	1
18	85	18,5	19	1
19	90	17,5	18	1
20	95	14	15	3
21	100		12 (11,7)	3

IV. Из 15 наблюдений, приведенных к нормальным давлениям при постоянной скорости нагрева,—в 28,°С.

V. Из 18 наблюдений, производившихся при нормальном давлении,—в 28°,С.

Подобные же расчеты применялись к вычислениям вспышек растворов всех других крепостей, но из меньшего числа наблюдений (от 30 до 50). Температуры их вспышек показаны в столбце третьем таблицы I; при определении их не всегда соблюдались условия

постоянства нагрева, а потому температуры некоторых вспышек выражены смешанным числом: целое + 0,5°.

Если отложить крепости водноспиртовых растворов по оси абсцисс, а температуры вспышки—по оси ординат, то соотношение между этими величинами выразится ломанной линией, состоящей из четырех прямолинейных участков, определяющих температуры вспышек водноспиртовых растворов от 53°C до 12°C, и соответствующих кре-

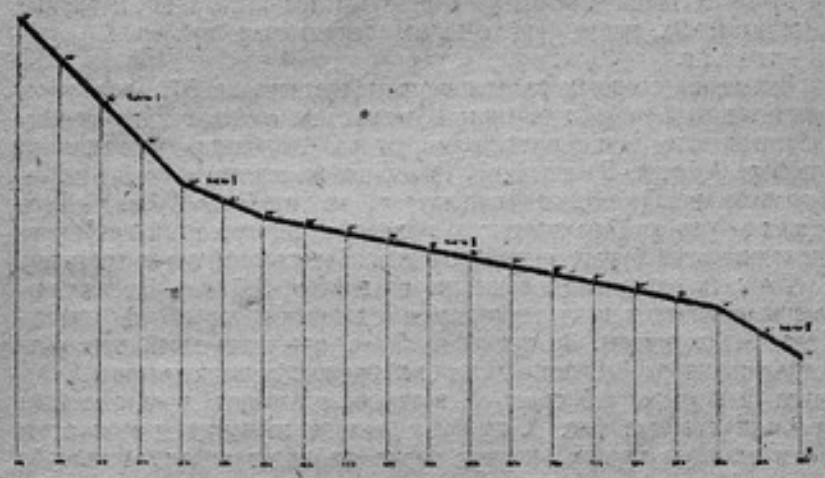

Рис. 1.—Fig. 1.

постям от 5% до 100% (рис. 1). Распределение отдельных групп спиртовых растворов, характеризующихся соотношением между их крепостью и температурой вспышки, по прямолинейным участкам общей ломанной линии, от перегиба до перегиба, показывает таблица II.

Таблица II—Tableau II

№№ участков по рис. 1 Nos des régions rectilignes de la figure 1	Крепость в % Concentration en pour cent	Температура вспышки Température d'inflammation
I	от 5 до 25	от 53°C до 33°C
II	de 25 à 35	de 33° à 29°
III	„ 35 „ 90	„ 29° „ 18°
IV	„ 90 „ 100	„ 18° „ 12°(11,°7)

Как самый график, так и данные прямых наблюдений, на основании которых он построен, отчетливо показывают обратную пропорциональность между крепостью и температурой вспышки водноспиртовых растворов, определенной на приборе Абеля-Пенского.

Для поставленной задачи наибольшее значение представляют два средних участка, II и III, в общем протяжении от 25% до 90% крепости, что соответствует температурам вспышек от 33° до 18°. В пределах таких температур и производятся испытания нефтяных осветительных масел, для которых назначается прибор Абеля-Пенского.

Изменение крепости водноспиртового раствора на 5%, как показывает пятый столбец таблицы I, влечет за собою соответственное изменение его температуры вспышки на 1°С, легко уловимое на приборе Абеля-Пенского. Изменение же крепости на 0,1%, отмечаемое металлическим спиртомером, на приборе Абеля-Пенского уже не отражается; но хорошо вычерченный график на миллиметровой бумаге отчетливо покажет соответствующую величину.

Точность определения вспышки на приборе Абеля-Пенского с прилагаемым к нему термометром с делениями на 0,5° не превышает это величины. Но применяя более чувствительный термометр с делениями на 0,1° и производя наблюдения вспышки через 0,1 градуса (а не через 0,5 градуса), возможно разложить прямолинейные участки графика рис. 1 на более мелкие элементы и превратить ее в плавную кривую. Однако такие наблюдения потребовали бы большой затраты времени, не отвечающей практической ценности достигнутых результатов.

Применение эталонных растворов этилового спирта при поверке приборов Абеля-Пенского дает возможность производить эту операцию без особых образцовых приборов. Не входя в подробное описание этого метода поверки, укажу лишь вкратце на его сущность.

Эталонами служат три типических водноспиртовых растворов крепостью:

1	80%	с температурной вспышки в 20°С
2	60 „	„ „ 24°С
3	40 „	„ „ 28°С

При соблюдении всех условий, которые применяются при определении температуры вспышки нефтяных осветительных масел на приборе Абеля-Пенского, производятся испытания на вспышку и спиртовых растворов. Полученные наблюдения приводятся к нормальному давлению по формуле Snyder-Young'a и, в конечном счете, для них допускается отклонение от нормальных вспышек (20°, 24°, 28°) не более ± 0°5С. Необходимо регулировать температуру водяной ванны прибора так, чтобы нагрев спиртового раствора

JaSpa

в стакане, на протяжении последних пяти градусов перед вспышкой, поднимался на один градус в течение 1,5—2 минут.

Точность определения температуры вспышки на приборе Абеля-Пенского обычно ограничивается 0,5°С, чему соответствуют деления прилагаемого к прибору термометра. Но, пользуясь термометром с подразделениями на 0,2 градуса и разлагая первоначальное ориентирующее определение вспышки данного раствора (с точностью лишь до 0,5°) на три отдельные детализирующие наблюдения, можно выявить истинную температуру его вспышки с точностью до 0,1°С.

Такой результат достигается, если начинать детализирующие испытания при температуре ниже той, при которой начато испытание ориентировочное: первое детализирующее на 0,1°, второе на 0,2°, третье на 0,3°, но темп открывания заслонки аппарата сохраняется одинаковый для всех четырех наблюдений, т. е. заслонка открывается через каждое 0,5 градуса повышения температуры жидкости в стакане прибора.

Таблица III — Tableau III

Ориентирующие наблюдения Observations d'orientation		Детализирующие наблюдения Observations détaillées					
		Первое — Première		Второе — Deuxième		Третье — Troisième	
Температура раствора Température de la solution	Наличие вспышки Présence de l'inflammation	Температура раствора Température de la solution	Наличие вспышки Présence de l'inflammation	Температура раствора Température de la solution	Наличие вспышки Présence de l'inflammation	Температура раствора Température de la solution	Наличие вспышки Présence de l'inflammation
26,0	Нет-Non	25,9	Нет-Non	25,8	Нет-Non	25,7	Нет-Non
26,5	"	26,4	"	26,3	"	26,2	"
27,0	"	27,0	"	26,8	"	26,7	"
27,5	"	27,4	"	27,3	"	27,2	"
28,0	"	27,9	"	27,8	"	27,7	"
28,5	1-ая вспышка 1-ère inflam.	28,4	1-ая вспышка 1-ère inflam.	28,3	1-ая вспышка 1-ère inflam.	28,2	"
29,0	2-ая вспышка 2-ème inflam.	28,9	2-ая вспышка 2-ème inflam.	28,8	2-ая вспышка 2-ème inflam.	28,3	1-ая вспышка 1-ère inflam.

Испытуемый раствор: Водный раствор этилового спирта крепостью 40%.
Solution essayée: Solution aqueuse de l'alcool, concentration 40 p. c.

Ожидаемая температура вспышки / Température espérée d'inflammation } 26°С

Атмосферное давление / Pression atmosphérique } 770 мм

Температура ванны прибора / Température du bain de l'appareil } 31°С [1]

[1] Определенная по формуле / Déterminée d'après la formule } $28 \times 2 + \frac{1}{4}(760 - 770)$ мм 31°С.

Ход этой операции поясняется примером из практики произведенных мною наблюдений, приведенных в таблице III.

Ориентирующее наблюдение показывает, что первая вспышка спиртового 40% раствора происходит при температуре 28,5°C. Но первым детализирующим наблюдением устанавливается температура вспышки уже при 28,4°C; а второе детализирующее эту первую вспышку наблюдение отодвигает ее еще ниже на 0,1°, т. е. на 28,3°C; третьим детализирующим наблюдением подтверждается, что истинная температура вспышки сорокаградусного раствора этилового алкоголя лежит в пределах между 28,2° и 28,3°C, так как при 28,2°C вспышка еще не происходит, а при 28,3°C она уже отчетливо наблюдается. Но полученную наблюдениями температуру вспышки 28,3°C, происшедшую при атмосферном давлении в 770 *мм*, следует привести к нормальному давлению 760 *мм*. По формуле Snyder-Young'a соответственная поправка на 10 *мм* составляет — 0,328°, кругло—0,33°. С этой поправкой наиболее близкая к истинной температура вспышки 40% раствора спирта выразится в 28,3° — 0,3° = 28°,0C.

Детали поверки приборов Абеля-Пенского по водным растворам этилового спирта могут быть выработаны и установлены специальными правилами, если основные положения произведенного мною исследования будут признаны приемлемыми.

VERIFICATION D'APPAREILS D'ABEL-PENSKY d'APRES LES LIQUIDES D'UNE COMPOSITION CONSTANTE

Par V. M. Latkine

(Résumé)

On se sert dans l'U.R.S.S. des appareils d'Abel-Pensky pour déterminer la température d'inflammation des vapeurs de produits légers de naphte, employés en Allemagne pour le même but. Pour la vérification de ces appareils on a établi des règles rigoureuses, d'après lesquelles cette vérification consiste en deux opérations consécutives: 1) le mesurage des parties de l'appareil à vérifier influençant sur la précision de ses indications et 2) la comparaison de ses indications avec celles de l'appareil de référence.

La seconde opération ne peut être estimée comme étant suffisamment basée, ayant en vue l'idée vague des mots: „appareil de référence d'Abel-Pensky".

En 1904 on a pris pour appareils de référence trois appareils d'Abel-Pensky choisis d'un groupe de vingt appareils vérifiés à

la P. T. Reichsanstalt. Mais ces trois appareils ont été perdus par la suite du temps et la Chambre Centrale s'est trouvée forcée d'établir de nouveau les appareils de référence sur une base qui ne ferait pas de doute.

En 1928 l'auteur a proposé de vérifier des appareils d'Abel-Pensky d'après l'inflammation des vapeurs d'une liquide de composition constante et en 1928—29 a effectué le travail de choix des liquides qui peuvent servir à ce but.

Le liquide de référence pour la vérification d'appareils d'Abel-Pensky doit satisfaire à deux conditions: la constance de la composition et la possibilité d'en procurer la quantité suffisante. En ayant ceci en vue l'auteur s'est arrêté à l'alcool éthylique. Des observations postérieures ont approuvé la justesse de ce choix.

On a préparé en tout 20 solutions aqueuses d'alcool éthylique, dont la concentration est variée de 5 à 99 pour cent par chaque 5 pour cent et on a déterminé successivement les températures d'inflammation de leurs vapeurs avec l'appareil d'Abel-Pensky No 4762, conventionnellement pris à la Chambre Centrale pour l'appareil de référence et possédant des indications suffisamment constantes pour trouver la loi du changement de température d'inflammation des vapeurs de solution aqueuse de l'alcool avec le changement de sa concentration.

De prime abord il s'est précisé le point de départ de la recherche: l'établissement de la solution aqueuse de l'alcool d'une telle concentration, qui correspond à la température d'inflammation des vapeurs de 28°C d'après l'appareil d'Abel-Pensky, c'est-à-dire au critérium de la sécurité contre l'incendie des dérivés de naphte, en particulier du pétrole, adopté dans l'U.R.S.S. Des essais successifs ont démontré que ce sont des solutions dont la concentration est proche de 40%.

Les valeurs de la température d'inflammation des vapeurs des solutions aqueuses de l'alcool sont portées dans le tableau I et représentent les moyennes arithmétiques de nombreuses observations, réduites à la pression normale d'après la formule de Snyder Young:

$$C = 0{,}00012\ (760 - P)\ (273 + t),$$

où C est la température d'inflammation cherchée, P est la pression atmosphérique et t est la température d'inflammation observée.

La figure 1 représente graphiquement la dépendance trouvée des températures d'inflammation (ordonnées) en fonction des concentrations des solutions aqueuses d'alcool (abscisses).

La ligne brisée de la figure 1, aussi bien que les données des observations directes du tableau I, démontrent une relation réciproque entre la concentration et la température d'inflammation déterminée par l'appareil d'Abel-Pensky.

L'application des solutions de référence de l'alcool éthylique à la vérification d'appareils d'Abel-Pensky permet d'effectuer cette opération sans qu'on soit obligé de se servir d'appareils de référence.

Les solutions de référence sont trois solutions suivantes:

1. Solution de 80 pour cent avec la température d'inflammation de 20°C
2. „ „ 60 „ „ „ 24°C
3. „ „ 40 „ „ „ 28°C

On essaye les solutions de l'alcool sur la température d'inflammation aux mêmes conditions que la détermination de la température d'inflammation des vapeurs de produits de naphte. On réduit les observations obtenues à la pression normale d'après la formule de Snyder-Young et on admet des écarts entre les températures trouvées et les températures normales (20°, 24° et 28°C) non dépassant ± 0,5°C.

ОГЛАВЛЕНИЕ

2 (18) выпуска Трудов Всесоюзного Научно-исследовательского Института метрологии и стандартизации (ВИМС).

Стр.

В. Н. Божовский и **Б. В. Дроздов**. Исследование платина-платинородиевых термопар 3

И. Д. Менделеев. Термостат для точной пикнометрии 20

В. А. Яковлева. Определение констант эталонных ртутных термометров Tonnelot № 4540 и № 4541. 36

Н. Х. Прейпич. Теория ошибок в приложении к ходам часов и хронометров и к обработке долготных наблюдений. 47

С. М. Терешкова. О постоянстве личных разностей в автоматическом и слуховом (по методу Кука) приемах радиосигналов времени. 133

Б. А. Ломакин. Спектральное количественное определение висмута в меди 139

Н. П. Тарасов. Применение метода двуцветной фотографии к микрофотографической и металлографической съемкам 164

Н. П. Тарасов. Деформация поверительских пуансонов от работы . . . 171

В. М Латкин. Поверка приборов Абеля-Пенского по жидкостям постоянного состава 183

Tables des matières . . . . . Pages.

Des résumés des articles publiés dans la 2 (18) partie des Travaux de l'Institut de Métrologie et Standardisation (IMS) . . . . .

W. N. Bojovsky et B. V. Drozdov. Recherches sur les thermocouples platine-platinerhodiés 19

J. D. Mendeleev. Un thermostat de grande précision 32

V. A. Jakovleva. Détermination des constantes des thermomètres Tonnelot 4540 et 4541 46

N. C. Preipitch. Théorie des erreurs appliquée à la marche des pendules et des chronomètres et au calcul des observations longitudinales 126

S. M. Terechkova. Sur la constance des différences personnelles dans les réceptions automatiques et auditives (méthode de Cooke) des signaux rythmés 138

B. A. Lomakine. Détermination du bismuth dans le cuivre par l'analyse spectrale quantitative 161

N. P. Tarassov. Application de la méthode de photographie bichrome à la microphotographie et métallographie 169

N. P. Tarassov. Déformations des poinçons dans la pratique du poinçonnage des poids et mesures 182

V. M. Latkine. Vérification d'appareils d'Abel-Pensky d'après les liquides d'une composition constante 191

Содержание выпуска 1 (17) Трудов Всесоюзного научно-исследовательского Института метрологии и стандартизации (ВИМС).

Е. Г. Шрамков. Методы и аппаратура для магнитных измерений в научно-исследовательских лабораториях Германии. Из отчета о заграничной командировке в Германию в 1928—29 гг. — **Н. И. Спиридович.** К установлению эталона напряженности магнитного поля. Эталонная катушка „HI". — **Б. М. Яновский.** К вопросу об установлении эталонов магнитного момента в абсолютных единицах. — **М. Ф. Маликов.** Сравнение эталонных катушек электрического сопротивления в Главной Палате и в Центральной Электрической Лаборатории в Париже в 1930 г.—**С. В. Горбацевич.** Исследование магнитных полей и вихревых токов в индукционных счетчиках.

Некролог. В. В. Мечников.

Временник Главной Палаты мер и весов.

Выпуски 1—7 разошлись.

Выпуски 8—12 имеются в ограниченном количестве и продаются по 1 руб. за экз.

Выпуск 13—цена 3 руб.

Выпуск 14—цена 6 руб.

Выпуск 15—цена 5 руб.

Выпуск 16—цена 3 руб.

Обращаться во Всесоюзный Институт метрологии и стандартизации (ВИМС), Ленинград, Международный, 19.

„Ст. и Рац." № 274. Сдано в набор 8/III—32 г. Подписано к печати 23/IX—32 г. Отв. редактор М. Ф. Маликов. Техн. редактор С. Н. Клюшин.—12¼ печ. листов. В листе 40.000 зн. Форм. бумаги 62×88 см.

Ленгорлит № 53867. Тираж 1000. Зак. № 2171.

Гос. тип. „Лен. Правда", Ленинград, Социалистическая, 44.

ОТДЕЛЬНЫЕ ИЗДАНИЯ:

Цена

14. **Доброхотов А. Н.**—Весы 2-е издание. Руководство для поверителей. Ленинград, 1926 г. 1 р. 75 к.

15. **Исаков Л. Д.**—На все времена, для всех народов. Ленинград, 1923 г. . . . . — 75 „

37. **Коржинский А. В.**—Руководство по уходу за геодезическими инструментами. Л. 1925 г. 1 р. 75 „

40. **Мурашкинский В. Е.**—Оптика бинокля. Л. 1925 г. . . . . 4 „ 50 „

44. **Безикович Я. С.**—Математика. Руководство для поверителей. Л. 1926 г. . . . . 2 „ 50 „

49. **Адамович Н. И.**—Введение в метрологию и измерение длины. Л. 1927 г. . . . . 2 „ 20 „

56. **Мурашкинский В. Е., Мерц А. И., Майзель С. О., Мильк Г. А.**—Офтальмологическая оптика. Под редакцией проф. Л. Г. Беллярминова. Л. 1928 г. . . . . 6 „ 75 „

75. **Сидоров И. И.**—Манометры, их устройство и поверка. Л. 1928 г. . . . . 2 „ — „

80. Пятилетний план работ Главной Палаты мер и весов. Л. 1930 г. . . . . 3 „ — „

81. **Михельсон Н. С.**—Номограммы поправок к ареометрам, 11 таблиц. Л. 1931 г. . . . 3 „ 50 „

86. **Д. И. Менделеева.**—Опытное исследование колебания весов и возобновление прототипа или основной образцовой русской меры массы в 1893—1898 гг. С предисловием проф. М. А. Шателена. Л. 1931 г. Большой том, in-quarto . . . . . 10 руб.

100. Mémoires de la Chambre Centrale des Poids et Mesures de l'URSS présentés au Comité Consultatif d'Electricité et de Photométrie. Сообщения Главной Палаты мер и весов СССР Консультативному Комитету по электричеству и фотометрии. Л. 1932 г. . . . 3 руб.

руб.

ПЕЧАТАЮТСЯ И В СКОРОМ ВРЕМЕНИ ВЫЙДУТ В СВЕТ:

ТРУДЫ ВИМСа, вып. 1 (17)

Содержание:—Г. Е. Шрамков. Методы и аппаратура для магнитных измерений в научно-исследовательских лабораториях Германии—**Н. И. Спиридович.** К установлению эталона напряженности магнитного поля. Эталонная катушка „HI".—**Б. М. Яновский.** К вопросу об установлении эталонов магнитного момента в абсолютных единицах—**Б. М. Яновский и Н. И. Спиридович.** Магнитные наблюдения, произведенные летом 1929 г. в районе Южного Урала и Казакстана.—**М. Ф. Маликов.** Сравнение эталонных катушек электрического сопротивления в Главной палате и в Центральной электрической лаборатории в Париже в 1930 г.—**С. В. Горбацевич.** Исследование магнитных полей и вихревых токов в индукционных счетчиках.—Некролог: **В. В. Мечников.**

В СКЛАДЕ ВИМСа

(Ленинград, Международный пр., 19)

МОЖНО ПОЛУЧИТЬ СЛЕДУЮЩИЕ ИЗДАНИЯ

I. „ВРЕМЕННИК ГЛАВНОЙ ПАЛАТЫ МЕР И ВЕСОВ", основанный Д. И. Менделеевым в 1894 году:

выпуски 1—7 разошлись;
„ 8—12, по одному рублю за выпуск;
„ 1 (13), 1925, цена 3 руб.;
„ 2 (14), 1928, „ 6 „
„ 3 (15), 1929, „ 5 „
„ 4 (16), 1930, „ 3 „

II. Журнал „ПОВЕРОЧНОЕ ДЕЛО", годы 1916—1929, выпуски 4—20 комплект—24 рубля.

Выпуски 1—3 разошлись.

III. БЮЛЛЕТЕНИ КОМИТЕТА ЭТАЛОНОВ И СТАНДАРТОВ (КЭС), выпуск 1—4, по одному рублю за выпуск.

IV. ТРУДЫ КЭС, Выпуски 1 и 2, по одному рублю.

V. Журнал „ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И ПОВЕРОЧНОЕ ДЕЛО", 1930 год, вып. 1—6, комплект 6 рублей.