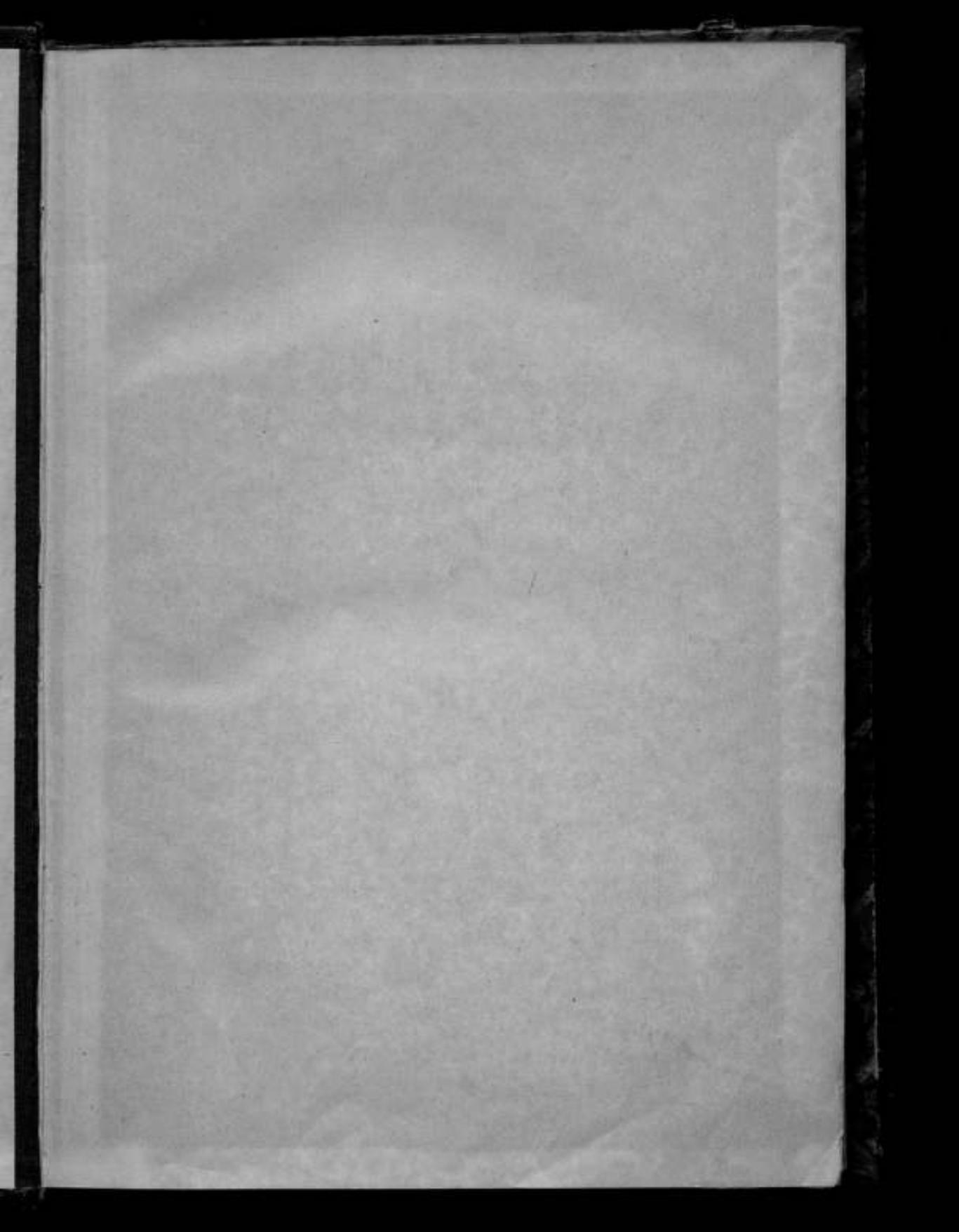
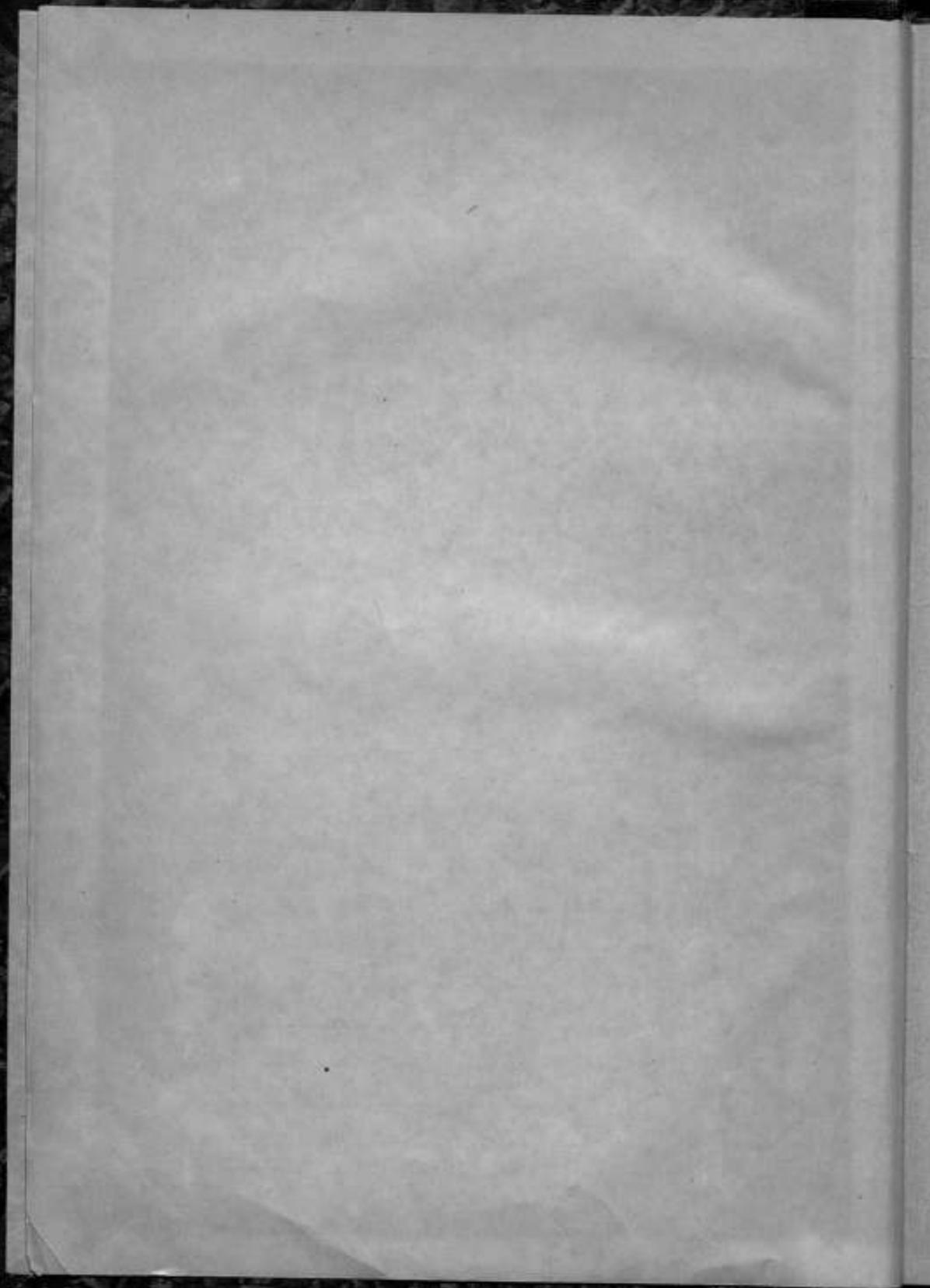


ВОЗВРАТИТЕ КНИГУ НЕ ПОЗЖЕ
обозначенного здесь срока

Тип, им. Котлякова. 4—7 500 000. 1985 г. ЛП-057-01-569.
Лист в р. 56 к. за 1000 шт.





МИНИСТЕРСТВО ФИНАНСОВЪ ПО ДЕПАРТАМЕНТУ ТОРГОВЛИ И МАШИНОСТРОЕНІЯ.

ВРЕМЕННОИКЪ

75457

ГЛАВНОЙ ПАЛАТЫ МѢРЪ И ВѢСОВЪ.

Р. Г. ф. ТРАУТФЕТТЕРЪ.

ЧАСТЬ 3-я.



С.-ПЕТЕРБУРГЪ.
Тип. В. Демакова, Новый пер., л. № 7.

1896.



Печатается по распоряженію Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ.

14. О ПРИЕМАХ ТОЧНЫХ ИЛИ МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ ВЗВѢШИВАНИЙ.

Вступленіе. I Способы сужденія о равновѣсїи по наблюденію колебаній. Принятые способы. «Состояніе» вѣсовъ — постоянное или вѣбнчивое. Опытный законъ постепенной убыли размаховъ. Различіе постоянной C для равныхъ вѣсовъ и нагрузокъ. Выводъ показанія равновѣсія на основаніи формулы: $l_n = L + R(-C)^n$ или закона убыли размаховъ: при 2 (форм. VI и IX), 3 (форм. VIII и X) и 4-хъ (форм. XI) элонгаціяхъ. Способы расчета равновѣсій въ примѣрахъ. II. О системѣ точныхъ взвѣшиваній, основанной на изученіи состоянія вѣсовъ. Составныя части системы: двойное взвѣшиваніе, опредѣленіе чувствительности и періода «состоянія» вѣсовъ. Система изъ 10 взвѣшиваній. Уравненіе «состоянія» или времени. Частности расчетовъ по двумъ примѣрамъ. Правила для системы изъ 10 взвѣшиваній. Калибрація шкалы. Правило знаковъ. Расчетъ вѣроятныхъ погрѣшностей. Полный расчетъ при равныхъ промежуточныхъ времени для системы изъ 10 взвѣшиваній. Приложение выпеченоженнаго къ одному изъ полныхъ взвѣшиваній, произведенныхъ въ Международномъ Бюро. Дополненіе 1. Лемма о площадяхъ (квадратурахъ) параболы $y = A + Bx + Cx^2$. Дополненіе 2. Система изъ 14-ти взвѣшиваній, основанная на этой леммѣ. Полный ея расчетъ при равныхъ промежуточныхъ времени. Общие выводы.

Въ общежитіи и техническихъ производствахъ точность взвѣшиванія рѣдко достигаетъ десятитысячныхъ долей вѣса, такъ что, имѣя гирь, выѣранныхъ въ сотысячныхъ доляхъ обычной нагрузки, и вѣсы, ясно показывающія такія же доли, легко получить точный вѣсъ столь простыми приемами, что искусство взвѣшиванія не представляетъ никакихъ трудностей при современной степени совершенства выполненія выѣрленныхъ вѣсовъ и гирь. При большинствѣ научныхъ изслѣдованій физико-механическаго, химическаго и физиолого-біологическаго характера, хотя требованія точности нерѣдко возвышаются, но приемы остаются, въ сущности, тѣ же, только отъ гирь, которыми прямо опредѣляютъ вѣсъ, требуется высшая степень выѣрки, а отъ вѣсовъ — надлежащая степень чувствительности, достигаемая не только совершенствомъ устройства самого коромысла, особенно же соответствіемъ его вѣса съ нагрузкою, но и огражденіемъ вѣсовъ отъ движеній вѣшняго воздуха и правальнымъ устройствомъ приборовъ для арретированія качаній коромысла. Путемъ этимъ, какъ извѣстно, достигается какъ то, что при значительныхъ грузахъ опредѣляютъ уже миллионныя доли нагрузки, напр., миллиграммы при нагрузкѣ въ килограммъ, такъ и то, что при облегченномъ коромыслѣ опредѣляются для малыхъ нагрузокъ ничтожно малыя разности вѣса, напр., тысячныя доли миллиграмма при нагрузкахъ около 1 грамма (это составляетъ опять миллионныя доли нагрузки), какъ это давно выполняется на вѣсахъ наи-

болѣе извѣстныхъ вѣсеровъ. Однако, такъ какъ вѣсы составляютъ точнѣйшій неизмѣтный приборъ, то во множествѣ задачъ естествознанія, а особенно въ метрологіи, нельзя довольствоваться точностями взвѣшиваній, достигаемыми этими способами, необходимо или желательно достигнуть всей возможной степени точности, къ какой способенъ этотъ прототипъ точныхъ приборовъ. Такъ, наиримѣръ, точнѣйшихъ образомъ опредѣляя прибыль вѣса отъ приближенія груза къ центру земли или отъ притягательнаго дѣйствія опредѣленныхъ массъ, можно опредѣлить размѣры земли, ея плотность или напряженіе тяжести (Jolly 1881, Thiesen 1887 и Poynting 1893); также и основной законъ сохранения вещества при актѣ химическихъ измѣненій можно повѣрить или поколебать путемъ точнѣйшихъ взвѣшиваній (напр., Ландольтъ 1893). При взаимномъ же сличеніи прототиповъ вѣса и при сличеніи ихъ основныхъ копій имѣютъ свое значеніе даже малѣйшія доли вѣса, чтобы избѣжать накопленія неточностей при суммированіи вѣса гирь при ихъ выѣркѣ. Предметомъ предложенной статьи служитъ разсмотрѣніе приѣмовъ взвѣшиваній, которыми, судя по опытамъ и соображеніямъ, примѣненнымъ въ Главной Палатѣ вѣръ и вѣсовъ, возможно достигать наивысшей степени точности, доступной при современномъ устройствѣ вѣсовъ.

Въ этой статьѣ допускается три предположенія (считаю болѣе удобными разсмотрѣть ихъ въ особыхъ статьяхъ), а именно, во первыхъ, предполагается, что устройство вѣсовъ, удовлетворяющихъ точнымъ взвѣшиваніямъ¹⁾, дано, во вторыхъ, что нагрузка постоянна²⁾, и, въ третьихъ, предполагается, что взвѣшиванія ведутся въ воздухѣ, и плотности взвѣшиваемыхъ предметовъ одинаковы, что и осуществляется съ большимъ приближеніемъ, напр., при сравненіи вѣса гирь изъ одинаковаго матеріала, при опредѣленіи вѣса литра воздуха и т. п. Притомъ я предполагаю не прибѣгать къ теоретическому разсмотрѣнію равновѣсія и колебанія вѣсовъ и самихъ взвѣшиваній, а ограничиваюсь лишь практической стороною предмета, тѣмъ болѣе, что теорія вѣсовъ и взвѣшиваній отчасти разобрана съ новыхъ точекъ зрѣнія Марекотъ и Тисеномъ (Travaux et mémoires du Bureau International des poids et mesures, T. III. и T. V, 1886), статья которыхъ мнѣ придется неоднократно цитировать, тѣмъ болѣе, что достигнутые мною выводы во многихъ частностяхъ отличаются отъ практики, принятой въ Международномъ Бюро, гдѣ долго дѣйствовали названные ученые и гдѣ двинулись весьма значительно

¹⁾ Устройство такихъ вѣсовъ (см. «Временникъ» часть 2, стр. 176) должно допускать производство всѣхъ операций единичнаго взвѣшиванія, устраняя непосредственное приближеніе наблюдателя и воздѣйствіе иныхъ источниковъ нагрѣванія или измѣненнаго положенія вліяющихъ массъ; прежде всего предполагается дальѣ: 1) что отчетъ колебаній ведется трубою, удаленною отъ вѣсовъ; 2) что отчетъ этотъ производится чрезъ отраженіе шкалы въ зеркальцѣ (привѣтъ), укрѣпленномъ на коромыслѣ; 3) что арретированіе производится издали отъ мѣста наблюдателя; 4) что переложеніе грузовъ изъ АВ въ ВА на чашкахъ вѣсовъ и 5) что прибавка добавочнаго груза, опредѣляющаго чувствительность, также производится издали отъ того мѣста, гдѣ наблюдатель смотритъ въ трубу.

²⁾ При переменной нагрузкѣ чувствительность замѣтно измѣняется, что важно знать прежде всего отъ колебанія коромысла и отъ перемѣны положенія центровъ тяжести. Понятно, что случай переменныхъ грузовъ всегда можно свести на случай постоянной нагрузки, добавляя грузъ до нормы, что и слѣдуетъ рекомендовать въ лабораторіяхъ, гдѣ приходится часто взвѣшивать перемѣнные грузы.

впередь многія стороны практики наибодѣ точныхъ взвѣшиваній. Излагаемое мною въ нѣкоторыхъ частностяхъ основано на томъ, что сдѣлано въ Международномъ Бюро мѣръ и вѣсовъ, но я стараюсь, по возможности, содѣйствовать еще дальнѣйшимъ успѣхамъ точныхъ взвѣшиваній, потому что питаю увѣренность въ возможности безпредѣльнаго ихъ усовершенствованія. Если современная астрономія, опираясь на усовершенствованія, вводимыя какъ въ изобрѣнія, производимыя кругами и телескопами, такъ и въ приемы наблюденій, вымѣрки и расчетовъ, даетъ возможность проникать въ безпредѣльную даль и измѣрять безпредѣльно большее и далекое, то въ дѣлѣ изученія видимаго и доступнаго — основнымъ приборамъ, проникающимъ въ безпредѣльно малое и близкое, должно считать вѣсы, уже давнѣе начало вѣвъ современнымъ химическимъ знаніямъ, проникшимъ до пониманія бесконечно малыхъ величинъ индивидуализированныхъ атомовъ, и отъ усовершенствованія способовъ взвѣшиваній должно ждать еще много новыхъ успѣховъ естественной философіи, особенно же выясненія хотя бы нѣкоторыхъ сторонъ всеобщаго, но еще таинственнаго всемірнаго тяготѣнія, о которомъ знаютъ лишь то, что указали Галилей и Ньютонъ. Уже для одного того, чтобы содѣйствовать проникновенію въ подробности свѣдѣній, относящихся до силы тяжести, необходимо приложить всѣ возможныя усилія къ дальнѣйшей выработкѣ приемовъ точнѣйшихъ взвѣшиваній. А такъ какъ для ихъ производства неизбежно необходимы сложныя и многоцѣльныя приспособленія, донынѣ прѣднѣемыя лишь въ главныхъ метрологическихъ учрежденіяхъ, то эти послѣднія, разрабатывая способы точныхъ взвѣшиваній, не только служатъ своимъ специальнымъ цѣлямъ, но и даютъ общій намаловажный вкладъ въ Естественную философію. Да послужатъ выше-сказанное объясненіемъ того, что я въ своей статьѣ вдаюсь во многія подробности лишь для того, чтобы содѣйствовать увеличенію точности взвѣшиваній отъ миллионныхъ частей груза до миллиардныхъ ихъ долей. Въ природѣ — мѣра и вѣсъ суть главные орудія познанія и вѣтъ столь малаго, отъ котораго не зависало бы все крупнѣйшее. Мало того. Все узнаваемое въ нашъ вѣкъ заставляетъ думать, что только изучая малѣйшее можно что-либо познать по отношенію къ конечному и крупному, какъ видимъ начальная отъ абстрактныхъ дифференціаловъ математики до конкретныхъ атомовъ химіи.

Задачи наибодѣ точныхъ (донынѣ преимущественно метрологическихъ) взвѣшиваній сводятся преимущественно къ рѣшенію двухъ вопросовъ: I) какъ изъ наблюденныхъ по шкалѣ вѣсовъ уклоновъ (элонгацій) нагруженнаго коромысла вѣсовъ, судить о положеніи его равновѣсія? и II) какъ расположить систему взвѣшиванія грузовъ A и B , чтобы узнать уравненіе взвѣшиванія, т. е. x въ выраженіи $B = A + x$ (судя по условію въ воздухѣ)? Нѣкоторыя существующіе отвѣты на эти вопросы, особенно на второй, очень разворѣчны и не сводились къ общимъ началамъ, а отъ нихъ не мало зависитъ какъ точность, такъ и скорость достиженія результата. Строго говоря, рѣшеніе обоихъ указанныхъ вопросовъ находится въ связи потому особенно, что колебанія совершаются во времени, а система взвѣшиванія обуславливается именно тѣми неизбежными измѣненіями, которыя совершаются съ вѣсами во время ряда производимыхъ на нихъ взвѣшиваній. Но положеніе предмета

значительно упрощается, если мы ставемъ разслѣдовать первый вопросъ, предполагая, что во время наблюдаемыхъ колебаній одного взвѣшиванія состояніе вѣсовъ остается неизмѣннымъ или измѣняется лишь весьма мало. Такое предположеніе будетъ тѣмъ ближе къ дѣйствительности, чѣмъ благоприятнѣе будетъ положеніе вѣсовъ въ отношеніи къ окружающему пространству, или, говоря языкомъ болѣе приближеннымъ, чѣмъ менше будетъ измѣняться положеніе нуля. Обыкновенно же, какъ увидимъ этому доказательство далѣе, полной неизмѣнности вѣсовъ въ этомъ отношеніи не бываетъ, т. е. положеніе нуля замѣтно измѣняется даже въ продолженіи нѣсколькихъ колебаній одного взвѣшиванія.

1. *Способы сужденія о положеніи равновѣсія коромысла вѣсовъ по наблюденію его колебаній* (то и другое по показаніямъ шкалы вѣсовъ). Точному взвѣшиванію всегда предшествуетъ предварительное или приближенное, и разность сравниваемыхъ грузовъ наверстывается чрезъ добавку къ болѣе легкому грузу мелкихъ гирь (гири до 0,2 mg. легко готовить изъ алюминіевой проволоки, болѣе же мелкія практически невыполнимы и неудобны для примѣненія) извѣстнаго вѣса, такъ что единичное точное взвѣшиваніе всегда сводится на опредѣленіе столь малой разности вѣса $x = A - B$, что ее нельзя представить опредѣленными гирями. Этимъ точное взвѣшиваніе ясно отличается отъ общаго. О малой (обыкновенно менше 0,2 mg.) разности вѣса x при точныхъ взвѣшиваніяхъ приходится судить по измѣненію положенія равновѣсія коромысла вѣсовъ, нагруженныхъ грузами A и B , когда слѣва лежитъ грузъ A , справа B (что и означаетъ символомъ AB), и при положеніи грузовъ BA . Какъ выводить x изъ знанія разности равновѣсій L_{AB} или L_{BA} , мы будемъ разсматривать впоследствии, теперь же остановимся исключительно надъ способомъ вывода положенія равновѣсія L , которыя не достигаются въ дѣйствительныхъ наблюденіяхъ по невозможности, ибо свободные, чувствительные вѣсы колеблются дѣльные часы и отъ малѣйшихъ вліяній вліяній выходятъ изъ состоянія равновѣсія, иначе вѣсы и не пригодны для точныхъ взвѣшиваній. Сужденіе о положеніи равновѣсія L приходится дѣлать по наблюденіямъ элонгацій или крайнихъ точекъ размаховъ качаній коромысла, производимыхъ по шкалѣ вѣсовъ, т. е. изъ динамическаго явленія должно судить о статическомъ.

Прежде чѣмъ говорить о способахъ, пригодныхъ для точности подобнаго сужденія, считаю необходимымъ замѣтить — безъ дальнѣйшихъ доказательствъ, по причинѣ очевидности, — что при точныхъ взвѣшиваніяхъ должно стремиться къ тому, чтобы разнахи коромысла были по возможности близки къ положенію такъ называемаго нуля шкалы¹⁾ и невелики (напримѣръ на 20,

¹⁾ «Нужно» шкалы вѣсовъ должно, съ одной стороны, считать тотъ же отчетъ, который отвѣчаетъ равенству моментовъ плечъ (т. е. произведеній изъ длины на вѣсъ нагрузки), съ другой стороны, тотъ, который соответствуетъ равенству нагрузки на обѣихъ чашкахъ, и, съ третьей стороны, тотъ, при которомъ коромысло (его крайнія ножи или вершины призмъ) горизонтально. Въ элементарной теоріи вѣсовъ допускается совпаденіе этихъ точекъ въ «нуль» шкалы, въ практикѣ къ этому совпаденію по возможности приближаются, но при точныхъ взвѣшиваніяхъ иногда нельзя допустить этого совпаденія. Чтобы упростить изложеніе — я вовсе не вхожу въ теорію вѣсовъ, а потому почти не говорю о «нуль» шкалы. Замѣчу только, что среднее изъ L_{AB} и L_{BA} означаетъ положеніе нуля (оно неизмѣнно — во времени) при равенствѣ грузовъ,

много 30 дѣленій шкалы, если она, какъ обыкновенно бываетъ въ точныхъ вѣсахъ, такова, что каждое дѣленіе отвѣчаетъ минутѣ дуги, напр., 1 миллиметръ при радиусѣ около $3\frac{1}{2}$ метровъ) и всегда отвѣчала небольшой части шкалы ¹⁾ и малой дугѣ круга ²⁾. Это достигается, сравнительно, легко, пользуясь двумя приемами, которые необходимо соблюдать при всѣхъ точныхъ взвѣшиваніяхъ, а именно: 1) нагрузку *A* и *B* обѣихъ чашекъ должно такъ наѣвнать при помощи добавочныхъ (конечно, извѣстныхъ или особо опредѣляемыхъ) грузовъ, чтобы равновѣсіе отвѣчало почти горизонтальному положенію коромысла ³⁾ и 2) при опусканіи коромысла такъ дѣйствовать арретиромъ,

опредѣленіе же «нуля» горизонтальнымъ положеніемъ коромысла условно, потому что оси (острія) крайнихъ призмъ не могутъ быть горизонтальны, если они не вполнѣ параллельны. Отсюда ясно, что все понятіе о «нуль» шкалы условно и искусственно, а потому лучше его набывать, что и сдѣлано мною въ дальнѣйшемъ изложеніи.

¹⁾ Та часть шкалы, которая служитъ для отчетовъ колебаній, должна быть выбрана или калибрована, какъ о томъ говорится отчасти далѣе.

²⁾ Отчетъ по шкалѣ дѣлается многоразлично: а) или шкала неподвижна, по ней читаютъ положеніе стрѣлки, укрѣпленной на движущемся коромыслѣ (обыкновенные вѣсы въ разныхъ формахъ); б) или шкала прикрѣплена къ коромыслу (стрѣлкѣ) и движется, отчетъ производится по неподвижной нити микроскопа (Глуховъ и друг.); в) или двѣ шкалы укрѣплены на подвижныхъ движутся другъ около друга (въ нѣкоторыхъ вѣсахъ Робервалье); г) или изображеніе неподвижной вертикальной шкалы читается по нити неподвижной трубы (шкалы и трубы стоятъ сбоку) при помощи отраженія вертикальнымъ зеркаломъ, укрѣпленнымъ на коромыслѣ и къ нему перпендикулярнымъ (вѣсы Штейнгейля и др.); д) или шкала горизонтальна (параллельна коромыслу), отчетъ въ трубу по зеркалу, укрѣпленному горизонтально на коромыслѣ сверху, причемъ другое неподвижное зеркало (призма) даетъ возможность помѣстить трубу и шкалу въ одномъ уровнѣ съ вѣсами, а отчетъ по нити въ трубѣ (приемъ вѣсовъ Рупрехта); е) или при всемъ томъ же устройствѣ другое неподвижное зеркало даетъ въ трубу изображеніе неподвижной шкалы, по которому производится отчетъ (вѣсы Рупрехта въ Международномъ Бюро и въ Главной Палатѣ); ж) или на коромыслѣ укрѣплены двѣ вертикальныхъ призмы для полного внутреннего отраженія (= 2 вертик. зеркала подъ угломъ 45° къ коромыслу при взаимномъ угловѣ 90°), дають изображение двухъ сбоку стоящихъ неподвижныхъ шкалъ въ трубу, стоящую по оси начаній (устройство вѣсовъ г. Немца) и т. д. Только послѣдніе способы отчета (черезъ отраженіе неподвижныхъ шкалъ) позволяютъ опредѣлять очень малые уклоны, потому что даютъ возможность увеличивать радиусъ (удаленіе шкалы отъ трубы) и удваиваютъ или учетверяютъ уголъ уклона. Съ своей стороны я считаю извлучшимъ послѣдній изъ указанныхъ приемовъ (г. Немца), если въ немъ ввести небольшія улучшенія (помѣстить отражающія призмы на продолженіи центральной оси коромысла) и соблюсти съ возможною точностью вертикальность осей отражающихъ призмъ. Успѣхи точнаго взвѣшиванія много зависѣли отъ введенія отчета по отраженію далеко стоящей шкалы зеркаломъ, что сдѣлано, если не ошибаюсь, впервые Штейнгейлемъ; въ 60-хъ годахъ я уже применялъ (въ лабораторіи С.-Петербургскаго Технологическаго института) такой способъ къ отчету вѣсовъ, испытывъ его въ первый разъ у г. Штейнгейля въ Мюнхенѣ.

³⁾ Положивъ, что горизонтальное состояніе коромысла (обыкновенно, въ хорошо исполненныхъ вѣсахъ, при правильной установкѣ, оно соответствуетъ положенію арретированнаго коромысла) отвѣчаетъ 100 дѣленію шкалы и пусть при нагрузкѣ *AB* получается равновѣсіе при $100 + m$ дѣл. Добавивъ къ *A* (или *B*) мекляя миллиграммовыя гири или ихъ доли *q* (ихъ легче всего приготовить изъ тонкой алюминиевой проволоки), извѣстнаго вѣса, легко достичь того, чтобы равновѣсіе ($A + q$) *B* отвѣчало дѣленію близкому къ 100. Очевидно, что для такого способа дѣйствія необходима: 1) чтобы вѣсы были раньше уравно-

чтобы размахи качаній были по возможности малы. При больших размахах колебаній хотя чувствительность, судя по временамъ качаній, немного возрастает¹⁾, но точный отчет элонгацій затрудняется (отъ быстроты углового движенія коромысла и изображенія шкалы) и убыль элонгацій возрастаетъ, а потому сужденіе о равновѣсіи становится менѣе точнымъ.

Для сужденія о показаніи шкалы L , отвѣчающаго равновѣсію, при точныхъ взвѣшиваніяхъ съ данныхъ поръ исключительно прибѣгаютъ къ наблюденію элонгацій l_1, l_2, \dots, l_n , т. е. показаній шкалы, отвѣчающихъ крайнимъ точкамъ размаховъ, или тѣхъ, при которыхъ коромысло останавливается, чтобы начать обратное колебаніе. Очевидно, что равновѣсіе L отвѣчаетъ въ некоторомъ среднемъ показанію между двумя соседними элонгаціями l_n и l_{n+1} . Поэтому ближайшій вопросъ сводится на то: какъ судить о равновѣсіи L по наблюденнымъ элонгаціямъ $l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$ и какое число n этихъ элонгацій набирать для возможно точнаго опредѣленія L ?

Отвѣты, даваемые въ этихъ отношеніяхъ, довольно разнорѣчны. Въ

вѣшены до того, чтобы нуль (равенство грузовъ A съ B) было близко къ 100 дѣл.; 2) чтобы чувствительность вѣсовъ (соотвѣстствіе между m дѣл. и g миллигр.) была приблизительно известна и не очень велика, и 3) чтобы мезнія гири (въ миллиграммы и ихъ десятые) были особо тщательно (на соотвѣствующихъ вѣсахъ) предварительно изучены.

¹⁾ Въ статьѣ D-r M. Thiesen (Trav. et mem. V 1886, Etudes sur la balance) приведены ряды наблюденій, произведенныхъ M. Zwinck въ Kaiserliche Normal Eichungs Kommission на вѣсахъ Schickert'a (нагрузка до 120 gr.), надъ шмвѣненіемъ времени качаній при разныхъ нагрузкахъ и размахахъ.

Изъ этихъ наблюденій видно, что при данной нагрузкѣ времена эти убываютъ по мѣрѣ убыли элонгацій. Напр., при нагрузкѣ 100 граммовъ (рядъ 3):

Порядокъ качаній.	Ср. величина размаха.	Время прох. чрезъ равн. въ секундахъ.	Сред. длительн. одного размаха.
отъ 1 до 10	12,64 div.	отъ 54,53 до 292,37	26,427
• 17 • 26	7,78 •	• 476,24 • 712,39	26,228
• 33 • 42	4,90 •	• 895,45 • 1130,38	26,103
• 49 • 58	3,09 •	• 1312,49 • 1547,32	26,092

Для тѣхъ же вѣсовъ, безъ нагрузки, съ одними чашками (рядъ 9):

отъ 1 до 11	12,28 div.	отъ 33,25 до 223,46	19,021
• 12 • 22	8,00 •	• 242,34 • 431,40	18,906
• 23 • 33	5,26 •	• 450,44 • 639,16	18,872
• 34 • 44	3,60 •	• 657,96 • 845,68	18,772
• 47 • 56	2,20 •	• 883,91 • 1069,50	18,559

Къ величайшему сожалѣнію, эти, какъ и многія имъ подобныя наблюденія, содержащіяся въ статьѣ D-r Thiesen'a, при всемъ интересѣ ихъ постановки, не могутъ быть считаемы удовлетворяющими первичнымъ требованіямъ, предъявляемымъ нынѣ къ точнымъ взвѣшиваніямъ, такъ какъ чувствительность вѣсовъ, вѣзшихъ для наблюденій, была не велика (1 div. = 0,50 mg. въ 3 рядѣ и = 0,42 mg. въ 9-мъ рядѣ) и, что всего важнѣе, при наблюденіяхъ несомнѣнно происходили значительныя измѣненія въ состояніи вѣсовъ, какъ видно изъ того, что положеніе равновѣсія сильно шмвѣнилось. Такъ, напримѣръ, въ 3-мъ рядѣ первые три наблюденія даютъ равновѣсіе при $-1,477$ div., а три послѣднія при $-1,375$ div. (въ промежуточныхъ есть и $-1,53$ div.), а такая разность соотвѣствуетъ 0,051 миллиграмма, что при нагрузкѣ въ 100 граммовъ представляетъ уже погрѣшность, много превосходящую ту, которую можно допускать при современныхъ точныхъ взвѣшиваніяхъ. Тѣмъ не менѣе изъ этихъ опредѣленій очевидно, что съ уменьшеніемъ амплитуды колебаній времена ихъ, а следовательно, и чувствительность, немного убываютъ.

Последнее изъ этихъ выражений соответствуетъ тому общему приему — выводу среднихъ изъ двухъ соседнихъ, — который применяется въ I и II формулахъ и выражается въ общей формулѣ, относящейся къ n элонгаціямъ:

$$L = \frac{1}{2^{n-1}} \left[l_1 + \frac{(n-1)}{1} l_2 + \frac{(n-1)(n-2)}{1.2} l_3 + \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{1.2.3} l_4 + \dots + \frac{n-1}{1} l_{n-1} + l_n \right] \dots \dots \dots \text{III}$$

Напр. при наблюдении 10 элонгацій ($n = 10$):

$$L = \frac{1}{512} (l_1 + 9l_2 + 36l_3 + 84l_4 + 126l_5 + 126l_6 + 84l_7 + 36l_8 + 9l_9 + l_{10}),$$

что высчитывается очень просто, беря лишь среднія изъ всѣхъ соседнихъ данныхъ и продолжая то же дѣйствіе вновь съ полученными средними. Напр. пусть дано 10 элонгацій:

l_1	l_2	l_3	l_4	l_5	l_6	l_7	l_8	l_9	l_{10}
98,0	79,0	96,1	80,7	94,6	82,1	93,3	83,2	92,3	84,2

Отсюда получаемъ 9 среднихъ:

88,50. 87,55. 88,40. 87,65. 88,35. 87,70. 88,25. 87,75. 88,25.

Изъ нихъ послѣдовательно получаютъ среднія:

88,025. 87,975. 88,025. 88,000. 88,025. 87,975. 88,000. 88,000
 88,000. 88,000. 88,012. 88,013. 88,000. 87,988. 88,000
 88,000. 88,006. 88,012. 88,007. 87,994. 87,994
 88,003. 88,009. 88,009. 88,001. 87,994
 88,006. 88,009. 88,005. 87,997
 88,007. 88,007. 88,001
 88,007. 88,004
 88,005 ✓

Последнее среднее выражаетъ обратное положеніе равновѣсія по III, т. е. $L = 88,005$ ¹⁾, отвѣчающее среднему времени наблюдений, т. е. времени среднему между отвѣчающимъ l_6 и l_8 . Если къ этимъ двумъ прибавимъ еще l_4 и l_7 , что по формулѣ II получимъ 88,013. Очевидно, что въ выводѣ, какимъ бы способомъ мы его ни произвели, могутъ участвовать среднія погрѣшности отчетовъ $\pm \Delta$. Для возможнаго ихъ уменьшенія полезно увеличивать число отчетовъ, потому что тогда въ среднемъ положительныя погрѣшности уничтожатся на счетъ отрицательныхъ. Но съ другой стороны, такъ какъ опытъ показываетъ, что «состояніе» вѣсовъ, т. е. положеніе нуля (отвѣчаю-

¹⁾ Thiesen (l. c.) принимаетъ иную формулу, напр. для 10 элонгацій:

$$L = \frac{1}{24} (2l_1 + 3l_2 + 2l_3 + 3l_4 + 2l_5 + 2l_6 + 3l_7 + 2l_8 + 3l_9 + 2l_{10}).$$

Формула эта въ вышеприведенномъ примѣрѣ даетъ $L = 88,012$. Разность отъ вышеприведеннаго вывода, конечно, ниже возможной погрѣшности единичнаго отчета, который не менѣе $\pm 0,05$, если отсчитываются десятые доли дѣлений, но для средняго вывода изъ 10 колебаній надо признать разность 88,005 — 88,012 имѣющей уже реальное значеніе, потому что погрѣшность отчетовъ при ихъ повтореніи въ среднемъ выводѣ — должна почти уничтожаться.

шого равенству моментовъ обонхъ плечъ коромысла или, при одинаковой длинѣ плечъ—равенству нагрузокъ), хотя мало, но постоянно измѣняется, то въ системѣ взвѣшиваній должно по возможности сокращать время отдѣльнаго взвѣшиванія, т. е. уменьшать число наблюдаемыхъ колебаній. Для того чтобы сознательно избрать определенное число наблюдаемыхъ элонгацій (колебаній) l и способъ вывода изъ нихъ показанія шкалы L , отвѣчающаго равновѣсію, считаю необходимымъ остановиться надъ эмпирическимъ закономъ *убыли размаховъ*.

Изъ большого опытнаго матеріала, собраннаго при взвѣшиваніяхъ, производимыхъ въ Главной Палатѣ и опубликованнаго Международнымъ Бюро мѣръ и вѣсовъ, я избралъ не малое количество данныхъ, въ которыхъ наблюдались при данной нагрузкѣ колебанія определенныхъ вѣсовъ и замѣчалось значительное постоянство «состоянія» вѣсовъ, т. е. сохранялось одно и тоже равновѣсіе. Не всѣ и не всякія наблюденія колебаній коромысла вѣсовъ могли быть сюда отнесены. Очень часто наблюденія ведутся при условіяхъ большого измѣненія «состоянія» вѣсовъ, то есть въ то время, когда моменты плечъ измѣняются, напр., одно изъ плечей коромысла, подъ вліяніемъ окружающихъ условий, измѣняетъ свою длину иначе, чѣмъ другое плечо, или воздухъ, окружающій грузы и плечи коромысла, не находится въ полномъ равновѣсіи и т. п. Такое состояніе вѣсовъ узнается тѣмъ, что при тѣхъ же грузахъ положеніе равновѣсія тогда измѣняется съ теченіемъ времени. Чтобы показать примѣръ такого измѣнчиваго состоянія вѣсовъ, беру данныя изъ числа тѣхъ, которыя собралъ д-ръ Thiesen въ своихъ *Études sur la balance* (Trav. et mém. 1886. T. V.), наблюдая по 10 элонгацій на разныхъ вѣсахъ при определенной ихъ нагрузкѣ именно для цѣли изученія вѣсовъ и ихъ колебаній, считаемыхъ имъ за нормальными. Изъ совокупности этихъ многочисленныхъ данныхъ (Observations, pag III—XV) видно, что почти всегда при этомъ вѣсы, бывшіе у Тисена, сильно измѣнялись, какъ видно изъ переѣмны положенія равновѣсія. Напр. для вѣсовъ Sacré № 1 при нагрузкѣ въ 1 килогр., когда 1 дѣленіе шкалы отвѣчало 0,52 mg., 2-го авг. 1883 (Pesée n° 6, pag IX и X), сдѣлано было 60 отчетовъ колебаній, расположенныхъ по 10 въ 6-ти рядахъ, которые дали д-ру Thiesen'у слѣдующія положенія равновѣсія:

1) 57,367 2) 65,751 3) 56,517 4) 55,960 5) 65,360 и 6) 58,927.

Очевидно, что во все время съ вѣсами происходили какія-либо измѣненія, ведущія къ тому, что положеніе равновѣсія измѣнялось. Можно было бы, однако, думать, что переѣмны эти происходили только при переходѣ одного ряда къ другому и определялись арретированіемъ, производимымъ между рядами, послѣ наблюденія 10 элонгацій, а во время этихъ 10 элонгацій «состояніе» вѣсовъ сохранялось. Но и эта гипотеза, при ближайшемъ разсмотрѣніи данныхъ, оказывается недопустимой, такъ какъ можно доказать, что въ продолженіи наблюденія 10 элонгацій все время равновѣсіе измѣнялось. Для примѣра избираю 2-ой рядъ, для котораго Dr. Thiesen расцѣль $L = 65,751 \text{ div}$. Для него наблюденіе дало слѣдующія 10 элонгацій.

l_1 l_2 l_3 l_4 l_5 l_6 l_7 l_8 l_9 l_{10}
76,70. 55,12. 75,96. 55,92. 75,25. 56,42. 74,90. 56,94. 74,30 и 57,38.

Изъ l_1, l_2, l_3 по формулѣ I рассчитываемъ L. Оно по времени отчитать l_2 , а потому означимъ его L_2 . Точно также L_3 разотчемъ изъ l_2, l_3, l_4 и т. д.

L_2 L_3 L_4 L_5 L_6 L_7 L_8 L_9
65,725. 65,740. 65,762. 65,710. 65,747. 65,790. 65,770. 65,730.

Получившіяся здѣсь различія вычисляемыхъ равновѣсій L_i никакъ образомъ не могутъ быть приписаны случайнымъ погрѣшностямъ наблюдений (отчетовъ) или неточности формулы I, потому что значенія L_i совершенно правильно, хотя и медленно возрастаютъ отъ L_2 до L_9 , а отъ L_2 до L_9 быстро падаютъ, что и показываетъ непостоянство состоянія вѣсовъ въ продолженіе 10-ти наблюдаемыхъ элонгацій ¹⁾. Случайно взятый мною примѣръ не относится къ числу такихъ, гдѣ измѣненія значительны и ясны, даже наоборотъ, обыкновенно измѣненія очевидны. Такъ, послѣднее (l. c. pag. XV) изъ наблюдений Dr. Thiesen, сдѣланное съ вѣсами Bunge, при нагрузкѣ 1 кило, когда $1 \text{ div} = 0,017 \text{ mg}$. дало (6 окт. 1883):

l_1 l_2 l_3 l_4 l_5 l_6 l_7 l_8
243,90. 206,96. 240,88. 210,08. 238,16. 212,58. 236,14. 214,42.
 l_9 l_{10}
234,73. 216,10.

А отсюда, введя поправку, о которой говорится далѣе, получаемъ:

L_2 L_3 L_4 L_5 L_6 L_7 L_8
224,394. 224,738. 224,766. 224,769. 224,842. 224,839. 224,916.
 L_9
225,103.

Здѣсь положеніе равновѣсія явно возрастаетъ, и всякіе выводы изъ подобныхъ наблюдений, относящіеся къ вычисленію равновѣсія и къ законамъ измѣненія колебаній, очевидно, мало могутъ содѣйствовать нахожденію дѣйствительной законности, если не принять во вниманіе измѣненій, совершающихся съ вѣсами во времени. (Объ этихъ измѣненіяхъ говоримъ далѣе — подробно).

Слѣдовательно, для вывода истиннаго закона, управляющаго колебаніями вѣсовъ, могутъ быть приѣмлемы только такіа наблюденія, при которыхъ положеніе равновѣсія, отвѣчающее данной нагрузкѣ, остается по возможности постояннымъ въ предѣлѣ точности отчетовъ. Подобныя наблюденія, судя по опытамъ Главной Палаты, встрѣчаются вообще рѣдко и только тогда, когда вѣсы тщательно обезпечены отъ измѣненія постороннихъ вѣншихъ (преимущественно температурныхъ) вліяній, къ числу которыхъ несомнѣнно относятся не только приближеніе наблюдателя, но и дѣйствіе того малаго количества тепла, которое испускаютъ удаленныя отъ вѣсовъ электрическія лампочки накаливанія; приѣмлемы для освѣщенія шкалы, не говоря уже о вліяніи неравномѣрнаго общаго освѣщенія или неравномѣрно нагрѣтыхъ стѣнъ комнаты, въ которой помѣщаются вѣсы. Чтобы уяснить себѣ значеніе подобныхъ столь малыхъ вліяній, достаточно обратить вниманіе на то, что вышеупомя-

¹⁾ Если обратить вниманіе на то, что въ рядѣ 1-мъ получилось $L = 57,367$, а въ рядѣ 3-мъ $L = 56,517$, то станетъ очевиднымъ, что въ продолженіи совокупности рядовъ 1, 2 и 3 происходили постоянныя и довольно правильныя измѣненія въ «состояніи» вѣсовъ и что въ рядахъ 4, 5 и 6 повторилось подобное же явленіе.

нудны непостоянства равновѣсій отвѣчаютъ при грузѣ 1 килогр. (= 1 миллиону *mg.*) разности въ вѣса лишь до 0,03 *mg.*, а если представимъ, что одно изъ плечей коромысла во время наблюденія нагреется лишь на 0°,002 болѣе чѣмъ другое плечо, то уже (считая коэф. линейнаго расширенія коромысла = 0,000018) получится разность вѣса, достигающая до 0,036 *mg.*

Такія взвѣшиванія, при которыхъ погрѣшны въ равновѣсіи не больше, чѣмъ возможна погрѣшности (степень точности) отчетовъ, я избралъ преимущественно изъ новыхъ (1895 г.) взвѣшиваній, совершенныхъ $\Theta.$ П. Завадскимъ и В. Д. Сапожниковымъ на вѣсахъ Нейца и Рупрехта въ Главной Палатѣ (см. «Временникъ», ч. 2, стр. 176).¹⁾ Такъ какъ при отчетѣ показаній шкалы десятая и сотая одного дѣленія опредѣлялись на глазъ, то въ единичныхъ отчетахъ можно допускать погрѣшность $\pm 0,2$ дѣл. шкалы. А такъ какъ для вывода равновѣсія служило 4 или 5 отчетовъ, то въ выводѣ могла накопиться погрѣшность до ± 1 дѣл., слѣдовательно, при повтореніи того же взвѣшиванія могли скопиться разности отъ средняго ± 1 дѣл., а между наибольшими и наименьшими выводами до ± 2 дѣл.²⁾ Только такія наблюденія и избраны мною для нахождения закона измѣненія колебаній. Для приѣбра привою (листы 27 и 28, отъ 18 апрѣля 1895 года) сличеніе фунтовъ, произведенное при изготовленіи прототиповъ; вѣсомъ Нейца, нагрузка (около) 409,5 гр., 1 дѣл. шкалы отвѣчаетъ 0,031 *mg.*, температура (18°,32), влажность и барометръ во все время взвѣшиванія постоянны, — время отъ 11 ч 51 " до 12 ч 56 ". Элонгаціи наблюдались 5, выводъ *L* по III:

	l_1	l_2	l_3	l_4	l_5	Равно- вѣсіе.	Нагрузки. ³⁾
1)	121,0	190,1	124,0	186,5	126,8	<i>L</i> =	156,14 А. В.
2)	182,6	195,6	183,0	195,0	183,6		189,16 А. (В + r).
3)	120,4	190,8	123,6	187,0	126,5		156,23 А. В.
4)	96,0	189,1	100,6	184,2	104,3		143,57 В. А.
5)	120,6	191,0	123,8	187,4	126,5		156,53 А. В.
6)	61,7	184,6	67,7	177,7	73,0		124,38 (А + r_1). В.
7)	117,3	193,4	120,7	189,6	123,7		156,08 А. В.
8)	198,8	115,7	194,5	118,9	190,9	<i>L</i> =	155,94 А. В.
9)	202,4	176,2	201,1	177,3	200,0		188,94 А. (В + r).
10)	191,7	123,3	188,0	125,9	185,1		156,35 А. В.
11)	189,3	100,3	184,4	103,9	180,4		143,31 В. А.
12)	193,5	118,8	189,6	121,8	186,4		154,99 А. В.
13)	187,0	62,6	179,8	67,9	174,0		122,61 (А + r_1). В.
14)	191,7	120,0	187,9	123,0	184,8		154,74 А. В.

¹⁾ Но и въ этихъ опредѣленіяхъ далеко не всѣ отличаются одинаковою степенью согласія повторенныхъ данныхъ; я отобралъ лишь половину наиболее благоприятныхъ наблюденій и изъ нея бралъ заглавъ тѣ, которыя попадали подъ руку — безъ подбора.

²⁾ Погрѣшности этого рода при полученіи окончательнаго вывода взвѣшиваній, безъ всякаго сомнѣнія, почти вполнѣ взаимно уничтожаются, какъ видно уже изъ того, что 1 дѣл. шкалы отвѣчаетъ, приблизительно, 0,03 *mg.*, а результаты взвѣшиваній обыкновенно отличаются меньше, чѣмъ на $\pm 0,004$ *mg.*

³⁾ Способъ означенія нагрузки тотъ же, какъ Временникъ, ч. 2, стр. 175, $r = 1,02171$ *mg.*, $r_1 = 1,00911$ *mg.*

Семь первых отчетовъ сдѣланы В. Д. Сапожниковымъ, остальные Θ . П. Завадскимъ. Здѣсь взвѣшиваніе А. В. повторено 8 разъ, среднее 155,875, maximum (5-ое взвѣш.) разнится отъ minimum (14-ое взвѣш.) на 1,79 дѣл., взвѣшиваніе В. А. повторено 2 раза, разность 0,26 дѣл., А (В + r) — тоже 2 раза, разность 0,22 дѣл., также (А + r₁). В два раза и разность 1,77 дѣл. Средняя разность при повтореніи взвѣшиванія менѣе $\pm 0,311$ дѣл., а потому можно считать, что здѣсь достигнуто возможное постоянство результата ¹⁾.

Отобразив 10 подобныхъ предшествующему взвѣшиваній между многими произведенными Θ . П. Завадскимъ и В. Д. Сапожниковымъ, я приѣхалъ ихъ къ разысканію опытнаго закона убыли размаховъ. При этомъ я остановился на слѣдующемъ разсужденіи.

Назовемъ размахомъ разность двухъ другъ за другомъ слѣдующихъ отчетовъ шкалы: $l_n - l_{n+1}$, если l_n болѣе l_{n+1} , или $l_{n+2} - l_{n+1}$, если l_{n+2} болѣе l_{n+1} . Слѣдовательно, размахъ есть величина положительная. Отъ сопротивленій (среды и тренія) — размахи убываютъ, т. е. размахъ $l_n - l_{n+1}$ болѣе слѣдующаго за нимъ размаха $l_{n+2} - l_{n+1}$. Желательно было найти законъ этой убыли, которая подобна декременту при качаніяхъ маятника. Поэтому первая простѣйшая гипотеза, которую я испыталъ для выраженія убыли размаховъ, состояла въ допущеніи того, что отношеніе сосѣднихъ размаховъ, $l_n - l_{n+1}$ и $l_{n+2} - l_{n+1}$, есть величина постоянная ²⁾, которую назовемъ чрезъ C , т. е.

$$C = \frac{l_n - l_{n+1}}{l_{n+2} - l_{n+1}}; \dots \dots \dots \text{IV}$$

а такъ какъ размахи убываютъ, то C должно быть болѣе единицы. Если возьмемъ первое взвѣшиваніе, то ему отвѣчаютъ размахи

$$\begin{array}{cccc} l_2 - l_1 & l_3 - l_2 & l_4 - l_3 & l_5 - l_4 \\ 69,1 & 66,1 & 62,5 & 59,7 \\ C_1 = 1,045 & 1,058 & 1,047 & \end{array}$$

Среднее $C_1 = 1,050$. Точно также найдемъ для каждаго взвѣшиванія, отвѣщающаго положенію А. В.

Размахи.	(1)	(2)	(3)	(4)	(1)/(2)	(2)/(3)	(3)/(4)	Среднее С.
1)	69,1	66,1	62,5	59,7	1,045	1,058	1,047	1,050
3)	70,4	67,2	63,4	60,5	1,048	1,060	1,048	1,052
5)	70,4	67,2	63,6	60,9	1,048	1,057	1,044	1,050
7)	76,1	72,7	68,9	65,9	1,047	1,055	1,046	1,049
8)	83,1	78,8	75,6	72,0	1,055	1,042	1,050	1,049
10)	68,4	64,7	62,1	59,2	1,057	1,042	1,049	1,049
12)	74,7	70,8	67,8	64,6	1,055	1,044	1,049	1,049
14)	71,7	67,9	64,9	61,8	1,056	1,046	1,050	1,051

Среднее: 1,0514 1,0505 1,0479 ³⁾ 1,050

¹⁾ Тѣмъ не менѣе измѣненія по времени замѣчаются и при пользованіи взвѣшиваніями подобнаго рода; для окончательнаго вывода должно ввести поправку на время, о чемъ рѣчь идетъ далѣе.

²⁾ Конечно: 1) въ предѣлахъ точности отчетовъ и 2) при данномъ условіи взвѣшиваній, т. е. для опредѣленныхъ вѣсовъ, данной нагрузки и неизмѣннаго состоянія атмосферы или среды, въ которой происходитъ взвѣшиваніе.

³⁾ Хотя среднія C не различаются между собою болѣе чѣмъ на величины, зависящія отъ погрѣшностей отчета, тѣмъ не менѣе явно замѣчается, что въ

При этом сред. положеніе равновѣсія $L = 155,88$.

Точно также находимъ C изъ данныхъ для нагрузки В.А, когда $L = 143,44$:

4)	93,1	88,5	83,6	79,9		1,052	1,059	1,046		1,052
11)	89,0	84,1	80,5	76,5		1,058	1,045	1,052		1,052
										$C = 1,052$

Также для нагрузки А. (В + г), когда $L = 189,05$:

2)	13,0	12,6	12,0	11,4		1,032	1,050	1,053		1,045
9)	26,2	24,9	23,8	22,7		1,052	1,046	1,048		1,049
										$C = 1,047$

Для нагрузки же $(A + r_1) \cdot B$, когда $L = 123,50$:

6)	122,9	116,9	110,0	104,7		1,051	1,063	1,051		1,055
13)	124,4	117,2	111,9	106,1 ¹⁾		1,061	1,047	1,055		1,054
										$C = 1,055$

Хотя среднее изъ 6-ти послѣднихъ взвѣшиваній даетъ $C = 1,051$, то есть то же почти, что и остальные 8 взвѣшиваній, но однако несомнѣнно, что въ каждой изъ разсмотрѣнныхъ группъ взвѣшиваній получается свое значеніе C и оно при взвѣшиваніи А. (В + г) несомнѣнно меньше, чѣмъ при взвѣскѣ $(A + r_1) \cdot B$. А такъ какъ вѣсъ груза во всѣхъ взвѣшиваніяхъ оставался почти тотъ же, то нельзя полагать, что величина C зависитъ здѣсь отъ груза. Можно же предполагать, что она измѣняется или вѣдетъ съ величиною размаха, или съ перемѣною положенія равновѣсія. Для того, чтобы видѣть, въ чемъ здѣсь дѣло, достаточно слѣдующей сводки:

Нагрузка	Средняя вел. пер-ваго размаха.	Равновѣсія, среднее L .	Среднее значеніе C .
А. (В + г)	19,6 дѣл.	189,05	1,047
А. В	74,0 »	155,88	1,050
В. А	91,1 »	143,44	1,052
$(A + r_1) \cdot B$	123,7 »	123,50	1,055

Изъ этого сопоставленія оказывается, что C возрастаетъ вѣдетъ съ возрастаніемъ размаха и въ то же время съ уменьшеніемъ показанія шкалы L , отвѣчающаго равновѣсію. Ту и другую зависимость можно объяснить. Такъ, съ увеличеніемъ размаховъ возрастаетъ линейная скорость движущихся вверхъ и внизъ чашекъ, а отъ этого возрастаетъ сопротивленіе, то-есть происходитъ большая потеря живой силы (она распределяется въ окружающее пространство), а отъ этого убыль размаховъ или C должна возрастать, а потому весьма вѣроятно, что C возрастаетъ съ возрастаніемъ величины размаховъ; но когда

первыхъ четырехъ выводахъ (набл. Сапожникова) среднее C болѣе крайнихъ, а въ послѣднихъ четырехъ (взвѣш. Заваденго) — наоборотъ. Это согласуется съ тѣмъ, что въ первыхъ 4-хъ отчетахъ начинаются съ малой элонгаціи, $l_2 > l_1$, а въ 4-хъ послѣднихъ съ большихъ элонгацій, $l_1 > l_2$. Никѣ и не считаю надобнымъ останавливаться надъ этимъ обстоятельствомъ, но впоследствии къ нему предполагаю возвратиться, такъ какъ здѣсь играетъ роль относительное положеніе шкалы.

¹⁾ Столь большіе какъ здѣсь размахи никѣ уже, по возможности, устранились при взвѣшиваніяхъ, производимыхъ въ Главной Палатѣ.

наблюдаютъ лишь малыя размахи, тогда этотъ родъ неравенствъ долженъ вполне сглаживаться и впадать въ число погрѣшностей отчета. Что же касается до измѣненія C съ переѣною L , то оно можетъ обусловливаться такими положеніемъ шкалы, что равнымъ угловымъ отклоненіемъ коромысла будутъ отвѣчать въ обѣ стороны — отъ середины — неодинаковые отчеты шкалы ¹⁾. Но сверхъ всего величина C должна измѣняться отъ ошибокъ, неизбежныхъ въ отчетѣ шкалы, тѣмъ болѣе, что наблюдатель долженъ уловить моментъ и мѣсто элонгации и на глазъ подраздѣлять дѣленія шкалы. Замѣтимъ далѣе, что такъ какъ при взвѣшиваніяхъ А.В. первый размахъ измѣнился отъ 68,4 дѣл. до 83,1 дѣл., а при такомъ измѣненіи вовсе не видно соответственныхъ измѣненій въ C , то зависимость C отъ величины размаха представляется совпадающей съ неизбежными погрѣшностями отчета. Въ этомъ убѣждаютъ и многія другія сличенія, подобныя предыдущимъ, разобраннымъ мною отдѣльно. Для примѣра привожу величины размаховъ, полученныхъ при такой же системѣ взвѣшиваній, какъ предшествующая (тѣ же наблюдатели и вѣсы, взвѣшивались подобныя же фунтовые гири, листы 45 и 46, наблюденія 24 апр. 1895 г.), только размахи были гораздо меньше, какъ то достигается ²⁾ во всѣхъ новыхъ взвѣшиваніяхъ Гл. Палаты.

Взвѣшиванія А.В. среднее равновѣсіе $L = 212,36$ дѣл.

Размахи.	(1)	(2)	(3)	(4)	(1)/(2)	(2)/(3)	(3)/(4)	Среднее C .
1)	24,0	22,9	21,5	20,5	1,049	1,065	1,049	1,054
3)	38,1	35,8	35,1	33,5	1,064	1,020	1,048	1,044
5)	29,5	28,1	26,9	25,6	1,050	1,045	1,051	1,049
7)	27,8	26,4	25,0	23,9	1,053	1,056	1,046	1,052
8)	38,7	36,9	35,0	33,4	1,049	1,054	1,048	1,050
10)	26,8	25,4	24,1	23,0	1,055	1,054	1,048	1,052
12)	32,5	30,9	29,4	28,0	1,052	1,051	1,050	1,051
14)	22,6	21,5	20,4	19,4	1,051	1,054	1,051	1,052

Среднее: 30,0

Среднее: 1,050 ³⁾

При нагрузкѣ В.А. когда $L = 190,90$, получено:

4)	28,8	27,4	25,8	24,7	1,051	1,062	1,045	1,053
11)	12,9	12,6	11,9	11,5	1,024	1,059	1,035	1,039

Среднее: 20,8

Среднее: 1,046

При нагрузкѣ А.(В+г), когда $L = 243,16$:

2)	75,3	71,7	67,8	64,8	1,050	1,058	1,046	1,051
9)	75,3	71,7	68,0	64,8	1,050	1,054	1,049	1,051

Среднее: 75,3

Среднее: 1,051

¹⁾ Въ установкѣ шкалы вѣсовъ Немца, это несомнѣнно существовало въ апрѣлѣ—юлѣ 1895 г., затѣмъ устранено болѣе точною установкою шкалы и отражающихъ призмъ.

²⁾ Это достигается не только особо осторожнымъ арретированіемъ, но и соответственнымъ измѣненіемъ какъ нагрузокъ, такъ и вѣса чашекъ при непременномъ условіи хорошаго центрированія грузовъ на чашкахъ, устраняющаго возможность самостоятельныхъ колебаній чашекъ, что всегда должно и можетъ быть достигнуто.

³⁾ Здѣсь значенія C гораздо измѣнчивѣе, чѣмъ въ вышеразобранномъ примѣрѣ, что вполне объясняется тѣмъ, что здѣсь размахи меньше, а слѣдовательно погрѣшность отчетовъ болѣе вліяетъ на величину размаховъ и на C .

При нагрузкѣ $(A + r_1) \cdot B$, когда $L = 182,55$:

6)	27,8	25,4	25,0	23,9	1,094	1,016	1,046	1,052
13)	35,7	34,0	32,1	30,6	1,050	1,059	1,049	1,053

Среднее: 31,7

Среднее: = 1,052

Сводя среднія, получаемъ:

Навѣски.	Перв. размахъ.	L	C
B. A	20,8 дѣл.	190,90	1,046
A. B	30,0 »	212,36	1,050
A. (B + r)	75,3 »	243,16	1,051
(A + r ₁). B	31,7 »	182,55	1,052

Здѣсь видно, что возрастаніе C лишь слабо зависитъ отъ возрастанія размаховъ и отъ уменьшенія L , слѣдовательно измѣненія C преимущественно определяются неизбѣжными погрѣшностями отчетовъ, а потому величину C можно принять въ первомъ приближеніи за постоянную, въ нашемъ случаѣ равную 1,05 для обоихъ системъ взвѣшиваній и при всякихъ величинахъ размаховъ на вѣсахъ Нейца, при грузѣ 410 гр. Выводъ этотъ оправдывается, въ предѣлѣ точности опыта, надъ всѣмъ имѣющимся у меня матеріаломъ точныхъ взвѣшиваній ¹⁾. Поэтому можно считать доказаннымъ, по опытамъ Главной Палаты, что *отношеніе слѣдующихъ другъ за другомъ размаховъ коромысла вѣсовъ, или отношеніе $\frac{l_n - l_{n+1}}{l_{n+2} - l_{n+1}}$, въ предѣлѣ точности отчетовъ, есть величина постоянная*, при данной нагрузкѣ и прочихъ тѣхъ же условіяхъ взвѣшиванія. Для сужденія о томъ, какъ измѣнится C при переходѣ отъ однихъ вѣсовъ къ другимъ ²⁾, я беру то полное взвѣшиваніе на вѣсахъ Рупрехта, которое приведено во 2-й части «Временника», стр. 185, тѣмъ болѣе, что при немъ нагрузка (1 фунтъ = 409,5 гр.) та же, что и при взвѣшиваніяхъ, разсмотрѣнныхъ выше. Такъ какъ показанія шкалы (наблюдалось всего по 4 элонгации) и равновѣсія для этого взвѣшиванія даны (I. c.), то прямо переходимъ къ расчету размаховъ и C . При взвѣшиваніи A. B, когда среднее $L = 101,28$ дѣл., получается ³⁾:

¹⁾ Тѣ небольшія отступленія, которыя замѣчаются при разборѣ данныхъ, особенно полученныхъ на вѣсахъ Нейца, при большихъ размахахъ и при разныхъ L , зависятъ, надо полагать, исключительно отъ неправильнаго положенія шкалы и отражающихъ призмъ. При малыхъ размахахъ коромысла неправильности эти не имѣютъ реального значенія. Но, говоря вообще, при точныхъ взвѣшиваніяхъ необходимо обращать большое вниманіе на точную установку шкалы, отражающихъ призмъ или зеркалъ и отчетной трубы.

²⁾ При болѣе полномъ изученіи колебаній вѣсовъ, прежде всего слѣдуетъ перевести показанія шкалы въ угловыя отклоненія (или ихъ тригонометрическія функціи), изучать измѣненіе C при перекидѣ нагрузокъ, при различныхъ расстояніяхъ центра тяжести отъ оси вращенія и т. п., но это спеціальное изученіе не входитъ въ предметъ нашей статьи.

³⁾ Показанія шкалы этихъ вѣсовъ, также какъ и вѣсовъ Нейца, отчитываются въ трубу, и десятки определяются только на глазъ, а потому всѣ размахи здѣсь очень малы и погрѣшность отчета едва-ли въ среднемъ менѣе 0,1 дѣл. Если же такъ, то въ C можно ждать уже погрѣшности (когда размахъ = 10 дѣл.) до $\pm 0,01$. Она и выходитъ около того.

Размахи	$l_2 - l_1$	$l_2 - l_3$	$l_1 - l_3$	$\frac{l_1 - l_2}{l_1 - l_3}$	$\frac{l_2 - l_3}{l_1 - l_3}$	C среднее
1)	21,20	20,55	19,90	1,0316	1,0327	1,0321
3)	10,00	9,70	9,45	1,0309	1,0265	1,0287
5)	34,35	33,40	32,40	1,0285	1,0309	1,0297
7)	25,75	25,05	24,30	1,0279	1,0309	1,0294
8)	8,05	7,90	7,75	1,0190	1,0193	1,0192
10)	5,45	5,35	5,20	1,0187	1,0289	1,0238
12)	9,85	9,60	9,40	1,0260	1,0212	1,0236
14)	10,20	9,80	9,50	1,0408	1,0316	1,0362
	15,6					Сред. С = 1,0278 *)

При взвѣшиваніи В. А. когда среднее $L = 102,17$, получено:

4)	8,55	8,20	7,90	1,0427	1,0379	C = 1,0403
6)	8,15	7,90	7,65	1,0316	1,0326	1,0321
9)	6,80	6,70	6,40	1,0149	1,0469	1,0309
11)	6,40	6,20	6,05	1,0323	1,0248	1,0285
	7,5					Сред. С = 1,0330

Для нагрузки А. (В + г), когда $L = 86,08$, получается:

2)	44,30	43,10	41,65	1,0278	1,0438	C = 1,0358
13)	33,65	32,75	31,80	1,0275	1,0299	1,0287
	37,0					Сред. С = 1,0323 *)

Общее среднее C здѣсь близко къ 1,030, то есть явно меньше, чѣмъ для вѣсовъ Нейна. Это различіе опредѣляется ¹⁾, безъ всякаго сомнѣнія, отчасти, тѣмъ, что въ вѣсахъ Рупрехта чашки гораздо меньше (около 50 кв. сант.), чѣмъ въ вѣсахъ Нейна (плоскость чашекъ около 69 кв. сант.), а потому сопротивленіе воздуха въ этихъ послѣднихъ больше, и въ каждомъ колебаніи должна погашаться большая доля живой силы. Такимъ образомъ, прямо изъ наблюденій, какъ и в ригіи, видно, что величина C , оставалась почти постоянною при переимѣнн размаховъ для данныхъ вѣсовъ и нагрузокъ, измѣняется при переходѣ къ другимъ вѣсамъ. Но прежде чѣмъ идти далѣе, то есть воспользоваться постоянствомъ C для расчета равновѣсій, считаю полезнымъ показать, на сколько при данныхъ вѣсахъ измѣняется C съ переимѣною нагрузкой. Для этого прежде всего воспользуемся данными изъ подробнаго отчета М-г Zwick (Travaux et mém. d. Bureau intern. 1886. T. V. observations, pag. XVI—XXIII) о наблюденіи колебаній вѣсовъ Schickert'a при разныхъ нагрузкахъ, но избираемъ по 5 элонгацій лишь изъ тѣхъ колебаній, при которыхъ равновѣсіе оставалось почти постояннымъ.

¹⁾ Для 3, 8, 10 взвѣшиваній, при которыхъ получены наименьшіе размахи, среднее $C = 1,0208$, для 5 и 7 взвѣшиваній, когда размахи были наибольшіе, среднее $C = 1,0304$, такъ что здѣсь съ увеличеніемъ размаха C увеличивается, но разности близки къ погрѣшности отчетовъ.

²⁾ Для общахъ среднихъ здѣсь, вѣроятно вслѣдствіе общей незначительности размаховъ и большаго вліянія погрѣшностей отчета, уже замѣчается несомнѣнной зависимости C отъ величины размаха, потому что при наибольшемъ размахѣ (37 дѣл.) получилось среднее значеніе C .

³⁾ Сверхъ тѣхъ разностей въ отношеніи между углами отклоненій и показаніями шкалы, которыя зависятъ отъ установки вѣсовъ, размѣра и разстояній шкалы и т. п. (Они въ общахъ вѣсахъ будутъ даны при ихъ описаніи).

1) Чашки сняты (колеблется только коронисло); а) среднее $L = +2,00$; 30 окт. 1882; рядъ 11:

п° отчета:	6	7	8	9	10	Среднее С.
Элонгацин:	+ 10,5	- 6,4	+ 10,3	- 6,2	+ 10,1	$C = 1,0121$
п° отчета:	46	47	48	49	50	
Элонгацин:	+ 7,7	- 3,7	+ 7,6	- 3,5	+ 7,4	1,0151

б) Тоже безъ чашекъ, рядъ 12, сред. $L = +0,63$:

п° отчета:	1	2	3	4	5	Среднее С.
Элонгацин:	- 6,8	+ 7,9	- 6,5	+ 7,7	- 6,4	$C = 1,0140$
п° отчета:	43	44	45	46	47	
Элонгацин:	- 4,2	+ 5,4	- 4,1	+ 5,3	- 4,0	1,0106

Общее среднее $C = 1,013$

2) Чашки падѣты (ихъ вѣсъ, къ сожалѣнію, не данъ), но грузъ не положенъ. а) Рядъ 9 (30 окт. 1882), сред. $L = -0,10$; 1 дѣл. шкалы = 0,42 mg.

п° отчета:	9	10	11	12	13	Среднее С.
Элонгацин:	- 5,5	+ 5,1	- 5,1	+ 4,7	- 4,7	$C = 1,0408$
п° отчета:	29	30	31	32	33	
Элонгацин:	- 2,6	+ 2,3	- 2,4	+ 2,1	- 2,2	1,0445

Сред. $C = 1,0433$

3) Нагрузка на чашкахъ по 20 гр. а) Рядъ 1 (27 окт. 1882 г.), сред. $L = +0,03$, 1 дѣл. шкалы = 0,43 mg.

п° отчета:	3	4	5	6	7	Среднее С.
Элонгацин:	- 8,3	+ 8,0	- 7,6	+ 7,4	- 7,1	$C = 1,0398$
п° отчета:	18	19	20	21	22	
Элонгацин:	+ 4,7	- 4,6	+ 4,4	- 4,3	+ 4,1	1,0343

б) Рядъ 2 (тогда же), сред. L тоже:

п° отчета:	1	2	3	4	5	Среднее С.
Элонгацин:	- 8,2	+ 7,9	- 7,5	+ 7,3	- 7,0	$C = 1,0403$
п° отчета:	47	48	49	50	51	
Элонгацин:	- 1,6	+ 1,6	- 1,5	+ 1,5	- 1,4	1,0334

в) Рядъ 8 (30 октября 1882 г.), сред. $L = +0,38$, 1 дѣл. шкалы = 0,43 mg.

п° отчета:	5	6	7	8	9	Среднее С.
Элонгацин:	- 6,7	+ 7,2	- 6,2	+ 6,7	- 5,7	$C = 1,0388$
п° отчета:	51	52	53	54	55	
Элонгацин:	- 1,0	+ 1,7	- 0,9	+ 1,6	- 0,8	1,0401

Общее среднее $C = 1,038$

4) Нагрузка 50 гр. а) Рядъ 5 (28 окт.), сред. $L = -0,15$, 1 дѣл. = 0,45 mg.

п° отчета:	3	4	5	6	7	Среднее С.
Элонгацин:	+ 6,9	- 7,0	+ 6,5	- 6,6	+ 6,0	$C = 1,0333$
п° отчета:	28	29	30	31	32	
Элонгацин:	- 3,4	+ 3,0	- 3,2	+ 2,8	- 3,0	1,0334

6) Рядъ 6 (тогда же), сред. $L = -0,30$, чувствительность та же:

п° отчета:	7	8	9	10	11	
Элонгация:	-6,7	+5,9	-6,3	+5,5	-5,9	$C = 1,0339$
п° отчета:	23	24	25	26	27	
Элонгация:	-4,1	+3,4	-3,9	+3,2	-3,7	1,0282

Общее среднее $C = 1,032$

5) Нагрузка = 100 гр. а) Рядъ 3 (28 окт. 1882 г.); сред. $L = -1,50$,
1 дѣл. шкалы = 0,50 mg.

п° отчета:	4	5	6	7	8	Среднее:
Элонгация:	+5,1	-7,9	+4,7	-7,5	+4,3	$C = 1,0328$
п° отчета:	41	42	43	44	45	
Элонгация:	-3,7	+0,7	-3,6	+0,5	-3,5	1,0324

6) Рядъ 4 (тогда же), сред. $L = -1,30$, чувствительность та же:

п° отчета:	10	11	12	13	14	
Элонгация:	+4,3	-6,7	+3,9	-6,3	+3,5	$C = 1,0392$
п° отчета:	20	21	22	23	24	
Элонгация:	+2,7	-5,2	+2,5	-5,0	+2,3	1,0267

Общее среднее $C = 1,033$

Такимъ образомъ, когда

Чашекъ нѣтъ и нагрузка	0	: $C = 1,018$?	$t = 14,2$ сек.
Чашки надѣты.	0	1,043	1 дѣл. = 0,42 mg.	19,0 »
» »	20 гр.	1,038	0,43 »	20,6 »
» »	50 »	1,032	0,45 »	23,6 »
» »	100 »	1,033	0,50 »	26,4 »

Подъ знакомъ t въ послѣднемъ столбцѣ дано среднее время одного размаха, равнаго 10 div. — въ секундахъ ¹⁾.

Увеличеніе C , т. е. быстрѣйшая убыль размаховъ, при наложеніи чашекъ понижается изъ того, что тогда увеличивается сопротивленіе воздуха, болѣе

¹⁾ Я привелъ здѣсь не среднія времена длительности одного размаха для того, чтобы можно было ясно видѣть, съ одной стороны, что съ возрастаніемъ нагрузки одновременно уменьшается «чувствительность», т. е. увеличивается число (дальше оно означено n) миллиграммовъ, отбѣляющихъ одному дѣленію шкалы, и въ то же время увеличивается длительность размаховъ, а съ другой стороны, чтобы показать отсутствіе пропорціональности возрастаній того и другаго рода. Это видно изъ того, что для нагрузки 0 значеніе $n/t = 0,42/19,0 = 0,022$, а при 100 гр. = 0,018. Это уже ясно показываетъ, что судить о чувствительности и ея измененіяхъ по наблюденію времени качаній не только практически неудобно, но и не достаточно точно. Притомъ здѣсь, съ увеличеніемъ груза, увеличивается и (чувствительность уменьшается) и t , а съ увеличеніемъ разстоянія центра тяжести отъ точки опоры и увеличивается (чувствительность уменьшается), а t (длительность размаха) уменьшается. Время t вѣднѣется также съ величинами размаха (выноса l , стр. 8). Поэтому зависимость между чувствительностію данныхъ вѣсовъ и временами размаховъ очень сложна, чтобы ею пользоваться при практич. вѣзѣшваніи, какъ полагаютъ, повидимому, Dr. Thiesen (l. c. Etudes sur la balance, pag. 9: «La duréе d'oscillation d'une balance donne une mesure très exacte de sa sensibilité»), изъ статьи котораго заимствованы вышеуказанныя числа.

же сложное извѣненіе C при увеличеніи груза объясняется, по моему мнѣнію, совокупностію двухъ другихъ вліяній: 1) отъ увеличенія нагрузки возрастаетъ треніе ножей на подставкахъ, а потому C должно возрастать, и 2) при увеличеніи нагрузки возрастаетъ живая сила колеблющейся массы, а потому C должно уменьшаться ¹⁾. Совокупность всѣхъ этихъ вліяній ведетъ къ тому, что при вѣкоторомъ грузѣ C будетъ имѣть наименьшую величину и въ описываемомъ рядѣ определеній это, повидимому, происходитъ при нагрузкѣ отъ 50 до 100 гр.

Во всякомъ же случаѣ, перемены въ величинѣ C , опредѣляющей убыль размаховъ, лишь косвенно связаны съ чувствительностію вѣсовъ, и величина C , при данныхъ вѣсахъ и нагрузкѣ, можетъ быть считаема за постоянную, которую полезно знать по той причинѣ, что съ ея помощію, даже изъ двухъ наблюденныхъ элонгацій коромысла, можно судить о положеніи равновѣсія, какъ легко видѣть изъ соображеній, далѣе излагаемыхъ. Но прежде чѣмъ переходить къ этой практической сторонѣ точныхъ взвѣшиваній, я считаю необходимымъ рассмотреть тѣ слѣдствія, которыя вытекаютъ изъ равенства:

$$C = \frac{l_n - l_{n+1}}{l_{n+2} - l_{n+1}},$$

которое для большей симметричности мы представимъ въ видѣ

$$\frac{l_n - l_{n+1}}{l_{n+1} - l_{n+2}} = -C \dots \dots \dots V.$$

Принявъ это выраженіе, легко видѣть, что имъ опредѣляются всѣ размахи коромысла вѣсовъ, то-есть и равновѣсіе, означаемое показаніемъ шкалы L . Дѣйствительно, по тремъ элонгаціямъ l_n, l_{n+1}, l_{n+2} опредѣляется C , а если оно извѣстно, то по двумъ элонгаціямъ l_n и l_{n+1} опредѣляется слѣдующая за ними элонгація l_{n+2} .

$$l_{n+2} = \frac{l_n + l_{n+1}(C-1)}{C}.$$

Точно также:

$$l_{n+3} = \frac{l_{n+1} + l_{n+2}(C-1)}{C} = \frac{l_n(C-1) + l_{n+1}(C^2 - C + 1)}{C^2},$$

$$l_{n+4} = \frac{l_{n+2} + l_{n+3}(C-1)}{C} = \frac{l_n(C^2 - C + 1) + l_{n+1}(C^3 - C^2 + C - 1)}{C^3}.$$

Вообще:

$$l_x = \frac{l_n(C^{x-1} - C^{x-2} + C^{x-3} - \dots \pm 1) + l_{n+1}(C^{x-2} - C^{x-3} + C^{x-4} - \dots \mp 1)}{C^{x-1}},$$

или:

$$l_x = l_n \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{C^2} + \frac{1}{C^3} - \dots \pm \frac{1}{C^{x-2}} \right) + l_{n+1} \left(1 - \frac{1}{C} + \frac{1}{C^2} - \dots \mp \frac{1}{C^{x-2}} \right).$$

¹⁾ Сверхъ того въ уменьшеніи C при нагрузкѣ чашекъ, вѣроятно, играетъ вѣкоторую роль и то обстоятельство, что колебанія поддерживаются отъ того, что при пониженіи одной чашки и поднятіи другой грузъ первой увеличивается, отъ увеличенія напряженія тяжести, а у второй чашки убавляется, а это дѣйствіе сильнѣе при увеличеніи нагрузки.

Это значитъ, что, зная C и какиа-либо двѣ элонгаціи, можно узнать всѣ другія элонгаціи, а слѣдовательно и L , потому что оно $= l_x$, когда $x = \infty$. Но тогда:

$$l_x = L = l_{n+1} + (l_n - l_{n+1}) \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{C^2} + \frac{1}{C^3} - \dots \right),$$

гдѣ C болѣе 1, слѣд. $\frac{1}{C}$ менѣе 1 и въ скобкахъ рядъ быстро сходящійся. А такъ какъ, по бивому Ньютона,

$$\left(1 + \frac{1}{C} \right)^{-1} = 1 - \frac{1}{C} + \frac{1}{C^2} - \frac{1}{C^3} + \dots,$$

то $L = l_{n+1} + (l_n - l_{n+1}) \left[1 - \left(1 + \frac{1}{C} \right)^{-1} \right] = l_{n+1} + \left(\frac{l_n - l_{n+1}}{C+1} \right)$,

VI или $L = \frac{Cl_{n+1} + l_n}{C+1}$

Это выраженіе, очевидно, открываетъ возможность, зная C , опредѣлять равновѣсіе L по всякимъ двумъ наблюденнымъ соседнимъ элонгаціямъ. Напр. пусть $C = 1.050$, какъ для вѣсовъ Нейца при нагрузкѣ въ 1 фунтъ, и пусть даны элонгаціи:

$$l_1 \quad l_2 \quad l_3 \quad l_4 \\ 60,000; 40,476; 59,071 \text{ и } 41,361.$$

Изъ совокупности всѣхъ ихъ по формулѣ II получаемъ $L = 50,00025$, а по формулѣ VI изъ l_1 и l_2 получаемъ $L = 49,99990$, изъ l_2 и l_3 выходитъ $L = 50,00027$, изъ l_3 и l_4 получается $L = 50,00002$, среднее изъ этихъ трехъ $L = 50,00006$, что, какъ увидимъ далѣе, даже ближе къ истинѣ, чѣмъ выводъ (50,00025), полученный по формулѣ II. Даже каждый отдѣльный выводъ по формулѣ VI точнѣе вывода по формулѣ II (не говоря уже о формулѣ I, которая еще дальше отъ истины).

Сущность вышенайденнаго сводится къ тому, что, зная C , отвѣчающее вѣсамъ и нагрузкѣ (а его легко найти, опредѣливъ предварительно на тѣхъ же вѣсахъ, при той же нагрузкѣ, вѣсколку элонгацій), можно по двумъ элонгаціямъ опредѣлить показаніе шкалы L при равновѣсіи. А это позволяетъ не только сократить работу взвѣшиваній, но, что всего важнѣе, чрезъ сокращеніе времени каждаго отдѣльнаго взвѣшиванія имѣть менѣе поводовъ къ измѣненію состоянія вѣсовъ, или найти болѣе точно «функцию времени», показывающую неизбѣжныя измѣненія, совершающіяся съ вѣсами въ періодъ «системы» взвѣшиваній, о чемъ подробнѣе говорится далѣе ¹⁾.

¹⁾ Однако, впредь до новаго болѣе подробнаго опытнаго изученія всего, что относится до переменъ C , т. е. величинъ убыли размаховъ, а считая полезнымъ сохранить опредѣленіе равновѣсій изъ трехъ или четырехъ элонгацій, подобно тому, какъ впредь до болѣе подробнаго изученія измѣненій чувствительности и полезно опредѣлять ее въ каждомъ взвѣшиваніи. Въ будущемъ, когда полное изученіе C и я будетъ сдѣлано (что требуетъ много специальныхъ работъ), можно предвидѣть такую организацію точныхъ взвѣшиваній, которая потребуетъ времени въ 4—10 разъ менѣе, чѣмъ нынѣ, особенно если механизмы для переменъ грузовъ изъ АВ въ ВА и обратно будутъ устроены для болѣе быстраго дѣйствія, чѣмъ до сихъ поръ. Въ этомъ послѣднемъ отношеніи вѣсы Нейца уже превосходятъ вѣсы Рупрехта, потому что на первыхъ, по опыту Главной Палаты, можно совершить все взвѣшиваніе (при наблюденіи 4 элонгацій и равныхъ временахъ качаній) въ два раза быстрѣе, чѣмъ на вторыхъ.

Но прежде чѣмъ идти далѣе мы извлечемъ другія практическія слѣдствія изъ формулы V, которую мы кладемъ въ основаніе всего дальнѣйшаго изслѣдованія о точныхъ взвѣшиваніяхъ и равновѣсіи вѣсовъ.

Для того чтобы отъ выраженія V перейти къ общему выраженію колебавій вѣсовъ, представимъ формулу V въ видѣ:

$$l_{n+2} - l_{n+1} \frac{C-1}{C} - l_n \frac{1}{C} = 0 \quad \dots \quad V \text{ bis}$$

и примемъ, для удобства преобразованій ¹⁾:

$$l_n = x^n; l_{n+1} = x^{n+1} \text{ и } l_{n+2} = x^{n+2},$$

тогда получается:

$$x^{n+2} - x^{n+1} \frac{C-1}{C} - x^n \frac{1}{C} = 0,$$

а послѣ дѣленія на x^n :

$$x^2 - x \frac{C-1}{C} - \frac{1}{C} = 0.$$

Рѣшеніе этого уравненія даетъ два корня:

$$x = 1 \\ x = -\frac{1}{C}$$

Слѣдовательно частныя рѣшенія суть:

$$x^n = A \\ x^{nt} = B \left(-\frac{1}{C}\right)^n = \frac{B}{(-C)^n},$$

гдѣ A и B произвольныя постоянныя. Общее рѣшеніе, заключающее въ себѣ частныя, очевидно будетъ равно полусуммѣ частныхъ:

$$x^n = \frac{1}{2} A + \frac{1}{2} \frac{B}{(-C)^n},$$

или, такъ какъ при $n = \infty$ или l_n означаетъ равновѣсіе L, т. е. $\frac{1}{2} A = L$, а $\frac{1}{2} B$ означаетъ отклоненіе отъ L при $n = 0$, которое означимъ чрезъ R, то

$$l_n = L + \frac{R}{(-C)^n} = L + R (-C)^{-n} \dots \dots \dots VII$$

Формула эта ²⁾ обнимаетъ всѣ явленія колеблющихся вѣсовъ и легко позволяетъ точнымъ образомъ вычислять равновѣсіе по наблюдаемымъ элонгаціямъ — если «состояніе вѣсовъ» (или «функция времени») сохраняется, то есть моменты плечъ не измѣняются, что мы пока и предполагаемъ.

Полагая $n = 0, 1$ и 2 , т. е. для трехъ элонгацій, имѣемъ:

¹⁾ За указаніе простаго способа преобразованій, который далѣе изложенъ и кратчайшимъ способомъ ведетъ къ выводу VII, считаю долгомъ благодарить моего друга Н. А. Смирнова.

²⁾ Формула подобнаго же вида применялась при обсужденіи колебавій вѣсовъ неоднократно. Для примѣра укажу на стр. 23 вышеуказанной статьи D-r Thiesen'a въ Travaux et mѣm. d. Bureau Internat. T. V. 1886.

$$l_0 = L + R$$

$$l_1 = L - \frac{R}{C}$$

$$l_2 = L + \frac{R}{C^2}$$

Мы выше видѣли, что C есть величина легко находимая и постоянная для данныхъ вѣсовъ и нагрузокъ, по крайней мѣрѣ при тѣхъ небольшихъ размахахъ, которые одни и отвѣчаютъ условіямъ точнаго взвѣшиванія. Что же касается до величины R , то она совершенно условна, зависитъ лишь отъ того — съ котораго колебанія начинается ихъ счетъ; реальное значеніе ея есть выраженіе полуразмаха при начальномъ качаніи или разность $l_0 - L$, притомъ $R = \frac{(l_0 - l_1)^2}{l_0 - 2l_1 + l_2}$. Весь интересъ сосредоточивается на L . Величина C , очевидно, $= \frac{l_0 - l_1}{l_2 - l_1}$, какъ и слѣдуетъ по условію, а равновѣсіе:

$$\text{VIII} \quad \dots \quad L = \frac{l_0 l_2 - l_1^2}{l_0 - 2l_1 + l_2}$$

или

$$\text{IX} \quad \dots \quad L = \frac{Cl_1 + l_0}{C + 1} = \frac{Cl_2 + l_1}{C + 1} \quad 1)$$

Это послѣднее выраженіе тождественно съ вышенайденнымъ VI, но VIII явно отличается отъ выраженія формулы I. Но такъ какъ при наблюденіи трехъ элонгацій рассчитать по формулѣ I очень удобно, то для получаемаго по ней L можно вводить поправку, которая равна

$$-\frac{(l_0 - l_2)^2}{4(l_0 - 2l_1 + l_2)} = -\frac{C-1}{C+1} \frac{(l_1 - l_2)^2}{4},$$

а потому если даны элонгаціи l_1, l_2, l_3 , истинное положеніе равновѣсія найдется (безъ вычисленія C) изъ равенства.

$$\text{X} \quad \dots \quad L = \frac{1}{4} \left(l_1 + 2l_2 + l_3 - \frac{(l_1 - l_2)^2}{l_1 - 2l_2 + l_3} \right)$$

или, когда C извѣстно:

$$\text{Xa} \quad \dots \quad L = \frac{1}{4} \left(l_1 + 2l_2 + l_3 - \frac{C-1}{C+1} (l_1 - l_2) \right)$$

Если бы не было погрѣшностей отчета, то это выраженіе дало бы тождественное значеніе съ двумя другими, основанными на знаніи C :

$$L = \frac{Cl_2 + l_1}{C + 1}$$

$$L = \frac{Cl_1 + l_2}{C + 1}$$

1) Можно опредѣлять L и по двумъ отчетамъ l_0 и l_2 , зная C , но такое опредѣленіе мало надежно, вследствие ошибокъ отчета: $L = \frac{C^2 l_2 - l_0}{C^2 - 1}$. Однако для сужденія о степени точности отчетовъ очень полезно сравнить L найденное этимъ путемъ съ тѣмъ, которое находится изъ двухъ отчетовъ, прямо слѣдующихъ другъ за другомъ, l_0 и l_1 или l_1 и l_2 .

2) Такъ какъ C обыкновенно не болѣе 1,05, то $\frac{C-1}{C+1}$ менѣе 0,025, а потому если $l_1 - l_2$ менѣе 1 или 2 цѣлыхъ дѣленій шкалы, разность I отъ VIII менѣе сотыхъ дѣленій.

Полусумма этих послѣднихъ даетъ:

$$L = \frac{l_1 + l_2}{2} + C \frac{l_2 + l_3}{C + 1}$$

Случай L полученное по X съ находимымъ по этой формулѣ, можно получить, даже при опредѣленіи 3 элонгацій, представлеііе о средней мѣрѣ погрѣшностей отчетовъ, что не важно при точныхъ взвѣшиваніяхъ, когда многократное ихъ повтореніе (напр. при взвѣшиваніи прототиповъ) или невозможно, или нежелательно. Однако, для сужденія о средней мѣрѣ погрѣшностей отчетовъ, равно какъ и для увеличенія степени точности вывода L наиболее полезно опредѣленіе четырехъ элонгацій, хотя выводъ изъ нихъ L по формулѣ II нельзя считать вполне точнымъ. Дѣло въ томъ, что три элонгаціи совершенно опредѣляютъ какъ L, такъ и C, а слѣдовательно и всѣ послѣдующія элонгаціи, слѣдовательно по существу дѣла наблюденіе четвертой элонгаціи можетъ служить только средствомъ для уменьшенія вліянія погрѣшностей отчета. Поэтому (безъ знанія C) истинное значеніе L изъ 4-хъ элонгацій будетъ среднимъ изъ 3-хъ первыхъ и 3-хъ послѣднихъ (по X):

$$L = \frac{1}{8} (l_1 + 3l_2 + 3l_3 + l_4 + \frac{(l_1 - l_2)^2}{2l_2 - l_1 - l_3} + \frac{(l_3 - l_4)^2}{2l_3 - l_2 - l_4}) \quad \text{XI}$$

Сумма двухъ послѣднихъ дробей равная:

$$\frac{C-1}{C+1} (l_2 + l_4 - l_1 - l_3) = \frac{(C-1)^2}{C(C+1)} (l_2 - l_3),$$

очевидно (такъ какъ C—1 входитъ въ кубъ), что обыкновенно вся эта поправка очень мала, а потому выраженіе II весьма недалеко отъ истины.

Для уясненія рассмотримъ нѣсколько практическихъ приѣмовъ.

Изъ цитированныхъ выше наблюденій D-r Thiesen'a (T. V. Observ. pag. III) возьмемъ сперва для вѣсовъ Stueckgrath два ряда (первый и послѣдній на указанной страницѣ): одинъ для качаній безъ нагрузки (n°1) и другой (n°2) при нагрузкѣ въ 500 миллиграмм. Оба относятся къ 18 Іюля 1883 г. Дано по 10 элонгацій. Въ обоихъ случаяхъ, по показанію автора, 1 дѣл. шкалы = 0,0056 mg.

n° 1. Безъ нагрузки.				n° 2. Нагрузка 500 mg.				
Элонгація.	Вычисл. C:	Равновѣсіе L		Элонгація.	Вычисл. C:	Равновѣсіе L		
		по 2I, IX	по 3I, Xa			по 2I, IX	по 3I, Xa	
l_1	25,9	—	—	38,7	—	—	—	
l_2	19,5	1,185	22,53	22,40	28,15	1,122	33,10	33,07
l_3	24,9	1,102	22,34	22,35	37,55	1,146	33,14	33,22
l_4	20,0	1,139	22,32	22,27	29,35	1,101	33,20	33,22
l_5	24,3	1,062	22,26	22,22	36,8	1,164	33,30	33,40
l_6	20,25	1,109	22,17	22,16	30,4	1,133	33,41	33,37
l_7	23,9	1,106	22,17	22,18	36,05	1,119	33,21	33,41
l_8	20,6	1,100	22,16	22,16	31,0	1,217	33,37	33,25
l_9	23,6	1,071	22,18	22,16	35,15	1,012	33,20	33,09
l_{10}	20,8	—	22,12	—	31,05	—	32,99	—
C = 1,11 L = 22,25 22,25				C = 1,13 L = 33,22 33,25				
Thiesen вычисляетъ L = 22,271				33,212				
По III вычисляется L = 22,214				33,336				

Этотъ примѣръ ясно показываетъ, что въ обычныхъ условіяхъ точныхъ взвѣшиваній, подобныхъ тѣмъ, въ какихъ работалъ въ Международномъ Бюро D-r Thiesen, состояніе вѣсовъ при многихъ другъ за другомъ слѣдующихъ колебаніяхъ совершенно явно мѣняется, напр. при взвѣшиваніи н° 1 равновѣсіе все время падало отъ 22,53 дѣл. до 22,12, что отвѣчаетъ 0,41 div. = 0,0023 mg., а это уже крупная величина для вѣсовъ, названныхъ исключительно для взвѣрки мелкихъ (миллиграммовыхъ) гирь. Хотя въ среднемъ результатѣ L , вычисленные по разнымъ способамъ, довольно близки между собою, но всѣ выгоды точнаго взвѣшиванія совершенно исчезаютъ, когда нѣтъ ни увѣренности въ сохраненіи равновѣсія (постоянствѣ L), ни возможности узнать степень его измѣненія (а измѣненія совершаются—всесонѣвно), а для сужденія о вѣсѣ необходимо произвести нѣсколько взвѣшиваній (напр. A.B, B.A и B.A + r) и результатъ получается только изъ ихъ системы, что дальѣе подробно разсматривается.

Вводное мною сужденіе о L по двумъ элонгаціямъ даетъ возможность судить о малѣйшихъ измѣненіяхъ въ состояніи вѣсовъ и принять это во вниманіе. А такъ какъ во взвѣшиваніи н° 1 все время L падало, а въ н° 2 сверва возвышалось, а потомъ падало, то сужденіе о ходѣ измѣненій, совершающихся съ вѣсами, очевидно должно быть очень детальнымъ, а этого можно достигать только при наблюденіи малаго числа колебаній: двухъ, много 3 или 4, а уже никакъ не большаго числа; наблюденія же подобныя предшествующимъ, гдѣ опредѣляются 10 элонгацій, очевидно, не могутъ дать удовлетворительнаго результата для системы взвѣшиваній. Поэтому въ двухъ другихъ примѣрахъ я беру лишь по 4 и 5 элонгацій.

Изъ тѣхъ же поучительныхъ данныхъ D-r Thiesen'a (I. с. pag. XIV, Pesée н° 4, 3 окт. 1883) беру одно изъ лучшихъ данныхъ (I. с. pag. 27), полученное при нагрузкѣ въ 1 килогр. на вѣсахъ Bunge, когда размахи были очень малы (чего и должно достигать при точныхъ взвѣшиваніяхъ), а именно изъ 4-го ряда пять послѣднихъ элонгацій (для всѣхъ 10 Thiesen вывелъ $L = 199,437$; 1 div = 0,017 mg.

	l_1	l_2	l_3	l_4	l_5
Вычисл. C =	200,27	198,66	200,10	198,90	200,02
L по 2l (C=1,13), IX:	—	1,118	1,200	1,071	—
L по 3l, Xa	—	199,416	199,424	199,463	199,494
		—	199,412	199,455	199,485

Такимъ образомъ и здѣсь, не смотря на малость колебаній, ясно видно, что положеніе равновѣсія L возрастало ¹⁾ съ большою правильностію (приблизно, на 0,031 div. въ продолженіи 1-го размаха). Среднее L , по 2l и IX, = 199,449, а по 3l, Xa, = 199,451, общее среднее $L = 199,450$ ²⁾ наиболѣе досто-

¹⁾ Это подтверждается и тѣмъ, что изъ дальѣйшихъ колебаній (5—6-й рядъ) Тисенъ вывелъ $L = 223,729$.

²⁾ Считаю среднее C = 1,130 и $L = 199,450$, а l_1 считая за l_0 , получаю общее выраженіе:

$$l_n = 199,450 + \frac{0,8785}{(-1,130)^n}$$

Отсюда для пяти наблюденныхъ элонгацій вычисляются величины:

$$200,33; 198,67; 200,14; 198,84; 199,98$$

и разность отъ наблюденія:

$$-0,06; -0,01; -0,04; +0,06; +0,04.$$

вѣрно и должно быть относено по времени къ l_n . Выводъ по III $L=199,446$ конечно недалеко отъ истинны (особенно же близокъ къ среднему изъ двухъ среднихъ, выведенныхъ по 2I и C), но при точныхъ метрологическихъ взвѣшиваніяхъ, я полагаю, не только полезно и желательно достиженія всей возможной строгости выводовъ, но и не слѣдуетъ пренебрегать малыми разностями, потому что и для нихъ столь образцовый приборъ, какъ точные вѣсы, даетъ возможность вывода, хотя отчеты и ограничиваются десятими и сотыми дѣлений, какъ видно изъ этому примѣру въ астрономическихъ наблюденіяхъ, гдѣ едва ощутимыя сотыя и тысячныя доли секунды (по дугѣ круга и по времени) выводятся съ достаточною вѣрностью и нерѣдко служатъ къ рѣшенію важныхъ научныхъ вопросовъ.

Въ видѣ третьяго примѣра беру 1-ое наблюденіе θ . П. Завадскаго изъ числа приведенныхъ во «Временникѣ», ч. 2, стр. 185:

	l_1	l_2	l_3	l_4	
Элонгаціи:	90,25	111,45	90,90	110,80	
Вычисленіе C =	—	1,0316	1,0226	—	
I изъ 2 элонг. по IX,					
считая C = 1,0271:	100,992	101,038	100,982	Сред. L = 101,004	
» C = 1,03 ¹⁾ :	101,007	101,023	100,997	101,009	

Изъ этого видно, что для точнаго расчета L по двумъ элонгаціямъ необходимо точное знаніе C , а такъ какъ при выводѣ L по тремъ элонгаціямъ и по формулѣ X не требуется предварительнаго знанія C , то я считаю нормальнымъ способомъ нахожденіе L по тремъ элонгаціямъ съ помощью формулы X. Если дано 4 элонгаціи, то, сличая выводы изъ первыхъ и послѣднихъ трехъ элонгацій, можно получить понятіе о погрѣшностяхъ отчетовъ, если разность эта не объясняется измѣненіями состоянія вѣсовъ, о чемъ рѣчь далѣе. Во взятомъ примѣрѣ изъ l_1, l_2, l_3 по X получаемъ $L=101,022$, изъ l_2, l_3, l_4 оказывается $L=101,002$; среднее L должно считать наиболѣе точнымъ и конкретнымъ выраженіемъ равновѣсія, оно = 101,012. По II получается также $L=101,012$, но такое совпаденіе не всегда встрѣчается, здѣсь же оно произошло преимущественно потому, что C мало отличается отъ 1 и близко къ 1,03, а мы выше видѣли, что разность обонхъ расчетовъ = $\frac{(C-1)^2}{C(C+1)} (l_2 - l_3)$, что даетъ 0,0002.

Изъ вышесказаннаго должно сдѣлать слѣдующіе *практическіе* выводы:

1) Изъ *двухъ* наблюденныхъ элонгацій, зная C , можно, по IX, вывести точное L . Это, по моему мнѣнію, можетъ быть весьма важнымъ приемомъ для сокращенія всего взвѣшиванія, а оно не столь важно для выигрыша длительности работы, сколько для увеличенія точности результата ($A-B=x$), такъ какъ сокращеніе времени взвѣшиванія уменьшаетъ поводы къ переѣвѣ «состоянія» вѣсовъ, а выводъ x долженъ быть основанъ на знаніи равновѣсія AB во время производства взвѣшиванія BA , т. е. на знаніи измѣненія «состоянія» вѣсовъ, что далѣе подробно разбирается.

Хотя вѣс уловленія малы, едва ли превосходятъ точность отчета, тѣмъ не менѣе изъ того, что первые отчеты вышли меньше, а послѣдніе болѣе разнотенными, можно уже заключить, что во время колебаній совершалась постепенная, хотя и небольшая переѣва L , что и отыскивается при расчетѣ L изъ 2 или 3 элонгацій.

¹⁾ Стр. 20.

2) Определение C (по IV) для данных вѣсовъ и нагрузокъ лучше дѣлать, приблизительно, при тѣхъ же величинахъ размаховъ, какія совершаются при самыхъ взвѣшиваніяхъ, для чего достаточно (ради возможнаго уничтоженія неизбежныхъ погрѣшностей отчетовъ) наблюдать 4 или 5 элонгацій.

Очевидно, что C нельзя точно опредѣлять изъ очень малыхъ размаховъ.

3) При наблюденіи лишь двухъ элонгацій въ выводѣ L , конечно, можетъ скопиться большая доля погрѣшностей отчета, чѣмъ при выводѣ L изъ 3 или 4 элонгацій, но *вся* погрѣшность отчетовъ обыкновенно менѣе погрѣшности L по времени. Такъ, напр., въ одномъ изъ указанныхъ выше взвѣшиваній (18 апр. 1895 г., стр. 13), гдѣ взвѣшенія L по времени сравнительно очень малы (менѣе чѣмъ обыкновенно бываетъ въ Главной Палатѣ и въ Международномъ Бюро, см. далѣе), все же они достигаютъ разности 1,3 дѣл. (взвѣшиванія 10 и 12 АВ) въ промежутокъ времени двухъ взвѣшиваній, слѣдовательно на одно взвѣшиваніе 0,65 дѣл. шкалы, а *вся* погрѣшность отчетовъ, при опытныхъ наблюдателяхъ, очень рѣдко можетъ достигать 0,2 дѣленія, обыкновенно же не болѣе 0,05 дѣленія, тогда какъ при переходѣ отъ одного взвѣшиванія къ другому всегда въ среднемъ выводѣ замѣчается гораздо большее измѣненіе равновѣсія L , какъ видно изъ многихъ примѣровъ этой статьи ¹⁾. Поэтому, выражаясь возможно кратко: для точности вывода ($x = A - B$) выгоднѣе сокращать разстояніе — по времени — между единичными взвѣшиваніями, служащими для вывода результата, чѣмъ увеличивать число наблюдаемыхъ элонгацій для увеличенія точности L ²⁾.

4) Если C неизвѣстно, отчетъ *трехъ* элонгацій, по X , даетъ точное выраженіе равновѣсія L , причемъ большая часть погрѣшностей отчетовъ взаимно уничтожается. Это достигается еще въ болѣе мѣрѣ наблюденіемъ 4-хъ элонгацій и расчетомъ (по X или XI) среднего L по 3-мъ элонгаціямъ, причемъ обыкновенно (если размахи малы) можно пользоваться II формулою. Наблюдать болѣе 4-хъ элонгацій явно вредно для точности вывода ($x = A - B$), потому что точность L не возрастетъ, а время единичныхъ взвѣшиваній, вхо-

¹⁾ Такъ, напр., въ случайно взятомъ наблюденіи (11 и 12 апрѣля 1886 г.) Международнаго Бюро, разобранномъ въ концѣ статьи, въ 4-хъ системахъ отклоненія АВ отъ средняго суть: (1) Среднее 92,795, maximum 93,975, minimum 92,172, т. е. +0,760 и -0,623, (2) при среднемъ 69,988, +0,362 и -0,176 дѣл., (3) при среднемъ 93,199, +1,283 и -1,052 и въ (4) при среднемъ 93,145, +0,327 и -0,615. Въ квадратич. среднемъ $\pm 0,741$ дѣл. шкалы.

²⁾ По этой же причинѣ — ради сокращенія времени между отдельными взвѣшиваніями, образующими систему, служащую для вывода x , — въ установкѣ «чувствительности» вѣсовъ (найтиа положеніе центра тяжести коронныя) должно соблюдать должную мѣру, т. е. не должно дѣлать вѣсы очень чувствительными, ибо тогда увеличиваются времена колебаній или разности времени, отвѣчающія двумъ соседнимъ элонгаціямъ. Практически, время одного размаха должно быть не болѣе 1 минуты и не менѣе 30 секундъ. Если 45 секундъ, зарасходуется при наблюденіи 2-хъ элонгацій около 2-хъ минутъ на отчетъ и взвѣсъ, и если механизмы арретировки, перемены грузовъ (изъ АВ въ ВА и обратно) и добавки γ (для опредѣленія чувствительности) дѣйствуютъ столь хорошо, какъ въ вѣсахъ Нейца, то въ среднемъ между взвѣшиваніями протечетъ не болѣе 1 минуты, а потому время между средними единичныхъ взвѣшиваній можетъ быть доведено до 3 минутъ, причемъ «система» изъ 14 взвѣшиваній займетъ около 42 минутъ. На вѣсахъ, устраиваемыхъ г. Рупрехтомъ, на промежуточные дѣйствія идетъ чересчуръ много времени, такъ что 14 взвѣшиваній при наблюденіи 4-хъ элонгацій занимаютъ около $1\frac{1}{2}$ часовъ времени.

дающихъ въ систему, дающую x , увеличивается, чрезъ что уравненіе «состоянія» становится менѣе точнымъ.

5) Выведенное изъ единичаго взвѣшиванія положеніе равновѣсія L должно быть относимо къ среднему времени между временемъ крайнихъ элонгацій, служившихъ для вывода L , напр., при наблюденіи двухъ элонгацій l_1 и l_2 время между ними. Для опредѣленія этого времени должно или прямо наблюдать это время или знать длительность размаха и время одной изъ элонгацій (или время прохожденія чрезъ одно изъ равновѣсій), напр., если наблюдается l_1 , l_2 и l_3 и время t для l_2 , то время, къ которому относится $L = t - \tau$, гдѣ τ означать длительность размаха, такъ какъ время L равно времени 2-го размаха.

II. О системахъ точныхъ взвѣшиваній и о измѣненіи «состоянія» *весовъ*. Какъ бы тщательно и рационально ни было организовано единичное взвѣшиваніе, которымъ мы занимались до сихъ поръ, оно не можетъ дать искомаго отношенія между вѣсомъ (массою) грузовъ A и B , лежащихъ на чашкахъ вѣсовъ, уже по тому одному, что вѣсами могутъ опредѣляться лишь отношенія моментовъ плечъ коромысла, а эти моменты опредѣляются не только грузами, положенными на чашки¹⁾, но и массою самаго коромысла вѣсовъ, положеніемъ его центра тяжести и относительною длиною плечъ, а послѣдняя величина, входя множителемъ въ величину момента плечъ, сильнѣйшимъ образомъ вліяетъ на равновѣсіе вѣсовъ. Обычныя взвѣшиванія ограничиваются единичнымъ взвѣшиваніемъ только по той причинѣ, что длину плечъ считаютъ одинаковою и неизмѣнною, чего при точныхъ взвѣшиваніяхъ нельзя признавать. Поэтому кромѣ взвѣшиванія грузовъ A , B при точныхъ взвѣшиваніяхъ необходимо необходимо *второе* взвѣшиваніе, или опредѣляющее относительную длину плечъ, или служащее къ исключенію вліянія разности длины плечъ, для чего и служитъ, какъ извѣстно, двойное взвѣшиваніе, предложенное и принятое Борда еще въ прошлой столѣтій. Важное усовершенствованіе этого приема составляетъ способъ Гаусса, который предложилъ вмѣсто взвѣшиваній A , C и B , C , служащихъ для сличенія массъ A и B , исключить C и двойное взвѣшиваніе вести только при помощи самихъ A и B , кладя ихъ сперва въ положеніе A , B (A на лѣвой чашкѣ, B на правой), а потомъ въ положеніи B , A . Если во второмъ положеніи было достигнуто то же равновѣсіе, какъ въ первомъ, чрезъ прибавку груза a къ A , то истин-

¹⁾ Добавочные же грузы или гири, которыми производится взвѣшиваніе, не могутъ дробиться до тѣхъ предѣловъ вѣса (напр., до тысячныхъ долей миллиграмма), до которыхъ возможно точное опредѣленіе разностей вѣса при наблюденіи равновѣсій. Въ этомъ и лежитъ существенная черта отличія точныхъ или метрологическихъ взвѣшиваній отъ обычныхъ, применяемыхъ въ общепитіи и техники, гдѣ можно довольствоваться дробными гирями, или отъ лабораторныхъ взвѣшиваній, гдѣ дробныя части вѣса опредѣляются по положенію рейтера (хрючка). Этотъ послѣдній способъ, по мнѣнію моему, при должной разработкѣ, можетъ доставлять, путемъ двойнаго взвѣшиванія, превосходные результаты, но все же онъ не можетъ давать точнѣйшаго результата — вследствие неизбѣжныхъ переиныхъ «состоянія» вѣсовъ. Сущность точныхъ взвѣшиваній, какъ я ихъ понимаю, опредѣляется именно понятіемъ о «состояніи» вѣсовъ. Поэтому и назъ этимъ предметомъ долѣе всего останавливаюсь и въ немъ вижу главный предметъ всей этой статьи, потому что о немъ до сихъ поръ не было ясно сознанныхъ представленій.

ное уравненіе вѣса между A и B найдется точно также, какъ и въ способѣ Борда. Назовемъ длину лѣваго плеча чрезъ R_B , праваго чрезъ R_A . При первомъ взвѣшиваніи A, B равенство моментовъ выразится уравненіемъ:

$$A \cdot R_B = B \cdot R_A,$$

При второмъ взвѣшиваніи:

$$B \cdot R_B = (A + a) \cdot R_A.$$

Раздѣляя соответственныя части другъ на друга, получаемъ:

$$\frac{A}{B} = \frac{B}{A + a}.$$

А отсюда:

$$A^2 + Aa = B^2.$$

Если A и a извѣстны, то

$$B = \sqrt{A^2 + Aa}.$$

Это даетъ, когда a очень мало относительно A (т. е. плечи почти равны), быстро сходящуюся строку:

$$B = A + \frac{1}{2} a - \frac{1}{4} \frac{a^2}{A} + \dots$$

Если же, какъ это обыкновенно и бываетъ, a составляетъ даже при нагрузкѣ въ 1000 гр. только миллиграммы или ихъ доли, то уже третій членъ столь ничтожно малъ, что имъ можно пренебречь даже въ самыхъ точныхъ современныхъ взвѣшиваніяхъ. Напр., если $A = 400$ гр. и $a = 0.004$ гр. (что очень много и при исправныхъ вѣсахъ не бываетъ), то третій членъ $= -0.000000005$ грамма. Если же пренебречь третьимъ и слѣдующими членами ряда, то

$$\text{XII.} \quad \dots \dots \dots B = A + \frac{1}{2} a,$$

то-есть разность вѣса $B - A$ двухъ грузовъ равна полуразности нагрузокъ, уравновѣшивающихъ другъ друга при перемѣнномъ положеніи нагрузокъ на разныхъ чашкахъ: сперва A, B , потомъ $B, (A + a)$. Вообще

$$A - B = \pm \frac{1}{2} a,$$

гдѣ a опредѣляетъ разность вѣса въ двухъ положеніяхъ A, B и B, A . При точныхъ взвѣшиваніяхъ эта разность опредѣляется не добавочными гирями a , а изъ разности равновѣсій $L_{AB} - L_{BA}$ и слѣдовательно

$$\text{XII bis.} \quad \dots \dots \dots A - B = \pm \frac{1}{2} (L_{AB} - L_{BA})n,$$

гдѣ n есть «чувствительность» или такая нагрузка, которая измѣняетъ положеніе равновѣсія на одно дѣленіе шкалы, причемъ очевидно, что произведеніе n на разность равновѣсій при грузахъ AB и BA показываетъ разность нагрузокъ $= a$, а половина этого произведенія — искомую разность $A - B = x$;

$$\text{XII bis.} \quad \dots \dots \dots \pm x = \frac{1}{2} (L_{AB} - L_{BA})n.$$

Что касается знака при x , то-есть того, что $A > B$ или наоборот, то объ этомъ легко судить, какъ сказано будетъ далѣе.

Вслѣдствіе этого къ двумъ указаннымъ основнымъ взвѣшиваніямъ необходимо прибавить еще *третье* взвѣшиваніе гирь, чтобы получить съ желасною точностью исконое уравненіе зависимости вѣса $B = A + x$, потому что для перехода отъ разности, $L_{AB} - L_{BA}$, выраженной дѣленіемъ шкалы, къ искомой вѣсовой разности необходимо опредѣлить *чувствительность* вѣсовъ, для чего къ A или B прибавить известный (заранѣе вывѣренный) малый грузъ r (отъ 1 mg. до 0,1 mg., обыкновенно 0,2 mg., изготовляемыхъ изъ очень тонкой проволоки) и узнать разность равновѣсій m , зависящую исключительно отъ груза r , чтобы чрезъ это опредѣлить грузъ x , отвѣчающій одному дѣленію шкалы въ данныхъ условіяхъ взвѣшиванія. Тогда разность x въ mg. будетъ $(L_{AB} - L_{BA})m$. Эта часть работы точныхъ взвѣшиваній имѣетъ такое значеніе и такіе свои особые интересы, что о ней слѣдовало бы говорить отдѣльно (что быть можетъ и будетъ мною сдѣлано въ особой статьѣ), въ связи съ теоріею вѣсовъ, но, такъ какъ предметъ этотъ самъ по себѣ представляетъ элементарную ясность, то я считаю возможнымъ ограничиться здѣсь лишь слѣдующими краткими замѣчаніями: а) Для опредѣленія чувствительности m необходимо особое *третье* взвѣшиваніе, которое мы означимъ чрезъ $A.B + r$ или $A + r.B$. б) Хотя чувствительность m при данныхъ вѣсахъ и нагрузкахъ представляетъ большое постоянство, а потому можетъ быть опредѣлена заранѣе или послѣ взвѣшиваній $A.B$ и $B.A$ (какъ это и сдѣлано въ Международномъ Бюро при установленіи вѣса килограммовъ), но способъ этотъ нельзя считать безупречнымъ ¹⁾, потому что обыкновенно въ точныхъ вѣсахъ при тщательномъ изслѣдованіи открываются перемены чувствительности m въ зависимости какъ отъ температуры коромысла ²⁾, такъ и отъ величины размаховъ, равно какъ отъ тѣхъ частей шкалы, на которыхъ приходятся равновѣсія L и L_1 , отвѣчающія нагрузкамъ $A.B$ и $A.B + r$ ³⁾, и притомъ

¹⁾ Международное Бюро прибѣгаетъ къ этому способу (опредѣленіе чувствительности изъ взвѣшиваній) только потому, что его вѣсы не имѣютъ приспособленій для положенія добавочнаго груза r издали—безъ приближенія наблюдателя. Въ вѣсахъ Нейма и Рупрехта Главной Палаты эти приспособленія существуютъ («Временникъ», ч. 2, стр. 177).

²⁾ Коромысло вѣсовъ содержитъ разные матеріалы: бронзу, сталь, горный хрусталь призмъ, на которыхъ вѣшаются коромысло и чашки, и стекло зеркаль или призмъ, служащихъ для наблюденія шкалы, а потому, вслѣдствіе неравнообразности расширенія этихъ матеріаловъ при общей переменной температуры, происходитъ небольшое измѣненіе формы и относительнаго положенія частей коромысла, а это влечетъ за собою измѣненіе разстоянія центра тяжести отъ точки опоры, что и производитъ перемену чувствительности. D-r Marek (Trav. et mém. d. Virena intern. T. VIII) даже старался выразить зависимость m отъ t . Данни Главной Палаты подтверждаютъ перемену m съ измѣненіемъ температуры.

³⁾ Совершенно въ геометрически правильной установкѣ отражающаго зеркала коромысла, самой шкалы и трубы, чрезъ которую производится отчетъ—практически невозможно. Оно особенно трудно достижимо при томъ устройствѣ отчета, который принять въ вѣсахъ г. Нейма, гдѣ видѣются два призма, отражающія изображенія двухъ шкалъ, одновременно видныхъ въ отчетную трубу. Поэтому разные доли шкалы отвѣчаютъ неодинаковымъ угломъ удаленія коромысла. Все это, конечно, можно изучать, на все это можно ввести соответственныхъ поправки, но, не избѣгая ихъ, все же полезно держаться двухъ правилъ: 1) при данной системѣ взвѣшиваній вѣсѣ отчеты, а

опредѣленіе n зависитъ отъ тѣхъ размѣненій, которыя совершаются съ вѣсами въ періодъ взвѣшиваній, такъ что n , строго говоря, нельзя считать на практикѣ зависящимъ только отъ нагрузки, что и заставляетъ для достиженія всей возможной точности взвѣшиваній производить каждый разъ новое опредѣленіе чувствительности. в) Для опредѣленія n слѣдуетъ брать по возможности малый опредѣленный грузъ r и прикладывать его къ болѣе легкому изъ главныхъ грузовъ A или B , при такомъ ихъ положеніи, чтобы равновѣсіе при нагрузкѣ $A+r$ или $B+r$ лишь мало выходило изъ области тѣхъ дѣленій шкалы, которыя отвѣчаютъ колебаніямъ при грузахъ A, B и B, A ¹⁾, чрезъ что достигается по возможности полная независимость вывода отъ некоторой несправильности, неизбежной въ установкѣ шкалы въ отношеніи къ геометрическимъ осямъ вѣсовъ. г) Опредѣленіе чувствительности слѣдуетъ производить въ промежуткѣ между двумя одинаковыми взвѣшиваніями, напр. такъ: A, B , потомъ $A, B+r$ и затѣмъ опять A, B . Если равновѣсія при этомъ были L_1, L_2 и L_3 (которое близко къ L_1), то на первый разъ можно полагать, что въ моментъ взвѣшиванія $A, B+r$ равновѣсіе при A, B было $= \frac{1}{2}(L_1 + L_3)$, а потому принимать $n = \frac{r}{L_2 - \frac{1}{2}(L_1 + L_3)}$. Если r мало, а разстоянія по времени между наблюденіями (т. е. отвѣчающія $L_2 - L_1$ и $L_3 - L_2$) малы и одинаковы, то можно считать опредѣленіе n совершенно отвѣчающимъ всей возможной точности сличенія A съ B . (Вышеуказанное уже показываетъ необходимость четвертаго взвѣшиванія, т. е. повторенія взвѣшиванія AB).

Слѣдовательно и всѣ равновѣсія L сводить за одну небольшую группу дѣленій шкалы (напр. отъ 80 до 120 дѣл., если нуль около 100 дѣл.) и 2) всѣ опредѣленія производить при малыхъ размахахъ, по возможности въ выходящихъ изъ принятаго района шкалы. Тогда небольшая неточности въ угловомъ значеніи дѣленій шкалы впадутъ въ неизбежныя погрѣбности отчетовъ. Но способъ этотъ, котораго мы и станемъ держаться при окончательныхъ взвѣшиваніяхъ прототиповъ, встаетъ при опредѣленіи чувствительности и или: а) употреблять грузы r очень малого вѣса, напр. въ 0,1 мг. (напр. $A+1$ мг. сличить съ $B+1,1$ мг.), что нѣмѣ и будетъ прииматься въ Главной Палатѣ при точнѣйшихъ взвѣшиваніяхъ, дабы не выходить изъ принятой области шкалы, или б) для опредѣленія n производить два особые взвѣшиванія (по это удлинить систему взвѣшиваній), одно $A+r, B$ и другое $A, B+r$, чтобы брать изъ нихъ средній выводъ (такой приемъ на вѣсахъ Немца легко исполнимъ и испытать въ Главной Палатѣ), или наконецъ в) особымъ исполненіемъ установить отношеніе между угловыми значеніями разныхъ областей шкалы, что будетъ имѣть значеніе только при данномъ положеніи трубы, веркала и шкалы. Изъ всѣхъ этихъ способовъ наиболее доступенъ и практически легко выполняемъ только первый, а потому его и должно рекомендовать.

¹⁾ Напримѣръ, пусть равновѣсіе при A, B дастъ L_1 , при B, A отвѣчаетъ L_1+q , и приращеніе L показываетъ увеличеніе груза на правой чашкѣ. Положивъ грузъ r на лѣвую чашку, т. е. взвѣсивая $B+r, A$, мы тогда получимъ некоторое показаніе L_2 , меньшее, чѣмъ L_1+q , и грузъ r надо такъ избрать, чтобы L_2 недалеко удалось отъ L_1 , напримѣръ было близко къ L_1-q , если q (чего и должно достигать) невелико. Напр. во взвѣшиваніи, приведенномъ на стр. 185 во 2-й части «Временника», $r=1,00911$ и r приложено къ B, L_1 около 101 div., L_1+q около 102,5, L_2 около 86 дѣл., а потому чувствительность опредѣлена не тою областью дѣленій шкалы, которая опредѣлено отношеніе A къ B . Было бы лучше, если бы не взвѣивали A и B , а вѣсилъ около 0,2 мг. и его приложили при взвѣшиваніи не къ B , а къ A (ибо оно легче B , что по предварительному взвѣшиванію всегда извѣстно). Тогда было бы A, B около 101, B, A около 102,5 и $B, A+r$ около 99,5, всѣ отчеты были бы почти при тѣхъ же дѣленіяхъ шкалы.

При разсмотрѣніи единичныхъ взвѣшиваній мы уже имѣли случай убѣдиться въ томъ, что въ сравнительно короткое время 4—5 колебаній очень часто съ вѣсами совершаются такіа измѣненія, которыя влекутъ за собою безъ всякаго измѣненія грузовъ перемѣну положенія равновѣсія L , а потому и при переходѣ отъ взвѣшиванія $A. B.$ къ $B. A.$ и $B. A. + r$ не только могутъ, но и всегда совершаются нѣкоторыя перемѣны равновѣсій, которыя необходимо знать, чтобы вывести со всею возможною точностію искомое уравненіе вѣса $A = B + x$. Это тѣмъ необходимо, что между $A. B.$ и $B. A.$ проходитъ довольно значительное время, обыкновенно не меньшее, а даже большее, чѣмъ протекаетъ въ продолженіи 4—5 колебаній. Изучая по двумъ соседнимъ элонгациямъ, съ помощью званія C , ходъ измѣненій въ L , совершающихся въ періодъ колебаній, можно судить о направленіи измѣненій, происходящихъ въ періодъ среднихъ колебаній, а поэтому до нѣкоторой степени, зная время или число протекшихъ колебаній, судить о томъ равновѣсіи, которое наступило бы при данномъ взвѣшиваніи въ эпоху слѣдующаго взвѣшиванія; но такое сужденіе было бы экстраполированіемъ, которое тѣмъ менѣе надежно, что измѣненія, состояція, наприм., въ возрастаніи L , переходятъ, какъ мы видѣли въ разобранныхъ приѣмахъ, въ паденіе и обратно. Поэтому для сужденія о происходящихъ измѣненіяхъ должно имѣть, по крайней мѣрѣ, два крайнихъ по времени и одно среднее по времени наблюденія одного и того же груза, а чтобы судить о мѣрѣ сохраненія давняго порядка измѣненій, полезно имѣть еще четвертое наблюденіе при той же нагрузкѣ. Такъ получается система взвѣшиваній, содержащая *наименьшее*, слѣдующія пять взвѣшиваній:

- 1) $A. B.$; 2) $A. B. + r$; 3) $A. B.$; 4) $B. A.$ и 5) $A. B.$

Очевидно, что система будетъ улучшена, если введено будетъ еще два взвѣшиванія:

- 6) $B. A.$ и 7) $A. B.$,

потому что тогда $A. B.$ взойдетъ 4 раза и укажетъ перемѣны въ состояніи вѣсовъ. Но наиболѣе полной система взвѣшиваній станетъ, если будетъ прибавлено еще два взвѣшиванія:

- 8) $A. + r. B.$ и 9) $A. B.$

или, что еще того лучше, когда вмѣсто двухъ добавятся три взвѣшиванія:

- 8) $B. A.$ 9) $B. A. + r$ и 10) $B. A.$ *)

потому что при этомъ $A. B.$ и $B. A.$ повторяются одинаковое число разъ, что и даетъ возможность судить гораздо точнѣе о всѣхъ измѣненіяхъ «состоянія» вѣсовъ, происходившихъ во время всей системы взвѣшиванія.

Если каждое изъ взвѣшиваній будетъ содержать по 4 опредѣленія элонгаций, то въ каждомъ взвѣшиваніи будетъ возможно (безъ званія C) опредѣлить равновѣсія, отвѣчающія l_0 и l_3 , пользуясь сперва l_1, l_2, l_3 , а потомъ l_2, l_3, l_4 . Если время одного размаха отъ l_0 до l_{n+1} извѣстно, назовемъ его τ ,

*) Такую «систему» предполагалось первоначально ввести въ Главной Палатѣ при окончательномъ слѣченіи возобновляемыхъ протѣповъ, какъ даго подробно разнито, но вынѣ и остановился на системѣ еще болѣе полной и важной, содержащей 14 взвѣшиваній, какъ о томъ будетъ сказано въ доложеніи 2-мъ.

и если будутъ завасаны времена $t_1, t_2 \dots t_n$, отвѣчающія известному размаху каждаго взвѣшиванія (напримѣръ, времени прохожденія чрезъ равновѣсїе послѣ записи l_1 или l_2), то получится возможность подробно узнать всю «функцию времени» и ввести все необходимыя поправки, относящіяся къ перемѣнѣ «состоянїя вѣсовъ» или къ перемѣнамъ въ равновѣсїяхъ L_1 , что и должно придать наибольшую возможную точность получаемому результату. Однако, вслѣдствіе неизвѣстности причинъ, опредѣляющихъ переклѣну равновѣсїя при давней нагрузкѣ, и вслѣдствіе довольно частыхъ переклѣнъ въ направленїи измѣненїя этого рода (какъ показываютъ многочисленныя опытыя данныя Международнаго Бюро и Главной Палаты), я считаю наиболѣе цѣлесообразнымъ принимать во вниманїе только такія измѣненїя равновѣсїя, которыя обнимаютъ періодъ не болѣе какъ пяти другъ за другомъ слѣдующихъ взвѣшиванїй, и дѣлать параболическій расчетъ измѣненїя не иначе, какъ по тремъ даннымъ ¹⁾, что не только устраняетъ гипотезу о совершенной правильности долговременныхъ измѣненїй вѣсовъ, но и значительно упрощаетъ все расчеты, что имѣетъ свое значенїе при большомъ числѣ взвѣшиванїй и расчетовъ съ ними сопряженныхъ. Здѣсь мы вступаемъ въ самую важную и наименѣе разработанную до сихъ поръ область точныхъ взвѣшиванїй. Въ ней обсуждается необходимость нахожденїя уравненїй «состоянїя» или «функции времени» при производствѣ точныхъ взвѣшиванїй. Это потому, что для сужденїя объ искомомъ x необходимы взвѣшиванїя А. В. и В. А, да третье, опредѣляющее n , а за это время все они измѣнятся, слѣдов., надо узнать, каково было бы равновѣсїе А. В., если бы оно опредѣлялось въ то время t_2 , когда производилось взвѣшиванїе В. А, или когда находили равновѣсїе при нагрузкѣ А. В. + r . Очевидно, что надо узнать эмпирической законъ измѣненїя равновѣсїя А. В. по времени или функцию времени для равновѣсїя $L_{A.B.}$. Узнать ее можно только опытнымъ путемъ, опредѣляя $L_{A.B.}$ или АВ: въ разныя времена: t_1, t_2, t_3 и т. д., и узнавъ его, можно пользоваться только для интерполированїя, т. е. для промежуточныхъ временъ t_2, t_3 и т. д. Функция $L_1 = F(t)$ — неизвѣстна, а потому неизвѣстно, какой придать ей видъ, проще же всего видъ параболы: $L_1 = a + bt + ct^2 + \dots$, но продолжать наблюденїя для опредѣленїя многихъ параметровъ — не слѣдуетъ, потому прежде всего, что (какъ указано выше) надо знать А. В. въ два промежутка времени, слѣдовательно, довольно трехъ взвѣшиванїй, дающихъ А. В. въ три эпохи, чтобы судить объ А. В. въ двѣ промежуточные эпохи, а это заставляетъ ограничиваться параболою 2-го порядка, съ тремя параметрами a, b и c . Я предлагаю, на основанїи соображенїй опыта и приѣтровъ, часть которыхъ далѣе разсматривается, ограничиться для выраженїя «состоянїя» вѣсовъ параболою 2-го порядка ²⁾ уже по той причинѣ, что для нахожденїя параболъ высшаго порядка нужно болѣе наблюденїй и времени, а обилїя назенїе, причина коего неизвѣстна, эмпирической функциею тѣмъ труднѣе, чѣмъ шире предѣлы приѣтливости, ограничиться же временемъ трехъ взвѣшиванїй, напр. АВ₁, ВА₂ и АВ₃, предполагая, что АВ измѣняется по времени прямолинейно: АВ = $a + bt$, я не считаю возможнымъ по той причинѣ, что опытъ указыв-

¹⁾ Не прибѣгалъ къ способу наименьшихъ квадратовъ, потому что онъ сопряженъ съ новою гипотезою, относящеюся къ ходу измѣненїй «состоянїя» вѣсовъ.

²⁾ Но это не устраняетъ пробъ, которыя отчасти и дѣлаются далѣе, параболъ высшихъ порядковъ.

заетъ на появленіе maximum'овъ или minimum'овъ въ періодъ 5 възъшиваній, что съ прямолинейностію не согласуется, а параболою 2-го порядка можетъ выражаться. Развитію этихъ общихъ признаковъ и объяснительныхъ примѣранъ, къ нимъ относящихся, посвящается весь остатокъ предлагаемой статьи¹⁾.

Прежде всего считаю полезнымъ показать на примѣрахъ правильность въ измѣненіи «состоянія» вѣсовъ или возможность полученія функций времени. Для этой цѣли по моей просьбѣ О. П. Западскій и В. Д. Сапожниковъ произвели въ Главной Палатѣ при одинаковой нагрузкѣ (=409,5 гр.) отчетъ по 20-ти послѣдовательныхъ элонгаціяхъ на вѣсахъ Рунрехта и Нейца. Величины L я расцелъ по формулѣ X изъ каждой трехъ элонгаціяхъ. Чтобы не умножать числа данныхъ, я ограничусь четырьмя случайно взятыми наблюденіями.

Время t.	Вѣсы Рунрехта, $n = 0,048$.				Вѣсы Нейца, $n = 0,038$.			
	Западскій (№ 127).		Сапожниковъ (№ 128).		Западскій (№ 159).		Сапожниковъ (№ 163).	
	Элонг.	Равнов.	Элонг.	Равнов.	Элонг.	Равнов.	Элонг.	Равнов.
	l_1	L_1	l_1	L_1	l_1	L_1	l_1	L_1
I		II		III		IV		
1	96,2	—	92,0	—	196,5	—	175,0	—
2	113,3	104,890	117,7	105,079	174,55	185,216	198,0	186,756
3	96,75	104,859	92,9	105,058	195,3	185,116	176,0	186,731
4	112,65	104,814	116,75	105,028	175,3	185,044	196,95	186,705
5	97,2	104,772	93,7	105,024	194,3	184,952	176,9	186,682
6	112,05	104,752	115,95	105,026	175,9	184,935	196,0	186,638
7	97,7	104,745	94,5	105,021	193,65	184,993	177,65	186,646
8	111,5	104,701	115,15	104,977	176,75	184,982	195,3	186,617
9	98,1	104,686	95,1	104,960	192,8	184,941	178,2	186,585
10	111,95	104,689	114,5	104,952	177,4	184,921	194,65	186,604
11	98,55	104,686	95,7	104,935	192,1	184,877	178,9	186,609
12	110,60	104,677	113,85	104,928	177,9	184,898	194,0	186,564
13	98,95	104,673	96,3	104,927	191,7	184,914	179,35	186,548
14	110,2	104,659	113,25	104,928	178,35	184,859	193,5	186,565
15	99,2	104,596	96,9	104,948	191,05	184,815	179,9	186,573
16	109,8	104,602	112,75	104,939	178,8	184,849	193,0	186,539
17	99,6	104,598	97,35	104,910	190,75	184,890	180,25	186,523
18	109,4	104,589	112,2	104,915	179,25	184,872	192,6	186,553
19	99,95	104,611	97,9	104,936	190,25	184,852	180,75	186,547
20	109,15	—	111,75	—	179,65	—	192,1	—

¹⁾ Ея сущность, конечно, не въ томъ, чтобы выразить «состояніе» вѣсовъ параболою второго порядка, а въ показаніи того: 1) что всегда существуютъ измѣненія, такъ называемого, «состоянія» вѣсовъ — на что до сихъ поръ еще никто не обращалъ сознательнаго вниманія, 2) что измѣненію «состоянія» можно и должно унавать и выражать и 3) что этимъ способомъ можно и должно доводить точныя възъшиванія до точности, какая невозможна безъ принятія измѣненія «состоянія» вѣсовъ. Первоначальное понятіе объ этихъ сторонахъ точныхъ възъшиваній мелькаетъ у разныхъ насѣдователей, но они ихъ не изучали и не обобщали въ видѣ «функции времени», а потому мнѣ приходится идти съ элементарныхъ сторонъ предмета, и я его рассматриваю преимущественно въ примѣрахъ, чтобы не отрываться отъ дѣйствительности. Исходоми для моихъ выводовъ служили факты, многократно разѣ мною наблюдавшіеся и подтвердившіеся при точныхъ работахъ въ Гл. Палатѣ, а потомъ свои выводы я испытывалъ въ два послѣдніе года многократно — на дѣлѣ, а потому мнѣ хотѣлось придать всему изложенію опытную окраску, хотя я знаю, что при непосредственномъ теоретическомъ обобщеніи изложеніе могло бы выиграть въ силѣ и краткости, что и я предполагаю сдѣлать современно.

Единицею времени здѣсь служить время одного размаха, а такъ какъ качанія изохронны, то промежутки времени между рядами стоящими L равны. Поэтому времена t выражены здѣсь числами первого столбца, означающаго порядкомъ наблюденныхъ элонгацій. Измѣненія «состоянія» вѣсовъ, выраженныхъ въ столбцахъ, показывающихъ равновѣсія L , требуется выразить какъ функцію t . Разберемъ для прибора I рядъ ¹⁾ опредѣленій. Онъ показываетъ, что по мѣрѣ возрастанія t величина L уменьшается. Все явленіе выразится съ достаточною точностію параболою второго порядка:

$$L_t = 104,9276 - 0,03064t + 0,00066t^2 \dots \dots \dots (a)$$

Чтобы убѣдиться въ пригодности этой формулы, должно сравнить наблюденныя элонгаціи съ вычисленными, для чего и служитъ формула (t здѣсь равно n)

$$l_n = L_t + R(-C)^{-t}$$

Изъ $l_2, l_3, l_{10}, l_{13}, l_{17}$ и l_{19} находимъ $R = 8,8605$ ($\log = 0,94755$), $C = 1,0325$ ($\log C = 0,01390$), а потому:

$$l_t = 104,9276 - 0,03064t + 0,00066t^2 + 8,8605(-1,0325)^{-t} \dots (б)$$

t .	t по (б).	Опытъ.	Разность.	L по (а).	Изъ данныхъ.	Разность.
1	96,32	96,20	+ 0,12	104,898	—	—
2	113,18	113,30	— 0,12	104,869	104,890	— 0,021
3	96,79	96,75	+ 0,04	104,842	104,859	— 0,017
4	112,61	112,65	— 0,04	104,816	104,814	+ 0,002
5	97,24	97,20	+ 0,04	104,791	104,772	+ 0,019
6	112,08	112,05	+ 0,03	104,767	104,752	+ 0,015
7	97,66	97,70	— 0,04	104,745	104,745	0
8	111,56	111,50	+ 0,06	104,725	104,701	+ 0,024
9	98,06	98,10	— 0,04	104,707	104,686	+ 0,021
10	111,12	111,05	+ 0,07	104,687	104,689	— 0,002
11	98,44	98,55	— 0,11	104,670	104,686	— 0,016
12	110,69	110,60	+ 0,09	104,655	104,677	— 0,022
13	98,80	98,95	— 0,15	104,641	104,673	— 0,032
14	110,29	110,20	+ 0,09	104,628	104,639	— 0,011
15	99,13	99,20	— 0,07	104,616	104,596	+ 0,020
16	109,92	109,80	+ 0,12	104,606	104,602	+ 0,004
17	99,45	99,60	— 0,15	104,597	104,598	— 0,001
18	109,57	109,40	+ 0,17	104,590	104,589	+ 0,001
19	99,76	99,95	— 0,19	104,584	104,611	— 0,027
20	109,25	109,15	+ 0,10	104,579	—	—

Согласіе этого расчета съ наблюдениемъ могло бы сдѣлаться еще болѣе полнымъ, если бы для выраженія равновѣсія L въ формулѣ (а) или въ урав-

¹⁾ Во всѣхъ рядахъ замѣчается тотъ же родъ правильностей, а ряды II и IV отличаются малыми измѣненіями «состоянія». Примѣчательно, что во всѣхъ четырехъ рядахъ, случайно избранныхъ, L уменьшается въ своей величинѣ, и особенно быстро въ началѣ, т. е. при наблюденіи первыхъ элонгацій. Такое уменьшеніе вообще на нашихъ вѣсахъ замѣчается чаще увеличенія. Въ обоихъ указанныхъ вѣсахъ дѣленія шкалы идутъ справа направо, т. е. нуль направо, следовательно уменьшеніе показаній поазываетъ возрастаніе момента гнѣвого плеча. Вѣсы стоятъ близко другъ къ другу, но ихъ оси перпендикулярны другъ къ другу, а дѣльныя плечи сближены, но расстояние около метра. Въ отчетѣ наблюденій приведены показанія шкалы безъ всякихъ поправокъ на калиброваніе (о чемъ говорится далѣе).

пени «состоянія вѣсовъ» была взята парабола высшаго (напр. 3-го) порядка, но я ограничился параболою 2-го порядка для того, чтобы испытать приѣмность такой простѣйшей кривой, для обычныхъ расчетовъ подобнаго рода. Оказавшееся совпаденіе расчета съ опытомъ допускаетъ ограничиться даже параболами втораго порядка. Въ самомъ дѣлѣ, средняя (не обращая вниманія на знакъ) разность расчета и наблюденія для элонгацій равняется $\pm 0,09 \text{ div.}$, что совпадаетъ съ тѣмъ, что точность отчета двигающейся черты по шкалѣ едва достигаетъ такой величины и въ ней можно допустить погрѣшность по крайней мѣрѣ $\pm 0,15 \text{ div.}$

Но чтобы приблизиться къ тѣмъ условіямъ, которыя представляютъ дѣйствительное взвѣшивание, мы разобьемъ всѣ 20 опредѣленій на 5 группъ по 4 элонгаціи въ каждой и найдемъ для этихъ группъ L . Получимъ слѣдующій рядъ данныхъ:

Элонгаціи	1—4*	5—8	9—12*	13—16	17—20*
Среднее время $t =$	2,5	6,5	10,5	14,5	18,5
По опыту $L_0 =$	104,8365	104,7485	104,6875	104,6175	104,600

Для того чтобы показать значеніе уравненій «состоянія», выражаемыхъ параболами 2-го порядка (чего мы держимся дагѣ во всѣхъ расчетахъ), я беру три данныхъ, отмѣченныхъ звѣздочками (черезъ одно), и вывожу изъ нихъ:

$$L_t = 104,8957 - 0,02487 t + 0,0004805 t^2 \dots \quad (в)$$

Для промежуточныхъ временъ 6,5 и 14,5 разсчитаемъ положенія равновѣсія по (в):

	$t = 6,5$	$t = 14,5$
$L_t =$	104,7543	104,6361
Разность отъ опыта =	$-0,0058 \text{ div.}$	$-0,0186 \text{ div.}$
или	$-0,0003 \text{ mg.}$	$-0,0009 \text{ mg.}$

Это ясно показываетъ, что, принимая во вниманіе измѣненія, совершающіяся съ вѣсами въ теченіе времени, можно съ большою вѣроятностію знать положеніе равновѣсія въ тѣ промежуточные времена, въ которыя наблюденій не производилось, что и требуется при точныхъ взвѣшиваніяхъ, чтобы сравнивать АВ съ ВА или съ А ($B + r$). Если бы принимать, какъ обыкновенно дѣлаютъ, «состояніе вѣсовъ» неизмѣнявшимся, то равновѣсіе можно было бы считать опредѣляемымъ лишь съ точностію въ первомъ взвѣшиваніи до $104,80 - 104,59 = 0,30 \text{ div.}$, а такая неточность отвѣчаетъ разности вѣса $0,0144 \text{ mg.}$, что разъ въ 15 болѣе той погрѣшности, которую сдѣлаемъ, выразивъ L параболою 2-го порядка по времени.

Ходъ измѣненій L_t по времени не всегда бываетъ столь правильнымъ, какъ въ указанныхъ наблюденіяхъ, произведенныхъ при благоприятныхъ условіяхъ («Временникъ». Часть 2, стр. 178), сочетанныхъ въ опредѣленіяхъ Главной Палаты, но и при болѣе грубыхъ, если можно такъ выразиться, переѣвахъ въ «состояніи» вѣсовъ все же замѣчается вѣкоторая правильность, если брать небольшіе періоды времени, напр. протекающіе при двухъ промежуточныхъ наблюденіяхъ, какъ въ рядѣ $A.V_1, V.A_2, A.V_3, V.A_4, A.V_5$ видно для АВ. Если по $A.V_1, A.V_3$ и $A.V_5$ разсчитаемъ функцію времени, то по ней узнаемъ, какія равновѣсія имѣлись бы для АВ во времена 2 и 4, когда произведены взвѣшиванія ВА. Это мы дагѣ и дѣлаемъ.

Такимъ образомъ сущность предлагаемаго усовершенствованія въ системѣ взвѣшиваній состоитъ въ интерполяціонномъ опредѣленіи для времени t_2 и t_4 равновѣсій L_2 и L_4 при данной нагрузкѣ, когда наблюденія съ этою нагрузкою сдѣланы только во времена t_1 , t_3 и t_5 , среди которыхъ стоятъ времена t_2 и t_4 . Слѣдовательно, предположеніе (гипотеза) состоитъ въ допущеніи законной, параболической правильности измѣненій I, во все теченіе времени отъ t_1 до t_5 . Если этотъ промежутокъ времени не великъ (напримѣръ, не болѣе 1 часа, а можно его довести до 15—20 минутъ) и, что всего важнѣе, если въ это время не будетъ происходить никакихъ измѣненій внѣшнихъ вліяній (на вѣсы), нарушающихъ равновѣсія (напримѣръ, неравномѣрнаго нагреванія и освѣщенія, токовъ воздуха, колебанія устоевъ и т. п.) или если они будутъ доведены до возможнаго мінімумъа, то приложимость гипотезы и ея законность кажутся ясными безъ дальнѣйшихъ доказательствъ. Расширять гипотезу, то есть брать болѣе долгіе промежутки времени, напримѣръ, находить законъ измѣненія равновѣсій въ періодъ 10 или болѣе взвѣшиваній, я считаю столь же рискованнымъ, какъ и сокращать ее, предполагая, что измѣненія совершаются прямолинейно или пропорціонально времени. Въ долгіи періодъ времени вліянія, измѣняющія равновѣсія, могутъ сочетаться въ очень сложную функцію, нахожденіе которой, кромѣ всего прочаго, потребуетъ сложныхъ расчетовъ, тогда какъ расчетъ по параболѣ 2-го порядка простъ, и суммою такихъ параболъ можно приблизиться, какъ извѣстно, къ сплошной кривой какого угодно очертанія. Что же касается до сокращенія времени, т. е. до замѣны параболы двумя прямыми, то ихъ расчетъ не будетъ проще, а если въ промежуткѣ будетъ наибольшая или наименьшая величина равновѣсія, какъ это часто замѣчается въ системахъ взвѣшиваній, то можетъ привести къ крупнымъ неправильностямъ. Пусть, напримѣръ, $L_1 = 100$, $L_2 = 95$, а $L_3 = 105$. Очевидно, что между L_1 и L_3 лежитъ наименьшее значеніе, которое можетъ быть около L_2 или около L_4 . Если разности времени одинаковы, то по указаннымъ даннымъ парабола $L_1 = 100 - 6,25(t-1) + 1,875(t-1)^2$ показываетъ, что мінімумъ лежитъ при $t = 2,67$, и что при $t = 2$ $L_2 = 95,625$, а вовсе не равно средней величинѣ между L_1 и L_3 , какъ слѣдовало бы при допущеніи прямолинейнаго измѣненія равновѣсій. На основаніи подобныхъ соображеній, простое среднее между двумя послѣдовательно найденными равновѣсіями L_1 и L_3 даетъ равновѣсіе L_2 для промежуточнаго времени только въ приближеніи гораздо болѣе грубомъ, чѣмъ при расчетѣ по параболѣ. Въ отношеніи же распредѣленія единичныхъ взвѣшиваній системы чрезъ равныя промежутки времени должно замѣтить, что это очень упрощаетъ расчеты, но не всегда возможно, потому что въ промежуткахъ между взвѣшиваніями должно совершить такіа дѣйствія, которыя могутъ занимать не одинаковыя времена (напримѣръ, переѣму грузовъ изъ АВ въ ВА или обратно, добавку груза γ для опредѣленія чувствительности и т. п.), а напрасное удлинненіе промежутковъ удлинняетъ время выполненія работы взвѣшиванія и дѣлаетъ менѣе достовѣрными параболическія уравненія состоянія. Въ этомъ отношеніи вѣсы Нейца, въ Вѣнѣ, съ устройствомъ механизмовъ, назначенныхъ для переѣму грузовъ, опредѣленія чувствительности и арретированія, представляютъ предъ всѣми иными много преимуществъ, потому что допускаютъ очень скорое совершеніе всѣхъ указанныхъ операций.

Тѣмъ не менѣе указанный способъ среднихъ (и его варианты), по его простотѣ, можно рекомендовать для улучшения результата взвѣшиваній, когда не требуется достиженія всей возможной точности. Примеръ приложенія этого способа данъ въ моей статьѣ, помѣщенной во 2-ой части «Временника», на стр. 185, а примеръ равныхъ промежутковъ времени разобранъ въ концѣ статьи.

Для того, чтобы выяснитъ подробности приложенія предлагаемаго способа къ взвѣшиваніямъ, возьмемъ сперва фиктивный прихѣръ, не далекій отъ обыкновенной дѣйствительности, но съ явно выраженнымъ измѣненіемъ всѣхъ отношеній.

Для большаго упрощенія не станемъ останавливаться надъ отдѣльными элонгациями, а прямо обратимся къ выведеннымъ равновѣсіямъ, считая, что равновѣсія L_i относятся къ среднимъ временамъ t_i , за начало которыхъ ($t = 0$) считаемъ средину времени перваго взвѣшиванія. Пусть $A = 1$ килогр. и $B = A + x$, т. е. B тяжелѣе A . Дѣленія шкалы здѣсь приняты вообщѣ одинаковыми. Добавочный грузъ r примемъ равнымъ 0,2 мг., n близкимъ къ 0,050 мг. (т. е. на 1 миллигр. около 20 дѣленій шкалы). Систему представимъ, для прихѣра, содержащую 9 взвѣшиваній, давшихъ слѣдующія равновѣсія L_i .

Среднее время взвѣшиванія. Минуты.	Лѣвый . Правый грузы.	Результатъ наблюденія колебаній: дѣленіе шкалы, отвѣчающее равновѣсію:
$t_1 = 0$	A . B	$L_1 = 100,00$
$t_2 = 8,5$	$A + 0^{mg}, 2 . B$	$L_2 = 103,86^1)$
$t_3 = 20,0$	A . B	$L_3 = 99,63$
$t_4 = 27,3$	B . A	$L_4 = 102,73$
$t_5 = 38,0$	A . B	$L_5 = 99,38$
$t_6 = 49,1$	B . A	$L_6 = 103,80$
$t_7 = 58,0$	A . B	$L_7 = 101,55$
$t_8 = 66,2$	$A + 0^{mg}, 2 . B$	$L_8 = 105,975$
$t_9 = 75,0$	A . B	$L_9 = 101,96$

Существованіе измѣненій равновѣсія явнѣе всего видно изъ того, что равновѣсіе, отвѣчающее взвѣшиванію A . B, повторенному 5 разъ, значительно измѣняется при переизмѣнѣ t , а именно сперва падаетъ, потомъ повышается. Возьмъ три первыхъ данныя для A . B, а именно L_1 , L_2 и L_3 , находимъ, принявъ t за переменную:

$$L_i = 100,00 - 0,02082t + 0,000116t^2. \quad (1)$$

А отсюда для времени втораго взвѣшиванія $t_2 = 8,5$ нагрузкѣ A . B отвѣчаетъ $L = 99,82$ (почти среднее между L_1 и L_3). Слѣдовательно, изъ $L_2 = 103,86$ и этого даннаго для того же времени, заключаемъ, что 0,2 мг. отвѣчаютъ 4,04 div. (а изъ L_1 и L_2 заключили бы = 3,86 div., изъ L_2 и $L_3 = 4,23$), т. е. $n = \frac{0,2}{4,04} = 0,04950$ мг. Точно также, съ другаго конца, т. е. изъ L_6 , L_7 и L_5 , считая ихъ переменными (по 75— t), выводимъ для A . B:

$$L_i = 101,96 + 0,00616(75 - t) - 0,00178(75 - t)^2. \quad (2)$$

¹⁾ Очевидно, что дѣленія идутъ слѣва направо, т. е., прибавка груза на лѣвую чашку увеличиваетъ показанія шкалы.

Отсюда для $t_4 = 66,2$ равновѣсія $A \cdot B = 101,954$ (а среднее между L_1 и $L_2 = 101,755$), следовательно (по L_3) $n = \frac{0,2}{105,975 - 101,954} = 0,04974$. Принимается, конечно, средняя чувствительность, $n = 0,04962$, и этот вывод, конечно, точнее, чѣм вывод по общепринятому способу простаго сличенія, напр. L_1 съ L_2 или L_7 съ L_6 .

Зная «чувствительность», теперь можемъ приступить къ нахожденію отношенія между грузами A и B . Для нахожденія $A \cdot B$ беремъ L_2 , L_6 и L_7 , они даютъ ¹⁾:

$$L_4 = 99,63 - 0,07186(t - 20) + 0,00322(t - 20)^2. \dots (3)$$

Это и есть одно изъ уравненій «состоянія» вѣсовъ или времени ²⁾. Для нахожденія отношенія A къ B я беру для $A \cdot B$ только эти выводы, полученные по (3). Замѣчу однако, что изъ (1) для t_4 получается для AB равновѣсія 99,52, а изъ (3) 99,28. Далѣе я пользуюсь лишь послѣднимъ выводомъ. Подобное же различіе иногда, хотя рѣдко, встрѣчается въ дѣйствительности. Во взятомъ фактивномъ примѣрѣ нарочно избранъ случай, гдѣ указанное обстоятельство выступаетъ. Беря для расчета лишь данныя изъ (3), я руковожусь тѣмъ, что намъ надо найти какое было бы L для нагрузки $A \cdot B$ во время t_4 и t_6 , а объ этомъ естественное судить по даннымъ, полученнымъ для ближайшихъ временъ t_2 , t_5 и t_7 , чѣмъ пользоваться выводами, полученными, принимая во вниманіе болѣе удаленныя времена t_1 и t_3 . Итакъ, принимаемъ, что во время t_4 равновѣсія $A \cdot B$ будетъ = 99,28 дѣл. А такъ какъ въ то же время $B \cdot A$ даетъ равновѣсія 102,73, то по XII bis:

¹⁾ Чтобы сдѣлать очевидною легкость требующихся расчетовъ, выпишываю способъ вычисленія:

Для L_4 значеніе $t - 20 = 0$, а потому въ формулѣ

$$L_4 = A + B(t - 20) + C(t - 20)^2.$$

$A = L_4 = 99,63$. Для L_3 имѣемъ:

$$\frac{L_2 - L_3}{t_2 - 20} = \frac{-0,25}{18} = -0,0139 = B + C18. \dots 1$$

Для L_7 получаемъ:

$$\frac{L_7 - L_3}{t_7 - 20} = \frac{1,92}{38} = +0,0505 = B + C38. \dots 2$$

Вычитая 1 изъ 2 го: $0,0644 = C \cdot 20$, отсюда $C = 0,00322$, а затѣмъ изъ 1 получаемъ $B = 0,07186$, что и даетъ (3).

²⁾ Можетъ показаться на первый взглядъ, что замѣненіе «состоянія» вѣсовъ лучше изображать перемѣною положенія нуля, т. е. того равновѣсія, которое отвѣчаетъ полному равенству грузовъ на обѣихъ чашкахъ. Это положеніе нуля легко находится, если вѣстамъ равновѣсія при грузахъ AB и BA , потому что ихъ полусумма отвѣчаетъ равенству грузовъ. Но на практикѣ нельзя наблюдать этого нуля и за его замѣщеніями слѣдить нельзя, а получить о нихъ понятіе можно, увидѣвъ изъ перемѣнъ AB то равновѣсія, которое отвѣчаетъ времени наивысшаго груза BA . Такъ, въ нашемъ примѣрѣ при $t_4 = 27,3$ мин. $AB = 99,28$, а $BA = 102,73$, следовательно, нуль въ это время лежалъ около $\frac{1}{2}(99,28 + 102,73)$, или при 101,005 дѣленія шкалы, во время же $t_6 = 49,1$, такъ какъ тогда $AB = 100,27$ и $BA = 103,80$, онъ находился при 102,035 дѣл. шкалы. Уравненіе времени для нуля—очевидно—нельзя вывести иначе, какъ зная уравненіе времени для AB или для peso и для BA . Поэтому я вовсе не вношу въ свое рассмотрѣніе никакихъ свѣдѣній о положеніи нуля шкалы. Понятіе о немъ только усложнило бы разборъ предмета.

$$B = A + \left(\frac{102,73 - 99,28}{2} \right) n = A + 0,0856 \text{ mg.}$$

Точно также для t_0 получаемъ $L = 100,27$ и

$$B = A + \frac{103,80 - 100,27}{2} n = A + 0,0876 \text{ mg.}$$

Принять слѣдуетъ, конечно, среднее:

$$B = A + 0,0866 \text{ mg.}$$

Черезъ повтореніе подобныхъ опредѣленій получается убѣжденіе въ томъ, что указанный путь приводитъ къ болѣе достовернымъ выводамъ, чѣмъ другіе способы, до сихъ поръ примѣнявшіеся.

Въ видѣ реального примѣра возьмемъ одно, случайно избранное, полное взвѣшиваніе, произведенное въ Главной Палатѣ 27 мая 1895 г. В. Д. Сапожниковымъ (листъ 97, первая 7 взвѣш.) и Ф. П. Завадскимъ (листъ 98) при сличеніи фунтовыхъ гирь, находящихся въ работѣ — при пригонкѣ къ истинному вѣсу, такъ что вѣсы А и В около 409,6 гр. При этомъ записаны времена (начиная съ 12 ч. 19 м., которая далѣе означена чрезъ $t = 0$) начала не всѣхъ 14 взвѣшиваній, а только 6-ти (они отиѣчены *), остальные времена разотчены по пропорціи; вѣсы Nemetz; $r = 1,02171 \text{ mg.}$, $r_1 = 1,00911 \text{ mg.}^1$).

Время, минуты:	Нагрузка чашки:	Наблюденыя elongаціи:				Равновѣсіе по X		Среднее приня- тое L_1
		t_1 гтя. пран.	l_1	l_2	l_3	l_4	изъ l_1, l_2, l_3	
1) 0*	A.B	214,35	197,8	213,55	198,6	205,870	205,880	205,875
2) 3,3	A.B + r	269,3	204,4	265,7	208,0	235,324	235,377	235,351
3) 6,6	A.B	216,9	194,9	215,25	195,9	205,472	205,441	205,456
4) 10*	B.A	233,0	198,4	231,0	200,1	215,185	215,136	215,161
5) 14,3	A.B	215,1	196,4	213,95	197,3	205,450	205,406	205,428
6) 18,6	B.A	231,75	199,25	229,9	201,0	215,024	215,025	215,025
7) 23*	A.B	218,5	194,8	216,95	195,95	206,349	206,170	206,210
8) 27*	A.B	213,75	198,6	212,95	199,4	205,944	205,956	205,950
9) 31	B.A	234,55	197,4	232,6	199,3	215,474	215,438	215,456
10) 35	A.B	217,9	198,35	216,75	199,4	207,829	207,820	207,825
11) 39*	B.A	235,7	199,3	233,45	201,25	216,919	216,877	216,898
12) 42,3	A.B	220,8	193,7	219,2	195,05	206,838	206,796	206,817
13) 45,6	A + r, B	168,1	197,25	166,7	194,95	181,585	181,377	181,481
14) 49	A.B	220,4	194,75	219,0	196,0	207,215	207,196	207,206

Для того чтобы найти равновѣсіе L безъ предварительнаго знанія C (убили разнаховъ) и подробнѣе разслѣдовать разсматриваемое взвѣшиваніе, въ таблицѣ даны, по формулѣ X, величины L , отвечающія въ данномъ взвѣшиваніи временамъ l_2 и l_3 . Величина L_1 (разотченная изъ l_1, l_2, l_3) отличается отъ L_2 (изъ l_2, l_3, l_4) при столь малыхъ разнахахъ, какъ здѣсь, преимущественно по причинѣ неизбежныхъ погрѣшностей отчетовъ. Между разностями $L_1 - L_2$ преобладаютъ положительныя (т. е. L_1 болѣе L_2), сумма ихъ = 0,529, а сумма отрицательныхъ = - 0,075; хотя съ вѣсами совершались преиму-

¹⁾ Изъ того, что излагается далѣе, станетъ очевиднымъ, что нѣмѣ въ Главной Палатѣ примѣняются системы болѣе рациональныя, чѣмъ разбраемая, по типу которой собирались первые, предварительныя наблюденія.

цественно измѣненія такого характера, что начальныя равновѣсія были ниже послѣдующихъ. Такъ, для А.В. изъ 205,5 они достигли до 207,8, для В.А. изъ 215,2 до 216,9. Это показываетъ, что въ различіи L_1 и L_2 преобладаютъ погрѣшности отчетовъ. Но въ нихъ содержатся и указанія на общій ходъ измѣненій, совершающихся съ вѣсами, какъ видно изъ того, что когда началось, съ 10-го взвѣшиванія, паденіе равновѣсій (сравнить 10 съ 12),

всѣ L_1 болѣе L_2 . Общее среднее [квадратическое, т. е. $\sqrt{\frac{1}{14} \sum (L_1 - L_2)^2}$] всѣхъ разностей $L_1 - L_2$ не превосходитъ $\pm 0,070 \text{ div.}$, а отчетъ подраздѣлений по шкалѣ производился на глазъ, что и даетъ поводъ ждать въ отчетѣ погрѣшностей отъ 0,15 до 0,05 div., т. е. именно въ среднемъ разбирѣ разностей $L_1 - L_2$. На основаніи этого должно думать, что въ среднихъ величинахъ L , данныхъ въ послѣднемъ столбцѣ, большинство погрѣшностей отчетовъ уничтожилось.

По этой причинѣ для дальнѣйшихъ выводовъ должно пользоваться только средними L , данными въ послѣднемъ столбцѣ ¹⁾.

Взвѣшиваніе А.В. повторено 8 разъ и ясно показываетъ, что отъ $t_1 = 0$ до $t_5 = 14,3$ величина L уменьшается отъ 205,9 до 205,4, а затѣмъ быстро возрастаетъ до $t_{10} = 35$, когда L становится равнымъ 207,8, затѣмъ вновь слабо падаетъ. Особо поучительно для убѣжденія въ необходимости принять во вниманіе уравненіе «времени» или «состоянія», то обстоятельство, что быстрое возрастаніе L , замѣчаемое для А.В., повторяется въ ту же эпоху времени для взвѣшиванія В.А., которое повторено 4 раза и представляетъ отъ $t_4 = 10$ сперва небольшое паденіе до $t_5 = 18,6$, а затѣмъ быстрое возрастаніе отъ 215,5 до 216,9, именно въ эпоху отъ $t_5 = 18,6$ до $t_{11} = 39$. Это совпаденіе паденій и возрастаній L для А.В. и В.А. изображено графически ²⁾ на прилагаемомъ чертежѣ (рис. 1). На немъ ясно, что во время отъ 10 и до 40 и. съ вѣсами совершилась перекѣта такого рода, что она довольно однообразно отразилась какъ на взвѣшиваніяхъ А.В., такъ и на взвѣшиваніяхъ В.А. ³⁾.

¹⁾ Замѣчу при этомъ, что когда размахи малы, какъ въ большинствѣ случаевъ въ рассматриваемыхъ взвѣшиваніяхъ, тогда, повидимому, нѣтъ особой пользы прибѣгать къ расчету по формулѣ X, а изъ ихъ элонгацій получится достаточно точный выводъ при пользованіи II формулою. Такъ, напр., она для 1-го взвѣшиванія даетъ 205,900, а среднее, разотнесенное по X, = 205,875, но иногда, когда въ наблюденныхъ отчетахъ есть довольно нѣжныя погрѣшности или происходятъ быстрые измѣненія «состоянія» вѣсовъ, тогда замѣчаются болѣе ощутимыя разности, напр., для 3-го взвѣшиванія, по II $L = 205,406$, а среднее по X $L = 205,456$. Поэтому, какъ общее правило, можно принять, что при наиболѣе точныхъ наблюденіяхъ слѣдуетъ вести расчетъ L по X, а изъ двухъ получаемыхъ L (при 4-хъ отчетахъ) брать среднее, различіе же двухъ L положить съ одной стороны среднюю погрѣшность отчетовъ, а съ другой — мѣру измѣненія L въ теченіи одного размаха.

²⁾ Для того, чтобы сдѣлать сравненія наглядными, масштабъ этого чертежа должно привести къ тому же, какъ и чертежей 4—7, относящихся къ взвѣшиваніямъ, произведеннымъ въ Международномъ Бюро. При сравненіи чертежей видна степень параллелизма кривыхъ АВ и ВА, а она опредѣляетъ, въ значительной мѣрѣ, степень точности вывода $A - B = x$.

³⁾ Такъ какъ взвѣшиваніе, случайно взятое нами для примѣра, относится къ числу предварительныхъ, т. е. такихъ, въ которыхъ еще не введены всѣ тѣ пріемы, при помощи которыхъ точность можетъ доводиться до крайнихъ предѣловъ, то при немъ не обращено было большаго вниманія на запасъ вре-

Обращаясь къ опредѣленію n , замѣтимъ прежде всего, что при 2-мъ взвѣшиваніи добавочный грузъ былъ положенъ къ B направо, а при 13-мъ взвѣшиваніи къ A на лѣвую чашку (что на вѣсахъ Ненца возможно), такъ что L въ первомъ случаѣ получалось болѣе, чѣмъ при $A.B$ (здѣсь дѣленія идутъ справа налево, такъ какъ прибавка груза на правой чашкѣ увеличиваетъ показаніе шкалы), а во второмъ — менѣе, чѣмъ при $A.B$. Это ведетъ къ тому, что, не смотря на нѣкоторую неправильность положенія шкалы этихъ вѣсовъ, средняя чувствительность должна выйти соответствующею тѣмъ дѣ-

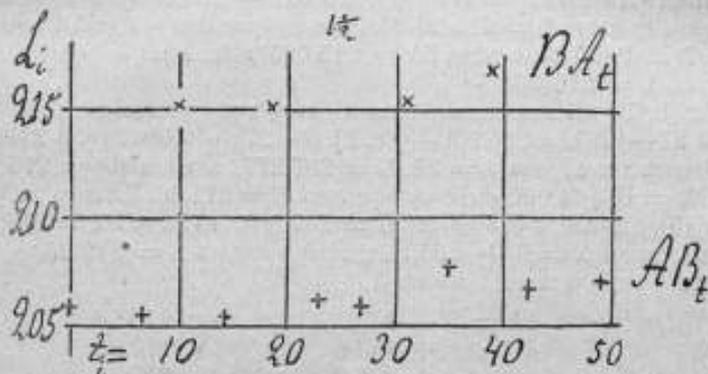


Рис. 1. По оси абсцисс отложены времена (минуты), а по оси ординатъ равновѣсія L по шкалѣ, при грузахъ BA и AB .

леніямъ шкалы, которыя опредѣляютъ L при $A.B$. Изъ взвѣшиваній 1, 3 и 5 получаемъ 2 уравненія «состоянія» для $A.B$:

$$(A.B, t_0-14 \text{ м.}) L_1 = 205,875 - 0,0912t + 0,0042t^2 \quad (1)$$

Отсюда при $t_2 = 3,3$ для $A.B$ $L = 205,620$, но въ то же время для $A.B + 1,02171 \text{ mg.}$ $L = 235,951 \text{ div.}$, отсюда $n = 0,03369 \text{ mg.}$ для среднего $L = 220,8$. Точно также для другого конца:

$$(A.B, t_{35}-49) L_2 = 207,825 - 0,2323(t-35) + 0,0121(t-35)^2 \quad (2)$$

Отсюда для $A.B$ при $t = 45,6$ $L = 206,722$, а такъ какъ въ то же время $A + 1,00911 \text{ mg.}$ $B = 181,481$, то $n = 0,03998 \text{ mg.}$ для среднего $L = 194,1$. Считаю, что дѣленія шкалы возрастаютъ правильно (отъ права налево), получивъ въ миллиграммахъ:

$$n = 0,03859 - 0,0002356(L - 200), \quad (3)$$

что должно быть близко къ истинѣ для L отъ 190 до 220¹⁾, т. е. для тѣхъ

меня и я думаю, судя по формѣ кривыхъ $A.B$ и $B.A$, что въ опредѣленіи времени, принятыхъ въ расчетъ, содержится довольно значительная погрѣбность, особенно потому, что минимумы въ $A.B$ и $B.A$ не совпадаютъ.

¹⁾ При другихъ подобныхъ опредѣленіяхъ для вѣсовъ Ненца всегда получается приблизительно $n = 0,038 - 0,00015(L - 200)$. Это можно объяснить, допуская, что угловая величина дѣленій при возрастаніи нумерація шкалы уменьшается такъ, что разстояніе отъ 154,2 до 165,8 равно разстоянію отъ 235,8 до 244,2, или разстоянію между 195 и 205 дѣленіями, то-есть, принявъ

L_1 , которые отвѣчаютъ АВ и ВА. Для опредѣленія разности взвѣшиваній А.В и В.А въ этой системѣ имѣется много способовъ, потому что то и другое взвѣшивание повторилось нѣсколько разъ. Сперва мы пойдемъ путемъ отысканія уравненій состоянія А.В по тремъ ближайшимъ L . Изъ 3, 5 и 7 взвѣшиваній получаемъ:

$$(AB, t 7-23) L_1 = 205,456 - 0,04755(t-6,6) = 0,005703(t-6,6)^2 \dots (4)$$

Отсюда АВ при $t = 10$ равносильно $L = 205,360$, а въ то же время ВА = 215,161, откуда $A = B + \frac{1}{2}(215,161 - 205,360) = B + 4,900$ divis. при среднемъ $L = 210,26$. Изъ того же уравненія (4) для АВ, при $t = 18,6$, $L = 205,707$, а тогда ВА = 215,025, слѣд. $A = B + 4,659$ divis. при сред. $L = 210,36$.

Изъ 8, 10 и 12 взвѣшиваній для АВ получаемъ уравненіе:

$$(AB, t 27-42) L_1 = 205,950 + 0,4291(t-27) - 0,02434(t-27)^2 \dots (5)$$

Отсюда для АВ, при $t = 31$, $L = 207,277$, а тогда ВА = 215,456, слѣд. $A = B + 4,090$ divis. при среднемъ $L = 211,36$. Изъ того же уравненія (5) для АВ, при $t = 39$, $L = 207,594$, а тогда ВА = 216,898, слѣдовательно, $A = B + 4,652$ divis. при среднемъ $L = 212,25$.

Эти четыре сравненія даютъ:

$A = B + 4,900$	при 210,26
» + 4,659	» 210,36
» + 4,090	» 211,36
» + 4,652	» 212,25

$$\text{Среднее } A = B + 4,575 \text{ div. при } L = 211,06.$$

А такъ какъ при $L = 211,06$ значеніе 1 divis. или $n = 0,03598$ mg. (по ур. 3), то средній результатъ по этому приему даетъ:

$$A = B + 0,1646 \text{ mg.}$$

Но къ этимъ равенствамъ, для возможнаго устраненія всякихъ необходимыхъ погрѣшностей (отчета и расчета), полезно присоединить еще такое же ихъ число, составивъ уравненія «состоянія» для ВА. Изъ 4, 6 и 9 взвѣшиваній для ВА имѣемъ:

$$(BA, t 10 - 31 \text{ м.}) L_1 = 215,161 - 0,03652(t-10) + 0,002408(t-10)^2 \dots (6)$$

Изъ 6, 9 и 11 взвѣшиваній для АВ имѣемъ:

$$(BA, t 19 - 39) L_1 = 215,025 - 0,05366(t-18,6) + 0,007131(t-18,6)^2 \dots (7)$$

длинну 1 дѣленія при 200 за норму или 1, получимъ, что при 160 дал. длина = 1,16, а при 240 равна 0,84. На основаніи этого можно составить таблицу поправки для каждаго дѣленія шкалы, какъ о томъ говорится далѣе. Считаю необходимымъ замѣтить, что въ августѣ 1893 г. О. П. Завадскій и В. Д. Савосжииковъ перенесли въ вѣсахъ Немца какъ установку шкалы, такъ и отражающія зеркала, замѣнивъ ихъ призмами, и тогда показанія шкалы стали болѣе правильными, но предъ организаціею окончательныхъ взвѣшиваній все же шкала будетъ вновь вымѣрена (калибрована) по способу, упоминаемому въ дальнѣйшемъ изложеніи.

Для $t = 14,3$ при грузѣ АВ равновѣсіе = 205,428, а для того же времени, по (6), нагрузка ВА отвѣчаетъ $L = 215,048$, откуда $A = B + 4,810 \text{ div.}$ при средн. $L = 210,24$. Для $t = 23$ по (6) $L = 215,093$, а по (7) = 214,927, принимаемъ среднее для ВА $L = 215,010$, а такъ какъ въ то же время ($t = 23$) АВ = 206,210, то выводимъ $A = B + 4,400 \text{ div.}$ при среднѣмъ $L = 210,61$. Точно также для $t = 27$ по (6) $L = 215,236$, по (7) $L = 215,078$ ¹⁾, среднее для ВА и $t = 27$ получится 215,157, а въ то же время для АВ равновѣсіе $L = 205,950$, следовательно: $A = B + 4,603 \text{ div.}$ при среднѣмъ $L = 210,55$. Наконецъ, для $t = 35$, по (7), для ВА получаемъ $L = 216,063$, а такъ какъ для $t = 35$, грузомъ АВ отвѣчаетъ $L = 207,825$, то $A = B + 4,119 \text{ div.}$ при средн. $L = 211,94$. Сводя эти четыре вывода, получаемъ:

$A = B + 4,810 \text{ div.}$	при $L = 210,24$
» $+ 4,400$ » »	» 210,61
» $+ 4,603$ » »	» 210,55
» $+ 4,119$ » »	» 211,94

Среднее $A = B + 4,483 \text{ div.}$ при $L = 210,83$.

При $L = 210,83$ по (3) $\mu = 0,03604 \text{ mg.}$, а потому:

$$A = B + 0,1616 \text{ mg.}$$

Сравнивая съ предшествующимъ выводомъ

$$A = B + 0,1646 \text{ mg.}$$

видимъ, что разность сводится лишь на тысячные доли миллиграмма. Общій средній выводъ:

$$A = B + 0,1631 \text{ mg.}$$

должно считать гораздо болѣе достовернымъ, чѣмъ прямой выводъ по среднимъ (АВ изъ 3, 5, 7, 8, 10 и 12 = 206,281 и ВА изъ 4, 6, 9 и 10 = 215,635, т. е. $A = B + 4,677 \text{ div.}$), который даетъ $A = B + 0,1723 \text{ mg.}$ (потому что среднее $\mu = 0,036835 \text{ mg.}$). Разность такого вывода отъ болѣе точнаго достигаетъ здѣсь 0,0092 mg., въ другихъ же случаяхъ составляетъ иногда и нѣсколько сотыхъ миллиграмма, а потому при наиболѣе точныхъ взвѣшиваніяхъ тотъ трудъ, который сопряженъ съ болѣе сложнымъ расчетомъ, т. е. съ отысканіемъ уравненій «состоянія» вѣсовъ, вознаграждается болѣею вѣролпвостію результата и чрезъ это сокращаетъ число необходимыхъ повтореній, притомъ и весь расчетъ вывода очень упрощается: 1) когда промежутки времени между единичными взвѣшиваніями дѣлаются одинаковыми и 2) когда при этомъ вѣсето многихъ отдѣльныхъ разностей АВ_i — ВА_i рассчитывается сразу одна разность площадей, ограниченныхъ параболой АВ_i и ВА_i, какъ это будетъ далѣе показано въ прилѣгахъ.

На основаніи указанныхъ наблюденій, соображеній и приемовъ, я составилъ слѣдующій общій планъ для возможно точныхъ взвѣшиваній, когда сравниваются грузы А и В и находится ихъ разность $A - B = x$.

¹⁾ Разности, подобныя здѣсь встрѣчающимся, очевидно, опредѣляются преимущественно погрѣбностями отчетовъ, которые, однако, въ общихъ среднихъ выводахъ должны почти уничтожаться.

1) Преимущественное стараніе должно направить на то, чтобы устранить всякія постороннія вліянія на вѣсы, особенно же боковыя, т. е. дѣйствующія на одно изъ плечъ коромысла. Къ числу такихъ вліяній, несомнѣнно, относятся всякіе источники свѣта и тепла. Поэтому, если что-либо приходится лично совершать около самихъ вѣсовъ (например, центрированіе груза на чашкахъ, замѣну однихъ добавочныхъ грузовъ другими, перестановку гирь съ одной подставки на другую и т. п.), необходимо послѣ того оставить вѣсы съ нагрузкою въ покоѣ на нѣсколько часовъ до начала взвѣшиваній. Источники свѣта, служащіе для освѣщенія шкалы, не только должны быть по возможности удалены отъ вѣсовъ, но и расположены симметрично въ отношеніи къ коромыслу, отдѣлены отъ него металлическими (распредѣляющими равномерно) и иными экранами и закиданы за нѣкоторое время до начала взвѣшиваній, чтобы тепло ихъ успѣло распредѣлиться съ возможною равномерностію. Опытъ показываетъ, что незначительныя прямые лучи отъ небольшой электрической лампы, отстоящей на нѣсколько метровъ отъ коромысла, попадаая въ вѣсовую шкафу, явно уже содѣйствуютъ быстрымъ переѣздамъ въ «состояніи» вѣсовъ. Наилучшіе результаты могутъ получаться только тогда, когда въ данной системѣ взвѣшиванія всѣ небольшія и неизбѣжныя на дѣлѣ измѣненія вѣсовъ совершаются съ постепенностію и правильностію, такъ что одно уравненіе «состоянія» становится примѣнимымъ къ значительному числу слѣдующихъ другъ за другомъ взвѣшиваній ¹⁾.

2) Предъ производствомъ наиболее точныхъ взвѣшиваній не только вѣсы должны быть по возможности вывѣрены въ обычномъ смыслѣ (например, средняя площадна, на которой покоится средняя призма вѣсовъ, установлена горизонтально, длина плечъ и ихъ моменты по возможности уравнены, чувствительность доведена до желаемой мѣры и т. п.), но и необходимо вывѣрить кажущіяся въ трубу дѣленія шкалы ²⁾ въ отношеніи ихъ равенства, такъ какъ при косвенномъ положеніи шкалы или при неправильности въ положеніи отражающихъ (зеркала) и преломляющихъ (стекла въ ящикѣ вѣсовъ и въ отчетной трубѣ) срединъ, при помощи которыхъ производится отчетъ, равныя дѣленія шкалы будутъ казаться убывающими къ одному концу и прибывающими къ другому концу шкалы. Такъ какъ исправленіе подобнаго, очень обыкновеннаго, недостатка вѣсовъ, при помощи улучшенія установки шкалы,

¹⁾ Исследуя сдѣланныя до сихъ поръ въ Главной Палатѣ взвѣшиванія, я пробовалъ находить одно общее выраженіе измѣненія состоянія вѣсовъ, напримеръ, если для данныхъ временъ:

$$\begin{aligned} AB_1 &= L_1 + a_1 t + b_1 t^2, \\ BA_1 &= L_2 + a_2 t + b_2 t^2, \end{aligned}$$

то можно найти среднее измѣненіе, даже прямо взявъ средніе изъ a и a_1 , изъ b и b_1 . Но этотъ и равныя другіе способы подобныхъ расчетовъ уменьшаютъ вѣроятность средняго вывода сравнительно съ тѣмъ, чего можно достигъ принятыми мною способами. Такимъ образомъ, послѣ многихъ пробъ, я убѣдился, что кривыя AB_1 и BA_1 въ хорошихъ взвѣшиваніяхъ сходственны, но брать изъ нихъ среднюю кривую значитъ портить выводъ. Притомъ тѣ способы которыми ведутся всѣ наши расчеты, относящіеся къ «состоянію» вѣсовъ, отличаются выгладностію и въ этомъ отношеніи только при дальнѣйшихъ успѣхахъ дѣла могутъ потребоваться новыя болѣе совершенныя способы расчета.

²⁾ Простая вывѣрка дѣленій самой шкалы, если въ ней, какъ обыкновенно, нѣтъ грубыхъ погрѣшностей, ничего не даетъ. Отчетъ дается по видимому въ трубу, отраженному изображенію шкалы и вывѣрять слѣдуетъ его одно.

не всегда удается (ибо часть неправильностей зависитъ часто отъ установки зеркала или призмы на коромысла вѣсовъ и т. п.), то должно составить таблицу поправокъ показаній шкалы, чтобы по сдѣланнымъ отчетамъ знать истинный отчетъ шкалы l , который одинъ и долженъ входить во все дальнѣйшее расчеты, что особо важно при опредѣленіи чувствительности, которое входитъ въ полную систему всякаго точнаго вѣзвѣшиванія. При составленіи таблицы такой исправленной шкалы, очевидно, должно избрать какое-либо дѣленіе, при которомъ шкалы совпадаютъ, т. е. $l_0 = s_0$. Лучшее всего для этого избрать одно изъ среднихъ главныхъ дѣленій, близкое къ положенію, такъ называемому, нуля шкалы, отвѣчающаго равенству нагрузокъ и моментовъ, напр. въ вѣсахъ Пейца въ Главной Палатѣ (стр. 41) принять $l_0 = s_0 = 200$, а въ вѣсахъ Рупрехта 100. Это условіе доставляетъ одно изъ уравненій, необходимыхъ для составленія таблицы поправокъ. Допустивъ это совпаденіе, для возможности простаго рѣшенія задачи, очевидно, должно допустить, что новою однообразною единицею для дѣленій шкалы должно служить среднее же дѣленіе шкалы около l_0 или s_0 , т. е. $\frac{d(l)}{ds}$ принять при s_0 равнымъ единицѣ. Это даетъ второе уравненіе, если мы выразимъ l какъ функцію s (s кажущееся дѣленіе шкалы, l исправленное), т. е. примемъ:

$$l_1 = A + Bs_1^2 + Cs_1^3 + Ds_1^4 + \dots \quad (a)$$

$$dl/ds = B + 2Cs + \dots$$

Чтобы найти параметры $A, B, C \dots$, должно, сверхъ того, калибровать изображеніе шкалы, приближая неизмѣнныя мѣрки. Для этого можетъ служить разстояніе между двумя нитями, равно удаленными отъ центра, въ окулярѣ отчетной трубы, если она снабжена окулярною сѣткою паутинъ (или окулярнымъ микрометромъ), а при отсутствіи такого приспособленія, изображеніе другой шкалы, видимое чрезъ тѣ же оптическіе приборы и налегающее на изображеніе отчетной шкалы. Можно, конечно, измѣрять угловое разстояніе истинныхъ дѣленій s_1 отъ s_0 , но это сложно и требуетъ вывѣреннаго окулярнаго микрометра. Проще поступать такъ: нѣкоторымъ опредѣленнымъ разстояніемъ добавочной шкалы и тѣмъ или инымъ разстояніемъ двухъ нитей окуляра измѣрять кажущіеся отчеты шкалы въ разныхъ ея мѣстахъ, заставляя при помощи грузовъ и арретира коромысло вѣсовъ принимать разныя положенія. Очевидно, что эти разстоянія, наблюдаемые по шкалѣ s , будутъ представлять на истинной шкалѣ равныя (но неизвѣстныя) разности дѣленій l . Допустимъ, что такихъ измѣреній сдѣлано 2: одно въ лѣвой части шкалы отъ s_1 до s_2 и одно съ праваго конца шкалы отъ s_3 до s_4 . Это наблюденіе даетъ еще одно уравненіе для составленія таблицы поправокъ и позволяетъ опредѣлить по (a) три постоянныхъ A, B, C .

Такихъ образомъ составляются слѣдующія равенства:

$$\text{Вообще:} \quad l_1 = A + Bs_1 + Cs_1^2 \dots \quad (б)$$

$$\text{а въ частности: 1) } l_0 = A + Bs_0 + Cs_0^2 \dots \quad (в)$$

$$2) \quad l = B + 2Cs_0 \dots \quad (г)$$

$$3) \quad B(s_1 - s_2) + C(s_1^2 - s_2^2) = B(s_3 - s_4) + C(s_3^2 - s_4^2) \dots \quad (д)$$

изъ этихъ трехъ уравненій опредѣляются A, B и C . Напримеръ, пусть дано (какъ на стр. 43, выноска 1) изъ опыта, что $s_1 = 244,2, s_2 = 235,8,$

$s_2 = 165,8$ и $s_3 = 154,2$, и примемъ, что $s_0 = l_0 = 200$. Три уравненія будутъ:

- 1) $200 = A + B \cdot 200 + C (200)^2$
- 2) $1 = B + C \cdot 400$
- 3) $B \cdot 8,4 + C \cdot 4032 = B \cdot 11,6 + C \cdot 3712$

Откуда находимъ: $A = 80$, $B = 0,2$, $C = 0,002$. По уравненію:

$$C_1 = 80 + 0,2 s_1 + 0,002 s_1^2$$

составляется таблица:

Кажущіяся дѣленія	s_1	140	170	200	230	260
Истинныя дѣленія	l_1	147,2	171,8	200	231,8	267,2
Поправка	$l_1 - s_1$	+ 7,2	+ 1,8	0	+ 1,8	+ 7,2

При указанныхъ условіяхъ всегда поправка направо и налѣво отъ s_0 будетъ одна и та же. Для доказательства опредѣлимъ поправку (т. е. то, что должно придать къ s_1 , чтобы получить l_1).

Такъ какъ изъ уравненій (г) и (в):

$$s_0 = A + (1 - 2 C s_0) s_0 + C s_0^2,$$

то, опредѣливъ отсюда A , по (б) и (г), имѣемъ

$$l_1 = s_0 - (1 - 2 C s_0) s_0 - C s_0^2 + (1 - 2 C s_0) s_1 + C s_1^2,$$

откуда: $l_1 - s_1 = C (s_0 - s_1)^2$, т. е. поправка шкалы ($l_1 - s_1$) не зависитъ отъ знака разности $s_0 - s_1$, а зависитъ только отъ ея абсолютной величины. Поэтому такую поправку можно назвать «симметрическою». Это облегчаетъ расчетъ поправокъ и въ большинствѣ случаевъ должно быть достаточно для приведенія кажущихся дѣленій шкалы s_1 къ истиннымъ l_1 . Если же по опыту (взявъ различныя области или части шкалы) окажется, что такой способъ исправленія шкалы недостаточенъ, вслѣдствіе накопленія разныхъ погрѣшностей въ показаніи шкалы или ея неправильнаго дѣленія, тогда должно прибѣгнуть къ полной калибраціи всѣхъ дѣленій шкалы, хотя здѣсь и будетъ въ обычныхъ случаяхъ достаточно немногихъ сравненій одною мѣрою, напр.: двумя нитями окуляра: отъ s_0 до s_1 , отъ s_2 до s_3 , и отъ s_3 до s_4 . Если положить $s_0 = l_0$ и $s_4 = l_4$, получится поправка для s_1 , s_2 и s_3 , что совершенно достаточно для небольшого размѣра шкалы и для той степени точности, какой можно достигать при записи элонгацій вѣсовыхъ колебаній. Пусть, напр., получатся отчеты на двухъ нитяхъ окуляра: отъ 106,0 до 130,2, отъ 130,2 до 153,9, отъ 153,9 до 176,8 и отъ 176,8 до 200,0. Если дѣленія 106 и 200 сохранять (для нихъ $s = l$), то $1/4$ этого разстоянія = 23,5 дѣленіямъ неправильной шкалы, слѣдовательно:

s	106,0	130,2	153,9	176,8	200,0
l	106,0	129,5	153,0	176,5	200,0
поправка $l - s$	0	-0,7	-0,9	-0,3	0

Для промежуточныхъ дѣленій должно принять промежуточныя, пропорціональныя поправки. Однако, я полагаю, что въ большинствѣ случаевъ будетъ достаточно вышеупомянутой (симметрической отъ s_0) поправки.

Если же поправка «симметрична» и s_0 совпадаетъ съ равновѣсіемъ l , то, очевидно, что отчеты по s дадутъ то же l , какъ и по исправленнымъ пока-

зависимъ шкалы l . Спрашивается, что будетъ, если L не совпадаетъ съ s_0 ? Положимъ для простоты соображеній, что расчетъ ведется по 3 элонгациямъ s_1, s_2, s_3 и принято опредѣлять равновѣсіе по формулѣ $\frac{1}{4}(s_1 + 2s_2 + s_3)$, а $l = A + Bs_1 + Cs_2$. Предположимъ, что всѣ элонгации лежатъ по одну сторону отъ s_0 (это наиболѣе невыгодное ихъ положеніе), т. е. всѣ a положительны и означимъ чрезъ a_1 разность $s_0 - s_1$, чрезъ $a_2 = s_0 - s_2$ и чрезъ a_3 разность $s_0 - s_3$. Поэтому $l_1 = s_1 + a_1^2 C$ и т. д. Поэтому истинное равновѣсіе $L = \frac{1}{4}(l_1 + 2l_2 + l_3) = \frac{1}{4}(s_1 + 2s_2 + s_3) + \frac{C}{4}(a_1^2 + 2a_2^2 + a_3^2)$. Если бы расчетъ равновѣсія прямо по показаніямъ шкалы и полученный выводъ исправить на шкалу, то получилось бы $\frac{1}{4}(s_1 + 2s_2 + s_3) + \frac{C}{4}(a_1 + 2a_2 + a_3)^2$. Разность этого числа отъ истиннаго $\frac{C}{2}[a_1(a_1 + a_2) + a_2(a_1 + a_2) + a_3(a_1 + a_2)]$. Разность эта очень велика, а потому *всѣ наблюдаемыя показанія шкалы s , должны быть исправлены, т. е. переведены въ l раньше расчета равновѣсія L* . Особенно же велика будетъ погрѣшность отъ неточности шкалы при опредѣленіи чувствительности вѣсовъ. Поэтому въ дальнѣйшемъ изложеніи мы станемъ предполагать, что всѣ показанія шкалы уже исправлены въ отношеніи къ неточностямъ кажущихся дѣленій шкалы при помощи таблицы поправки или калибраціи шкалы ¹⁾.

3) Въ каждомъ единичномъ взвѣшиваніи должно наблюдать не болѣе 4 элонгаций, а выводъ дѣлать изъ 3-хъ по X:

$$L_1 = \frac{1}{4} \left(l_1 + 2l_2 + l_3 - \frac{(l_1 - l_3)^2}{l_1 - 2l_2 + l_3} \right)$$

$$L_2 = \frac{1}{4} \left(l_2 + 2l_3 + l_1 - \frac{(l_2 - l_1)^2}{l_2 - 2l_3 + l_1} \right)$$

Среднее изъ L_1 и L_2 дастъ искомое L , относящееся ко времени среднему между l_2 и l_3 . Сличеніе L_1 съ L_2 — поучительно, но для сокращенія времени всей системы взвѣшиваній и для болѣе точнаго нахожденія функціи времени или измѣненія «состоянія» вѣсовъ должно стремиться къ уменьшенію числа наблюдаемыхъ элонгаций до двухъ, опредѣляя L по IX,

$$L = \frac{Cl_2 + l_1}{C + 1},$$

для чего могутъ служить опредѣленія C , произведенныя послѣ выполненія всѣхъ взвѣшиваній системы. Повторенный опытъ можетъ рѣшить, что выгоднѣе для полученія наиболѣе согласныхъ результатовъ: наблюденіе ли 4-хъ, 3-хъ или только 2-хъ элонгаций, такъ какъ при этихъ способахъ погрѣшности отчетовъ входятъ въ различную мѣрѣ ²⁾.

¹⁾ Поправку этого рода, сколько мнѣ известно, донынѣ не производили и я убѣжденъ, что ея введеніе окажетъ не малое вліяніе на точность результатовъ метрологическихъ взвѣшиваній.

²⁾ Погрѣшность отчета, въ среднемъ, едва ли можетъ производять въ L разности большія $\pm 0,2$ div. даже при отчетѣ двухъ элонгаций, въ періодъ же времени отъ одного до другаго, рядомъ стоящаго, взвѣшиванія, содержащаго 4l, разность L рѣдко бываетъ менѣе $\pm 0,5$ div. (во взвѣшиваніяхъ же Международнаго Бюро рѣдко менѣе 1 div.), а потому, я думаю, что опытъ дастъ

Послѣ записи одной изъ элонгацій, напр. послѣ 2-й, слѣдуетъ отиѣтить время t , по возможности въ моментъ прохожденія чрезъ точку шкалы, близкую къ средней колебаній, которая будетъ уже очевидна, если запись двухъ элонгацій сдѣлана. Если запись времени будетъ сдѣлана послѣ третьей или четвертой элонгацій, то, вычитая время одного или двухъ размаховъ, узнаемъ время среднее между t_1 и t_2 , которое и будетъ среднимъ временемъ взвѣшиванія, когда наблюдаются 4 элонгаціи. Для сокращенія и упрощенія всякаго рода расчетовъ, сопряженныхъ съ отысканіемъ уравненій «состоянія» вѣсовъ и съ нахожденіемъ отвѣчающихъ имъ равновѣсій для промежуточныхъ взвѣшиваній, весьма полезно достигать того, чтобы промежутки между взвѣшиваніями были одинаковы, если практическія условія не представятъ къ тому большихъ препятствій ¹⁾.

4) Прибавкою къ А или В небольшихъ определенныхъ грузовъ, вѣсъ которыхъ заранее точно взвѣсится ²⁾ и определится предварительными пробами, должно по возможности довести нагрузки чашекъ до полного равенства, чтобы при переимѣнѣ А. В въ В. А происходила лишь незначительная переимѣна въ равновѣсіи. А такъ какъ заранее грузы чашекъ и длины плечъ коромысла вѣсовъ, назначенныхъ для точныхъ взвѣшиваній, должны быть доведены до возможнаго равенства, то равновѣсія L_{AB} при положеніи А. В и L_{BA} при положеніи В. А будутъ мало отличаться отъ средняго положенія уравновѣшеннаго коромысла (или отъ, такъ называемаго, нуля шкалы). Все это (равно и 5 и 6) необходимо, для точности результата, преимущественно: а) для того, чтобы при составленіи уравненія $B = A + x$ доля вѣса x , опредѣляемая по шкалѣ вѣсовъ полуразности равновѣсій L_{AB} и L_{BA} , относилась бы только къ такимъ мелкимъ (не болѣе 0,2 мг.) или дробнымъ частямъ вѣса, которые не могутъ быть прямо опредѣлены гириями ³⁾, такъ какъ всѣ сужденія, основанныя на пропорціональности приращеній вѣса съ приращеніемъ показаній шкалы вѣсовъ, можно считать въ практикѣ взвѣшиваній совершенно точными лишь при условіи очень малыхъ угловъ или очень малыхъ угловыхъ разностей и б) для того, чтобы во всѣхъ взвѣшиваніяхъ всѣ равновѣсія L_i , отвѣчающія принятой системѣ взвѣшиваній, приходились недалеко отъ одного и того же мѣста шкалы, такъ какъ въ установкѣ шкалы не можетъ быть соблюдена полная пропорціональность между показаніями шкалы и тангенсами угловъ отклоненія, а при устройствѣ и установкѣ вѣсовъ невозможенъ ни совершенный параллелизмъ осей вращенія (или опоръ, ре-

наиболѣе согласные (при повтореніи) результаты при опредѣленіи лишь 2-хъ элонгацій, особенно съ такими вѣсами, въ которыхъ промежуточные дѣйствія (смена грузовъ АВ въ ВА и положеніе τ) занимаютъ малое время. Съ вѣсами Рупрехта эти промежуточные дѣйствія занимаютъ болѣе времени, чѣмъ требуется для отчета 4-хъ элонгацій, для вѣсовъ Немца это время короче.

¹⁾ Давѣ даны полныя формулы всѣхъ расчетовъ, основанныхъ на одинаковости промежуточныхъ времени между двумя взвѣшиваніями принятой системы.

²⁾ На вѣсахъ съ очень легкимъ коромысломъ и хорошаго устройства (особенно окруживъ коромысло мѣдною рамою, какъ упомянуто на стр. 176, во 2-й части «Временника»), легко можно взвѣшивать миллиграммы, съ точностію до десятитысячныхъ долей миллиграмма.

³⁾ Очень мелкія гири, особенно менѣе 0,2 мг., очень мало удобны для практики, но практически легко восполнять гириями и очень малыми разностями вѣса, пользуясь дифференціальными грузами: кладя, напр., на одну чашку гирию въ 1 мг., а на другую чашку гирию въ 1,1 мг.

беръ или острiевъ призъмъ или ножей—средняго и боковых), ни нхъ полная горизонтальность, что необходимо для полноты указанной пропорціональности. Говоря короче: шкалы отчетовъ или та часть ея, которою пользуются, должна быть по возможности каза, чѣмъ меньше—тѣмъ лучше—для точности вывода.

5) Размахи колебаній при всѣхъ взвѣшиваніяхъ должно стараться сдѣлать какъ можно меньшими. Если предположимъ—что недалеко отъ нормы—что путь отъ глаза до зеркала, прикрѣпленнаго на коромыслѣ, а отъ него до шкалы, прихѣрно, равенъ 6 метрамъ, то каждая минута дуги круга отвѣчаетъ почти 1,75 мм. и если дѣленія шкалы навесены чрезъ 2 мм., то 1^{div.} соответствуетъ почти 68,7 секундамъ дуги, а такъ какъ при достаточномъ увеличеніи трубы полную точность отчитыванія можно довести, прихѣрно, до

$\frac{1}{12,5}$ дѣленія, то есть до 0,16 мм., то можно принять, что на современныхъ точныхъ вѣсахъ можно опредѣлять уклоненія коромысла на 5 секундъ дуги. Если размахи въ данной системѣ взвѣшиванія ограничить уклоненіями въ обѣ стороны на 25—30 дѣленій, то область качаній ограничится, прихѣрно, однимъ градусомъ дуги. При такихъ размахѣхъ размаховъ показанія шкалы или тангенсы угловъ уклона совпадаютъ, въ предѣлѣ точности отчетовъ, съ дугами окружности при радиусѣ 6000 мм. ($\text{tang. } 1^\circ = 104,76 \text{ мм.}$, или $52,38^{\text{div.}}$, а дуга круга въ $1^\circ = 104,72 \text{ мм.}$, или $52,36^{\text{div.}}$, разность 0,04 мм. или 0,02 div.—отчетовъ не опредѣлима). Если при этомъ шкала или ея изображеніе не будетъ перпендикулярна къ лучу зрѣнія, идущему въ отчетную трубу, то необходимо ввести поправку, которая была бы также нужна, если бы дѣленія шкалы были неодинаковы, а постепенно измѣнялись бы въ размахѣ. Но неравномѣрность этого рода станетъ незначительною и выйдетъ въ предѣлы неизбежныхъ погрѣшностей отчета, если съ одной стороны наклонность шкалы, какъ это и бываетъ въ дѣйствительности, невелика, а съ другой стороны, если всѣ размахи будутъ невелики и отчеты будутъ приходиться на небольшую (среднюю) часть шкалы. Вліяніе погрѣшностей этого рода особенно значительно при опредѣленіи «чувствительности» n , какъ это указано въ разобранномъ выше прихѣрѣ (стр. 43).

6) Одну изъ важныхъ частей точныхъ взвѣшиваній составляетъ опредѣленіе «чувствительности вѣсовъ» n , т. е. числа миллиграммовъ или долей ихъ, отвѣчающихъ одному дѣленію шкалы. Очевидно, что $n = \frac{r}{q}$, гдѣ r есть опредѣленный, извѣстный добавочный грузъ, прихѣренный для опредѣленія чувствительности, а q число дѣленій, на которое измѣняется равновѣсіе при данной нагрузкѣ чрезъ прибавку груза r . Не останавливаясь надъ теоріею «чувствительности вѣсовъ», можно взглянуть на дѣло съ чисто практической стороны. Даны два груза, напр. двѣ гири M и N , надо найти ихъ уравненіе, т. е. опредѣлить y въ уравненіи: $M = N + y$. Для этого по предварительному взвѣшиванію къ M или N или къ нимъ обоимъ добавляются опредѣленные грузы a и b , пока не получится почти полное равенство вѣса и составятся нагрузки: A и B . Если $A = M + a$ и $B = N + b$, то найдя уравненіе $B = A + x$, мы, очевидно, узнаемъ уравненіе $M = N + y$, если a и b извѣстны. Такимъ образомъ дѣло точнаго взвѣшиванія сводится во всякомъ случаѣ къ сличенію грузовъ A и B , различающихся лишь очень незначительно другъ отъ друга. Въ этомъ отношеніи, при современной степени совершенства

вѣсовъ, желательнo, чтобы разность x была во всякомъ случаѣ менѣе 1 mg., а лучше если она не болѣе 0,2 mg., что практически легко и достижимо. Величина x , выраженная въ дѣленіяхъ шкалы, найдется изъ двухъ взвѣшиваній $A. B$ и $B. A$, потому что $x = \frac{1}{2}(L_{AB} - L_{BA})$, судя по XII bis. (0 знакъ этой разности, + или — говорится далѣе). Умножая эту полуразность отчетовъ AB и BA на «чувствительность» n , получимъ x въ миллиграммахъ. А такъ какъ $n = \frac{r}{q}$, гдѣ q есть разность равновѣсій $A.B$ и $A.B + r$ (или $A + r. B$), то:

$$x = \frac{L_{AB} - L_{BA}}{L_{AB+r} - L_{AB}} \cdot \frac{r}{2},$$

то есть разность $A - B$ опредѣляется тѣмъ точнѣе, чѣмъ она абсолютно менѣе или чѣмъ менѣе разность равновѣсій $AB - BA$ отличается отъ разности равновѣсій $BA + r - AB$, если r извѣстно съ полною точностію. Сущность дѣла основана на пропорціонности между измѣненіемъ разностей грузовъ и отвѣчающихъ имъ показаній шкалы. Эта пропорціональность тѣмъ допустимѣе, т. е. x тѣмъ точнѣе выразится въ отношеніи къ r , чѣмъ болѣе x приближается или къ нулю, или къ r , то есть чѣмъ менѣе разность L_{AB} отъ L_{BA} или чѣмъ ближе она къ разности L_{AB} отъ L_{AB+r} . Измѣняя добавочные грузы a , b и r (для чего должно имѣть значительный запасъ хорошо изученныхъ малыхъ грузовъ), легко воспользоваться этимъ замѣчаніемъ. Во всякомъ случаѣ, чтобы не выходить изъ определенной небольшой части шкалы, грузъ r должно брать возможно малый и прикладывать его должно къ тому изъ грузовъ A или B , который легче. Держась этихъ легко выполнимыхъ правилъ, можно довольствоваться въ системѣ взвѣшиваній однимъ опредѣленіемъ чувствительности, наблюдая L при нагрузкѣ $A. B + r$ (или $A + r. B$), особенно если предварительныя, также легко и прямо производимыя, наблюденія покажутъ, что дѣленія шкалы по всей ея длинѣ одинаковы. Если же этого нѣтъ, и относительныя размѣры дѣленій неизвѣстны, тогда полезно произвести два измѣренія чувствительности. Если на вѣсахъ имѣется устройство (таковы въ Главной Палатѣ вѣсы Нейца) для наложенія (механически, издали) добавочнаго груза на обѣ чашки, тогда одно наблюденіе надо сдѣлать кладя r на лѣвую чашку, а другое — накладывая r , на правую чашку. Если же добавочный грузъ r можно прикладывать издали только на одну чашку вѣсовъ (какъ сдѣлано на вѣсахъ Рупрехта, имѣющихся въ Главной Палатѣ), то первое опредѣленіе слѣдуетъ сдѣлать при взвѣшиваніи AB (т. е. опредѣлить $A. B + r$), и второе при взвѣшиваніи $B. A$ (т. е. опредѣлить L при нагрузкѣ $B. A + r$). Этимъ путемъ, какъ показаво на примѣрѣ стр. 43, опредѣлится n въ зависимости отъ положенія равновѣсія L , что на указанномъ примѣрѣ вполне выяснено.

7) Основную цѣль взвѣшиванія, т. е. нахожденіе x въ уравненіи $A = B + x$ достигаютъ, какъ объяснено выше, проще всего двумя взвѣшиваніями AB и BA , при чемъ цѣль состоитъ въ опредѣленіи полуразности равновѣсій: L_{AB} отъ L_{BA} . Прежде чѣмъ говорить о другихъ сторонахъ этого предмета, должно обратить существенное вниманіе на знакъ этой разности, то есть на то, взять ли разность $L_{AB} - L_{BA}$ или разность $L_{BA} - L_{AB}$, отыскивая выраженіе $A = B + x$. На первый разъ здѣсь можетъ представиться рядъ недоразумѣній, потому что дѣленія шкалы могутъ идти слѣва направо или

обратно¹⁾. Проще всего обратить внимание на определения $A.B$ и $A.B + r$; назначенныя для определения «чувствительности» n , потому въ нихъ записана прибавка груза r на правую или лѣвую чашку и видна прибавка или убавка равновѣсія L , такъ что легко узнать, гдѣ нуль шкалы: справа или слѣва. Напримеръ, если AB отвѣчаетъ равновѣсію $L_1 = 205,9$, а взвѣшиванію $A.B + r$ (слѣдовательно r положенъ на правую чашку) отвѣчаетъ $L_2 = 235,9$, то очевидно, что прибавка груза на правую чашку увеличиваетъ отчетъ шкалы, и ея нуль находится на правой сторонѣ. Если онъ лежалъ слѣва, произошло бы обратное, т. е. L_2 было бы менѣе L_1 . Такимъ образомъ легко узнать ту сторону, въ которой находится нуль шкалы. А когда это извѣстно, уже будетъ ясно, что всѣ отчеты должно относить къ этой сторонѣ. Если, напр., $AB < B.A$ и нуль направо, то, такъ какъ большее показаніе шкалы отвѣчаетъ положенію A на правой чашкѣ, то $A > B$ и слѣд. $A = B + x$, гдѣ x положительная величина. Если $AB < B.A$ и нуль слѣва, то $B > A$, если $A.B > B.A$ и нуль справа, то очевидно, $A > B$, если же нуль слѣва, то $B > A$. Въ этихъ послѣднихъ случаяхъ конечно слѣдуетъ писать или $B = A + x$ или $A = B - x$ и т. п. Этого правила достаточно для безошибочнаго ориентированія въ разборѣ показаній шкалы. Можно предложить и нныя правила, облегчающія память, но большинство ихъ лишено наглядности и требуетъ считать «чувствительность» n или положительною или отрицательною, что мало удобно и легко можетъ подать поводъ къ смѣшеніямъ, которыя вышеназложеннымъ правиломъ устраняются.

8) Такъ какъ, съ одной стороны, въ предшествующемъ уже показано, что при взвѣшиваніяхъ совершаются періодичны «состоянія вѣсовъ», выражающіяся періодично равновѣсіемъ во времени, а, съ другой стороны, видна необходимость вѣсколькихъ разнородныхъ взвѣшиваній, цѣль же ихъ составляетъ нахожденіе истинной полуразности равновѣсій при нагрузкахъ AB и BA , то возможно точный результатъ точнаго взвѣшиванія можетъ получиться не иначе, какъ чрезъ систему перемежающихся между собою взвѣшиваній AB и BA и опредѣленій чувствительности. А такъ какъ для опредѣленія измѣненія равновѣсій L при нагрузкахъ AB или BA нельзя довольствоваться двумя повторенными взвѣшиваніями, потому что они опредѣляютъ только прямолинейную зависимость, а ее естественнѣе, судя по опыту, представить криволинейною, то одну изъ полныхъ системъ точнаго взвѣшиванія должно представить состоящею или изъ 8 взвѣшиваній:

1) $A.B$, 2) $A.B + r$, 3) $A.B$, 4) $B.A$, 5) $A.B$, 6) $B.A$, 7) $B.A + r$, 8) $B.A$:

или еще лучше изъ 10 взвѣшиваній

1) $A.B$, 2) $A.B + r$, 3) $A.B$, 4) $B.A$, 5) $A.B$, 6) $B.A$, 7) $A.B$, 8) $B.A$,
9) $B.A + r$ и 10) $B.A$.

Каждая система даетъ два параболическихъ уравненія состоянія, одно

¹⁾ Прежде на шкалѣ вѣсовъ посредникъ писался 0 и дѣйствія шли въ обѣ стороны, индукція направо писались съ +, влѣво съ — (съ минусомъ). Этотъ способъ можно бы считать наилучшимъ, если бы изображеніе шкалы не представлялось чрезъ отраженіе перевернутымъ и если бы въ записи не повторялись пропуски знаковъ, часто (особенно около 0) индукція за собою погрѣшности вывода. Поэтому во всѣхъ вѣсахъ новѣйшей конструкціи нуль шкалы находится внѣ отчетнаго поля и записи, а потому всѣ отчеты имѣютъ одинъ знакъ.

для А,В, другое для В,А и два опредѣленія μ , но первая система даст только два равенства: $A = B + \mu$, а вторая четыре, такъ что вѣроятность исключенія въ среднѣ случайныхъ погрѣшностей опыта сильно возрастетъ при производствѣ 10 взвѣшиваній ¹⁾. Необходимость каждаго изъ указанныхъ взвѣшиваній и способъ вывода изъ нихъ окончательнаго результата должны быть очевидны изъ всего содержанія этой статьи, а потому я особо не останавливаюсь надъ развитіемъ соображеній, опредѣляющихъ составъ приведенныхъ системъ ²⁾, тѣмъ болѣе, что далѣе подробнѣе разсмотримъ принципъ системы, содержащей 10 взвѣшиваній, въ предположеніи равныхъ промежутковъ времени между отдѣльными взвѣшиваніями и въ получаемомъ результатѣ ясно видна (по формулѣ XIII) степень участія всѣхъ данныхъ въ выводѣ.

9) Что касается до опредѣленія мѣры погрѣшности, свойственной единичному взвѣшиванію, то она зависитъ исключительно отъ погрѣшностей отчетовъ элонгацій. Чтобы составить вѣкоторое понятіе объ этомъ послѣднемъ, когда наблюдается 4 элонгаціи, можно сличить между собою равновѣсія, вычисленные изъ трехъ первыхъ и трехъ послѣднихъ элонгацій, какъ это сдѣлано въ послѣднемъ изъ рассмотрѣнныхъ принципѣвъ. Но способъ этотъ уже потому недостаточенъ, что въ обоихъ L участвуютъ одиѣ и тѣ же среднія элонгаціи l_1 и l_2 и разность L_1 отъ L_2 опредѣляется лишь разностію погрѣшностей l_3 и l_4 . Лучше можно судить о погрѣшности отчетовъ, вывода, при помощи U (которое надо знать для вѣсовъ и нагрузки) равновѣсія L

¹⁾ Практически, для точности результата и для выигрыша времени, выгодно удлинитъ въ два раза единичную систему взвѣшиванія, тѣмъ повторитъ то же взвѣшиваніе во второй разъ, особенно если между «системами», относящимися къ даннымъ А и В, оставить другія системы. При окончательной вывѣркѣ прототиповъ вѣса въ Главной Палатѣ на опытѣ мы увидимъ и рѣшимъ, что дать болѣе надежный результатъ: повтореніе ли системы изъ 10 взвѣшиваній (всего 20 взвѣшиваній) или одна система изъ 16-ти взвѣшиваній:

- 1) АВ, 2) АВ+ μ , 3) АВ, 4) ВА, 5) АВ, 6) ВА, 7) АВ, 8) ВА,
9) АВ, 10) ВА, 11) АВ, 12) ВА, 13) АВ, 14) ВА, 15) АВ+ μ , 16) ВА.

Если здѣсь первыя 8 и 8 послѣднихъ взвѣшиваній расчесть независимо другъ отъ друга, то сличеніе ихъ результата можетъ дать такую же увѣренность среднему выводу, какъ и двѣ системы изъ 10 взвѣшиваній, въ выгоду получится время 4 взвѣшиваній. Во второмъ приложеніи разобрана система изъ 14 взвѣшиваній, нѣмъ считаема мною за наиболее полную и легко поддающуюся упрощеніямъ.

²⁾ Главныя соображенія суть: 1) Чувствительность незатѣтельно опредѣлять двукратно, чтобы избѣгать случайности. 2) Взвѣшиваніе съ добавочнымъ грузомъ μ должно лежать (по времени) между двумя взвѣшиваніями безъ μ . 3) Двойное взвѣшиваніе АВ и ВА должно повторяться каждое три раза, чтобы можно было расчесть по тремъ даннымъ (напр., для АВ) параболу 2-го порядка или найти уравненіе «состоянія» какъ для АВ, такъ и для ВА. Наибольше простою должно считать систему 5 взвѣшиваній:

- 1) А,В, 2) А,В+ μ , 3) А,В, 4) В,А, 5) А,В.

Но здѣсь и μ и АВ—ВА найдутся лишь по разу, а продолжая:

- 6) В,А, 7) А,В, 8) В,А, 9) В,А+ μ , 10) В,А,

мы не только найдемъ μ гораздо болѣе точно (и для равныхъ частей шкалы), но, что всего важнѣе, разность АВ—ВА найдется, по уравненіямъ времени, четыре раза, т. е. точность увеличится въ 4 раза, а число взвѣшиваній только въ 2 раза. Такимъ путемъ рассужденія найдены системы въ 10 и въ 14 взвѣшиваній, на которыхъ я далѣе останавливаюсь.

изъ двухъ первыхъ элонгацій по формулѣ $L_1 = \frac{Cl_2 + l_1}{C + 1}$ и сравнивая съ $L_2 = \frac{Cl_1 + l_2}{C + 1}$, выведенныхъ изъ двухъ послѣднихъ элонгацій. Напр., для времени $t = 0$ въ послѣднихъ примѣрѣ, считая $C = 1,05$, получаемъ $L_1 = 205,873$ и $L_2 = 205,893$, разность $= \pm 0,020$. Точно также для $t = 49$ получаемъ $L_1 = 207,260$, $L_2 = 207,219$, разность $= \pm 0,041$. Ра- зобравъ подобнымъ образомъ многія взвѣшиванія Главной Палаты, я пришелъ къ выводу, что средняя разность около $\pm 0,03$ div. и всегда не вѣе 0,05 дѣл., если десятныя и сотны дѣленія шкалы читаются на глазъ, а такъ какъ при вычисленіяхъ L_1 и L_2 участвуютъ 4 отчета, часть погрѣшностей кото- рыхъ взаимно уничтожается, то надо думать, что погрѣшность единичнаго отчета l не превосходитъ $\pm 0,12$ и во всякомъ случаѣ не вѣе $\pm 0,2$ div. При расчетѣ L изъ 4-хъ элонгацій, очевидно, что большинство погрѣшностей этого рода, входя съ разными знаками, взаимно уничтожается, а результатъ L , выводимый какъ среднее изъ цѣлой системы взвѣшиваній, вѣроятно почти совершенно (до $\pm 0,010$ div.) свободенъ отъ погрѣшностей отчетовъ, и точ- ность его опредѣляется преимущественно степенью точности, съ какою урав- ненія «состоянія» выражаютъ перемены, происходящія съ вѣсами во времени.

10) Хотя главную оцѣнку вѣроятной погрѣшности (и ея уменьшеніе) ре- зультатовъ взвѣшиваній должно ждать только отъ неоднократнаго повторенія цѣлыхъ «системъ», но и въ каждой одной изъ нихъ есть свои повторенія и много условій какъ для уменьшенія погрѣшностей отчетовъ, такъ и для опредѣленія вѣроятной погрѣшности вывода. Въ этомъ отношеніи я дѣлаю попытку приблизительной оцѣнки вѣроятнаго результата вышеуказанной сис- темы 10 взвѣшиваній, содержащихъ по 4 опредѣленія элонгацій, по сочту всѣ основныя погрѣшности отчетовъ въ ихъ наибольшемъ размѣрѣ, при томъ предполагаю: а) что дѣленія шкалы равномерны, б) что погрѣшность отчета элонгацій $= \pm 0,2$ дѣленія шкалы (въ дѣйствительности она не вѣе), в) что $r = 0,2$ mg. г) что $n = 0,04$ mg. и д) что A отличается отъ B не вѣе чѣмъ на 0,2 mg., т. е. допускаю то, что очень легко осуществимо на вѣсахъ Главной Палаты при взвѣшиваніи 1 килогр. или 1 фунта. Такъ какъ выводы равновѣсій L находятся изъ 4 элонгацій $\pm 0,2$ дѣл. ($= \Delta$), то вѣроятную по- грѣшность равновѣсій L я считаю возможнымъ опредѣлить по общей формулѣ:

$$\pm 0,675 \sqrt{\frac{\sum \Delta^2}{n(n-1)}} = \pm 0,675 \sqrt{\frac{4(0,2)^2}{4 \cdot 3}} = \pm 0,078 \text{ div.}$$

Слѣдовательно, въ отдѣльныхъ L_i будетъ (наибольшая) погрѣшность около $\pm 0,08$ div. или около $\pm 0,0032$ mg. Въ опредѣленіи искомой полуразности равновѣсій $A.B$ и $B.A$ участвуетъ одно опредѣленіе непосредственно нахо- димое, т. е. содержащее $L_i \pm 0,08$ div., и другое находящее по уравненію со- стоянія. Погрѣшность этого послѣдняго я оцѣниваю, до нѣкоторой степени предположительно, въ три раза выше, чѣмъ погрѣшность непосредственнаго опредѣленія, т. е. принимаю $L_i \pm 0,24$ div. Въ разности этихъ двухъ опредѣ- леній должно принять погрѣшность $\pm 0,18$ div., а въ искомой полуразности $\pm 0,09$ div. Такихъ полуразностей получится по системѣ 4, слѣдовательно въ среднемъ результатѣ будетъ вѣроятная погрѣшность около:

$$\pm 0,675 \sqrt{\frac{4(0,09)^2}{4 \cdot 3}} = \pm 0,052 \text{ div.} = \pm 0,0021 \text{ mg.}$$

Погрѣшность эта въ результатѣ сложится съ погрѣшностью n . Разности вѣса $r=0,2$ mg. отвѣчаетъ разность равновѣсій $=5$ div. $\pm 0,18$ div., а отъ повторенія того же опредѣленія, въ среднемъ получается $5 \pm 0,12$ div., что даетъ $n = 0,04 \pm 0,00096$ mg. Если предположимъ, что поуразность ΔB отъ ΔA равна 2 div. (по условію она менѣе 5 div. или 0,2 mg.), то погрѣшность вывода возрастетъ на $\pm 0,0019$ mg. Эта погрѣшность должна суммироваться съ погрѣшностью средняго вывода:

$$\pm 0,675 \sqrt{\frac{(0,0021)^2 + (0,0019)^2}{2}} = \pm 0,00135 \text{ mg.}$$

Такимъ образомъ можно надѣяться, что при повтореніи «системы» разность 2-хъ выводовъ изъ системъ, содержащихъ по 10 взвѣшиваній, будетъ менѣе $\pm 0,0027$ mg. Взявъ же среднее изъ многихъ повтореній, можно быть увѣреннымъ, что мы опустимъ вѣроятную погрѣшность средняго до величины гораздо меньшей, чѣмъ $\pm 0,00135$ mg. Такой выводъ находитъ опытное подтвержденіе въ томъ, что уже и понижѣ (юль 1895) во взвѣшиваніяхъ, производимыхъ въ Главной Палатѣ Θ . П. Завадскимъ и В. Д. Сажокинскимъ, согласіе выводовъ при повторенныхъ опредѣленіяхъ достигаетъ указанной степени точности, хотя примѣняется система («Временникъ», ч. 2, стр. 185) менѣе совершенная, чѣмъ выше разъявленная, при помощи которой можно надѣяться на достиженіе результатовъ еще высшей степени точности, притомъ въ болѣе короткое время. Если представимъ себѣ, что сравненіе двухъ прототиповъ будетъ повторено, каждый разъ по указанной системѣ, 5 разъ ¹⁾ и всѣ отдѣльные результаты будутъ разниться отъ средняго даже на $\pm 0,0015$ mg., то и тогда вѣроятная погрѣшность этого средняго будетъ не болѣе $\pm 0,0005$ mg. Если удастся достичь такого результата, онъ представитъ явный шагъ впередъ въ дѣлѣ точнаго взвѣшиванія.

11) Въ предшествующемъ изложеніи мы приняли за правило выводить уравненія состоянія изъ 3-хъ наблюденныхъ L_t , а потому получались параболы 2-го порядка вида:

$$L_t = L_0 + a(t - i) + b(t - i)^2.$$

¹⁾ Представимъ, что *ося* (это, конечно, наилучшее изъ возможныхъ допущеній) отдѣльными и опредѣленій отаиваются отъ средняго на $\pm 0,0015$ mg. Вѣроятная погрѣшность средняго, x , опредѣлится такъ:

$$x = \pm 0,675 \sqrt{\frac{n(0,0015)^2}{n(n-1)}} = \pm 0,00101 (n-1)^{-1/2}.$$

Если $n =$	2	3	4	5	10	20
$\pm x =$	0,00101	0,00072	0,00058	0,00051	0,00033	0,00023 mg.

Изъ этого видно, что повторять болѣе 4 или 5 разъ не представитъ никакихъ осязательныхъ выгодъ. Вообще, я такого мнѣнія, что для полученія точнѣйшаго результата гораздо важнѣе — тамъ, гдѣ возможно — озаботиться объ увеличеніи степени точности отдѣльныхъ опредѣленій, чѣмъ о ихъ многократномъ повтореніи, которое полезно не столько для уменьшенія остающейся погрѣшности, сколько для убѣжденія въ томъ, что въ отдѣльныхъ опредѣленіяхъ не выразилась случайная большія погрѣшности, которыми при повтореніяхъ или взаимно уничтожаются или явно выназываются. Но невольно рождается вопросъ: гдѣ предѣлъ точности? Онъ долженъ быть — по причинѣ тренія, которому подвергаются гири, чашки, коромысло и т. п., и я думаю, что десятитысячная миллиграмма, при грузахъ въ 300—1000 гр., находится уже въ этомъ предѣлѣ.

Поэтому въ указанной системѣ, содержащей 10 взвѣшиваний, получается всего 4 уравненія состоянія: два для АВ и два для В.А и для А.В при $t = 3$, равно какъ для ВА при $t = 6$, получается два значенія. Но, конечно, можно было бы изъ 4-хъ наблюденныхъ L_i (запр., для А.В изъ взвѣшиваний 1, 3, 5 и 7) вывести одно уравненіе въ видѣ параболы 3-го порядка. Однако, въ текущихъ наблюденіяхъ приемъ этотъ мало пригоденъ по причинѣ довольно сложныхъ расчетовъ, съ этимъ сопряженныхъ. Если же взвѣшиванія будутъ произведены *черезъ равные промежутки времени*, всѣ расчеты упрощаются и тогда, пользуясь 4-мя данными для АВ и 4-мя для ВА, получится лишь два уравненія состоянія, одно для А.В, другое для В.А, вида:

$$L_i = L_0 a(t-i) + b(t-i)^2 + c(t-i)^3.$$

Такъ какъ при равныхъ временахъ между взвѣшиваніями всѣ расчеты однородны, то я считаю излишнимъ выполнить весь этотъ расчетъ въ общемъ видѣ. Для этого составлена слѣдующая таблица:

Времена t черезъ рав- ные про- межутки.	Равновѣсія изъ наблю- деній.	Равновѣсія, вычисленные изъ уравненій со- стоянія, (1) и (2) для время t .
0) А.В	L_0	
1) А.В+r	L_1	$(A.B)_1 = \frac{1}{16} (5L_0 + 15L_2 - 5L_4 + L_6)$, по (1)
2) А.В	L_2	
3) В.А	L_3	$(A.B)_2 = \frac{1}{16} (-L_0 + 9L_2 + 9L_4 - L_6)$, по (1)
4) А.В	L_4	$(B.A)_2 = \frac{1}{16} (5L_3 + 15L_5 - 5L_7 + L_9)$, по (2)
5) В.А	L_5	$(A.B)_3 = \frac{1}{16} (L_0 - 5L_2 + 15L_4 + 5L_6)$, по (1)
6) А.В	L_6	$(B.A)_4 = \frac{1}{16} (-L_3 + 9L_5 + 9L_7 - L_9)$, по (2)
7) В.А	L_7	
8) В.А+r	L_8	$(B.A)_6 = \frac{1}{16} (L_3 - 5L_5 + 15L_7 + 5L_9)$, по (2)
9) В.А	L_9	

Уравненіе состоянія для (А.В) получится изъ L_0, L_2, L_4 и L_6 и будетъ имѣть видъ:

$$\begin{aligned} (A.B)_t = & L_0 + \frac{1}{12} (-11L_0 + 18L_2 - 9L_4 + 2L_6)t + \\ & + \frac{1}{8} (2L_0 - 5L_2 + 4L_4 - L_6)t^2 + \\ & + \frac{1}{48} (-L_0 + 3L_2 - 3L_4 + L_6)t^3 \dots \dots (1) \end{aligned}$$

Точно также изъ L_3, L_5, L_7 и L_9 для взвѣшиваній В.А получается вто-
рое уравненіе состоянія:

$$\begin{aligned}
 (B.A)_t = & L_0 + \frac{1}{12} (-11L_0 + 18L_7 - 9L_5 + 2L_9) (9-t) + \\
 & + \frac{1}{8} (2L_0 - 5L_7 + 4L_5 - L_9) (9-t)^2 + \\
 & + \frac{1}{48} (-L_0 + 3L_7 - 3L_5 + L_9) (9-t)^3. \dots (2)
 \end{aligned}$$

По этимъ уравненіямъ (1) и (2) ¹⁾ разотчены значенія равновѣсій, внесенныя въ послѣдній столбецъ предшествующей таблицы. Такимъ образомъ для $t = 3, 4, 5$ и 6 имѣются одновременныя значенія $A.B$ и $B.A$, следовательно вѣроятнѣйшее значеніе x въ равенствѣ $A=B+x$ получится, взявъ полуразность среднихъ значеній $A.B$ и $B.A$:

Времл.	Значенія $(A.B)_t$ (1).	Значенія $(B.A)_t$ (2).
3	$\frac{1}{16} (-L_0 + 9L_2 + 9L_4 - L_6)$	L_3
4	L_4	$\frac{1}{16} (5L_2 + 15L_5 - 5L_7 + L_9)$
5	$\frac{1}{16} (L_0 - 5L_2 + 15L_4 + 5L_6)$	L_5
6	L_6	$\frac{1}{16} (-L_3 + 9L_5 + 9L_7 - L_9)$
Среднее:	$\frac{1}{16} (L_2 + 10L_4 + 5L_6)$	$\frac{1}{16} (5L_2 + 10L_5 + L_7)$

Полуразность этихъ величинъ выразить x въ дѣленіяхъ шкалы ²⁾:

¹⁾ Раскрывая скобки при $(9-t)$ получаемъ для (2):

$$\begin{aligned}
 (B.A)_t = & \frac{1}{16} (-35L_0 + 135L_7 - 189L_5 + 105L_9) + \\
 & + \frac{1}{48} (+71L_0 - 261L_7 + 333L_5 - 143L_9)t + \\
 & + \frac{1}{48} (-15L_0 + 51L_7 - 57L_5 + 21L_9)t^2 + \\
 & + \frac{1}{48} (+L_0 - 3L_7 + 3L_5 - L_9)t^3.
 \end{aligned}$$

Если бы кривыя $A.B$ и $B.A$ были совершенно параллельны, тогда бы коэффициенты при t , t^2 и t^3 были въ обоихъ уравненіяхъ одинаковы, напр., при t^3 , изъ чего:

$$L_0 - 3L_7 + 3L_5 - L_9 = -L_0 + 3L_2 - 3L_4 + L_6.$$

На дѣль, вслѣдствіе того, что есть ошибки отчетовъ и равенства (1) и (2) не совершенно выражаютъ перемѣну состоянія, конечно, будутъ разности и ихъ мѣрою можетъ служить величина: $(L_0 - L_6) - 3(L_7 - L_4) + 3(L_5 - L_2) - (L_2 - L_0)$, которая должна быть близка къ 0. (Въ примѣрѣ 1-й концъ статьи эта величина = -0,024). Это даетъ способъ испытанія степени точности метода при разныхъ промежуткахъ t .

²⁾ Если по оси абсциссъ отложимъ времена t , а ординатами означимъ показанія шкалы при равновѣсіяхъ L , то кривая nm представитъ данныя для нагрузки $B.A$ и отвѣтитъ уравненію (1), а кривая pqs отвѣтитъ $A.B$ и уравненію (2). Если бы кривыя были параллельны, то искома разность $AB-BA$ выразилась бы постоянною разностью ординатъ обѣихъ кривыхъ. Но практически, вслѣдствіе многихъ причинъ, линіи не параллельны и средняя разность равна площади L_2L_6 и т. дѣленной на разность крайнихъ абсциссъ $6-2=4$. Означивъ кривую pqs (1) чрезъ (AB) , вторую же nm (2) чрезъ (BA) , очевидно, что для площади, отвѣчающей ординатамъ $t=3$ и $t=6$, получимъ выраженіе:

$$A - B = \pm x = \frac{1}{2} (A.B)_1 - \frac{1}{2} (B.A)_1 = \frac{1}{32} [(L_2 - L_1) + 5(L_3 - L_2) + 10(L_4 - L_3)] \dots (3)$$

Это выраженіе очень легко разсчитывается изъ равновѣсій; для нахождения уравненій состоянія должно обратить вниманіе на то, что въ него вошла L_0 и L_9 , что позволяетъ, когда «чувствительность» и известна, при-

$$\int_{t=3}^{t=6} (AB)dt - \int_{t=3}^{t=6} (BA)dt,$$

а для нахождения средней разности ординатъ должно раздѣлить эту площадь на 3. Совершивъ всѣ необходимыя дѣйствія, то-есть найдя разность опреде-



Рис. 2. Абсциссы—времени, ординаты — положенія равновѣсій при взвѣшиваніяхъ АВ и ВА. Площадь напр. L_2 , L_6 и m , дѣленная на разность абсциссъ даетъ среднюю разность ординатъ.

ленныхъ интеграловъ для АВ и ВА и раздѣлить эту разность на 3, получаемъ слѣдующее выраженіе для средней разности АВ—ВА, или $\pm 2x$.

$$\pm 2x = \frac{3}{192} L_0 - \frac{9}{192} L_2 - \frac{45}{192} L_3 + \frac{153}{192} L_4 - \frac{153}{192} L_5 + \frac{45}{192} L_6 + \frac{9}{192} L_7 - \frac{3}{192} L_9$$

Поэтому искома величина полуразности или x (въ дѣленіяхъ шкалы) найдется такъ:

$$\pm x = \frac{1}{128} [(L_0 - L_2) - 3(L_3 - L_4) + 15(L_4 - L_5) + 51(L_5 - L_6)] \dots (3a)$$

Строго говоря, это выраженіе болѣе вѣроятно, чѣмъ даже приведенное выраженіе (3), но выводъ этого послѣдняго ближе къ природѣ дѣла и расчетъ (3) гораздо удобнѣе, чѣмъ (3a). Сверхъ того, оба даютъ ничтожнѣйшую разность результатовъ при наблюденіяхъ сколько-либо строгихъ (а очень нестрогихъ наблюденіи, гдѣ состояніе вѣсовъ быстро и неравнообразно мѣняется — лучше всего оставить безъ вниманія, т. е. не брать въ выводъ средняго). Такъ, например, во второмъ численномъ примѣрѣ, приведенномъ далѣе (стр. 62) по (3), получается $\pm x = -4,0000$, и по (3a) $\pm x = -4,0000 \text{ div.}$; первый примѣръ той же страницы по (3) даетъ $\pm x = -3,9998 \text{ div.}$, а по (3a) получается: $\pm x = -4,0002$, разность ихъ отвѣчаетъ $0,0004 \text{ div.}$ или $0,000014 \text{ мг.}$, т. е. при современныхъ взвѣшиваніяхъ неощутима. Но, повторю, въ приведенъ выводъ по (3a) вѣроятнѣе, чѣмъ по (3), а потому, быть можетъ, при усовершенствованіи взвѣшиваній, придется прибѣгнуть къ формуламъ, подобнымъ (3a), то-есть выводимымъ на основаніи расчетовъ по интегрированію. Въ дѣлѣ точнаго взвѣшиванія — ничѣмъ пренебрегать не слѣдуетъ. (См. добавленіе 2).

мѣнять указанное выраженіе въ разсчетахъ, имѣя лишь данныя для 6 взвѣшиваній: АВ, ВА, АВ, ВА, АВ и ВА. Означая времена и имѣ отвѣчающія равновѣсія прежними знаками: $t = 2, 3, 4, 5, 6$ и 7 , и равновѣсія: L_2, L_3, L_4, L_5, L_6 и L_7 , получимъ два уравненія состоянія 2-го порядка:

$$(A.B)_t = L_2 + \frac{1}{4} (-3L_2 + 4L_4 - L_6) (t-2) + \frac{1}{8} (L_2 - 2L_4 + L_6) (t-2)^2 \dots \dots \dots (4)$$

$$(B.A)_t = L_3 + \frac{1}{4} (-3L_3 + 4L_5 - L_7) (t-3) + \frac{1}{8} (L_3 - 2L_5 + L_7) (t-3)^2 \dots \dots \dots (5)$$

Отсюда:

	(AB) _t по (4)	(BA) _t по (5)
t		
3	$\frac{1}{8} (3L_2 + 6L_4 - L_6)$	L_3
4	L_4	$\frac{1}{8} (3L_3 + 6L_5 - L_7)$
5	$\frac{1}{8} (-L_2 + 6L_4 + 3L_6)$	L_5
6	L_6	$\frac{1}{8} (-L_3 + 6L_5 + 3L_7)$
Среднее:	$\frac{1}{16} (L_2 + 10L_4 + 5L_6)$	$\frac{1}{16} (5L_3 + 10L_5 + L_7)$

То-есть x здѣсь тоже ¹⁾, что и при счетѣ по параболамъ 3-го порядка

¹⁾ Если для кривыхъ (4) и (5) произведемъ весь тотъ же расчетъ (интегральной равности), какой сдѣланъ въ предшествующей выноскѣ на основаніи уравненій (1) и (2), то получимъ:

$$\begin{aligned} \pm x &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \left(\int_{t=3}^{t=6} (AB)_t dt - \int_{t=3}^{t=6} (BA)_t dt \right) = \\ &= \frac{1}{8} [(L_4 - L_2) + 3(L_4 - L_2)] \dots \dots \dots (36) \end{aligned}$$

Это простое выраженіе даетъ весьма точное приближеніе. Такъ, для прамъровъ даже приведенныхъ оно даетъ: для перваго — 4,000, для втораго — 3,997 div., что очень близко къ наиболее достовернымъ числамъ, получаемымъ по (3) и (3а). Отсюда видно, что, имѣя способы разработкіи однихъ и тѣхъ же данныхъ (индивидуальная исходная точка или гипотезы), можно получить разные выводы, которые, однако, при достаточно хорошихъ основныхъ данныхъ — приводятъ къ числамъ практически не отличающимся другъ отъ друга. Преобладающее значеніе во всѣхъ трехъ выводахъ (3), (3а) и (36) имѣютъ среднія данныя: $L_4 - L_2$ и $L_6 - L_2$ и я смотрю на это, какъ на несовершенство, которое слѣдуетъ по возможности избѣгнуть.

Сверхъ указанныхъ соображеній прикладнаго характера, я обратилъ въ данномъ случаѣ не мало вниманія на то, что хотя уравненія (4) и (5), служившія для нахождения (36) содержатъ L_2 и L_7 , а въ выводѣ (36) оба эти члена сократились, т. е. площадь, ограниченная двумя независимыми параболами, оказалась опредѣляемою только двумя точками каждой параболы [L_4 и L_6 изъ (4)

что, между прочим, косвенно доказывает, что принятый нами порядок расчета уравнений состояния по параболам второго порядка (из 3-х равновесий) совершенно достаточен.

Но закончим наш основной расчет, определяя n или «чувствительность» вѣсовъ. Для этого служить въ рассматриваемой системѣ два взвѣшивания съ добавочнымъ грузомъ r , дающія L_4 и L_5 и вычисленные для тѣхъ же время равновѣсія безъ этихъ добавочныхъ грузовъ. Предполагая дѣления шкалы равномерными, получимъ изъ перваго опредѣленія для добавочнаго груза r разность равновѣсій $\frac{1}{16} (5L_0 + 15L_2 - 5L_4 + L_6) - L_1$, а изъ втораго опредѣленія: $\frac{1}{16} (L_3 - 5L_5 + 15L_7 + 5L_9) - L_2$, взявъ среднее, найдемъ n :

$$n = \frac{32r}{5(L_0 + L_6) - 16(L_1 + L_5) + 15(L_2 + L_7) + (L_3 + L_9) - 5(L_4 + L_8)}$$

Подставляя это выраженіе n въ уравненіе (3), получаемъ въ окончательномъ видѣ выраженіе x въ единицахъ вѣса r (обыкновенно миллиграмм):

$$x = A - B = r \cdot \frac{(L_2 - L_7) + 5(L_0 - L_3) + 10(L_4 - L_9)}{5(L_0 + L_6) - 16(L_1 + L_5) + 15(L_2 + L_7) + (L_3 + L_9) - 5(L_4 + L_8)} \quad \text{XIII}$$

Расчетъ такого выраженія ¹⁾ представляется очень простымъ и оно позволяетъ (при равныхъ промежуткахъ времени) прямо находить искомую разность вѣса $A - B$, не прибѣгая къ вычисленію чувствительности n и уравне-

и L_2 и L_7 изъ (5)], а они опредѣляютъ лишь двѣ прямыя линіи. Это разъясняется чертежемъ (Рис. 3). Верхняя парабола ab опредѣлена тремя точками L_0, L_4 и L_6 , нижняя cd точками L_2, L_5 и L_7 . Требовалось узнать площадь между параболой и ординатами $t=3$ и $t=6$, а именно площадь mL_2nL_7 . Оказалось, что площадь эта совершенно опредѣляется разностями абсциссъ $t=6$ и $t=3$ и ординатами L_2, L_0, L_3, L_5 , то-есть прямыми pL_0 и L_3q , чрезъ нихъ проходящими, и вовсе не зависитъ отъ положенія точекъ L_4 и L_7 . Это, на первый разъ непонятное, обстоятельство разъяснилось новою теоремою или особымъ общимъ свойствомъ параболы, выражающейся равенствомъ: $y = A + Bx + Cx^2$, о которомъ я говорю въ 1-й добавк. къ этой статьѣ. Такъ какъ я нашелъ эту теорему только тогда, когда уже закончилъ предлагаемую статью, то о приложеніи этой теоремы къ организации системы взвѣшиваній говорю въ особомъ приложеніи послѣ конца статьи. Введеніе новаго геометрическаго начала въ существующія физико-механическія основанія всего предлагаемаго изслѣдованія, но, я думаю, его улучшаетъ и увеличиваетъ точность и простоту вывода.

¹⁾ Въ этомъ выраженіи числитель содержитъ сумму разностей четныхъ и нечетныхъ L_i , начиная съ среднихъ $L_2 - L_7$, а знаменатель заключаетъ суммы такихъ же паръ L_i ; въ числителѣ преобладаетъ значеніе разности $L_2 - L_7$, а въ знаменателѣ преобладающую роль играетъ разность суммъ $(L_2 + L_7) - (L_1 + L_8)$, что наглядно отвѣчаетъ сущности тѣхъ соображеній, которымъ посвящена предлагаемая статья.

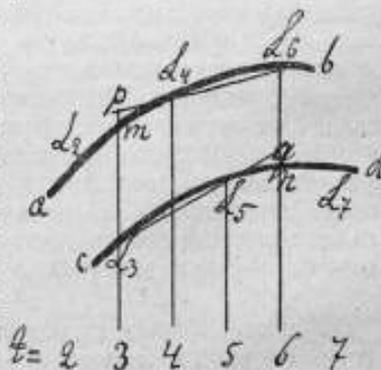


Рис. 3. Какъ рис. 2.

ній состоянія. Привожу два численныхъ примѣра, близкихъ между собою; въ обоихъ $r = 0,2$ mg.

		Примѣръ первый.	Примѣръ второй.
A . B	L_0	100,000	100,000
A . B + r	L_1	105,012	105,654
A . B	L_2	99,932	101,032
B . A	L_3	107,904	109,158
A . B	L_4	99,896	101,056
B . A	L_5	107,900	108,750
A . B	L_6	99,916	100,264
B . A	L_7	107,944	107,622
B . A + r	L_8	113,000	111,848
B . A	L_9	108,036	105,966

Первый примѣръ даетъ, по XIII:

$$\pm x = 0,2 \frac{-127,992}{-161,032} = +0,1590 \text{ mg.}$$

Знакъ поставленъ +, потому что нуль, очевидно (по L_0 и L_1), лежитъ справа, а такъ какъ $BA > AB$ (по L_2, L_3, \dots, L_7), то $A > B$, слѣдовательно при x долженъ быть +, если $x = A - B$ (тоже и во второмъ примѣрѣ). Но здѣсь разности (AB), (т. е. L_0, L_2, L_4 и L_6) такъ малы, что можно вѣсто XIII прямо брать среднія. Изъ L_0, L_1, L_2 находимъ, что r или 0,2 mg. отвѣчаетъ 5,046 div., изъ L_7, L_8 и L_9 5,010 div., среднее 5,028 div., слѣд. среднее значеніе $n = 0,03978$ mg. Среднее B . A изъ L_3, L_5 и $L_7 = 107,916$, среднее A . B изъ L_0, L_4 и $L_6 = 99,915$, ихъ разность = 8,001 div., а потому $x = A - B = 8,001n = 0,1591$ mg., т. е. почти то же, что и по XIII. Но это уже вовсе не повторяется на второмъ примѣрѣ (онъ для того составленъ и приведенъ), который по XIII даетъ $x = A - B = +0,1600$ mg., а примѣная способъ нахождения среднихъ, получимъ ($n = 0,03925$ mg.) $x = \frac{1}{2}(108,511 - 100,784) = 0,1516$, что показываетъ возможность значительной неточности (происходящей не отъ наблюдений, а отъ способа ихъ расчета) вывода, а именно 0,0084 mg., т. е. разности въ тысячныхъ миллиграмма, если не пользоваться тѣми началами, относящимися до измѣненія состоянія вѣсовъ, которыя изложены въ этой статьѣ.

Въ заключеніе считаю неизлишнимъ показать надъ однимъ, случайно взятымъ, примѣромъ приложимость вышеописанныхъ способовъ разработки данныхъ точныхъ взвѣшиваній къ наблюдениямъ, произведеннымъ въ Международномъ Бюро при сравненіи килограммовъ, такъ какъ взвѣшиванія эти, по справедливости, считаются образцовыми для повѣрнаго времени, и они собраны и обработаны по плану, во многомъ отличающемуся отъ того, который разработанъ въ этой статьѣ и приѣмается въ Главной Палатѣ мѣръ и вѣсовъ.

Разсмотрѣніе приѣмовъ, примѣняемыхъ при взвѣшиваніяхъ килограммовъ въ Международномъ Бюро мѣръ и вѣсовъ, и полный расчетъ одного примѣра полезны еще и въ томъ отношеніи, что позволяютъ уяснить нѣкоторыя стороны нашихъ приѣмовъ и расчетовъ, причемъ считаю долгомъ сказать, что изученіе того, что произведено при взвѣшиваніяхъ въ Международномъ Бюро,

для меня очень поучительно и послужило поводомъ къ болѣе подробной разработкѣ предмета. Указывая на нѣкоторыя недостатки въ самой организаціи системы взвѣшиваній Бюро и на нѣкоторыя несовершенства приемовъ расчета, я постоянно помню, что со времени работъ Бюро надъ килограммами прошло около десяти лѣтъ и современное состояніе точнаго взвѣшиванія во многомъ и нынѣ должно опираться на то, что было совершено въ Международномъ Бюро. Притомъ мои замѣчанія преимущественно назначаются для того, чтобы при сопоставленіи прежней или обычной практики съ тою, которая выставлена или предлагается мною, выступили болѣе рельефно новыя стороны точныхъ взвѣшиваній.

Въ отношеніи къ наблюденіямъ, производившимся въ Бюро, нѣтъ указаній на время срединъ отдѣльныхъ взвѣшиваній, и я долженъ при нахожденіи уравненій «состоянія» принять промежутки времени между единичными взвѣшиваніями одинаковыми.

Нельзя думать, что допущеніе это влечетъ за собою крупныя погрѣбности расчета, тѣмъ болѣе, что въ избранномъ приборѣ опытнойшій наблюдатель, Dr. Thiesen, произвелъ 32 взвѣшиванія, распределенныя по 8 на четыре отдѣльныя системы, между которыми оставался значительный промежутокъ времени, слѣдов., отдѣльныя взвѣшиванія въ данной системѣ должны были непосредственно слѣдовать другъ за другомъ. Въ каждой системѣ грузы *A* и *B* означены особо и 4 системы назначены преимущественно для того, чтобы опредѣлить не только разность вѣса *A* — *B*, но и разность δ' вѣса подставки (изъ горнаго хрустала) *k*. и *k*.. Разность объемовъ *V* и вѣсъ литра воздуха *e*, а также и вся поправка на вѣсъ вытѣсненнаго воздуха, *Ve*, даны для каждой системы, а потому мы прямо будемъ примѣнять эти данныя. Сперва приводимъ всѣ данныя для одного взвѣшиванія, какъ они напечатаны на стр. VIII. T. VIII (1893) Travaux et mémoires du Bureau.

1886 Avril 11 et 12—Observ. n°5.—Balance Ruprecht, 1. Obser. M. Thiesen. .
Calcul.

	l_1	l_2	l_3	l_4	L		
(1)	AB	103,12	84,98	102,88	85,10	93,975	$A = k. + n^{o}16 + 10,5'$ $B = k. + n^{o}12$ $A - B = (92,795 - 95,787) n$ $= -2,992 n$ $V = + 0,0011 \text{ ml. } ^{*)}$ $e = 1,212 \text{ } ^{*)}$ $Ve = + 0,0013 \text{ mg.}$
	BA	77,28	113,98	77,98	113,40	95,820	
	BA	79,92	113,02	80,18	112,50	96,502	
	AB	73,98	111,00	74,40	110,28	92,557	
	BA	82,04	108,50	82,28	108,04	95,302	
	AB	69,10	114,90	69,82	114,12	92,172	
	AB	72,90	111,88	73,38	111,12	92,475	
	BA	80,98	110,00	81,20	109,60	95,522	
(2)	BA	82,02	102,60	82,14	102,12	92,295	$A = k. + n^{o}16 + 10,5' +$ $+ 10,2'$ $B = k. + n^{o}12$ $A - B = (96,988 - 91,675) n$ $= + 5,313 n$ $V = + 0,0012 \text{ ml.}$ $e = 1,211$ $Ve = + 0,0014 \text{ mg.}$
	AB	82,84	110,82	83,02	110,14	96,812	
	AB	82,90	111,80	83,12	111,14	97,350	
	BA	70,44	113,02	70,96	112,44	91,852	
	AB	118,06	76,50	117,36	77,02	97,082	
	BA	70,32	111,38	71,32	110,90	91,240	
	BA	82,90	99,78	83,00	99,28	91,315	
	AB	77,80	115,60	78,02	115,00	96,707	

*) Черезъ *V* означена разность объемовъ *A* и *B* въ тысячныхъ литра.

*) Черезъ *e* означенъ вѣсъ литра воздуха въ граммахъ.

	l_1	l_2	l_3	l_4	L		
(3)	AB	78,76	110,08	79,08	109,62	94,482	$A = k. + n^{\circ}12 + 10,5'$ $B = k. + n^{\circ}16$ $A - B = (93,199 - 94,525) n$ $= - 1,326 n$ $V = - 0,0011 \text{ ml.}$ $e = 1,230$ $Ve = - 0,0013 \text{ mg.}$
	BA	111,12	78,06	110,70	78,42	94,477	
	BA	70,80	119,50	71,34	118,84	95,270	
	AB	72,14	111,90	72,74	111,12	92,147	
	BA	113,10	76,92	112,58	77,20	94,850	
	AB	110,00	75,34	109,42	75,90	92,522	
	AB	75,00	112,04	75,50	111,52	93,642	
	BA	115,32	72,04	114,62	72,72	93,502	
(4)	BA	105,90	83,12	105,34	83,38	94,332	$A = k. + n^{\circ}12 + 10,5'$ $B = k. + n^{\circ}16$ $A - B = (93,145 - 94,269) n$ $= - 1,124 n$ $V = - 0,0011 \text{ ml.}$ $e = 1,230$ $Ve = - 0,0013 \text{ mg.}$
	AB	113,62	73,80	112,88	74,12	93,472	
	AB	71,96	114,50	72,54	113,90	93,372	
	BA	75,42	112,32	75,98	111,88	94,025	
	AB	80,02	106,36	80,18	106,00	93,205	
	BA	114,14	74,10	113,66	74,74	94,020	
	BA	80,88	108,42	81,14	108,02	94,697	
	AB	83,40	101,52	83,72	101,12	92,530	

Изъ этихъ наблюденій сдѣланы (стр. 41) слѣдующіе выводы:

$$\begin{aligned}
 n^{\circ} 16 - n^{\circ} 12 + \delta' &= - 0,5052 \text{ mg.} - 2,992 n = - 0,5775 \text{ mg.} \\
 &= - 0,7095 \text{ mg.} + 5,313 n = - 0,5811 \text{ »} \\
 \text{Сред.} &= - 0,5798 \text{ mg.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 n^{\circ} 16 - n^{\circ} 12 - \delta' &= + 0,5078 \text{ mg.} + 1,326 n = + 0,5398 \text{ mg.} \\
 &= + 0,5078 \text{ mg.} + 1,124 n = + 0,5350 \text{ »} \\
 \text{Сред.} &= + 0,5374 \text{ mg.}
 \end{aligned}$$

Причемъ δ' означаетъ разность вѣса подставокъ $k. - k...$ и принято $n = 0,02416 \text{ mg.}$ ¹⁾, $10,5' = 0,5065 \text{ mg.}$ ²⁾ $10,2' = 0,2044 \text{ mg.}$ Окончательно же изъ предшествующаго выводится $\delta' = - 0,5583 n$, что составляетъ дѣлъ взвѣшиваній (см. «Временникъ», ч. 2, стр. 183)

$$n^{\circ} 16 - n^{\circ} 12 = - 0,0209.$$

Теперь мы обратимся къ разбору этихъ данныхъ и новому ихъ расчету.

Выводъ равновѣсій L изъ четырехъ элонгацій произведенъ въ Бюро по формулѣ II. Расчетъ, основанный на примѣненіи болѣе точной формулы X, здѣсь, вслѣдствіе малости допущенныхъ размаховъ, даетъ столь близкія числа, что разность ихъ отъ тѣхъ, которыя получены по II, не имѣетъ ощутимаго значенія. Поэтому далѣе, для простоты сличеній, приняты L тѣ же, какія выведены Dr. Thiesen.

Считая за исходъ времени $t = 0$ въ каждой системѣ, содержащей восемь взвѣшиваній, время перваго взвѣшиванія, получимъ, что взвѣшиванія AB и BA располагаются во времени:

¹⁾ Это n въ два раза меньше того, который примѣняется въ нашей статьѣ. Берется не полуразность L, а прямо разность.

²⁾ Число $- 0,5052 = - 10,5' + Ve$, а $Ve = + 0,0013$, откуда $10,5' = 0,5065$ (ibid. pag. 32).

Первое: $t = 0 \quad 3 \quad 5 \quad 6.$ Второе: $t = 1 \quad 2 \quad 4 \quad 7.$

Такъ какъ имѣется по четыре данныхъ для каждаго взвѣшиванія, то, на первый разъ, кажется предпочтительнымъ вести расчетъ по параболамъ 3-го порядка. Напримѣръ, для 1-ой (стр. 63) системы, взвѣшиванія АВ дали:

$t = 0$	3	5	6
$L_t = 93,975$	92,557	92,172	92,475,

а потому получается парабола:

$$(1) \text{ АВ}_1 = 93,975 - 0,2016t - 0,1782t^2 + 0,02928t^3.$$

Точно также изъ данныхъ для ВА въ 1-й системѣ:

$t = 1$	2	4	7
95,820	96,502	95,302	95,522

получаемъ:

$$(1) \text{ ВА}_1 = 95,820 + 1,39036(t-1) - 0,80203(t-1)^2 + 0,09367(t-1)^3.$$

Не прибѣгая къ экстраполированію, можно дѣлать сравненіе кривыхъ только отъ $t = 1$ до $t = 6$. Между этими предѣлами для обѣихъ кривыхъ площади суть:

$$\int_{t=1}^{t=6} \text{ АВ}_1 dt = 463,056$$

$$\int_{t=1}^{t=6} \text{ ВА}_1 dt = 477,700$$

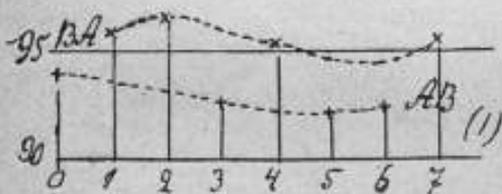
Разность этихъ определенныхъ интеграловъ или площадь между параболой и ординатъ, отвѣчающихъ $t = 1$ и $t = 6$, равна — 14,644; дѣленная на разность предѣловъ (6—1), она покажетъ среднюю разность равноѣснй АВ — ВА, откуда такимъ образомъ получаемъ: АВ — ВА = — 2,929 div.

Это число довольно значительно (на 0,063 div. = 0,0015 mg.) отличается отъ числа (= 2,992 div.), разсчитаннаго Dr. Thiesen, который прямо беретъ среднее изъ всѣхъ АВ = 92,795 и изъ него вычитаетъ среднее ВА = — 95,789. Этотъ способъ, прихвѣнный въ Бюро, очевидно, не можетъ дать несомненнаго результата, особенно при томъ расположеніи отдельныхъ взвѣшиваній, какое здѣсь прихвѣнено.

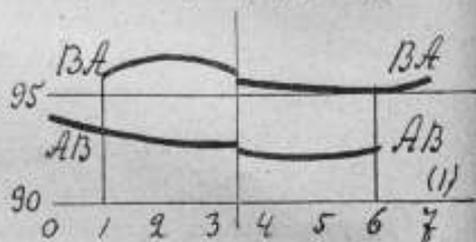
Если не брать разностей площадей, то все, что можно допустить, прихвѣняя параболы 3-го порядка, — это найти для тѣхъ же времени значенія АВ и ВА. Напримѣръ: для $t = 5$ дано АВ = 92,172, а по параболѣ найдемъ ВА = 94,544, разность тогда = — 2,372. Сужденіе объ истинной разности при этомъ можно получить, взявши среднюю изъ всѣхъ равномерно распределенныхъ разностей, а именно:

$t = 1$	2	3	4	5	6
АВ = 93,624	93,093	92,557	92,191	92,172	92,475
ВА = 95,820	96,502	95,981	95,302	94,544	94,430
Разность — 2,196	— 3,409	— 3,424	— 3,111	— 2,372	— 1,955

При подобномъ значительномъ различіи разностей въ разныхъ эпохи взвѣшивания становится очевиднымъ, что въ ходѣ наблюдений или, правильнѣе сказать, въ ходѣ измѣненій «состоянія» вѣсовъ, были такіа различія, при которыхъ трудно ждать точнаго вывода. Прилагаемый рисунокъ (черт. 4) иллюстрируетъ, что въ ходѣ кривыхъ 3-го порядка для АВ и ВА, означенныхъ пунктиромъ, нѣтъ должнаго соответствія, ибо онѣ далеки отъ параллелизма, и если для АВ ходъ параболы 3-го порядка можно считать довольно вѣроятнымъ, то для ВА вся часть между $t = 4$ и $t = 7$, гдѣ по системамъ нѣтъ опредѣленій ВА, чрезчуръ приблизилась къ АВ — оттого и разности вышли здѣсь очень малы, что заставляетъ считать весь расчетъ по кривой 3-го порядка мало вѣроятнымъ. По совокупности многихъ данныхъ подобнаго рода я пришелъ къ заключенію о малой пригодности выраженія «состоянія» вѣсовъ кривыми 3-го порядка, и остановился исключительно на параболахъ 2-го порядка. Произвести въ данномъ случаѣ весь расчетъ по параболамъ 2-го порядка, однако, не столь удобно, какъ при системахъ, нами приближенныхъ, потому что въ нихъ взвѣшивания АВ и ВА перемежаются, а здѣсь при $t = 1$ и 2 или $t = 5$ и 6 повторяются. Это дѣлаетъ обычный нашъ приемъ расчета мало здѣсь применимымъ. Но даже, въ видѣ опыта, я не прибѣгаю къ расчету параболы 2-го порядка, взявъ всѣ 4 данныхъ каждой кривой и находя по способу наименьшихъ квадратовъ вѣроятнѣйшую кривую, потому



Черт. 4.



Черт. 5.

Результатъ первой (1) системы взвѣшиваній при сличеніи килограммовъ n° 16 съ n° 12 въ Международномъ Бюро.

что чрезъ это мы должны были бы удалиться во всѣхъ данныхъ отъ наблюдений и впади бы въ сомнительныя сужденія гипотетическаго свойства. Миѣ кажется болѣе естественнымъ не отрываться отъ чиселъ опыта до тѣхъ поръ, пока получится некая разность, а потому для АВ и ВА получать по двѣ параболы 2-го порядка. Такъ для АВ по L_1 , L_2 и L_3 получаемъ:

$$(1) AB_{t=0-3.5} = 93,975 - 0,6408t + 0,05603t^2.$$

Эту параболу будемъ принимать только для опредѣленія первой половины исконой площади, т. е. отъ $t = 1$ до $t = 3,5$. Въ этомъ предѣлѣ средняя ордината АВ = 92,846, потому что

$$\int_{t=1}^{t=3.5} AB_t dt = 325,789 - 93,673 = 232,116.$$

Для другой части площади получаемъ изъ данныхъ АВ для $t = 3, 5$ и 6, параболу:

$$(1) AB_{t=3-6} = 92,557 - 0,5229(t-3) + 0,1652(t-3)^2.$$

Откуда $\int_{t=3,5}^{t=6} AB, dt = 276,805 - 46,220 = 230,585$, а потому средняя ордината для АВ здѣсь = 92,234. Для ВА точно также для обѣихъ половинъ имѣемъ:

$$(1) BA_{t=1-4} = 95,820 + 1,10935(t-1) - 0,42735(t-1)^2;$$

$$\int_{t=1}^{t=3,5} BA dt = 240,791, \text{ средняя ордината } BA = 96,316, \text{ и}$$

$$(1) BA_{t=2-7} = 96,502 - 0,8694(t-2) + 0,1347(t-2)^2;$$

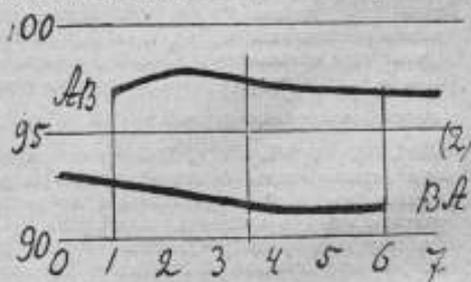
$$\int_{t=3,5}^{t=6} BA dt = 381,926 - 143,927 = 237,999, \text{ а потому средняя ордината}$$

ВА для этой части = 95,200. Такимъ образомъ:

	Для первой части.	Для второй части.
АВ =	92,846	92,234
ВА =	96,316	95,200
Разность =	-3,470	-2,966

Средняя разность АВ — ВА = -3,218 div. Этотъ выводъ я считаю болѣе достовернымъ, то есть болѣе близкимъ къ истинѣ, чѣмъ выводъ -2,992 div., сдѣланный D-r Thiesen, и выводъ (-2,929), сдѣланный изъ параболъ 3-го порядка. Выводъ -3,218 далѣе и принять для окончательнаго расчета. Чтобы показать отношеніе полученныхъ кривыхъ, всѣ параболы изображены на прилагаемомъ черт. 5. Здѣсь видно, что наибольшее удаленіе отъ параллелизма представляетъ первая часть кривой ВА.

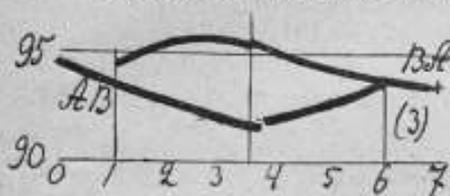
При расчетѣ данныхъ системы (2) встрѣчается менѣе разнорѣчій, потому что кривыя АВ и ВА идутъ почти параллельно, какъ видно на прилагаемомъ рисункѣ, гдѣ проведены тѣ четыре параболы второго порядка, которыя отвѣчаютъ этой системѣ. Расчеты сдѣланы по этимъ четыремъ параболомъ, какъ для системы (1) и далѣ¹⁾ въ результатѣ АВ — ВА = +5,451, вѣсто +5,313, полученнаго D-r Thiesen'омъ изъ прямого сличенія среднихъ.



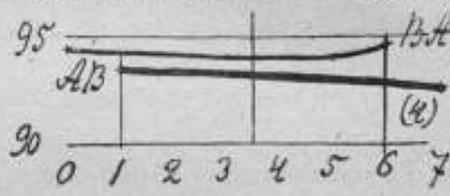
Черт. 6. Система (2) при сличеніи кизогрaмoвъ, какъ на черт. 4 и 5.

¹⁾ Для упрощенія довольно сложныхъ расчетовъ (и для ихъ проверки) привожу общее выраженіе въ томъ видѣ, какъ оно здѣсь представляется по предшествующему изложенію. Для того ряда, который начинается съ $t=0$, первая средняя ордината отъ 1 до $3\frac{1}{2}$ равна: $\frac{1}{180} (31L_0 + 170L_1 - 21L_2)$, вторая отъ $3\frac{1}{2}$ до 6 равна: $\frac{1}{36} (5L_2 + 30L_3 + L_4)$. Для того ряда взвѣшиваній, кото-

Такимъ же путемъ расчета для системы (3) получаемъ $AB-BA=-2,376$ div., а вѣсто $-1,326$, полученныхъ по способу, приписанному D-г. Thiesen'омъ. Столь большая разность расчета зависитъ здѣсь отъ того, что наблюденія для АВ дали кривую до того не параллельную съ ВА, что L_0 для ВА вышло меньше L_0 и L_0 (для АВ), тогда какъ вообще, особенно около середины системы значенія ВА выше значеній АВ. Строго говоря, всю эту систему слѣдуетъ считать мало надежной и если и ее принимаю для дальнѣйшихъ расчетовъ, то лишь въ виду того, что система (4) представляетъ ничто иное, какъ повтореніе системы (3), т. е. А и В въ обѣихъ тѣже, а потому въ среднемъ результатѣ часть погрѣшностей обѣихъ системъ должна уничтожиться. Кромѣ



Черт. 7. Система (3) при сравненіи нилотграммовъ, какъ въ черт. 4 и 5.



Черт. 8. Система (4) при сравненіи нилотграммовъ n° 16 и n° 12 въ Международномъ Бюро мѣръ и вѣсовъ.

того, D-г Thiesen въ своемъ окончательномъ выводѣ принялъ (3), а потому, чтобы сдѣлать наши выводы сравнимыми, должно принять во вниманіе и (3).

рѣшъ начинается съ $t = 1$, средняя ордината въ первой половинѣ кривой $\frac{1}{36} (L_1 + 30L_2 + 5L_3)$, а для второй равна $\frac{1}{180} (-21L_1 + 170L_2 + 31L_3)$. Получая соответственные равенства и взявъ среднее, въ результатѣ, имѣемъ исключую равенствъ:
$$= \frac{1}{360} [31(L_1 - L_2) + 195(L_2 - L_3) + 129(L_3 - L_4) + 5(L_4 - L_5)].$$

Здѣсь ясно видно: 1) что наибольшее вліяніе на результатъ оказываютъ среднія завышванія L_2, L_3, L_4 и L_5 , въ которыхъ АВ и ВА перемежаются, 2) что такіа завышванія L_1 и L_0 , которыя повторяются съ рядомъ стоящими (L_2 и L_1), оказываютъ малое вліяніе на результатъ, и 3) что разность нашего

расчета отъ приписаннаго D-г Thiesen'омъ $= \frac{1}{360} [59(L_1 - L_0) + 105(L_2 - L_3) +$

$+ 39(L_3 - L_4) + 85(L_4 - L_5)]$. Естественная причина, по которой среднія завышванія должны имѣть большее вліяніе на результатъ, состоитъ въ томъ, во-первыхъ, что крайнія завышванія АВ не имѣютъ твердо установленныхъ имъ отнѣчающихся (по времени) завышваній ВА, и во-вторыхъ въ томъ, что по существу для обіихъ результатовъ системы относится всегда къ среднему времени, а слѣдовательно болѣе всего и долженъ опредѣляться завышваніями, близъ него произведенными. Въ корнѣ для причина различія пріемовъ и выводовъ D-г Thiesen'a и моихъ состоитъ въ томъ, что различія равенствѣй, напр. L_0, L_1, L_2, L_3 D-г Thiesen считаетъ какъ бы «случайными» погрѣшностями, зависящими какъ таковыя лишь отъ несовершенства органовъ и приборовъ, а потому беретъ среднее, по моему же возвращеніямъ, основаннымъ на фактахъ, сообщаемыхъ и разбираемыхъ въ этой статьѣ, указанное различіе опредѣляется суммою случайныхъ и «систематическихка» погрѣшностей, а потому прежде чѣмъ брать среднее (по возможности, исключяющее случайныя погрѣшности), я стремлюсь, по возможности, исключить систематическія погрѣшности, для чего и служать вводимыя мною уравненія «состоянія». Въ смыслѣ точныхъ индуктивныхъ знаній, послѣдній путь болѣе вѣроенъ, такъ какъ систематическую послѣдовательность измѣненій состояній вѣсовъ — поазывають опытъ.

Но степень точности этого вывода, какъ бы его ни дѣлать, несомнѣнно гораздо ниже, чѣмъ для трехъ остальныхъ системъ, такъ какъ въ нихъ направление кривыхъ АВ и ВА все же гораздо ближе къ параллелизму, чѣмъ въ (3) системѣ. Достаточно одного взгляда на прилагаемый чертежъ, изображающій рядъ параболъ въ (3) и (4) системахъ, чтобы тотчасъ видѣть, что взвѣшиванія (4)-ой системы произведены въ гораздо лучшихъ условіяхъ. Рассчитывая прежнимъ путемъ по 4 параболамъ, для (4) системы, получаемъ $AB - BA = -0,849 \text{ div.}$

Приступая къ расчету вѣса, мы прежде всего оговоримся, въ отношеніи обозначенія чувствительности n , потому что мы будемъ означать, какъ и раѣе этого, буквою n число миллиграммовъ, отвѣчающее $1^{\text{div.}}$ (одному дѣленію) шкалы, а потому, выражая разность вѣса въ дѣленіяхъ шкалы, будемъ брать половину полученной разности (D-г Thiesen беретъ n въ два раза меньше, а потому въ расчетъ вводитъ всю разность дѣлений шкалы). Сверхъ того, D-г Thiesen пользуется опредѣленіемъ чувствительности взятымъ изъ особыхъ опредѣленій, мы же для опредѣленія n пользуемся различіемъ нагрузокъ въ (1) и (2) системахъ, въ которыхъ B тождественны, а въ A есть разность $0,2043 \text{ mg.}$ Такъ какъ $AB - BA$ въ (1) $= -3,218^{\text{div.}}$ и въ (2) $= +5,451^{\text{div.}}$, то соответственныя равенства суть:

$$(1) n^{\circ} 16 + \delta' + 0^{\text{mg.}} 5065 - n^{\circ} 12 = -1,609^{\text{div.}} + 0,0013 \text{ mg.}$$

$$(2) n^{\circ} 16 + \delta' + 0^{\text{mg.}} 7108 - n^{\circ} 12 = +2,7255^{\text{div.}} + 0,0014 \text{ mg.}$$

гдѣ чрезъ δ' означена разность вѣса подставокъ (к. — к.), какъ это означилъ D-г Thiesen, а $+0,0013$ означаетъ поправки V_c на взвѣшивание въ воздухѣ. Вычитая равенства, получаемъ

$$0,2042 \text{ mg.} = 4,3345 \text{ div.}$$

Откуда n или число миллигр., отвѣчающее одному дѣленію $= 0,04711 \text{ mg.}$ По даннымъ же, принятымъ D-г Thiesen'омъ, наше $n = 0,04832$. Разность не велика, $= 0,00121 \text{ mg.}$, но все же можетъ имѣть свое значеніе. Далѣе мы принимаемъ $n = 0,04711 \text{ mg.}$

При (3) и (4) системахъ получено $AB - BA = -2,376$ и $-0,849$. Нагрузки при этомъ были тѣ же, слѣдовательно беретъ среднее $AB - BA = -1,6125 \text{ div.}$, поуразность будетъ $-0,8062 \text{ div.}$ или $-0,0380 \text{ mg.}$ Сюда должно прибавить еще среднюю поправку на вѣсъ вытѣсненнаго воздуха $= -0,0013 \text{ mg.}$, получается: $-0,0393 \text{ mg.}$

Поэтому системы (3) и (4) въ среднемъ даютъ:

$$n^{\circ} 12 + \delta' + 0^{\text{mg.}} 5065 - n^{\circ} 16 = -0,0393 \text{ mg.}$$

Точно также изъ (1) системы, подставляя n , имѣемъ:

$$n^{\circ} 16 + \delta' + 0^{\text{mg.}} 5065 - n^{\circ} 12 = -0,0745 \text{ mg.}$$

Складывая соответственныя части равенствъ, находимъ:

$$2\delta' + 1^{\text{mg.}} 0130 = -0^{\text{mg.}} 1138,$$

откуда

$$\delta' = -0,5634 \text{ mg.}$$

А подставляя значеніе δ' , получаемъ:

$$n^{\circ} 16 - n^{\circ} 12 = -0,0176 \text{ mg.}$$

Проведемъ ординаты, отвѣчающія x_1 и x_2 , до пересѣченія съ параболой въ точкахъ b и c . Уравненіе сѣкущей, проходящей чрезъ точки параболы a и c , которыхъ абсциссы $= 0$ и $2q$, а ординаты очевидно $= A$ и $A + 3Bq + 9Cq^2$, будетъ:

$$y_{ac} = A + (B + 2Cq)x. \dots \dots \dots (III)$$

Поэтому площадь трапеціи x_0ackx_2 выразится: или а) аналитически чрезъ:

$$\int_0^{3q} y_{ac} dx = 3Aq + \frac{1}{2}(B + 2Cq)(3q)^2 = 3Aq + \frac{9}{2}Bq^2 + 9Cq^3 \dots (IV)$$

или б) геометрически, на основаніи теоремы: площадь трапеціи равна полусуммѣ параллельныхъ сторонъ (ax_0 и kx_2), умноженной на ихъ разстояніе по перпендикуляру (т. е. на $x_2 - x_0 = 3q$), что даетъ, на основаніи (III):

$$\frac{ax_0 + kx_2}{2} 3q = \frac{A + A + (B + 2Cq)3q}{2} 3q = 3Aq + \frac{9}{2}Bq^2 + 9Cq^3.$$

Это показываетъ, что площадь трапеціи x_0ackx_2 равна площади, ограниченной параболою x_0abcdx_2 .

Такое же равенство получимъ для площади трапеціи x_0lbdx_2 , ограниченной линіею ld , проходящею чрезъ точки параболы b и d , потому что уравненіе этой прямой есть:

$$y_{bd} = A - 3Cq^2 + (B + 4Cq)x. \dots \dots \dots (V)$$

Для этой прямой:

$$\int_0^{3q} y_{bd} dx = 3Aq - 9Cq^3 + \frac{1}{2}(B + 4Cq)9q^2 = 3Aq + \frac{9}{2}Bq^2 + 9Cq^3$$

то-есть опять тотъ же какъ (II) для параболы.

Точка m , гдѣ пересѣкаются прямыя ak и ld (для нея очевидно y_{ac} равно y_{bd}) имѣетъ абсциссу $\frac{3}{2}q$, т. е. отвѣчающую срединѣ между x_0 и x_2 .

Отрѣзки ординатъ al и dk равны между собою и $= -3Cq^2$. Слѣдовательно, и площади треугольниковъ alm и kdm равны между собою, такъ какъ ихъ основанія и высоты одинаковы.

Стрѣлки m, b и m, c очевидно будутъ въ 3 раза менѣе линій al и ld , то-есть будутъ $= -Cq^2$ ¹⁾.

Такимъ образомъ плоскость x_0abcdx_2 , ограниченная осью абсциссы, двумя ординатами и частью параболы $y = A + Bx + Cx^2$ ²⁾, равняется плоскости трапеціи x_0lbdx_2 , ограниченной, вмѣсто параболы, прямою, проходящею чрезъ одну изъ крайнихъ точекъ

¹⁾ Слѣдовательно, если $q=1$, то эти стрѣлки cm и bm , равны C .

²⁾ Ось такой параболы, какъ известно, параллельна оси ординатъ. Это условіе необходимо имѣть въ виду, то есть чрезъ перемѣну координатъ привести уравненіе параболы къ указанной формѣ.

части параболы (через d), и через другую точку параболы (через b), ордината которой отстоит на $\frac{2}{3}$ расстоянія ординат крайних точек взятой части параболы $\left[x_2 - x_1 = \frac{2}{3} (x_2 - x_0) \right]$.

Эта теорема доставляет одинъ изъ способовъ квадратуры параболы. Она имѣетъ свое значеніе, во-первыхъ, потому, что параболы выраженія равенствомъ: $y = A + Bx + Cx^2$ встрѣчаются чрезвычайно часто и прилагаются во множествѣ случаевъ и во-вторыхъ, потому, что указанное свойство параболы донынѣ еще не было подмѣчено, а оно можетъ найти не мало приложений ¹⁾. Замѣчу, сверхъ того, что въ разобранномъ случаѣ кривая $y = A + Bx + Cx^2$ замѣнена въ смыслѣ площадей опредѣленною прямою $y = A' + B'x$, т. е. порядокъ пониженъ, а потому можно уже полагать, что вообще для параболы вида: $y = A + Bx + Cx^2 + \dots + Mx^n$, можно по-рядкомъ повзвѣсить, когда дѣло касается интегрированія или нахожденія плоскостей. Но рѣшеніе этого вопроса въ общемъ геометрическомъ смыслѣ не касается предмета этой статьи, а потому мы переходимъ затѣмъ прямо къ приложенію вышенайденнаго къ системамъ взвѣшиваній и къ ихъ расчету.

Дополненіе 2-е. Система изъ 14-ти взвѣшиваній, основанная на указанной леммѣ. Въ предшествующей мы рассчитывали уравненія «состоянія» по тремъ наблюденіямъ, получая параболы 2-го порядка вида:

$$L = A + Bt + Ct^2,$$

На основаніи же указанной теоремы, можно ограничиться двумя опредѣленіями и точность будетъ не меньшею. Если, напримѣръ, дано три взвѣшиванія, АВ и ВА, перемежающіяся между собою:

$$\begin{array}{cccccc} t & = & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ L & = & AB_1 & BA_1 & AB_2 & BA_2 & AB_3 & BA_3. \end{array}$$

то два уравненія состоянія, въ видѣ кривыхъ 2-го порядка, даютъ возможность сдѣлать выводъ о средней разности АВ — ВА для пространства времени отъ $t = 2$ до $t = 5$. Но по выведенной теоремѣ такое же сужденіе можно сдѣлать съ полною точностію, вовсе не зная АВ₁ и ВА₃, т. е., произведя лишь четыре взвѣшиванія, если ихъ расположить чрезъ равные промежутки времени. А это ведетъ или къ сокращенію времени (числа) взвѣшиваній, или, произведя то же число взвѣшиваній, къ увеличенію точности результата. Сокращеніе числа взвѣшиваній не имѣетъ особа важнаго практическаго значенія при производствѣ возможно точныхъ взвѣшиваній, особенно по той причинѣ, что всякая сѣтка грузовъ А или В влечетъ за собою большую потерю времени, такъ какъ при этомъ должно подходить къ вѣсамъ и послѣ того должно ждать не менѣе 2-хъ часовъ для того, чтобы вѣсы вновь пришли въ температурное равновѣсіе съ окружающимъ пространствомъ; повтореніе же перекладываній АВ — ВА занимаетъ некоего времени. Гораздо

¹⁾ Объ этой теоремѣ сдѣлано мною краткое сообщеніе въ Comptes rendus de l'Acad. d. Sciences 1895, pag. 1467.

важно увеличить точность и получить способы убѣжденія въ согласіи полученныхъ выводовъ, подобные тѣмъ, какіе получаются при повтореніи системы. На этомъ основана система изъ 14-ти взвѣшиваній ¹⁾, содержащая въ себѣ трехкратное опредѣленіе искомой разности $A - B$.

Прожежутки времени между единичными взвѣшиваніями предполагаются одинаковыми. Это требуется существомъ расчетовъ, прилагаемыхъ здѣсь и основанныхъ на вышедоказанной теоремѣ ²⁾. Назначимъ эти времена чрезъ t_1, t_2, \dots, t_{14} .

¹⁾ Если взвѣшиваніе гирь производится (какъ и слѣдуетъ иногда дѣлать, по примѣру Международнаго Бюро) на подставкахъ, которыхъ вѣсъ должно исключать, то для этого необходимы двѣ системы (см. выше, примѣръ Бюро) съ перемѣною подставокъ. Такъ какъ для этой перемѣны наблюдатель долженъ приближаться къ вѣсамъ и дѣйствовать гирями, то между двумя системами должно оставить большой промежутокъ времени. Для наиболее важныхъ взвѣшиваній (например, при сравненіи прототиповъ) сѣту лучше дѣлать въ вечеру, чтобы за ночь получалось температурное равновѣсіе. Тогда въ теченіи дня легко повторить систему 2 или 3 раза и окончательный результатъ каждаго сличенія получится въ два дня, какъ результатъ средняго изъ 2 или 3 системъ. При такомъ распредѣленіи работы, хотя потребуются много времени, но зато получится рядъ данныхъ, который дѣлаетъ полную возможность точно судить о степени точности отдѣльныхъ результатовъ, чего, къ большому сожалѣнію, нельзя сдѣлать въ отношеніи къ установкѣ вѣса международныхъ килограммовъ, что объясняется огромною массою санейей, которыя предстоятъ въ то время Международному Бюро мѣры и вѣсомъ, чѣмъ устранялась возможность повторенія взвѣшиваній. Проверка и сужденіе о степени точности взвѣшиваній достигалось въ Бюро способами, указанными во «Временникѣ», ч. 2, стр. 163, какъ и объяснено въ образцовомъ отчетѣ, представленномъ г. Бенуа Международной Конференціи 1889 г. (Traavaux et mémoires, T. VII).

²⁾ Очевидно, что промежутки времени между взвѣшиваніями нельзя сдѣлать на столько точно-одинаковыми, на сколько можно замѣчать времена взвѣшиваній. Погрѣшности отъ принятія неодинаковыхъ промежутковъ времени за равными (эта погрѣшность можетъ достигать до длительности половинны или даже полтора размаха, т. е. примѣрно отъ 20 до 50 секундъ) будетъ тѣмъ болѣе вліять на результатъ, чѣмъ менѣе будетъ параллелизма между кривыми AB и BA и чѣмъ они будутъ болѣе удалены отъ горизонтальной прямой. Если вліяніе этого рода погрѣшности будетъ сколько-либо значительно, придется оставить принципъ равенства промежутковъ, но хотя тогда расчеты усложнятся, сущности системы и ея выгоды останутся.

Если опытъ покажетъ, что достиженіе равныхъ промежутковъ времени между взвѣшиваніями трудно исполнимо или мало точно, тогда вмѣсто предлагаемой даѣе системы 14 взвѣшиваній (мало удобной для расчета при неравныхъ промежуткахъ времени), быть можетъ, лучше пользоваться системами съ инымъ числомъ взвѣшиваній, изъ которыхъ я считаю особо выгодными слѣдующія три:

A) Изъ 11 взвѣшиваній: 1) AB , 2) BA , 3) AB , 4) $AB + r$, 5) AB , 6) BA , 7) AB , 8) $AB + r$, 9) AB , 10) BA и 11) AB . Здѣсь AB опредѣляется 6 разъ и расчетъ уравненія «состоянія» должно производить только для AB .

B) Изъ 17 взвѣшиваній: 1) AB , 2) BA , 3) AB , 4) BA , 5) AB , 6) $AB + r$, 7) AB , 8) BA , 9) AB , 10) BA , 11) AB , 12) $AB + r$, 13) AB , 14) BA , 15) AB , 16) BA и 17) AB .

C) Изъ 20 взвѣшиваній: три группы по 6 взвѣшиваній, перемежая AB и BA , и 2 взвѣшиванія между ними для опредѣленія α . Эту послѣднюю систему можно было бы считать наиболее нормальною — при неравныхъ промежуткахъ — и дающую надежнѣйшіе результаты, если бы она не требовала много времени. Опытъ Главной Палаты рѣшать выборъ системы, сообразуясь не только съ достиженіемъ наиболее точныхъ результатовъ, но и съ удобствомъ.

При точныхъ взвѣшиваніяхъ всегда извѣстно изъ предварительныхъ испытаній, который изъ сравниваемыхъ грузовъ тяжелѣе. Назовемъ чрезъ A тотъ грузъ, который тяжелѣе B (разность $A-B$ должна быть, какъ сказано выше, не болѣе $0,2 \text{ mg.}$).

Организация системы основана на томъ, что 4 взвѣшиванія AB, BA, AB и BA даютъ одинъ результатъ, который сравнивается съ двумя другими такими же. Сравненіе этихъ, въ одной системѣ содержащихся, результатовъ укажетъ степень точности, достигаемую частями системы, а ея общій выводъ будетъ, конечно, обладать всею возможною точностію, потому что въ немъ исчезнетъ большинство случайныхъ погрѣбностей.

Такъ объясняются 12 взвѣшиваній, а 2 назначаются для опредѣленія чувствительности; они расположены симметрично между взвѣшиваніями AB и BA , что и даетъ слѣдующія 14 взвѣшиваній системы.

Вре- мена:	Лѣвая чашка:	Правая чашка:	Положеніе равновѣсія и результаты въ дѣленихъ шкалахъ:
1	A.	B.	L_1
2	B.	A.	L_2
3	A.	B.	L_3
4	B.	A.	L_4
5	$(B + r)$.	A.	L_5
6	B.	A.	L_6
7	A.	B.	L_7
8	B.	A.	L_8
9	A.	B.	L_9
10	A.	$(B + r_1)$.	L_{10}
11	A.	B.	L_{11}
12	B.	A.	L_{12}
13	A.	B.	L_{13}
14	B.	A.	L_{14}

$$(A - B)_1 = \frac{1}{8} (L_1 - 3L_2 + 3L_3 - L_4).$$

$$n_1 = \frac{16 \cdot r}{(L_2 - 9L_4 + 16L_5 - 9L_6 + L_8)}.$$

$$(A - B)_{21} = \frac{1}{8} (-L_6 + 3L_7 - 3L_8 + L_9).$$

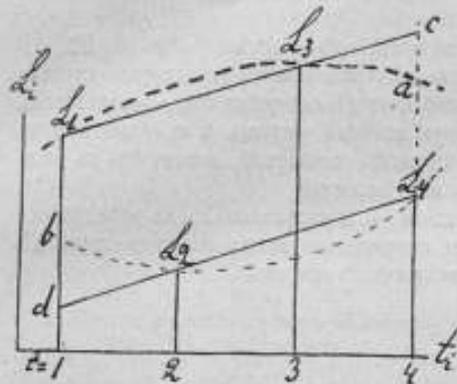
$$n_2 = \frac{16 \cdot r_1}{(L_7 - 9L_9 + 16L_{10} - 9L_{11} + L_{13})}.$$

$$(A - B)_2 = \frac{1}{8} (L_{11} - 3L_{12} + 3L_{13} - L_{14}).$$

Полученіе единичнаго результата, напр., $(A-B)_1$, совершенно понятно изъ вышеприведенной теоремы, на ней основано и условно чертеежомъ, на которомъ по оси абсциссъ отложены времена, а ординаты суть положенія равновѣсія (фиг. 10). Чрезъ точки L_1 и L_2 , равно какъ чрезъ L_3 и L_4 , проведены (пунктиромъ) нѣкоторыя воображаемыя параболы втораго порядка (ихъ, понятно, можно провести множество — результатъ же будетъ одинаковъ). Для вычисленія разности вѣса должно знать среднюю разность ординатъ въ пространствахъ отъ $t=1$ до $t=4$. Эта средняя разность найдется, если узнаемъ площадь $L_1 a L_4 b$ между параболою и крайними ординатами и эту площадь раздѣлимъ на разность абсциссъ: $4 - 1 = 3$. По вышеизложенной теоремѣ пло-

въ распредѣленіи взвѣшиваній для наблюдателей. Система изъ 20 взвѣшиваній при средней длительности каждаго въ 4 минуты (что легко достигнимо на вѣсахъ Ненца), займетъ около 1 ч. 20 мин. и, быть можетъ, тогда, сдѣлавъ перемѣну грузовъ (напримѣръ, смѣну подставокъ), можно будетъ успѣть сдѣлать — въ теченіе утреннихъ рабочихъ часовъ — два полныхъ взвѣшиванія (или одно съ перемѣною подставокъ).

щадь эта равна площади трапеции $L_1 c L_2 d$, потому что разстояніе ординатъ L_1 отъ L_2 или ординатъ L_2 отъ L_3 равно, по условіямъ опыта, $\frac{2}{3}$ разстоянія



Черт. 10. Схематическое представление системы из 4-х взвешиваний: L_1 и L_2 для АВ, L_3 и L_4 для ВА.

крайних ординатъ ¹⁾ $L_4 - L_1$. Площадь же указанной трапеции определяется положеніемъ точекъ L_1 , L_2 , L_3 и L_4 совершенно точно и равняется $\frac{3}{4}$ ($L_4 - 3L_2 + 3L_3 - L_1$), гдѣ 3 есть разстояніе параллельныхъ сторонъ, а $\frac{1}{4}$ ($L_1 - 3L_2 + 3L_3 - L_4$) есть полусумма параллельныхъ сторонъ трапеции ²⁾. Раздѣляя эту площадь на 3, получимъ среднюю разность ординатъ, т. е. АВ—ВА. Половина этой разности, или

$$\frac{1}{8} (L_1 - 3L_2 + 3L_3 - L_4),$$

есть выраженіе разности вѣса А—В въ дѣленіяхъ шкалы, что и вписано въ послѣдній столбецъ таблицы. Такой же выводъ повторенъ въ системѣ 3 раза.

Сличеніе трехъ полученныхъ результатовъ укажетъ степень согласія данныхъ. Общій же или окончательный результатъ, я полагаю, всего достовѣрнѣе получить, взявъ сперва среднее изъ (А—В)₁ и (А—В)₂ и опредѣливъ по 5-му взвѣшиванію (находящемуся какъ разъ между ними) значеніе разности

¹⁾ Это сужденіе совершенно точно, оно не есть экстраполированіе, хотя мы не знаемъ, какъ направляются параболы, т. е. не знаемъ положенія точекъ *a* и *b*. Въ этомъ и состоитъ значеніе вышеприведенной теоремы, могущей оказаться полезною и во многихъ другихъ приложеніяхъ.

²⁾ Изъ чертежа и существа дѣла очевидно, что для нахождения средней разности АВ—ВА здѣсь (т. е. при указанныхъ условіяхъ распредѣленія взвѣшиваній—но не при иныхъ) будетъ оправданъ способъ среднихъ, но не въ томъ видѣ, въ какомъ онъ примѣнялся въ Международномъ Бюро [среднее тогда было бы $= \frac{L_1+L_2}{2} - \frac{L_3+L_4}{2} = \frac{1}{2} (L_1-L_2+L_3-L_4)$], а въ слѣдующемъ: Среднее изъ L_1 и L_2 можно считать отвѣчающимъ времени L_2 , а потому одна разность будетъ $\frac{L_1+L_2}{2} - L_2$, точно также составитъ среднее изъ L_3 и L_4 для времени L_3 , а среднее изъ этихъ двухъ разностей и будетъ искомаа разность

$$\frac{\frac{L_1+L_2}{2} - L_2 + L_2 - \frac{L_3+L_4}{2}}{2} = \frac{1}{4} (L_1 - 3L_2 + 3L_3 - L_4),$$

то-есть такая же, какъ по землѣ. Изъ примѣра, приведеннаго во «Временникѣ», ч. 2, стр. 185, видно, что и всегда держался примѣрно этого способа вывода среднихъ; онъ по существу тождественъ съ тѣмъ, которое держался при опредѣленіи равновѣсій (стр. 10).

въ миллиграммахъ; это дастъ R_1 или первую разность въ вѣсѣ. Точно также изъ $(A-B)_2$ и $(A-B)_3$ среднее, при помощи 10-го взвѣшивания, дастъ R_2 ; среднее же изъ R_1 и R_2 дастъ окончательный результатъ системы или разность $A-B$ въ миллиграммахъ, а именно, совершивъ всѣ дѣйствія, получается:

$$A-B = \frac{r}{2} \cdot \frac{(L_1-L_7)+3(L_8-L_9)+(L_{10}-L_{11})+3(L_{12}-L_{13})}{(L_2+L_6)+16L_4-9(L_5+L_{14})} + \\ + \frac{r_1}{2} \cdot \frac{(L_2-L_6)+3(L_7-L_9)+(L_{11}-L_{13})+3(L_{12}-L_{14})}{(L_2+L_{11})+16L_{10}-9(L_8+L_{11})} \dots \text{XIV}$$

Результатъ такой системы изъ 14-ти взвѣшиваній—при прочихъ равныхъ условіяхъ—долженъ быть по крайней мѣрѣ въ два раза болѣе точенъ, чѣмъ результатъ вышерассмотрѣнной системы изъ 10-ти взвѣшиваній, выраженный XIII-ю формулою, и въ 4 раза болѣе точенъ, чѣмъ результатъ системы 14-ти взвѣшиваній, расположенныхъ такъ, какъ привѣялось донынѣ въ Главной Палатѣ и дано въ видѣ примѣра на стр. 41. Судя по многимъ взвѣшиваніямъ Палаты, должно думать, что на вѣсахъ Рупрехта для 14-ти взвѣшиваній потребуется не менѣе $1\frac{1}{2}$ -хъ часовъ времени, такъ что промежутокъ времени на каждое отдѣльное взвѣшиваніе будетъ около 6—7 минутъ. На вѣсахъ Нейнда всѣ манипуляціи (арретировка, переѣзна грузовъ и прибавка r) производятся скорѣе и на систему въ 14 отдѣльныхъ взвѣшиваній расходуется менѣе часа, такъ что на одно взвѣшиваніе достаточно будетъ почти 4 минуты. Это должно имѣть не малое значеніе не столько для сокращенія времени наблюденія, сколько для уменьшенія измѣненій въ «состояніи вѣсовъ», а точныя взвѣшиванія должны быть основаны на способахъ, дающихъ возможность уменьшать эти измѣненія и систематически ихъ исключать изъ результата взвѣшиваній. Исключеніе систематическихъ погрѣбностей, выражаемыхъ уравненіемъ «состояніи вѣсовъ», полагается въ основу всѣхъ мною предлагаемыхъ системъ взвѣшиваній, а исключеніе неизбежныхъ случайныхъ погрѣбностей (отчета колебаній и расчетовъ по уравненіямъ «состояніи») производится—повтореніемъ операцій, что даетъ и мѣру остающихся погрѣбностей, которая нивѣ легко могутъ доводиться до тысячныхъ миллиграмма или даже, быть можетъ, и до десятитысячныхъ (если не встрѣтятся препятствія отъ стиранія чашекъ и т. п. косвенныхъ причинъ), при грузахъ въ 1 кило и менѣе.

Предшествующая система, при равныхъ промежуткахъ времени между отдѣльными взвѣшиваніями, можетъ быть, хотя не безъ убыли точности, упрощена, взявъ только 9 первыхъ взвѣшиваній и можетъ быть улучшена, умножая число единичныхъ взвѣшиваній, а именно двумя способами: чрезъ увеличеніе числа опредѣленій $AB-BA$ и чрезъ увеличеніе утѣренности въ опредѣленіи n , для чего, по предложенію В. Д. Саложникова, при взвѣшиваніяхъ Палаты уже привѣяется положеніе r и r_1 на оба плеча вѣсовъ, напр. такъ: если для $(A+r)B$ получится равновѣсіе L_1 , а тогдашъ затѣмъ для $A(B+r_1)$ равновѣсіе L_2 , то для средняго времени должно принять: $n = \frac{r+r_1}{L_1-L_2}$, независимо отъ равновѣсія при грузѣ AB . Такимъ образомъ можно составить систему изъ 22 ¹⁾ взвѣшиваній:

¹⁾ Отбрасывая 5-ое и 17-го взвѣшиванія, система остается та же и будетъ содержать 20 взвѣшиваній.

AB, BA, AB, BA, $(B+r)A$, $B(A+r_1)$, BA, AB, BA, AB, $(A+r)B$, $A(B+r_1)$, AB, BA, AB, BA, $(B+r)A$, $B(A+r_1)$, BA, AB, BA, AB.

Система эта, навѣрно, дастъ результатъ еще болѣе точный, чѣмъ выше-разсмотрѣнная система изъ 14 взвѣшиваній.

При *неравныхъ промежуткахъ* времени, систему изъ 22 взвѣшиваній должно составить такъ:

AB, BA, AB, BA, AB, BA, $(B+r)A$, $B(A+r_1)$, BA, AB, BA, AB, BA, AB, $(A+r)B$, $A(B+r_1)$, AB, BA, AB, BA, AB, BA.

Общіе выводы, относящіеся до приѣмовъ точныхъ взвѣшиваній.

1) Для наиболѣе точныхъ взвѣшиваній, при помощи надлежащихъ вѣсовъ современнаго устройства, должно считать необходимыми: неизбѣжность горизонтальной опорной площадки вѣсовъ, отсутствіе самостоятельныхъ колебаній чашекъ — при колебаніи коромысла, возможность отчета секундъ дуги уклоненій коромысла и возможно полное удаленіе всѣхъ причинъ (особенно же пряхаго вліянія наблюдателя и источниковъ тепла и свѣта), измѣняющихъ «состояніе вѣсовъ», т. е. положеніе равновѣсія при опредѣленной нагрузкѣ. Для этой послѣдней цѣли, судя по принятымъ опытамъ, всегда полезно окружить коромысло вѣсовъ массивною сплошною мѣдною рамою (коробкою изъ толстыхъ сплошныхъ листовъ красной мѣди), служащею для равномернаго распредѣленія тепла по всей длинѣ коромысла¹⁾.

2) Шкала, по которой производится отчетъ элонгацій, должна быть вывѣрена и всѣ отчеты исправлены на калиброваніе шкалы.

¹⁾ Вліяніе мѣдной коробки, окружающей коромысло, очевидно сказалось на результатахъ взвѣшиваній, произведенныхъ въ Гл. Палатѣ и объ этомъ предметѣ я предполагаю говорить въ особой статьѣ «Временника». Теперь же дѣлается лишь общее, предварительное о немъ замѣчаніе.

Если вѣсы при грузѣ въ сотни граммъ и при обычныхъ приѣмахъ наблюденія (когда наблюдатель прямо находится около лѣвка вѣсовъ) даютъ разности въ десятыхъ доляхъ миллиграмма, то послѣ устройства коробки изъ толстыхъ листовъ красной мѣди кругомъ коромысла, тѣ же вѣсы позволяютъ точно опредѣлять сотыя доли миллиграмма. Но для достиженія наивысшей точности (на 1 килогр. $\pm 0,001$ миллиграмма) необходимо не только, чтобы наблюдатель былъ удаленъ отъ вѣсовъ на 2—4 метра, но чтобы и коромысло было окружено мѣдною коробкою, потому что вліяніе тепла, испускаемаго наблюдателемъ, на показаніе чувствительныхъ вѣсовъ несомнѣнно даже при разстояніи въ 2 и 4 метра отъ коромысла. Считаю не лишнимъ обратить здѣсь вниманіе также на то обстоятельство (оно, вѣроятно, составитъ предметъ особой статьи, когда соберется достаточный рядъ опытныхъ данныхъ), что во взвѣшиваніяхъ Гл. Палаты, какъ въ взвѣшиваніяхъ Полютинскаго и Международнаго Бюро, оказалось, что послѣ долгаго покоя (въ арретированномъ состояніи) вермы показанія вѣсовъ всегда явно отличаются отъ послѣдующихъ (это объясняется остаточною упругостью коромысла, долженствующаго при взвѣшиваніяхъ немного пѣтнать своей нагибъ), а потому при началѣ системы первое взвѣшиваніе въ расчетъ не принимается. Окруженіе коромысла вѣсовъ коробкою со слоемъ воды, вѣроятно, окажется полезнымъ, но еще не подвергнуто испытанію въ Гл. Палатѣ.

3) При взвѣшиваніяхъ должно стремиться какъ къ тому, чтобы размахи были малы, такъ и къ тому, чтобы при всѣхъ взвѣшиваніяхъ данной системы пользоваться лишь небольшою частію шкалы, для чего грузы А и В должно по возможности (до 0,2 mg.) уравнивать добавочными, заранее изученными мелкими гирями.

4) Для данныхъ вѣсовъ и нагрузокъ при малыхъ размахахъ убыль размаховъ можно считать постоянной, т. е. принимать:

$$\frac{l_n - l_{n+1}}{l_{n+2} - l_{n+1}} = C.$$

гдѣ С болѣе 1 (для точныхъ вѣсовъ обыкновенно отъ 1,10 до 1,01) и зависитъ явно: а) отъ площади горизонтальной проекціи колеблющихся чашекъ, т. е. отъ величины сопротивленія воздуха и б) отъ вѣса нагрузки, т. е. отъ инерціи. Такому выраженію убыли размаховъ отвѣчаетъ общее выраженіе колебаній коромысла вѣсовъ:

$$l_n = L + R(-C)^{-n} = L + R\left(\frac{-1}{C}\right)^n,$$

гдѣ l_n есть отчетъ (по шкалѣ) n — той элонгаціи (считая за 1-ую меньшую изъ двухъ рядовъ наблюдаемыхъ или за 0 — большую), L отчетъ равновѣсія, R полуразмахъ при $n = 0$ и C вышеуказанное постоянное, независящее отъ начала счета колебаній. При n безконечно большомъ, очевидно, $l_n = L$.

5) Если C извѣстно, то изъ отчета *двухъ* элонгацій l_1 и l_2 опредѣляется отчетъ равновѣсія L :

$$L = \frac{Cl_2 + l_1}{C + 1}.$$

Этимъ можно пользоваться для сокращенія времени единичныхъ взвѣшиваній и цѣлой ихъ системы.

6) При наблюденіи *трехъ* элонгацій l_1, l_2, l_3 , точное выраженіе равновѣсія:

$$L = \frac{1}{4} \left(l_1 + 2l_2 + l_3 - \frac{(l_1 - l_3)^2}{l_1 + l_3 - 2l_2} \right) = \frac{1}{4} \left[l_1 + l_3 + 2l_2 - \frac{C-1}{C+1} (l_1 - l_3) \right],$$

а приближенное:

$$L = \frac{1}{4} (l_1 + 2l_2 + l_3).$$

тѣмъ точнѣе, чѣмъ меньше размахи и чѣмъ C ближе къ 1.

7) При наблюденіи *четырехъ* элонгацій погрѣшности отчетовъ болѣе сокращаются, чѣмъ при 3-хъ элонгаціяхъ, и точное выраженіе равновѣсія:

$$L = \frac{1}{8} \left(l_1 + 3l_2 + 3l_3 + l_4 + \frac{(l_1 - l_3)^2}{2l_2 - l_1 - l_3} + \frac{(l_2 - l_4)^2}{2l_3 - l_2 - l_4} \right),$$

а приближенное, обыкновенно достаточное (въ предѣлѣ погрѣшностей отчетовъ) для малыхъ размаховъ, равно предшествующему безъ двухъ послѣднихъ дробей:

$$L = \frac{1}{8} (l_1 + 3l_2 + 3l_3 + l_4).$$

Опредѣляя L изъ двухъ первыхъ и двухъ послѣднихъ элонгацій (по

формулы 5-го пункта), можно уже получить некоторое понятіе о происходящемъ измѣненіи «состоянія» вѣсовъ.

8) «Состояніемъ» вѣсовъ называется мною «функция времени», выражающая измѣненіе равновѣсія L во времени t при данной нагрузкѣ чашекъ. При точныхъ взвѣшиваніяхъ необходимо знать «состояніе» вѣсовъ, потому что точное взвѣшиваніе требуетъ «системы» или сочетанія взвѣшиваній A, B (слѣва грузъ A , справа грузъ B) и B, A (означаетъ перемену положенія грузовъ на чашкахъ, слѣва B , справа A), такъ какъ исконая разность вѣса, $A - B = x$, опредѣляется изъ полуразности равновѣсій $\frac{1}{2}(L_{AB} - L_{BA})$, умноженной на n («чувствительность» вѣсовъ), для опредѣленія котораго должно произвести третье взвѣшиваніе $(A + r)$. В или A . $(B + r)$ съ небольшимъ (около $0,5 - 0,2$ мг.) добавочнымъ грузомъ r , такъ что для полученія результата необходимо по меньшей мѣрѣ 3 взвѣшиванія: AB , BA и $B(A + r)$, а такъ какъ въ это время (какъ бы мало оно ни было) «состояніе» вѣсовъ обыкновенно болѣе измѣняется, чѣмъ въ предѣлѣ возможныхъ случайныхъ ошибокъ отчета, то, не опредѣляя «состоянія» вѣсовъ, а прямо сличая полученныя равновѣсія для вывода исконой разности x , смѣшиваютъ систематическія измѣненія «состоянія» вѣсовъ со случайными погрѣшностями отчета и понижаютъ точность вывода x .

9) Для сужденія о «состояніи» вѣсовъ должно въ опредѣленномъ времени t повторять данное взвѣшиваніе, напр., AB или BA или то и другое и вывести зависимость равновѣсій L отъ t . Тогда можно знать, каково было бы равновѣсіе, напр. AB , въ промежуточное время, когда произведено взвѣшиваніе BA или $(A + r) B$.

10) Времени взвѣшиванія, которому отвѣчаетъ равновѣсіе L , должно считать среднее время тѣхъ элонгацій, изъ которыхъ опредѣлено L . Для простоты расчетовъ очень выгодно, чтобы взвѣшиванія «системы» совершались чрезъ равные промежутки времени, а для точности вывода функций L , необходимо не только усиленно заботиться о томъ, что указано въ 1-мъ пунктѣ, но и, по возможности, сокращать предѣлы времени, къ которымъ относится данная функция времени, которую, по неизвѣстности причинъ, опредѣляющихъ перемену «состоянія» вѣсовъ, нельзя экстраполировать, а можно только интерполировать въ возможно меньшихъ предѣлахъ времени.

11) Для сокращенія разстоянія во времени между взвѣшиваніями всей системы, то есть для точнѣйшаго опредѣленія функции времени, а слѣдовательно и для точности вывода x , должно стремиться сокращать число наблюдаемыхъ элонгацій, по возможности до 2-хъ и во всякомъ случаѣ брать не болѣе 4-хъ.

12) Для возможно точнаго знанія «состоянія» вѣсовъ необходимо, чтобы повторяющіяся взвѣшиванія (напр. AB или BA), служація для вывода, были отдѣлены другъ отъ друга не болѣе какъ чрезъ одно взвѣшиваніе; напр. система $AB_1, BA_2, AB_3, (A + r) B_4, AB_5$ содержитъ 3 раза AB чрезъ одно взвѣшиваніе, что позволяетъ составить для AB функцию времени въ видѣ параболы 2-го порядка: $AB_1 = a + bt + ct^2$, которая дастъ возможность узнать, каково было бы равновѣсіе AB_2 и AB_3 въ тѣ времена, когда произведены

взвѣщиванія BA_2 и $(A+r)B_1$. Совокупность указанныхъ взвѣщиваній составляетъ наименьшее число (5) единичныхъ взвѣщиваній, образующихъ «систему». Случая AB_2 (т. е. L , отвѣчающее $t=2$, по функціи времени) съ BA_2 , узнаемъ полуразность равновѣсій, отнесенную къ одному времени $t=2$, случая же $(A+r)B_2$ съ BA_4 , узнаемъ n или число иллиграммовъ, отвѣчающее одному дѣленію, а потому узнаемъ и исконое x или разность вѣса $A-B$.

13) Опытъ показываетъ, что для выраженія «состоянія» вѣсовъ обыкновенно недостаточно прямолинейной функціи ($L_t = a + bt$), т. е. что равновѣсія (при данной нагрузкѣ) измѣняется не пропорціонально времени, такъ какъ dL/dt нельзя считать постоянной и у L_t есть maxima и minima.

14) Опытъ показываетъ, что для промежутка времени, въ который можно произвести пять последовательныхъ взвѣщиваній, пережѣвъ въ равновѣсіи или уравненіе «состоянія» можно выразить съ достаточною степенью точности параболою 2-го порядка: $L_t = a + bt + ct^2$, но при длинныхъ промежуткахъ времени, напр., въ 7 или 8 взвѣщиваній, очень часто совершаются такіа измѣненія состоянія вѣсовъ, что совокупность ихъ часто нельзя охватить съ достаточною точностію параболою 3-го и 4-го порядковъ; а такъ какъ расчетъ по этимъ послѣднимъ сверхъ того болѣе сложенъ, то для приближенія къ истинѣ пригоднѣе всего пользоваться расчетомъ по параболомъ 2-го порядка, вида $L_t = a + bt + ct^2$, назначая каждую для времени пяти последовательныхъ взвѣщиваній. О степени точности въ опредѣленіи функціи времени можно получить сужденіе по степени параллельности параболъ AB_i и BA_i , опредѣленныхъ по системѣ перемежающихся взвѣщиваній; напр.: 1) AB_1 , 2) BA_2 , 3) AB_3 , 4) BA_4 , 5) AB_5 и 6) BA_6 . Отступленія отъ параллелизма (зависація, обыкновенно, судя по опыту, болѣе всего отъ несоблюденія условій, означенныхъ въ пунктѣ 1-мъ) параболъ BA_i и AB_i покажетъ мѣру неустраивенныхъ погрѣбностей, для уменьшенія которыхъ необходимо повтореніе системы.

15) Площадь между параболою, отвѣчающими AB и BA , въ предѣлахъ времени t_1 и t_2 , для которыхъ извѣстны обѣ параболы, при раздѣленіи этой площади на разность предѣловъ ($t_2 - t_1$), даетъ разность равновѣсій $AB-BA$ съ наибольшею возможною степенью точности. Если, напримѣръ, для AB отъ t_0 до t_n извѣстна парабола $(AB)_t = a_1 + b_1 t + c_1 t^2$, а для BA отъ t_1 до t_{n+1} равновѣсія выражается параболою $(BA)_t = a_2 + b_2 t + c_2 t^2$ ¹⁾, то болѣе вѣрнотное выраженіе разности $AB-BA$ въ предѣлѣ времени отъ t_1 до t_n будетъ:

$$(a_1 - a_2) + \frac{1}{2}(b_1 - b_2)(t_n + t_1) + \frac{1}{6}(c_1 - c_2)(t_n^2 + t_n t_1 + t_1^2).$$

15 bis) Лемма: площадь, ограниченная частію параболы $y = a + bx + cx^2$ между точками m и n (или y_1 и y_2) осью X -овъ (абсциссъ) и двумя ординатами, отвѣчающими точкамъ m и n и абсциссамъ x_1 и x_2 , равняется площади трапеціи, ограниченной, вѣсто параболы, прямою, проходящею чрезъ одну изъ крайнихъ точекъ параболы (m или n) и чрезъ другую точку параболы, отстоящую отъ первой на $\frac{2}{3}$ разности крайнихъ абсциссъ $= \frac{2}{3}(x_2 - x_1)$.

¹⁾ Если бы обѣ параболы были параллельны, то b_1 , было бы равно b_2 и $c_1 = c_2$.

16) На основаніи этой леммы, проведя чрезъ *равные промежутки времени* 4 взвѣшиванія: АВ, ВА, АВ и ВА и получивъ для нихъ равновѣсія L_0, L_1, L_2 и L_3 , найдемъ, что разность равновѣсій АВ—ВА = $\frac{1}{4}[(L_0 - L_1) + 3(L_2 - L_3)]$, что отвѣчаетъ точно выраженію «состоянія вѣсовъ» двумя параболома (одна для АВ, другая для ВА) 2-го порядка, хотя основывается на опредѣленіи только двухъ точекъ въ каждой параболѣ.

17) Соответственно леммѣ, данной въ пунктѣ 15-мъ, при исчисленіи плоскостей, ограниченныхъ параболома высшихъ порядковъ $y = a + bx + cx^2 + dx^3 + \dots$ порядокъ можно понизить¹⁾, а потому при равныхъ промежуткахъ всѣ расчеты разности АВ—ВА сводятся къ простѣйшему виду, какъ видно въ прилагаемой схемѣ, гдѣ четныя L отвѣчаютъ АВ, а нечетныя ВА.

Наблю- денія:	Первыя разности АВ—ВА.	Первыя среднія АВ—ВА.	Вторыя среднія АВ—ВА.	Третья среднія АВ—ВА.
АВ L_0	$\frac{L_0 + L_2}{2} - L_1 = 2x_1$	$x_1 + x_2$	$\frac{x_1 + 2x_2 + x_3}{2}$	$\frac{x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4}{4}$
ВА L_1				
АВ L_2	$\frac{L_2 + L_4}{2} - L_3 = 2x_2$	$x_2 + x_3$	$\frac{x_2 + 2x_3 + x_4}{2}$	$\frac{x_2 + 3x_3 + 3x_4 + x_5}{4}$
ВА L_3				
АВ L_4	$\frac{L_4 + L_6}{2} - L_5 = 2x_3$	$x_3 + x_4$	$\frac{x_3 + 2x_4 + x_5}{2}$	$\frac{x_3 + 3x_4 + 3x_5 + x_6}{4}$
ВА L_5				
АВ L_6	$\frac{L_6 + L_8}{2} - L_7 = 2x_4$	$x_4 + x_5$	$\frac{x_4 + 2x_5 + x_6}{2}$	$\frac{x_4 + 3x_5 + 3x_6 + x_7}{4}$
ВА L_7				
и т. д.	и т. д.	и т. д.	и т. д.	и т. д.

Послѣдній или конечный результатъ будетъ — искомая средняя разность АВ—ВА, разсчитанная по площадямъ параболы высшаго возможнаго порядка. Напр. если дано L_0, L_1, L_2 : АВ—ВА = $2x_1 = \frac{1}{4}[(L_0 - L_1) + (L_2 - L_1)]$; если сдѣлано 4 опредѣленія или даны L_0, L_1, L_2, L_3 , то АВ—ВА = $x_1 + x_2 = \frac{1}{8}[(L_0 - L_2) + 3(L_2 - L_1)]$ (этотъ случай данъ выше въ пунктѣ 16); если даны L_0, L_1, L_2, L_3, L_4 : АВ—ВА = $\frac{1}{8}[(L_0 - L_1) + (L_4 - L_3) + 3(L_2 - L_1) + 3(L_2 - L_3)]$; если дано 6 наблюдений: (3 раза АВ и 3 раза ВА), то АВ—ВА = $\frac{1}{16}[(L_0 - L_5) + 5(L_4 - L_1) + 10(L_2 - L_3)]$ (какъ получается при расчетѣ по параболѣ 3-го порядка) и т. д. Слѣдовательно, при равныхъ промежуткахъ времени между перемежающимися АВ и ВА, расчетъ АВ—ВА, принимая во вниманіе параболическія уравненія времени, сводится къ очень простому общему приему — безъ нахождения самыхъ параболъ, выражающихъ «состояніе вѣсовъ», хотя онъ на нихъ основанъ.

18) Цѣлью «системы» взвѣшиваній служить опредѣленіе разности вѣса А—В = x , а эта разность = полуразности равновѣсій АВ—ВА, умноженной на n . Опредѣливъ вышеуказаннымъ способомъ разность АВ—ВА, должно

¹⁾ Это доказывается также, какъ лемма 15 bis.

опредѣлить n прибавкою добавочнаго груза r ; а если затѣмъ повторить опять опредѣленіе разности $AB - BA$, получимъ въ среднемъ уничтоженіе большей части случайныхъ погрѣшностей. Подобнымъ образомъ составлены напр. слѣд. системы: а) изъ 10 взвѣшиваній: 1) AB , 2) $A(B+r)$; 3) AB , 4) BA , 5) AB , 6) BA , 7) AB , 8) BA , 9) $(B+r)A$ и 10) BA ; б) изъ 11-ти взвѣшиваній: 1) AB , 2) BA , 3) AB , 4) $A(B+r)$, 5) AB , 6) BA , 7) AB , 8) $A(B+r)$, 9) AB , 10) BA и 11) AB ; в) изъ 14-ти взвѣшиваній: 1) AB , 2) BA , 3) AB , 4) BA , 5) $(B+r)A$, 6) BA , 7) AB , 8) BA , 9) AB , 10) $A(B+r)$, 11) AB , 12) BA , 13) AB и 14) BA ; г) изъ 20-ти взвѣшиваній: 1) AB , 2) BA , 3) AB , 4) BA , 5) AB , 6) BA , 7) $(B+r)A$, 8) BA , 9) AB , 10) BA , 11) AB , 12) BA , 13) AB , 14) $A(B+r)$, 15) AB , 16) BA , 17) AB , 18) BA , 19) AB и 20) BA или д) AB , BA , AB , BA , $B(A+r)$, BA , AB , BA , AB , $A(B+r)$, $(A+r)B$, AB , BA , AB , BA , $B(A+r)$, BA , AB , BA , AB и т. п. Въ этихъ системахъ, особенно въ двухъ послѣднихъ, случайныя погрѣшности отчетовъ и систематическія погрѣшности, зависящія отъ перемены состоянія вѣсовъ, по возможности взаимно уничтожаются, а потому вѣроятность вывода сильно возрастаетъ.

19) Опредѣленіе «чувствительности» n или взвѣшиванія $A(B+r)$ могутъ быть исключены изъ системы (безъ уменьшенія точности результата) только тогда, когда изъ особуныхъ наблюденій будетъ извѣстно измѣненіе чувствительности какъ съ нагрузкой, такъ и съ переменною температурою. Опредѣленіе n^2 располагается—во времени—въ системѣ симметрично относительно перемежающихся взвѣшиваній AB и BA . Два взвѣшиванія $A(B+r)$ и $(A+r)B$, отвѣчающія равновѣсіямъ L_1 и L_2 , дають n для средняго времени независимо отъ взвѣшиваній AB : $n = \frac{r+r_1}{L_1-L_2}$. При опредѣленіи «чувствительности» вѣсовъ n добавочный грузъ должно прибавлять къ тому грузу B , который легче, чтобы уклонъ коромысла не выходилъ изъ опредѣленныхъ предѣловъ, какіе встрѣчаются при взвѣшиваніяхъ AB и BA .

20) Сравнивая L при нагрузкахъ AB и $A(B+r)$, легко узвать справа или слѣва лежитъ нуль нумераціи послѣдовательной шкалы; взвѣшиваніе должно относиться къ той сторонѣ, на которой лежитъ нуль шкалы, напр., если онъ слѣва, то къ грузу A при нагрузкѣ AB , и если при этомъ $AB > BA$, то $A > B$.

21) При соблюденіи предшествующаго, если n (оно отвѣчаетъ 1 дѣл. шкалы) не болѣе 0,04 мг., а отсчитываются лишь десятныя доли дѣлений шкалы, (т. е. $\pm 0,004$ мг.), единичная система взвѣшиваній (напр. изъ числа указанныхъ въ пунктѣ 18) можетъ давать (при повтореніи той же системы), судя по многочисленнымъ опытамъ Главной Палаты, разность вѣса x съ точностію до 0,001 мг. при нагрузкѣ до 1 килогр., чѣму причиною служитъ вѣроятность взаимнаго уничтоженія, какъ большинства случайныхъ погрѣшностей отчетовъ, участвующихъ въ системѣ, такъ и неточностей въ опредѣленіи

¹⁾ Величину n или «чувствительность вѣсовъ» мы, какъ это нынѣ принято большинствомъ исследователей, выражаемъ грузомъ (обыкновенно въ мг.), лѣвѣющимъ равновѣсію L на одно дѣленіе шкалы, хотя подъ названіемъ «чувствительности вѣсовъ» обыкновенно подразумѣвается дробь $1/n$, то есть число дѣлений шкалы, отвѣчающее одному миллиграмму, а потому, напримеръ, принято говорить, что «чувствительность» возрастаетъ съ уменьшеніемъ нагрузки (или съ уменьшеніемъ прогиба коромысла), когда n уменьшается.

измѣненій «состоянія вѣсовъ». Слѣдовательно при повтореніи нѣсколько разъ такой же системы, можно считать возможнымъ опредѣленіе даже десяти-тысячныхъ долей миллиграмма при взвѣшиваніи килограммовыхъ грузовъ, если гигроскопичность, измѣненіе вѣса вытѣсненнаго воздуха, стираніе чашекъ и другія побочныя обстоятельства не будутъ измѣнять вѣса такихъ грузовъ и чашекъ вѣсовъ въ указанномъ предѣлѣ.

22) Разработка приемовъ точнаго взвѣшиванія имѣетъ важное значеніе не только для прямыхъ цѣлей метрологіи (при вывѣркѣ гирь), но и для рѣшенія многихъ основныхъ задачъ естествознанія, напр. вопроса о природѣ силы тяжести, такъ какъ, объясняя тяготѣніе колебаніями междупланетнаго (свѣтоваго) эфира, можно предполагать небольшое измѣненіе вѣса при переходѣ изъ газообразнаго состоянія въ жидкое и обратно.

Д. Менделѣвъ.

Августъ. 1895 г.

15. КОЛИЧЕСТВО УГЛЕКИСЛОГО ГАЗА ВЪ ВОЗДУХЪ ВѢСОВОЙ КОМНАТЫ ГЛАВНОЙ ПАЛАТЫ МѢРЪ И ВѢСОВЪ.

При точныхъ сравненіяхъ вѣса гирь, плотность которыхъ неодинакова, необходимо вводить поправку на вѣсъ вытѣсняемаго ими воздуха. Вѣсъ же воздуха, какъ извѣстно, не остается постояннымъ: онъ зависитъ отъ атмосфернаго давленія, температуры, степени влажности, а при тождественности вѣсхъ этихъ условій — въ замѣтной степени отъ большаго или меньшаго содержанія углекислаго газа. Такъ, если принять («Временникъ», ч. 1-я, стр. 86) вѣсъ литра сухого и лишеннаго углекислоты воздуха, при 0° и 760^{мм} давленія, равнымъ 1^г,29455, то при содержаніи въ немъ углекислоты 0,03% по объему (таково обыкновенное содержаніе CO² въ свободномъ воздухѣ) вѣсъ этотъ, принятая плотность CO² по отношенію къ воздуху равной 1,52, увеличится въ 1,000156 разъ, т. е. станетъ равнымъ 1^г,29475. При содержаніи же 0,04% углекислоты такой же расчетъ даетъ вѣсъ литра воздуха 1^г,29482. Такимъ образомъ, при измѣненіи содержанія CO² на 0,01% вѣсъ литра сухого воздуха измѣняется приблизительно на 0^{мг},07¹⁾.

На этомъ основаніи не трудно рассчитать, что если, напр., производить сравненіе килограмма изъ иридиевой платины, занимающаго объемъ около 45^{см}³, съ килограммомъ изъ латуни, занимающимъ объемъ около 120^{см}³, и въ одномъ случаѣ принять содержаніе CO² равнымъ 0,03%, въ другомъ — 0,04%, то независимо отъ неточности самаго взвѣшиванія вѣсъ 75^{мг} (разность объемовъ между названными гирями) будетъ рассчитана съ погрѣшностью въ 0^{мг},005. А если содержаніе CO² будетъ колебаться въ большихъ

¹⁾ Вѣсъ литра влажнаго воздуха при 0° и 760^{мм} давленія равенъ вѣсу литра сухого и не содержащаго CO² воздуха, умноженному на коэффициентъ 1,000156 или другой, смотря по процентному содержанію CO² и на $\left(\frac{760-f}{760} + 0,62 \frac{f}{760}\right) = (1 - 0,38/760)$, гдѣ 0,62 есть плотность паровъ воды по отношенію къ воздуху, а f — упругость воднаго пара. Если множитель $(1 - 0,38/760)$ остается постояннымъ, то вѣсъ литра воздуха будетъ зависетьъ только отъ процентнаго содержанія CO², и измѣненіе этого содержанія на 0,01% вызоветъ то же измѣненіе вѣса литра влажнаго воздуха, какъ и сухого. Слѣдующіе примѣры подтверждаютъ сказанное. Если $f=4^{\text{мм}}$, то при 0° и 760^{мм} давленія вѣсъ литра такого воздуха при содержаніи 0,03% CO² = 1^г,29216, а при содержаніи 0,04% — 1^г,29223. При давленіи 760^{мм}, $t=18^{\circ}$, $f=7^{\text{мм}}$,68 (50%) вѣсъ литра съ содержаніемъ 0,03% CO² = 1^г,20985, а съ содержаніемъ 0,04% — 1^г,20992. Въ обоихъ примѣрахъ разность между вѣсами равняется 0^{мг},07.

предѣлахъ, чѣмъ 0,01%, то получаются, конечно, уже значительныя и для точныхъ работъ недопустимыя погрѣшности.

Въ виду этого, въ Главной Палатѣ вѣсъ и вѣсовъ, по предложению управляющаго Палатою, проф. Менделѣева, мною произведенъ былъ рядъ опредѣленій, касающихся количественнаго содержанія углекислаго газа въ комнатномъ воздухѣ при разныхъ обстоятельствахъ.

Объектомъ для изслѣдованія былъ избранъ воздухъ центральной комнаты¹⁾, въ которой производится точныя вѣсовыя наблюденія, требующія и точнаго знанія состава воздуха. Воздухъ этотъ, до поступленія въ приборъ для анализа, проходилъ черезъ свинцовую трубу, соединяющую центральную комнату съ водянымъ насосомъ и предназначенную для выкачивания воздуха изъ-подъ колокола помѣщенныхъ въ указанной комнатѣ вѣсовъ Немеца²⁾.

Опредѣленіе углекислоты производилось химическимъ путемъ: опредѣленный объемъ воздуха, освобожденный предварительно отъ паровъ воды, проходя чрезъ приборъ со щелочью, оставлялъ тамъ содержащейся въ немъ углекислый газъ и по прибавленіи вѣса прибора послѣ омыта находилось содержаніе CO_2 въ анализируемомъ воздухѣ.

Изъ этого уже видно, каковъ долженъ быть порядокъ расположенія прибора. Въ началѣ нужно помѣстить рядъ трубокъ, наполненныхъ водупоглощающими веществами, каковы: хлористый кальцій, сѣрная кислота, фосфорный ангидридъ. Такъ какъ хлористый кальцій по своей поглощательной способности стоитъ ниже сѣрной кислоты, а эта послѣдняя въ свою очередь ниже фосфорнаго ангидрида, то порядокъ расположенія этихъ веществъ въ осушающемъ приборѣ долженъ быть таковъ, чтобы воздухъ изъ слабѣйшаго осушителя переходилъ въ сильнѣйшій³⁾.

Для данного случая нѣтъ надобности пропускать въ приборъ для поглощенія CO_2 совершенно сухой воздухъ, а нужно его высушить лишь настолько, чтобы остающаяся влага не могла задерживаться щелочью. Поэтому фосфорный ангидридъ, обращеніе съ которымъ во время извѣшиванія неудобно, можно исключить.

На этомъ основаніи приборъ для осушенія воздуха былъ устроенъ такимъ образомъ. Три U-образныя трубки, наполненныя прокаленнымъ хлористымъ кальціемъ, были соединены съ такими же 3 трубками, наполненными пемзой, смоченной крѣпкой сѣрной кислотой. Но если бы воздухъ изъ атмосферы прямо поступалъ въ трубку съ CaCl_2 , то съ теченіемъ времени раслившаяся

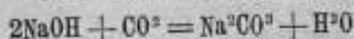
¹⁾ Вѣстимость этой комнаты равна приблизительно 280 м³. На высотѣ 3 м. нѣются 4 вентилятора, изъ которыхъ два (жаровые) служатъ для притока теплаго воздуха, а остальные два (вытяжные)—для вентиляции. Для послѣдней цѣли нѣются на высотѣ около 0,5 м. еще два вентилятора. Свидѣнія эти показываютъ, что центральная комната Палаты находится въ выгодныхъ условіяхъ для сохраненія постоянства состава воздуха, что на самомъ дѣлѣ и подтвердилось.

²⁾ Это обстоятельство было очень удобно для производства омыта, такъ какъ позволяло экспериментатору, находящемуся вдали отъ изслѣдуемаго воздуха, не замѣнять его состава своимъ присутствіемъ.

³⁾ Обратное расположеніе, напр., если бы въ концѣ сушиль помѣстить хлористый кальцій, могло бы дать большую погрѣшность въ опредѣленіи CO_2 , такъ какъ воздухъ, высушенный фосфорнымъ ангидридомъ или сѣрной кислотой, можетъ увлекать съ собой часть влаги, находящейся въ хлористомъ кальціи и оставлять ее въ приборѣ для поглощенія CO_2 .

соль могла бы закупорить трубку и остановить токъ газа. Во избѣжаніе этого предъ хлористымъ кальціемъ помѣщена была еще трубка съ пемзой и сѣрной кислотой, которая служила для предварительнаго осушенія воздуха. Такой путь, длиною около 2,3 метра, оказался достаточнымъ, такъ какъ еще одна контрольная U-образная трубка, наполненная пемзой и H^2SO^4 , помѣщенная передъ входомъ сухого воздуха въ приборъ для поглощенія углекислоты и взвѣшиваемая отдѣльно до и послѣ опыта не имѣлась въ вѣсѣ. Это обстоятельство доказывало, что воздухъ, поступающій въ дальѣ помѣщенный приборъ, входилъ въ него достаточно сухой, и если сѣрная кислота не удерживала, быть можетъ, остающейся въ немъ влаги, то тѣмъ болѣе не могла этого сдѣлать известъ, погашенная растворомъ ѣдкаго натра (натристая известъ). Черезъ всѣ эти трубки, назваченныя для поглощенія воды, до употребленія ихъ въ дѣло, сначала, въ теченіи сутокъ, пропускался медленный токъ сухого углекислого газа съ цѣлю засытить могущую оставаться въ $CaCl^2$ свободную щелочь, а также избѣжать при опытѣ возможности растворенія CO^2 въ сѣрной кислотѣ, а затѣмъ проводился продолжительный токъ сухого воздуха для изгнанія избытка CO^2 и другихъ газовъ.

За сушиломъ помѣщался приборъ для поглощенія углекислого газа. Обыкновенно употребляющіеся для этой цѣли кали-апараты въ давномъ случаѣ неудобны въ виду того, что приходится пропускать довольно быстрый токъ газа: кромѣ возможности неполнаго поглощенія CO^2 , представляется еще опасность перебрасыванія раствора KHO въ сосѣднія части прибора ¹⁾. Поэтому для поглощенія углекислого газа была взята натристая известъ. Она имѣется готовая въ продажѣ, но, вслѣдствіе того, что при продолжительномъ храненіи поглощательная способность ея ослабѣваетъ (попадаетъ CO^2 изъ воздуха, поры закрываются), отдаю было предпочтеніе свѣжеприготовленной, тѣмъ болѣе, что процессъ приготовленія ея очень простъ. Мелконтолченую негашеную известъ нужно помѣстить въ желѣзную чашку и облить крѣпкимъ (1:1) воднымъ растворомъ ѣдкаго натра ²⁾. Масса эта, при постоянномъ помѣшываніи, вскорѣ начинаетъ разогреваться (известъ гасится), затѣмъ закипаетъ, пучится и сама собою застываетъ. Разбивъ ее и простѣвъ чрезъ сито, получимъ пористое вещество, богатое щелочью, которое способно сильно поглощать CO^2 . Такъ, при слабомъ токъ воздуха достаточно 20-ти сантиметроваго слоя натристой извести, чтобы надѣло освободить воздухъ отъ углекислоты (Менделѣевъ. Основы химіи, 5-е изд., стр. 178). Натристая известъ и вообще всѣ вещества, поглощающія углекислоту, вступающія въ реакцію, какъ видно, напр., изъ формулы:



видѣляютъ часть воды. Это необходимо принять въ расчетъ при опредѣленіи вѣса CO^2 , для чего вслѣдъ за приборомъ для поглощенія углекислоты нужно помѣстить приборъ для поглощенія воды, который долженъ имѣть такое-же устройство — состоять изъ тѣхъ-же водупотнимающихъ ве-

¹⁾ А сверхъ того нежелательна та разность давленій по обѣ стороны жидкости, которая въ этомъ случаѣ существовала бы вслѣдствіе сопротивленія раствора.

²⁾ Количество $NaHO$ обыкновенно рассчитывается такъ, чтобы на одну часть $NaHO$ приходилось 2 части CaO .

ществъ и расположенныхъ въ томъ-же порядкѣ, какъ и вышеописанное сушило (для избѣжанія погрѣшностей, при описаніи сушила указаннымъ).

На основаніи этихъ данныхъ приборъ для поглощенія CO_2 и выдѣляющейся при реакціи воды былъ устроенъ слѣдующимъ образомъ. Двѣ U—образныя трубки, помѣщавшіяся вездѣ за сушиломъ, были наполнены натристой известью, приготовленной вышеописаннымъ способомъ. Слѣдующія 4 трубки были наполнены наполовину натристой известью, наполовину прокаленнымъ хлористымъ кальціемъ ¹⁾. Наконецъ помѣщены были еще 2 трубки, наполненные пемзой, пропитанной крѣпкой сѣрвой кислотой. Полученный такимъ образомъ путь около 2 метровъ (ок. 1 метра натристой извести и 1 метра хлористаго кальція и сѣрвой кислоты) оказался достаточнымъ для поглощенія углекислоты и выдѣляющейся воды, такъ какъ, во-первыхъ, добавочная контрольная трубка съ пемзой и сѣрвой кислотой, помѣщенная въ концѣ прибора и отдѣльно взвѣшиваемая до и послѣ опыта не измѣнялась въ вѣсѣ, а во вторыхъ, прозрачный растворъ ѣдкаго барита, чрезъ который проходилъ воздухъ предъ поступленіемъ въ аспираторъ, во все время продолженія опыта оставался таковымъ-же, — не мутился ²⁾.

Всѣ трубки, какъ сушило, такъ и прибора для поглощенія CO_2 и выдѣляющейся воды соединялись между собою толстостѣнными каучуковыми трубками такъ, чтобы концы стеклянныхъ отводныхъ трубокъ соприкасались.

Роль аспиратора играли двѣ между собою соединенныя бутылки съ тубулусами у дна, емкостью каждая свыше 16 литровъ. Стеклянные трубки, установленныя въ отверстія каучуковыхъ пробокъ, закупоривающихъ тубулусы, были соединены между собою длинной (около 2 метровъ) каучуковой трубкой, снабженной 2-мя зажимами около каждого тубулуса. Въ отверстія пробокъ, закупоривающихъ бутылки, вставлены были стеклянные, изогнутыя подъ прямымъ угломъ, трубки. На одной изъ бутылей приклеены были узкія полоски бумаги съ ровнымъ верхнимъ краемъ: одна на шейкѣ, другая нѣсколько выше тубулуса. Другая бутылка до начала перваго опыта была наполнена дистиллированной водой и поставлена на опредѣленное разъ навсегда мѣсто на высокомъ (свыше 1 метра) столѣ. Соединенная съ ней каучуковой трубкой бутылка съ приклеенными полосками бумаги ставилась тоже на опредѣленное мѣсто на полу. Послѣ разжатія зажимовъ вода изъ верхней бутылки начинаетъ переливаться въ нижнюю, и когда уровень ея доходилъ до верхняго края приклеенной на шейкѣ бумажки, что визировалось глазами, помѣщеннымъ приблизительно на одной высотѣ съ этимъ краемъ, то токъ воды прекращался сначала зажатіемъ каучуковой трубки пальцами, а затѣмъ зажимомъ. Если теперь нижнюю бутылку переставить на мѣсто стоящей на столѣ и наоборотъ, то аспираторъ готовъ для начала просасыванія чрезъ приборъ воздуха. Стеклянная трубка отъ горла верхней бутылки соединялась каучуковой трубкой съ стеклянкой, содержащей растворъ барита, и зажимы освобождались. Вода, переливаясь изъ верхней бутылки въ нижнюю, разрѣжаетъ воздухъ, и это разрѣженное пространство заполняется воздухомъ, проходящимъ чрезъ

¹⁾ Во время опыта эти послѣднія трубки были расположены такъ, что токъ воздуха проходилъ сперва чрезъ натристую известь, а затѣмъ чрезъ CaCl_2 .

²⁾ Если-бы углекислота поглощалась не цѣликомъ, а попадала отчасти въ растворъ барита, то онъ долженъ былъ бы помутиться, вслѣдствіе образованія нерастворимаго въ водѣ осадка углебаритовой соли.

приборъ. Вода выливается изъ верхней бутылки до уровня верхняго края приклеенной надъ тубулусомъ бумажки. Чтобы, по возможности, точнѣе визуировать этотъ уровень воды, вблизи стѣнки бутылки была неподвижно прикреплена къ столу пластинка изъ картона съ узкой горизонтальной щелью, находящейся на высотѣ верхняго края бумажки. Токъ воды прекращался, когда нижній горизонтальный край щели, верхній край бумажки и край воднаго мениска находились въ одной плоскости. Моментъ этотъ не трудно уловить, если за нѣсколько секундъ до него сжатіемъ соединяющей обѣ бутылки каучуковой трубки сильно замедлить токъ воды и, давъ ей успокоиться, тихо опустить до визуруемой черты.

Послѣ этого остается перевернуть мѣста бутылкой, опять соединить поглощающій приборъ съ верхней бутылкой и выливать изъ нея воду до тѣхъ поръ, пока уровень воды въ нижней бутылки не дойдетъ до верхняго края бумажки, приклеенной къ шейкѣ, какъ о томъ было уже сказано.

Такимъ образомъ, можно протянуть сколько угодно воздуха чрезъ приборъ.

Зная, сколько разъ совершенно было переливаніе воды изъ одной бутылки въ другую и какъ великъ объемъ между 2-мя чертами (опредѣляемъ въ концѣ опыта взвѣшиваніемъ заключающейся между ними воды), узнаемъ и объемъ воздуха, прошедшаго чрезъ приборъ.

Посмотримъ теперь, какъ велика можетъ быть ошибка при такомъ способѣ опредѣленія объема анализируемаго воздуха и какъ она можетъ отразиться на конечномъ результатѣ. Главный источникъ ошибки—это невозможность каждый разъ доводить уровень воды до одной и той-же черты. Если предположить, что наблюдатель, визируя черту, каждый разъ можетъ ошибиться на $2^{\text{мм}}$ ¹⁾, то, принимая во вниманіе, что діаметръ бутылки, употребленной для опыта, въ части около тубулуса равенъ приблизительно $22^{\text{см}}$, а діаметръ шейки около $6^{\text{см}}$, легко рассчитать, что ошибка въ такомъ случаѣ при опредѣленіи объема каждый разъ будетъ равна $\pi \cdot 0,2 (11^2 + 3^2) = 81^{\text{см}^3}$, 7. При описываемыхъ дажѣ опытахъ верхняя и нижняя черта визиравались 8 разъ, слѣд. ошибка должна была быть менѣе $8 \cdot 81^{\text{см}^3}, 7 = 653^{\text{см}^3}, 6$. Для круглаго счета допустимъ даже, что ошибка могла дойти до 1 л., т. е. взвѣшиваніемъ воды и умноженіемъ объема ея на нѣкоторый факторъ мы нашли n л., а на самомъ дѣлѣ должно быть $(n \pm 1)$ л. При содержаніи въ воздухѣ даже $0,05\%$ CO_2 по объему въ 100 вѣсовыхъ частяхъ сухого воздуха находится $0,076$ вѣс. ч. CO_2 (принимая плотность CO_2 по отношенію къ воздуху равной 1,52). Слѣдовательно, въ 1 л. воздуха, который вѣситъ $1^{\text{г}}, 29455$ (при 0° и $760^{\text{мм}}$ давленія), содержится $0^{\text{г}}, 00098$, т. е. почти $1^{\text{мг}}$ углекислоты. При наименьшемъ полученномъ вѣсѣ поглощенной углекислоты — $0^{\text{г}}, 150$, ошибка въ $1^{\text{мг}}$ вызоветъ при опредѣленіи процентнаго содержанія погрѣшность въ $0,0001\%$. А это такая величина, которая не можетъ играть замѣтной роли при опредѣленіи общаго хода явленія.

Другой источникъ ошибки—погрѣшность при опредѣленіи объема воды. Опредѣленіе это производилось такимъ образомъ. Обыкновенная, чистая и сухая бутылка предварительно пошѣщалась на чашку вѣсовъ и уравновѣшивалась тарой. Затѣмъ она снималась съ чашки и закрывалась гирями. Такимъ образомъ находились вѣсѣ a бутылки въ воздухѣ. Послѣ этого нижняя

¹⁾ А это навѣрное есть наибольшая возможная ошибка отчета.

бутылъ аспириатора замѣнялась взвѣшенной, и въ нее выливалась вода изъ верхней бутылки отъ черты до черты. Если теперь поступить съ бутылкой, наполненной водой, такъ же, какъ съ пустой, т. е. сначала тарировать, а потомъ замѣстить гири, то получимъ вѣсъ b бутылки съ водой въ воздухѣ. Разность $b - a$ и дастъ вѣсъ воды въ воздухѣ. Взвѣшивание производилось на вѣсахъ, которые при нагрузкѣ на каждую изъ чашекъ свыше $30^{мг}$ чувствуютъ $0^{\circ},1$. Такимъ образомъ, (послѣ приведенія вѣса воды къ пустотѣ) объемъ вылитой воды опредѣлялся во всякомъ случаѣ съ точностью до $1^{мм}$.

Такая ошибка, какъ видно изъ предыдущаго расчета, тоже не можетъ оказать замѣтнаго вліянія на окончательный выводъ.

Въ виду предполагаемаго незначительнаго колебанія температуры воды въ теченіи всей серіи опытовъ, что дѣйствительно и подтвердилось, опредѣленіе объема вылитой воды производилось не послѣ каждого опыта, а только 2 раза: послѣ перваго и послѣдняго. Первое опредѣленіе объема было сдѣлано по слѣдующимъ даннымъ:

Вѣсъ воды въ воздухѣ $m = 15656^{\circ},8$.

Температура ея $t = 16^{\circ},7$ С.

Плотность ея при этой температурѣ $\delta = 0,998885$.

Принимая средній вѣсъ миллилитра воздуха e равнымъ $0^{\circ},0012$, получимъ объемъ въ миллилитрахъ, занимаемый водою, по приближенной формулѣ:

$$v = \frac{m}{\delta} \left(1 + \frac{e}{\delta} - \frac{e}{\delta} \right),$$

гдѣ δ есть плотность матеріала разновѣсокъ, въ данномъ случаѣ равная 8,5.

Расчитанный по этой формулѣ объемъ выливаемой за одинъ разъ воды равенъ $15690^{\circ},89$.

Послѣ окончанія опытовъ вѣсъ воды въ воздухѣ равнялся $15635^{\circ},8$, t воды $= 16^{\circ},8$, а слѣд. объемъ воды равенъ $15669^{\circ},92$.

Ни одному изъ этихъ чиселъ нельзя отдать преимущества, поэтому для всей серіи опытовъ принято, что каждый разъ выливалось воды $(15690,89 + 15669,92) : 2 = 15680^{\circ},41$ ¹⁾.

Чтобы такого рода неизбежныя погрѣшности не отразились на результатѣ, нужно чрезъ приборъ пропустить большой объемъ анализируемаго воздуха и тѣмъ увеличить вѣсъ поглощенной CO_2 .

Какъ выше замѣчено, при навѣскѣ углекислоты $0^{\circ},150$, — 1 л. воздуха, прибавленный къ объему пропущеннаго воздуха или отнятый не можетъ замѣтно вліять на процентное содержаніе CO_2 . Поэтому количество воздуха, пропускаемаго чрезъ приборъ, бралось съ такимъ расчетомъ, чтобы получить около $0^{\circ},2$ углекислоты. При содержаніи по вѣсу въ воздухѣ $0,061\%$ CO_2 для полученія этого количества нужно протянуть около 328 г. воздуха, т. е. около 254 л. На основаніи такого расчета 15 кратнаго переливанія воды изъ одной бутылки въ другую было достаточно, потому что приведенный выше объемъ выливаемой за одинъ разъ воды, — $15680^{\circ},41$, умноженный на 15, дастъ $235^{\circ},20615$.

¹⁾ Эти два опредѣленія, между прочимъ, показываютъ, что выравниваніе уронки воды можетъ быть производимо съ достаточной точностью: для опредѣленія объема, раздѣленнаго большимъ промежуточнымъ временемъ, различаются между собою на $20^{\circ},91$.

Такое количество насыщеннаго парами воды воздуха бралось каждый разъ для анализа.

Опишемъ теперь вкратцѣ самый ходъ опыта и расчета данныхъ.

До начала опыта опредѣлялась температура воды аспиратора и барометрическое давленіе. Затѣмъ всѣ вышеописанныя 8 трубочки, наполненныя натристой известью, хлористымъ кальціемъ и пемзой съ сѣрной кислотой, вѣшались всѣ сразу на правую чашку вѣсовъ, чувствительность которыхъ при такой нагрузкѣ (около 750 g.)—около $0^{\text{мг}},2$. На эту же чашку положена была платиновая гирька въ $0^{\text{г}},5$.

Весь этотъ грузъ тарировался стекломъ— матеріаломъ, близко подходящимъ по своей плотности къ веществу прибора; а для противовѣса платиновой гирькѣ правой чашки была и на лѣвую положена такая же гирька. Когда тара доводилась до того, что стрѣлка вѣсовъ показывала на среднее дѣленіе шкалы, то трубки развѣшались въ описанномъ уже порядкѣ, и начиналось просасываніе воздуха. Просасываніе это продолжалось, въ среднемъ, около 4 часовъ ¹⁾.

Послѣ пропусканія желаемаго объема воздуха тѣ-же 8 трубочекъ опять вѣшались на правую чашку вѣсовъ (на лѣвой оставалась та-же тара).

При этомъ для приведенія вѣсовъ въ равновѣсіе приходилось отъ положенныхъ на эту чашку $0^{\text{г}},5$ отнимать вѣкоторое количество, которое и указывало на прибавъ вѣса прибора, т. е. на количество поглощенной углекислоты ²⁾. Кромя того опредѣлялась опять температура воды и барометрическое давленіе и для послѣдующихъ расчетовъ брались среднія изъ двухъ наблюденій.

Зная, что въ аспираторъ воступило $\alpha^{\text{л}}$ воздуха, насыщеннаго водяными парами, упруость которыхъ = f , атмосферное давленіе = H , температура = t , легко рассчитать, что объемъ взошедшаго сухого воздуха при 0° и $760^{\text{мм}}$ давленія будетъ равенъ $\frac{\alpha(H-f)}{(1+\alpha t)760}$ (α —коэффициентъ расширенія воздуха равенъ 0,00367). Принимая во вниманіе, что 1 л. углекислоты при 0° и $760^{\text{мм}}$ давленія на широтѣ Петербурга вѣситъ 1,96776, опредѣляетъ, какой объемъ займетъ при тѣхъ же условіяхъ полученное вѣсовое количество углекислоты дѣленіемъ этого количества на 1,96776.

Наконецъ, дѣленіемъ полученнаго объема CO_2 на вычисленный объемъ пропущеннаго сухого воздуха опредѣляетъ объемное содержаніе CO_2 въ анализируемомъ воздухѣ, которое выражаетъ въ процентахъ. Кромя того, дѣленіемъ вѣса полученной углекислоты на вѣсъ прошедшаго сухого воздуха (1 л. сухого и лишеннаго CO_2 воздуха при 0° и $760^{\text{мм}}$ давленія = 1,29455),

¹⁾ Процессъ одного переизвѣнія, переставки бутылей и проч. занималъ 15—16 мин., слѣд. литръ воздуха проходилъ чрезъ приборъ приблизительно въ 1 мин. Для устраненія сомнѣнія въ томъ, что, быть можетъ, при столь быстромъ токъ не происходило полного поглощенія углекислоты, и баритовая вода не мутилась потому, что не успѣвала ее поглощать, произведенъ еще слѣдующій повѣрочный опытъ: послѣ окончанія просасыванія воздуха аспираторъ, нивуи натристую известь, соединилась съ сушиломъ, послѣ чего пускался еще болѣе быстрый токъ газа. Въ такихъ условіяхъ уже 5—6 литровъ воздуха было достаточно, чтобы замѣтить появленіе въ баритовой водѣ муты.

²⁾ Особая тара была приготовлена также для контрольныхъ трубочекъ, въ незначительности вѣса которыхъ послѣ каждаго опыта нужно было убѣдиться.

узнаемъ вѣсовое процентное содержаніе углекислоты. Въ прилагаемой таблицѣ приведены результаты, полученные при опытахъ:

№	Мѣс. и число 1895 г.	Средняя температура воздуха по-м.	Среднее барометрическое давленіе.	Объемъ сухо-го воздуха, при 0° и 760 мм. въ литрахъ.	Вѣсъ CO ² въ граммахъ.	Объемъ CO ² , при 0° и 760 мм. въ литрахъ.	Содерж. CO ² (по объему) въ 100 част. сухого во-од.	Содерж. CO ² (по вѣсу) въ 100 частяхъ сухого во-од.
	Сент.							
1	2	16° 7	757,4	216,73865	0,182	0,09249	0,0427	0,0649
2	5	17° 0	757,5	216,46450	0,165	0,08385	0,0387	0,0588
3	6	18° 0	747,4	212,51434	0,188	0,09554	0,0450	0,0684
4	12	17° 0	757,9	216,58102	0,175	0,08893	0,0411	0,0625
5	13	17° 0	765,7	218,85322	0,190	0,09656	0,0441	0,0670
6	15	17° 0	755,1	215,76536	0,180	0,09147	0,0424	0,0644
7	18	17° 0	762,7	203,44734 ¹⁾	0,171	0,08690	0,0427	0,0649
8	21	17° 0	755,5	215,88188	0,179	0,09097	0,0421	0,0640
	Окт.							
9	12	16° 6	746,7	213,71857	0,206	0,10469	0,0490	0,0745
10	21	16° 8	761,1	217,71605	0,150	0,07623	0,0350	0,0532

Изъ этой таблицы видно, что въ опытахъ отъ 1-го до 8-го колебанія процентнаго содержанія углекислоты сравнительно незначительны и находятся въ предѣлахъ 0,0063%. Эти 8 опредѣленій были произведены въ обычныхъ состояніяхъ воздуха въ вѣсовой комнатѣ Главной Палаты. Вліяніе присутствія наблюдателей сказалося въ двухъ послѣднихъ опытахъ. Опытъ 9-й производился при такихъ условіяхъ, когда во все время просасыванія воздуха въ комнатѣ, изъ которой брался воздухъ, находились люди, причѣмъ въ первое время (въ теченіе 2 часовъ) дверь ея была заперта. Опытъ же 10-й, напротивъ, произведенъ былъ чрезъ 24 часа послѣ ухода изъ комнаты людей, и во время самаго опыта никто туда не входилъ. Такая разница въ обстановкѣ и вызвала разницу процентнаго содержанія CO² въ 0,140%. И эти 2 опыта какъ бы подтвердили предыдущіе, такъ какъ среднее содержаніе изъ первыхъ 8 опытовъ, производившихся при обыкновенныхъ, такъ сказать, среднихъ условіяхъ обстановки комнаты, — 0,0424%, и изъ послѣднихъ двухъ 0,0420%, весьма между собою близки и очень мало отличаются отъ средняго изъ 10 опытовъ 0,0423%.

А. Доброхотовъ.

1-го ноября 1895 г.

¹⁾ Въ опытѣ 7 переливаніе воды изъ одной бутылки въ другую было совершено не 15, какъ во всѣхъ остальныхъ случаяхъ, а 14 разъ, такъ какъ въ концѣ 14 раза замѣчена была въ баритовой водѣ слабая муть.

16. Протоколы сличеній ярда нарѣзаннаго на платино-иридовой полуса-
жени 1895 г. ¹⁾ и англійскаго торговаго фунта в $\frac{PtIr}{H.A.P}$ съ основными
англійскими прототипами, по изслѣдованію Ченей, Менделѣва и
Блюмбаха.

При заграничной поѣздкѣ, совершенной въ 1894 г., Управляющій Глав-
ною Палатою взялъ съ собою тщательно упакованный образцовый англійскій
фунтъ Avoirdupois (по перечню n° 2) Главной Палаты, сличавшійся Чисголь-
номъ въ 1874 г. съ однимъ изъ англійскихъ прототиповъ и оказавшійся тогда
вѣсящимъ въ пустотѣ 7000,01483 англ. грановъ (= истинному вѣсу англій-
скаго торговаго фунта + 0,961 mg.). Новое сличеніе этого фунта съ англій-
скими прототипами было желательнo не только потому, что всякія сличенія
прототиповъ полезно повторять чрезъ нѣкоторый промежутокъ времени, ради
убѣжденія въ неизмѣнности образцовъ, но и потому, что, какъ извѣстно, (см.
«Временникъ» ч. I, предисловіе, стр. IV, выписка 3) сличенія англійскаго
основнаго прототипа фунта P.S. съ другими прототипами, произведенное въ
1892 году, заставило предполагать потерю вѣса, происшедшую въ P.S. отъ его
примѣненія ²⁾. На основаніи этого образцовый англійскій фунтъ, принадле-
жащій Гл. Палатѣ, сличался не только съ P.S., но и съ двумя другими, хорошо
извѣстными прототипами, какъ видно изъ протокола, далѣе приводимаго въ
оригиналѣ и въ русскою переводѣ.

Что касается до платино-иридовой полусаженной мѣры, сличенной въ
1895 г. съ основнымъ англійскимъ бронзовымъ прототипомъ ярда, то необхо-
димо обратить вниманіе на то: 1) что упомянутая полусаженъ снабжена дѣле-
ніями (по нейтральной плоскости) метрической системы и имѣетъ дѣленія
какъ отвѣчающія англійскому ярду, такъ и русскому аршину, 2) что она
имѣетъ сѣченіе X («Временникъ», ч. 2, стр. 163) и 3) что она входитъ въ
составъ возобновляемыхъ русскихъ прототиповъ, а потому будетъ подробно
описана въ полномъ отчетѣ о возобновленіи русскихъ прототиповъ. Въ при-
лагаемомъ засиѣ протоколѣ сличенъ тотъ ярдъ этой полусаженной мѣры,
который нанесенъ на ней симметрически (отъ концовъ и середины).

Январь, 1896 г.

Д. Менделѣвъ.

¹⁾ См. въ слѣдующихъ частяхъ «Временника»: Третій перечень образцовыхъ
ярдъ и мѣръ длины Главной Палаты и «Временникъ» ч. 2, стр. 166.

²⁾ Никѣ, по мнѣнію моему, еще нельзя считать совершенно доказаннымъ упо-
мянутое намѣненіе вѣса основнаго англійскаго прототипа фунта, потому что спо-
собы, примененные при новыхъ сличеніяхъ, не могутъ быть подвержены окон-
чательной оцѣнкѣ, такъ какъ домыслъ, сколько мнѣ извѣстно, подробно не описанъ.

Verification at the Standards Department in 1894 of the pound Avoirdupois R, belonging to the Government of Russia.

The Avoirdupois pound R was constructed in 1874 ¹⁾ as a copy in platinum-iridium of the Imperial pound; and it is kept at the Central Chamber of Weights and Measures in St. Petersburg. In May 1894 it was brought over to London by Professor Mendeleeff all precautions for its safe transport being assured. The specific gravity of this pound at 0° C. in relation to that of water at 4° C. is 21.3993.

The pound R was compared:

(a) with the Imperial pound Avoirdupois P.S. in platinum; which at 0° C. has a specific gravity of 21.1572;

(b) with the Parliamentary Copy PC5 (made in 1883) in platinum-iridium of a specific gravity 21.3857 at 0° C. The standards PS and PC5 are kept at the standards Department;

(c) with the Parliamentary Copy PC2 in platinum of a specific gravity 21.1640, deposited with the Royal Society.

In the comparisons of the above mentioned standards two additional aluminium weights were used:

(1) r_1 which appeared to be equal to 0.01908 grain,

(2) $r = 0.00977$ grain for the determination of the value of a scale division of the balance.

The weighings were made in the underground weighing room (Jewel Tower) of the Standards Department. The balance was entirely enclosed in a copper case. The readings of the scale were made by a telescope to $\frac{1}{10}$ of a division; the value of one division was about 0.0024 grain.

The weights were lifted by means of long tongs covered with clean wash leather. The observations of the oscillations of the balance beam were made by Messrs Chaney, Mendeleeff and Blumbach; the position of equilibrium was deduced from the four oscillations l_1, l_2, l_3, l_4 by the formula

$$L_2 = \frac{1}{8} (l_1 + 3l_2 + 3l_3 + l_4).$$

The weighings were so arranged that every new determination of the equilibrium followed in intervals of 5 minutes. Every comparison of two weights A and B consisted of 7 (seven) separate weighings arranged in the following order:

	Left pan.	Right pan.	Equilibrium.
1st weighing	A	B	L_1
2nd "	B	A	L_2
3rd "	A	B	L_3
4th "	$A + r$	B	L_4
5th "	A	B	L_5
6th "	B	A	L_6
7th "	A	B	L_7

¹⁾ Ninth Annual Report of the Warden of the Standards for 1874—5, page XX.

From the three first and the three last weighings we have two determinations of the difference A—B in scale divisions from which the mean was taken:

$$A - B = \frac{1}{2} \left(\frac{L_1 + L_2}{2} - L_3 \right);$$

$$A - B = \frac{1}{2} \left(\frac{L_5 + L_7}{2} - L_6 \right);$$

From L_2, L_4, L_6 we find the value of a scale division:

$$n = \frac{r}{L_4 - \left(\frac{L_2 + L_6}{2} \right)} \text{ grains.}$$

As an illustration we give the details of the following comparisons:

June 6th 1894.			A = R, B = PC5 + r ₁ .		
	Left.	Right.	L.	L.	
(1)	R	PC5 + r ₁	57.17	57.27	L ₁ = 57.22
(2)	PC5 + r ₁	R	57.90	57.90	L ₂ = 57.90
(3)	R	PC5 + r ₁	57.70	57.74	L ₃ = 57.72
(4)	R + 2	PC5 + r ₁	61.85	62.00	L ₄ = 61.93
(5)	R	PC5 + r ₁	58.07	58.12	L ₅ = 58.10
(6)	PC5 + r ₁	R	58.69	58.59	L ₆ = 58.64
(7)	R	PC5 + r ₁	57.68	57.72	L ₇ = 57.70

The columns (3) and (4) are the positions of equilibrium as mostly observed one after the other after clamping and releasing the balance.

From (1), (2), (3), we have:

$$R - (PC5 + r_1) = \frac{1}{2} (57.47 - 57.90) = -0.215 \quad \text{div.}$$

and from (5), (6), (7):

$$R - (PC5 + r_1) = \frac{1}{2} (57.90 - 58.64) = -0.370 \quad \text{div.}$$

or mean difference

$$R - (PC5 - r_1) = -0.292 \quad \text{div.}$$

from (3), (4), (5), we have:

$$n = \frac{0.00977}{61.93 - 57.91} = 0.00243 \text{ grain}$$

therefore, as $r_1 = 0.01908$ grain we have:

$$R = PC5 + 0.01908 - n \cdot 0.292 = PC5 + 0.01836 \text{ grain.}$$

For the reduction of these weighings in air to those in vacuo, the following data have been used:

(a) The volume of the weights was calculated in cubic litres accepting, pound avoirdupois = 0.453542 kgm. and the coefficient of cubic expansion for 1° C. = 0.000026 and therefore we have at 15° C.:

volume of PS	= 0.021447 litres
PC5	= 0.021218
PC2	= 0.021440
R	= 0.021205

(b) The weight of a cubic litre of air was taken

$$e = 1.294 \frac{H_0 - 0.37h}{760(1 + 0.00367t)} \text{ grammes}$$

$$\text{or} = 0.08385 \frac{H_0 - 0.37h}{760(1 + 0.00367t)} \text{ grains}$$

Where H_0 is the barometric pressure at 0° in millimetres h the aqueous vapour pressure (the humidity being 67%) and t the corrected reading of the thermometer inside of the balance (on the hydrogen thermometer scale).

For June 6 we have for instance $H_0 = 757.7$ mm. $t = 14.9^\circ$ C. therefore $e = 1.213$ grammes.

For the reduction to the vacuum we have to add

$$(\overset{v}{R} - \overset{v}{PC5}) e = - 0.0000158 \text{ grammes}$$

$$\text{or} - 0.00024 \text{ grain.}$$

Therefore $R = PC5 + 0.01812$ grain.

The results of all the comparisons taken are given in the following table:

1894.	In Air $A = B + \alpha \text{ div.}$	Value of Scale Division in Grains.	Weight of a litre of air in grammes ϵ .	In Vacuo.
	div.			grains.
May 29	$R = PC5 + r_1 - 0.305$	0,00258	1,213	$R = PC5 + 0.01805$
" 31	$R = PS + r_1 - 0.342$	0,00254	1,221	$R = PS + 0.01639$
June 1	$R = RC2 + r_1 - 0.281$	0,00249	1,225	$R = PC2 + 0.01394$
" 2	$PC2 = PS + 0.664$	0,00247	1,230	$PC2 = PS + 0.00151$
" 4	$R = PS + r_1 + 0.060$	0,00231	1,211	$R = PS + 0.01470$
" 5	$PC5 = PS + 0.449$	0,00249	1,215	$PC5 = PS - 0.00317$
" 5	$PC5 = PS + 0.516$	0,00247	1,215	$PC5 = PS - 0.00302$
" 6	$R = PC5 + r_1 - 0.292$	0,00243	1,213	$R = PC5 + 0.01812$
" 7	$R = PS + r_1 + 0.217$	0,00260	1,210	$R = PS + 0.01512$

Therefore we have in vacuo:

$$\left. \begin{array}{l} \text{From comparisons on 31 May,} \\ \text{4th, 7th June} \\ \text{29th May and 6 June} \\ \text{1 } > \\ \text{5 } > \\ \text{2 } > \end{array} \right\} \begin{array}{l} R = PS + 0.01540 \text{ grain} \\ R = PC5 + 0.01809 \text{ } > \\ R = PC2 + 0.01394 \text{ } > \\ PC5 = PS - 0.00310 \text{ } > \\ PC2 = PS + 0.00157 \text{ } > \end{array}$$

By addition of the five equations we have

$$3R = 3PS + 0.04590 \text{ grain}$$

$$\text{or } R = PS + 0.01530 \text{ } >$$

H. J. Chaney.
D. Mendeleeff, reporter.
F. Blumbach

Comparison at the Standards Department in 1895 of the Yard on the platinum-iridium half-sashen (sagen) measure, belonging to the Government of Russia, with the Imperial Standard Yard.

The platinum-iridium half-sashen has the same section as the international copies of the mètre and on the neutral surface are the following divisions:

- (a) half-sashen = 42 inches;
- (b) the mètre;
- (c) the arshine = 28 inches;

and

- (d) the subdivisions of the above-mentioned lengths.

With the Imperial Yard was compared, the distance between the third and thirty ninth inch on the half-sashen measure, its position relative to the Imperial Yard in the comparator being symmetrical. The comparisons were made on the Yard measure comparator in the underground Strong Room of the Standards Department. The mean value of a division of the two microscopes of the comparator can be taken as

$$\begin{array}{rcl} \text{inch} & \text{div.} & \\ 0.01 & \text{is} = & 316.10 \text{ on the right microscope,} \\ & & \text{and} \\ & & = 316.14 \text{ on the left; therefore the} \end{array}$$

mean value of one micrometer division = 0.00003163 inch, or

$$= 0.8034$$

The Imperial Yard was supported on two rollers at 540 mm. distance between the axes, and the half-sashen measure № 4 on two rollers at 608 mm. distance.

On the Imperial Yard № 1 was placed in horizontal position the thermometer Tonnelot 4304. Between the Yard and half-sashen was mounted the thermometer Kew 430 (Fahrenheit scale) and between the half-sashen and the inner side of the comparator box the thermometer Tonnelot 11158. The readings of the thermometers were taken by means of a microscope before and after each set of the readings of the micrometers. Each set consisted of twenty micrometer readings for each defining line.

The bars were put in the comparator and adjusted on the 23 rd. September, 1895 by the Observers,—Messrs Chaney, Mendeleeff and Blumbach; the bar № 4 being next to the observer. In this position of the bars, observations were made on the 24th. September and at the conclusion of the observations, the position of the bars was changed so that during the measurements on the 25th. September, the Yard № 1 was next to the observer and № 4 nearer to the sources of light consisting of two small electric lamps. After the measurements on the 25th. September were finished the bars were transposed so that on the 26th. September when the measurements were made, the bars were again in the same relative position as on the 24th. September.

During the first measurements on the 24th. September the illumination was by means of a total reflecting prism and a condensing lens as usually employed in the yard comparisons; but a condensing lens in combination with a plane mirror covering half of the object glass was found to give more constant results for the measurements on the platinum-iridium bar and this method was followed in the second part of the 24th. September and the following days. The magnifying power of the microscopes was about 80.

Altogether 22 sets of comparisons or 880 micrometer observations, and 132 thermometer readings were taken. The mean results of these are:

24th. September (10^h 20^m a. m. — 1^h 5^m p. m.)

Set	№ 4—№ 1 = div.	Thermometers.		
		№ 4304	№ 430	№ 11158
1	— 13.50	17°.450	63°.30	17°.270
2	— 19.02	17°.450	63°.47	17°.317
3	— 17.58	17°.410	63°.65	17°.345
4	— 18.22	17°.457	63°.62	17°.347
5	— 19.35	17°.466	63°.67	17°.397

(3^h 14^m p. m. — 4^h 6^m p. m.)

Set	div.	Thermometers.		
		№ 4304	№ 430	№ 11158
6	— 17.50	17°.550	63°.75	17°.490
7	— 18.52	17°.555	63°.88	17°.550
8	— 19.27	17°.580	63°.97	17°.595
9	— 18.47	17°.615	64°.05	17°.627
10	— 20.32	17°.640	64°.12	17°.650

25th. September (10^h 21^m a. m. — 11^h 2^m a. m.)

Set	div.	Thermometers.		
		№ 4304	№ 430	№ 11158
11	— 18.20	17°.340	63°.35	17°.230
12	— 17.40	17°.370	63°.62	17°.310
13	— 16.53	17°.390	63°.65	17°.350

(2^h 55^m p. m. — 3^h 25^m p. m.)

Set	div.	Thermometers.		
		№ 4304	№ 430	№ 11158
14	— 17.63	17°.450	63°.62	17°.330
15	— 18.25	17°.460	63°.67	17°.355
16	— 19.01	17°.485	63°.73	17°.405

26th. September (10^h 25^m a. m. — 11^h 0^m a. m.)

Set	div.	Thermometers.		
		№ 4304	№ 430	№ 11158
17	— 19.85	17°.385	63°.45	17°.270
18	— 19.55	17°.400	63°.60	17°.340
19	— 16.68	17°.410	63°.65	17°.375

(3^h 29^m p. m. — 3^h 55^m p. m.)

Set	div.	Thermometers.		
		№ 4304	№ 430	№ 11158
20	— 19.86	17°.445	63°.65	17°.380
21	— 19.51	17°.460	63°.70	17°.422
22	— 18.15	17°.470	63°.75	17°.450

Considering the measurements made on 24th. September only as preliminary the final result may be deduced only from the measurements on the 25th. and 26th. September; especially as in these measurements appears a greater regularity in the change of temperature and the observed differences of length. We have:

the mean difference from	№ 4—№ 1 = div.	at the mean reading of Tonnelot № 4304
11—13	— 17.38	17°.367
14—16	— 18.30	17°.465
Difference	— 0.92 div.	+ 0°.098
	div.	
17—19	— 18.69	17°.398
20—22	— 19.17	17°.458
Difference	— 0.48 div.	+ 0°.060

Adding these differences, we find that a change of the temperature by 0°.158 C. corresponds to a change in the difference № 4—№ 1 equivalent to 1.40 div. or 1.1. If we suppose that the coefficient of linear expansion of the Imperial Yard for 1° C. is = 0.00001754 and that of platinum-iridium (at about 17° C.) = 0.00000868; it follows that the difference of length of the bronze and platinum-iridium yard for 1° C. will change by 8.1; or to 0°.158 C. corresponds 1.3. It is therefore evident that on the 25th. and 26th. September the change in the thermometer readings did correspond to the changes in the lengths of the bars.

From the measurements on the two days, we find the following mean result

$$(11—22) \quad \begin{matrix} \text{div.} & \text{inch} & \mu \\ \text{№ 4—№ 1} = 18.38 = -0.000581 = -14.8. \end{matrix}$$

The mean readings of the thermometers were:

	Mean of the observed temperatures.	True temperature on the Centigrade hydrogen thermometer scale ¹⁾ .
Tonnelot 4304:	17.422 C.	17.332 C.
Kew 430:	63.62 F.	17.400 C.
Tonnelot 11158:	17.352 C.	17.384 C.

Therefore the mean temperature during the comparisons expressed in the Centigrade hydrogen thermometer scale = 17.372 C.

We have therefore the general result

$$\text{№ 4—№ 1} = -14.8 \text{ at } 17°.372 \text{ (on the Centigrade hydrogen thermometer scale).}$$

¹⁾ See Note at end.

For temperatures near to this temperature (t) we have:

$$\text{№ 4} - \text{№ 1} = -14.8 - 8.1 (t - 17^{\circ}.372).$$

If we assume the standard temperature of the Yard № 1, 62° F., to be equal to $16^{\circ}.667$ C. on the hydrogen thermometer scale, we find that at this temperature the distance between the third (3rd) and thirty ninth (39th) inch on the Russian half-sashen № 4 is equal to

$$1 \text{ yard} - 9.1 = 35.999642 \text{ inches.}$$

As the question about the identity of the standard temperature 62° F. and $16^{\circ}.667$ C. on the Centigrade hydrogen thermometer scale at present cannot be considered as definitely settled, we consider this report so far provisional.

H. J. Chaney.
D. Mendeleeff, reporter.
F. Blumbach.

Board of Trade, Standards Department, London. 28th. September, 1895.

Note. For the reduction of thermometer readings to the hydrogen thermometers scale there were employed the thermometers Tonnelot 4303, 4304 & 4518, verified at the Bureau International des poids et mesures. From the readings of these thermometers were deduced the temperatures T on the Centigrade hydrogen thermometer scale

True temperature T .	Readings of the thermometers		
	№ 4304 (Tonnelot).	Kew 430	№ 11158 (Tonnelot).
0°	— $0^{\circ}.045$	$32^{\circ}.20$	— $0^{\circ}.039$
$16^{\circ}.688$	$16^{\circ}.782$	$62^{\circ}.36$	$16^{\circ}.652$
$17^{\circ}.447$	$17^{\circ}.537$	$63^{\circ}.70$	$17^{\circ}.415$

On the 27th. September, all the abovementioned thermometers were compared in a horizontal position and the zero points were tested in a vertical position, when the bulbs were placed in pounded ice.

Проверка англійскаго фунта Avoirdupois R, принадлежащаго Русскому Правительству, произведенная въ Standards Department въ 1894 году.

Фунтъ Avoirdupois R представляет собою копию прототипа англійскаго фунта (Imperial pound) и слѣлавъ изъ чистейшей платины въ 1874 году ¹⁾; онъ хранится въ Главной Палатѣ мѣръ и вѣсовъ въ С.-Петербургѣ. Въ мѣѣ 1894 года вышеупомянутый фунтъ былъ привезенъ въ Лондонъ профессоромъ Д. Н. Менделѣевымъ, при чемъ были соблюдены всѣ мѣры предосторожности противу измѣненій при перевозкѣ. Удѣльный вѣсъ этого фунта при 0° С., по отношенію къ водѣ при 4° С., равенъ 21.3993.

Фунтъ R слѣдовалъ:

- (a) съ Императорскимъ фунтомъ Avoirdupois P.S. (Imperial pound Avoirdupois P.S.) изъ платины, удѣльный вѣсъ котораго при 0° С. 21.1572;
- (b) съ парламентскою копию PC5 (изготовленною въ 1883 году) изъ чистейшей платины съ удѣльнымъ вѣсомъ 21.3857 при 0° С. Прототипы PS и PC5 хранятся въ Standards Department;
- (c) съ парламентскою копию PC2 изъ платины, съ удѣльнымъ вѣсомъ 21.1640, хранящеюся въ Royal Society.

При сличеніяхъ вышеупомянутыхъ прототиповъ применялись еще двѣ дозачныя гири изъ алюминія:

- (1) r_1 , вѣсъ которой былъ равенъ 0.01908 grain,
- (2) $r = 0.00977$ grain. Гиря эта служила для опредѣленія цѣны дѣленія шкалы вѣсовъ.

Взвѣшиванія производились въ подземной вѣсовой коннатѣ (Jewel Tower) Standards Department'a. Вѣсы были вполне заключены въ жѣдной оправѣ. Отчеты шкалы дѣлались посредствомъ зрительной трубы съ точностью до $\frac{1}{10}$ дѣленія; цѣна одного дѣленія была около 0.0024 grain.

Гири брались длинными щипцами, покрытыми чистою замшею. Наблюденія колебаній коромысла вѣсовъ производились гг. Чэвменъ, Менделѣевымъ и Блумбахомъ; положеніе равновѣсія выводилось изъ четырехъ колебаній l_1, l_2, l_3, l_4 по формулѣ

$$L_2 = \frac{1}{4} (l_1 + 3l_2 + 3l_3 + l_4).$$

Взвѣшиванія были такъ расположены, что каждое новое опредѣленіе равновѣсія слѣдовало черезъ промежутки въ 5 минутъ. Каждое сличеніе двухъ гирь A и B состояло изъ 7 (семи) отдѣльныхъ взвѣшиваній въ слѣдующемъ порядкѣ:

	Лѣвая чашка.	Правая чашка.	Равновѣсія.
1-ое взвѣшиваніе	A	B	L_1
2 » »	B	A	L_2
3 » »	A	B	L_3
4 » »	A + r	B	L_4
5 » »	A	B	L_5
6 » »	B	A	L_6
7 » »	A	B	L_7

¹⁾ Ninth Annual Report of the Warden of the Standards for 1874—5, page XX.

Изъ трехъ первыхъ и трехъ послѣднихъ взвѣшиваній получалось два опредѣленія разности $A - B$, выраженной въ дѣленіяхъ шкалы, изъ которыхъ было взято среднее

$$A - B = \frac{1}{2} \left(\frac{L_1 + L_2}{2} - L_3 \right);$$

$$A - B = \frac{1}{2} \left(\frac{L_4 + L_5}{2} - L_6 \right).$$

Изъ L_3, L_1, L_2 получаемъ цѣну одного дѣленія шкалы:

$$n = \frac{r}{L_3 - \left(\frac{L_1 + L_2}{2} \right)} \text{ grains.}$$

Для примѣра приводимъ подробности слѣдующихъ случаевъ:

6-го Іюня 1894 г.		$A = R, B = PC5 + r_1$		
Назвѣо.	Направо.	L.	L.	
(1) R	$PC5 + r_1$	57.17	57.27	$L_1 = 57.22$
(2) $PC5 + r_1$	R	57.90	57.90	$L_2 = 57.90$
(3) R	$PC5 + r_1$	57.70	57.74	$L_3 = 57.72$
(4) $R + r$	$PC5 + r_1$	61.85	62.00	$L_4 = 61.93$
(5) R	$PC5 + r_1$	58.07	58.12	$L_5 = 58.10$
(6) $PC5 + r_1$	R	58.69	58.59	$L_6 = 58.64$
(7) R	$PC5 + r_1$	57.68	57.72	$L_7 = 57.70$

Въ столбцахъ (3) и (4) помѣщены положенія равновѣсія, наблюдавшихся одно за другимъ послѣ аретирования вѣсовъ.

Изъ (1), (2), (3) получено:

$$R - (PC5 + r_1) = \frac{1}{2} (57.47 - 57.90) = -0.215 \text{ дѣленій}$$

и изъ (5), (6), (7):

$$R - (PC5 + r_1) = \frac{1}{2} (57.90 - 58.64) = -0.370 \text{ дѣл.}$$

или въ среднемъ разность:

$$R - (PC5 + r_1) = -0.292 \text{ дѣл.}$$

Изъ (3), (4), (5), получается:

$$n = \frac{0.00977}{61.93 - 57.91} = 0.00243 \text{ grain}$$

поэтому, такъ какъ $r_1 = 0.01908 \text{ grain}$, мы получаемъ:

$$R = PC5 + 0.01908 - n \cdot 0.292 = PC5 + 0.01836 \text{ grain.}$$

Для приведенія къ пустотѣ этихъ взвѣшиваній, произведенныхъ въ воздухѣ, применены были слѣдующія данныя:

(а) Объемъ гирь былъ вычисленъ въ кубическихъ литахъ при предположеніи, что фунтъ Avoirdupois = 0.453542 kgm. и что коэффициентъ кубическаго расширенія на $1^\circ \text{ C.} = 0.000026$ и поэтому мы имѣемъ при 15° C. :

$$\begin{aligned} \text{объемъ PS} &= 0.021447 \text{ литр.} \\ \text{PC5} &= 0.021218 \\ \text{PC2} &= 0.021440 \\ \text{R} &= 0.021205 \end{aligned}$$

(b) вѣсъ кубическаго литра воздуха быть принять равнымъ

$$e = 1.294 \frac{H_0 - 0.37h}{760(1 + 0.00367t)} \text{ grammes}$$

$$\text{или} = 0.08385 \frac{H_0 - 0.37h}{760(1 + 0.00367t)} \text{ grains,}$$

гдѣ H_0 — барометрическое давленіе при 0° , въ миллиметрахъ, h — упругость водяныхъ паровъ (относительная влажность принята 67%) и t — исправленный отчетъ термометра внутри вѣсовъ (по шкалѣ вывѣреннаго термометра).

Напримѣръ, для 6 іюня получено $H_0 = 757.7$ mm. $t = 14.9^\circ$ C., поэтому $e = 1.213$ граммевъ.

Для приведенія въ пустотѣ мы должны прибавить

$$(V_R - V_{PC5}) e = -0.0000158 \text{ граммевъ}$$

$$\text{или} -0.00024 \text{ grain.}$$

Поэтому $R = PC5 + 0.01812$ grain.

Результаты вѣсъ сдѣланныхъ сличеній даны въ слѣдующей таблицѣ:

1894.	Въ воздухѣ $A = B + a$ дѣл.	Цѣна одного дѣл. шкалы въ гранахъ.	Вѣсъ литра воз- духа въ граммахъ.	Въ пустотѣ.
				grains.
Мая 29	$R = PC5 + r_1 - 0.305$	0,00258	1,213	$R = PC5 + 0,01805$
» 31	$R = PS + r_1 - 0.342$	0,00254	1,221	$R = PS + 0,01639$
Іюня 1	$R = PC2 + r_1 - 0.281$	0,00249	1,225	$R = PC2 + 0,01394$
» 2	$PC2 = PS + 0,664$	0,00247	1,230	$PC2 = PS + 0,00151$
» 4	$R = PS + r_1 + 0,060$	0,00231	1,211	$R = PS + 0,01470$
» 5	$PC5 = PS + 0,449$	0,00249	1,215	$PC5 = PS - 0,00317$
» 5	$PC5 = PS + 0,516$	0,00247	1,215	$PC5 = PS - 0,00302$
» 6	$R = PC5 + r_1 - 0,292$	0,00243	1,213	$R = PC5 + 0,01812$
» 7	$R = PS + r_1 + 0,217$	0,00260	1,210	$R = PS + 0,01512$

Слѣдовательно мы имѣемъ въ пустотѣ:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Изъ сличеній 31-го мая, 4-го} \\ \text{и 7-го іюня} \\ \text{29-го мая и 6-го іюня} \\ \text{1} \\ \text{5} \\ \text{2} \end{array} \right\} \begin{array}{l} R = PS + 0.01540 \text{ grain} \\ R = PC5 + 0.01809 \text{ } \\ R = PC2 + 0.01394 \text{ } \\ PC5 = PS - 0.00310 \text{ } \\ PC2 = PS + 0.00157 \text{ } \end{array}$$

При сложении этихъ пяти уравненій получается

$$3R = 3PS + 0.04590 \text{ grain}$$

$$\text{или } R = PS + 0.01530 \text{ } \text{»}$$

Подписали: Ченей (H. J. Chaney).

Д. Менделѣевъ (составитель протокола).

Ф. Блюмбахъ.

Сличеніе платино-иридиевой полусаженной мѣры, принадлежащей Русскому Правительству, съ основнымъ прототиномъ англійскаго ярда (Imperial Standard Yard), произведенное въ Standards Departments въ 1895 году.

Платино-иридиевая полусаженъ № 4 имѣетъ ту же самую форму въ поперечномъ разрѣзѣ, какъ международныя копія метра, и на ея нейтральной плоскости нанесены слѣдующія дѣленія:

- (а) полусаженъ = 42 дюймамъ,
- (б) метръ,
- (в) аршинъ = 28 дюймамъ,
- (г) и подраздѣленія выше упомянутыхъ мѣръ длины.

Съ Imperial Yard'омъ сличалось разстояніе между третьимъ и тридцатидевятимъ дюймамъ на полусаженной мѣрѣ, причѣмъ ея положеніе въ компараторѣ, по отношенію къ Imperial Yard'у, было симметричное. Сличенія производились на компараторѣ, служащемъ для сличенія ярдовыхъ мѣръ, въ подземномъ замкнутомъ помѣщеніи (Strong Room) Standards Department'a. Средняя цѣна одного дѣленія двухъ микроскоповъ компаратора выводится изъ опредѣленій, показавшихъ, что

$$\begin{array}{r} \text{дюйма.} \quad \text{дѣл.} \\ 0.01 = 316.10 \text{ на правомъ микроскопѣ,} \\ \text{и} \quad \quad \quad = 316.13 \text{ на лѣвомъ} \end{array}$$

поэтому средняя цѣна одного дѣленія микрометра = 0.00003163 дюйма
или = 0.8034.

Imperial Yard лежалъ на двухъ роликахъ съ разстояніемъ между нихъ осами въ 540 mm., и полусаженная мѣра № 4 на двухъ роликахъ съ разстояніемъ 608 mm.

На Imperial Yard'ѣ № 1 лежалъ въ горизонтальномъ положеніи термометръ Toppelot № 4304. Между ярдомъ и полусаженною была установлена термо-метръ Kew № 430 (со шкалою Фаренгейта), а между полусаженною и внутреннимъ краемъ лѣвика компаратора — термометръ Toppelot № 11158. Отчеты термометровъ дѣлались посредствомъ микроскопа передъ и послѣ каждого ряда микрометрическихъ отчетовъ. Каждый рядъ состоялъ изъ двадцати микрометрическихъ отчетовъ для каждой основной (опредѣляющей) линіи.

Стержни (мѣры) были положены въ компараторъ и правильно установлены 23 сентября 1895 года наблюдателями — гг. Чэнсемъ (Chaney), Менделѣевымъ и Влунбахомъ; при этомъ стержень № 4 былъ ближе къ наблюдателю. При этомъ положеніи стержней, были сдѣланы наблюденія 24 сентября, и по окончаніи наблюденій, положеніе стержней было переѣдено такимъ образомъ, что во время измѣреній 25 сентября ярдъ № 1 былъ ближе къ наблюдателю и № 4 ближе къ источнику свѣта, состоящимъ изъ двухъ небольшихъ электрическихъ лампочекъ. Послѣ окончанія измѣреній 25 сентября стержни были переложены такъ, что 26 сентября во время производства измѣреній, стержни находились опять въ томъ же положеніи, какъ 24 сентября.

Во время первых измерений 24 сентября освещеніе производилось посредствомъ призмы съ полнымъ внутреннимъ отраженіемъ и собирающей линзы, какъ это обыкновенно приѣняется при сличеніяхъ ярдовъ; но собирающая линза вмѣстѣ съ плоскимъ зеркальцемъ, закрывающимъ половину объектива, оказалась дающею болѣе постоянные результаты для измереній на платино-иридовой стержнѣ и этимъ методомъ воспользовались во второй половинѣ 24 сентября и слѣдующихъ дней. Увеличеніе микроскоповъ было около 80 разъ.

Всего было сдѣлано 22 серіи сличеній или 880 микрометрическихъ наблюденій, и 132 отчета термометровъ. Средніе ихъ результаты слѣдующіе:

24 сентября (10 час. 20 мин. утра — 1 часъ 5 мин. по полд.).

Т е р м о м е т р ы.

Серія.	№ 4—№ 1 = дѣл.	№ 4304	№ 430	№ 11158
1	— 13.50	17°.450	63°.30	17°.270
2	— 19.02	17°.450	63°.47	17°.317
3	— 17.58	17°.410	63°.65	17°.345
4	— 18.22	17°.457	63°.62	17°.347
5	— 19.35	17°.466	63°.67	17°.397

(3 ч. 14 м. по полд. — 4 ч. 6 м. по полд.).

6	— 17.50 дѣл.	17°.550	63°.75	17°.490
7	— 18.52	17°.555	63°.88	17°.550
8	— 19.27	17°.580	63°.97	17°.595
9	— 18.47	17°.615	64°.05	17°.627
10	— 20.32	17°.640	64°.12	17°.650

25 сентября (10 ч. 21 м. утра — 11 ч. 2 м. утра).

11	— 18.20 дѣл.	17°.340	63°.35	17°.230
12	— 17.40	17°.370	63°.62	17°.310
13	— 16.53	17°.390	63°.65	17°.350

(2 ч. 55 м. по полд. — 3 ч. 25 по полд.).

14	— 17.63 дѣл.	17°.450	63°.62	17°.330
15	— 18.25	17°.460	63°.67	17°.355
16	— 19.01	17°.485	63°.73	17°.405

26 сентября (10 ч. 25 м. утра — 11 ч. 0 м. утра).

17	— 19.85 дѣл.	17°.385	63°.45	17°.270
18	— 19.55	17°.400	63°.60	17°.340
19	— 16.68	17°.410	63°.65	17°.375

(3 ч. 29 м. по полд. — 3 ч. 55 м. по полд.).

20	— 19.86 дѣл.	17°.445	63°.65	17°.380
21	— 19.51	17°.460	63°.70	17°.422
22	— 18.15	17°.470	63°.75	17°.450

Считая измѣренія, сдѣланныя 24 сентября, только предварительными, окончательный результатъ можетъ быть выведенъ только изъ измѣреній 25-го и 26 сентября, преимущественно потому, что въ этихъ измѣреніяхъ оказывается большая правильность въ измѣненіяхъ температуры и наблюдаемыхъ разностей мѣръ длины. Мы имѣемъ:

Средняя разность изъ № 4—№ 1— дѣл.		При среднихъ отчетахъ по Tonnélet № 4304
11—13	— 17.38	17°.367
14—16	— 18.30	17°.465
Разность	— 0.92 дѣл.	+ 0°.098
дѣл.		
17—19	— 18.69	17°.398
20—22	— 19.17	17°.458
Разность	— 0.48 дѣл.	+ 0°.060

Сложениемъ этихъ разностей мы получаемъ, что измѣненіе температуры на 0°.158 С. соответствуетъ измѣненію разности № 4—№ 1 равной 1.40 дѣл.

или 1.1^μ. Принимая, что коэффициентъ линейнаго расширенія на 1° С. для Imperial Yard'a = 0.00001754 и для иридиевой платины (при температурахъ около 17° С.) = 0.00000868, слѣдуетъ, что разность между длиною бронзоваго и платино-иридиеваго ярда на 1° С. будетъ измѣняться на 8.1^μ, или 0°.158 С. соответствуетъ 1.3^μ. Поэтому очевидно, что 25-го и 26 сентября измѣненія въ показаніяхъ термометровъ соответствовали измѣненіямъ въ длинѣ стержней.

Изъ измѣреній въ эти два дня получается слѣдующій средний результатъ:

$$(11—22) \text{ № 4—№ 1} = \overset{\text{дѣл.}}{18.38} = - \overset{\text{дѣл.}}{0.000581} = - \overset{\mu}{14.8}$$

Средніе отчеты термометровъ были:

	Среднее изъ наблюденныхъ температуръ.	Истинная температура по стоградусной шкалѣ водороднаго термометра ¹⁾ .
Tonnélet 4304:	17.422 С.	17.332 С.
Kew 430:	63.62 F.	17.400 С.
Tonnélet 11158:	17.352 С.	17.384 С.

Слѣдовательно средняя температура во время сличеній, выраженная по стоградусной шкалѣ водороднаго термометра = 17°.372 С.

Итакъ общій результатъ:

$$\text{№ 4—№ 1} = - \overset{\mu}{14.8} \text{ при } 17°.372 \text{ (по стоградусной шкалѣ водороднаго термометра).}$$

¹⁾ См. примѣчаніе въ концѣ.

Для температуръ близкихъ къ этой температурѣ (t) мы имѣемъ:

$$\text{№ 4—№ 1} = -14.8 - 8.1 (t - 17^{\circ}.372).$$

Если принять, что нормальная температура Yard'a № 1, 62° F., равна 16°.667 C. по шкалѣ водороднаго термометра, то мы найдемъ, что при этой температурѣ разстояніе между третьимъ (3-мъ) и тридцатьдевятымъ (39-мъ) дюймами на русской полусажени № 4 равно

$$1 \text{ yard} - 9.1 = 35.999642 \text{ дюймовъ.}$$

Такъ какъ вопросъ о тождественности нормальной температуры 62° F. и 16°.667 C. по стогоградусной шкалѣ водороднаго термометра въ настоящее время не можетъ быть разсматриваемъ какъ окончательно рѣшенный, то въ этомъ отношеніи предстоящій отчетъ мы считаемъ предварительнымъ.

Подписали: Ченей (H. J. Chaney).

Д. Менделѣевъ, составитель сего протокола.

Ф. Блюмбахъ.

Board of Trade, Standards Department, London. 28th September, 1895

Примѣчаніе. Для приведенія отчетовъ термометровъ къ шкалѣ водороднаго термометра служили термометры Tonnellot 4303, 4304 и 4518, выѣранные въ Международномъ Бюро мѣръ и вѣсовъ. Изъ отчетовъ этихъ термометровъ выводились температуры T по стогоградусной шкалѣ водороднаго термометра.

Истинная температура T.	Отчеты термометровъ		
	Tonnellot № 4304	Kew № 430	Tonnellot № 11158
— 0°	— 0°.045	32°.20	— 0°.039
16°.688	16°.782	62°.36	16°.652
17°.447	17°.537	63°.70	17°.415

27-го сентября, всѣ вышеупомянутые термометры сравнивались въ горизонтальномъ положеніи ¹⁾ и нулевая точка была проверена въ вертикальномъ положеніи, когда ихъ резервуары находились въ толченомъ лѣдѣ.

¹⁾ *Примѣчаніе Менделѣева и Блюмбаха:* термометры при сличеніяхъ между собою находились въ водѣ, которая сильно перемѣнивалась.

17. ГЕОГРАФИЧЕСКОЕ ПОЛОЖЕНІЕ ГЛАВНОЙ ПАЛАТЫ МѢРЪ И ВѢСОВЪ.

Для точныхъ современныхъ метрологическихъ изслѣдованій требуется знаніе или абсолютной величины силы тяжести въ томъ мѣстѣ, гдѣ таковыя производятся, или же знаніе величины силы тяжести по отношенію къ принимаемой на широтѣ 45° и на уровнѣ моря. Сила тяжести въ данномъ мѣстѣ на землѣ можетъ быть получена двоякимъ образомъ. Существуютъ эмпирическія формулы, по которымъ, зная географическую широту и высоту надъ уровнемъ моря, для данного мѣста можно вычислить силу тяжести. При этомъ методѣ дѣлается предположеніе, что земля имѣетъ правильную форму эллипсоида, т. е. тѣла, получаемаго при вращеніи эллипса около малой оси. Но точныя современныя изслѣдованія по геодезіи заставили отказаться отъ этого предположенія, такъ какъ земля представляетъ собою весьма сложную фигуру, которую Врунсъ, профессоръ Лейпцигскаго университета, бывший ученикъ Пулковской обсерваторіи, назвалъ геоидомъ. Врунсъ далъ точную математическую теорію геоида, основанную на теоріи потенциала, и пришелъ къ такому же заключенію, какъ ранѣе его Стоксъ въ Англіи, т. е., что разность абсолютныхъ высотъ или разстояній отъ центра земли двухъ точекъ можетъ достигнуть тысячи метровъ (для точекъ внутри большихъ континентовъ или среди большихъ морей), не смотря на то, что эти точки, судя по точной нивелировкѣ, находятся на одной и той же поверхности уровня.

Такия разности происходятъ отъ неправильнаго распредѣленія суши и моря, т. е. вслѣдствіе неравнобѣрно распредѣленной плотности. Эти выводы затѣмъ были подтверждены наблюденіями надъ качаніями маятника. Вслѣдствіе этого наблюденія надъ качаніями маятника, т. е. опредѣленія силы тяжести, играютъ громадную роль при современныхъ геодезическихъ изслѣдованіяхъ. Для производства опредѣленія силы тяжести особенно удобенъ маятникъ австрійскаго геодезиста Штернека.

Этотъ маятникъ даетъ относительныя величины силы тяжести, по отличается быстротою измѣреній. Подобными маятниками была опредѣлена сила тяжести во всѣхъ главныхъ метрологическихъ учрежденіяхъ. Такимъ же приборомъ въ нынѣшнемъ году мнѣю опредѣлена сила тяжести въ Главной Палатѣ мѣръ и вѣсовъ по отношенію къ таковой въ Николаевской Главной астрономической обсерваторіи въ Пулковѣ, но эта часть работы еще подвергается провѣркѣ и будетъ помѣщена въ одномъ изъ слѣдующихъ выпусковъ.

Временника, предлагаемая же статья относится къ наблюдениямъ, касающимся географическаго положенія Главной Палаты.

Окончательный выводъ величины силы тяжести, какъ по эмпирической формулѣ, при которой требуется знаніе географической широты и высоты надъ уровнемъ моря, такъ и изъ наблюденій надъ качаніями маятника и оставляю до того времени, когда будутъ окончены изслѣдованія надъ маятникомъ и лишь ограничусь опредѣленіемъ географическаго положенія Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ.

Главная Палата мѣръ и вѣсовъ ¹⁾ помѣщается въ специально построенномъ каменномъ зданіи, расположенномъ по Забалканскому проспекту № 19, на разстояніи 50-ти сажень отъ тротуара улицы. Съ трехъ сторонъ зданіе Палаты окружено небольшимъ садомъ; на сѣверной сторонѣ прилегаютъ зданія Константиновскаго артиллерійскаго училища, на западной частіи зданія, на югѣ зданія Ремесленнаго училища; на востокѣ зданіе для служащихъ Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ, технического комитета при Главномъ Управленіи нескладныхъ сборовъ и черезъ улицу зданіе Технологическаго Института Императора Николая I.

Положеніе зданія Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ постоу сравнительно очень спокойное и только съ восточной уличной стороны передается иногда запыльная сотрясенія почвы, вѣшающія въ некоторымъ точнымъ метрологическимъ изслѣдованіямъ, которыя по этой причинѣ приходится откладывать на ночное время. Астрономическія координаты центра зданія Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ опредѣлены слѣдующимъ образомъ. На планѣ города С.-Петербурга ²⁾ были измѣрены разстоянія центра зданія Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ отъ въ которыхъ точекъ триангуляціи 1828 года. Прибавляя измѣренныя разности по долготѣ и широтѣ къ долготамъ и широтамъ ³⁾ упомянутыхъ точекъ триангуляціи (церквей и колоколенъ), получаютъ слѣдующія данныя:

Широта центра зданія Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ

$$\varphi = 59^{\circ}55'6''$$

и долгота $+2^{\circ}7'$ с. къ западу отъ Пулкова или долгота $-2^{\text{h}} 1^{\text{m}} 16.0$ къ востоку отъ Гринвича.

Эти координаты можно считать точными до двухъ секундъ по дугѣ.

Опредѣленіе высоты Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ надъ уровнемъ

¹⁾ До 1893 года это учрежденіе носило названіе «Депю образцовыхъ мѣръ и вѣсовъ». Оно помѣщалось первоначально въ небольшомъ каменномъ зданіи внутри Петропавловской крѣпости, отсюда въ 1890 году было перенесено въ свое новое помѣщеніе.

²⁾ Планъ города С.-Петербурга составленъ на основаніи плана Шуберта 1828 г., гидрографическихъ картъ Невы и ея устья изданія Гидрографическаго Департамента Морскаго Министерства, реконспиронки, произведенной въ 1882—1883 годахъ отставнымъ полковникомъ М. С. Ворониковымъ, и исправленъ по 1887 году; изданіе картографическаго заведенія А. Ильина. С.-Петербургъ. Масштабъ въ англійскомъ дюймѣ 150 саж. Этотъ планъ является исправленною копіею плана, изданнаго Главныхъ Штабовъ въ 1868 году.

³⁾ Координаты данты изъ «Списка координатамъ, широтамъ и долготамъ тригонометрическихъ точекъ С.-Петербургской губерніи». (Приложеніе къ XII части Записокъ Военно-Топографическаго Депю. С.-Петербургъ, 1842).

моря было произведено мною во второй половинѣ 1893 года. Для этой цѣли измѣрялась высота марки Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ надъ четырьмя марками нивелировки города С.-Петербурга 1872 года.

Маркой у Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ временно служила черта между третьимъ и четвертымъ рядамъ снизу цоколя въ точкѣ А, у сѣверо-восточнаго угла вестибюля, на разстояніи $AB = 30^m$ отъ угла и $AC = 55^m$ надъ асфальтовой мостовой.

Для геометрической нивелировки генералъ-лейтенантъ А. А. Тилло, руководящій нивелировкой по Имперіи, любезно предоставилъ мнѣ необходимые инструменты, принадлежащіе Главному Штабу. Нивелиръ работы швейцарскаго механика Керна въ Аарау снабженъ хорошими подвижными уровнями и зеркальнымъ приспособленіемъ, посредствомъ котораго можно отсчитывать положеніе пузырька уровня, не отходя отъ окуляра трубы.

Въ фокальной плоскости зрительной трубы находится сѣтка, состоящая изъ двухъ вертикальныхъ и трехъ горизонтальныхъ нитей, позволяющихъ опредѣлить разстоянія до реекъ. Последнія устанавливались по возможности на одинаковыхъ (около 50 метровъ) разстояніяхъ отъ нивелира; кромѣ того два раза былъ опредѣленъ уголъ между оптической и геометрической осями, который оказался настолько малымъ, что при выводѣ измѣренныхъ разностей высотъ имъ можно было пренебрегать, такъ какъ рейки находились всегда на приблизительно одинаковыхъ разстояніяхъ отъ нивелира. Двѣ точныя рейки той же фирмы съ дѣленіями на сантиметры и полудюймы, длиною въ три метра, снабжены удобными ручками для поддержанія въ вертикальномъ положеніи. Нижній конецъ каждой рейки оканчивается металлическою пластинкою съ шаромъ, который ставится въ полусферическое углубленіе особаго желѣзнаго башмака.

Для вертикальной установки реекъ къ задней сторонѣ ихъ на соответственной высотѣ прикрѣплены тремя регулировочными винтами круглый уровень; положеніе уровня часто повѣряется по длинному отвѣсу, имѣющемуся при каждой рейкѣ. Башмаки массивны и тремя заостренными ножками вдавливаются въ землю.

Марки нивелировки 1872 года имѣютъ видъ круглыхъ чугунныхъ пластинокъ діаметромъ около 5-ти дюймовъ, которыя посредствомъ двухъ массивныхъ гвоздей прикрѣплены къ каменнымъ стѣнамъ. На пластинкахъ отлиты слѣдующіе знаки: надпись «Нивелировка 1872 г.» и горизонтальная углубленная черта, по серединѣ которой находится рельефный крестикъ, представляющій то мѣсто марки, для которой дана ея высота надъ уровнемъ нивелировки 1872 года.

Для перехода отъ рейки къ такимъ маркамъ служили, смотря по обстоятельствамъ, или вспомогательная раздѣленная ливейка, или прямоугольникъ. Ливейка устанавливалась рядомъ съ маркой; въ случаѣ же приложенія прямоугольника, таковой прикладывался къ рейкѣ и затѣмъ, передвинувъ его снизу вверхъ по рейкѣ до совпаденія верхняго края прямоугольника съ крестикомъ нивелирной марки, производился отчетъ по рейкѣ; такой-же отчетъ былъ повторенъ послѣ переворачиванія прямоугольника на 180° при передвиженіи прямоугольника сверху внизъ.

Такимъ образомъ получены результаты, указанные въ слѣдующей таблицѣ:

1.	2.		3.	4.
№ марки ¹⁾ .	Высота марки надъ нулемъ нивелировки 1872 года.		Марка Палаты выше марки нивелировки 1872 года.	Высота марки Палаты надъ нулемъ нивелировки 1872 г.
	Саж.	Метр.	Метр.	Метр.
200	2,083	4,4442	+ 0,1161	4,560
202	2,141	4,5680	+ 0,0053	4,573
213	2,363	5,0416	- 0,4871	4,554
297	1,988	4,2415	+ 0,3035	4,545
				Среднее: 4 ^м ,558 = 2,137 саж.

Данныя въ столбцѣ (2) высоты нивелирныхъ марокъ взяты съ плана нивелировки г. С.-Петербурга въ 1872 году ²⁾, издавнаго по распоряженію С.-Петербургской городской управы капитаномъ Савицкимъ. Въ пояснительной запискѣ ³⁾ къ этому плану М. Савицкимъ сказано, что вѣроятная ошибка марокъ нивелировки 1872 года около 0,007 саж. или 17,8 миллиметра. Ошибка отдѣльныхъ нивелировокъ отъ марки Главной Палаты до марки нивелировки 1872 года не превышало двухъ миллиметровъ.

Слѣдовательно, марка Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ выше нуля нивелировки 1872 года на 4,558 м. = 2,137 саж. съ вѣроятною ошибкою < 10 миллиметровъ.

Тѣми же приборами была опредѣлена разность между уровнемъ марки Палаты и уровнемъ пола перваго этажа, въ вестибюлѣ въ правомъ отъ входа, сѣверо-восточномъ углу, на разстояніи 62 сантиметровъ отъ стѣнъ, въ точкѣ С.

Эта высота = 1^м,819 или 0,853 саж. Поэтому *полъ перваго этажа Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ выше нуля 1872 года на 4^м,558 + 1^м,819 = 6^м,377 = 2,989 саж.*, полъ втораго этажа *выше на 6,377 + 5^м,32 = 11^м,70 = 5,483 саж.*, полъ подвального этажа выше на 4,558—1,09 м. = 3,449 м. = 1,617 саж. или 11,3 фута, а асфальтовая мостовая кругомъ зданія Палаты, немного превышающая окружающую почву, въ среднемъ на 4^м,0 = 1,88 саж. = 13,1 фута выше нуля нивелировки 1872 года.

Ноль нивелировки 1872 года совпадаетъ съ среднимъ уровнемъ Невы у Главнаго Адмиралтейства, полученнымъ изъ наблюденій 15 лѣтъ, т. е. отъ 1850 до 1865 года. Для сохраненія нуля нивелировки 1872 года Савицкій избралъ

¹⁾ Марка № 200 находится на стѣнѣ Константиновскаго артиллерійскаго училища по Забалканскому проспекту, № 202 по Забалканскому проспекту, напротивъ первой роты, № 213 по Бровницкой улицѣ, № 297 у Технологическаго Института по Загородному проспекту.

²⁾ Планъ части города С.-Петербурга между р. Большою Невой и Обводнымъ каналомъ, снятый въ 1872 г. Масштабъ въ англійскомъ дюймѣ 25 сажень; листъ 1—33.

³⁾ Записка объ изслѣдованіяхъ относительно мѣстности города С.-Петербурга, произведенныхъ по поводу предложеннаго составленія проекта для отвода нечистотъ изъ города и для устройства въ ономъ мостовыхъ, составилъ М. Савицкій. С.-Петербургъ 1882 г.

разность высотъ гранитной площадки у стода къ Невѣ, противъ аллеи у западнаго павильона Главнаго Адмиралтейства, при самомъ концѣ новой адмиралтейской набережной и нуля 1872 года; оказалось, что упомянутая площадка выше ординара нивелировки 1872 года на 0,719 саж. Кромѣ того, на стѣнѣ гранитной набережной у этой площадки насѣчены двѣ горизонтальныхъ черты, нижняя на одну сажень выше нуля бывшаго адмиралтейскаго футштока, а другая верхняя—на одну сажень выше нуля нивелировки 1872 года; разстояніе знаковъ по Савицкому 6,47 дюйма = 164,4 мм.

Эти марки были осмотрѣны мною 21 октября 1893 года и имѣли слѣдующій видъ:

$\begin{array}{l} \text{————— Нуля нив. 1872 г.} \\ \text{————— } \text{» адмирал. фут.} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{————— Нуля нив. 1872 г.} \\ \text{————— } \text{» адмирал. фут.} \end{array}} \right\} \text{ на 1 саж. выше.}$

Разстояніе между чертами оказалось равнымъ 166 мм. и уровень Невы въ этомъ мѣстѣ былъ на 4,2 дюйма ниже нуля адмиралтейскаго футштока; вблизи стоявшій рѣчной полицейскій заявилъ мнѣ, что обыкновенно вода отъ 4 до 5 дюймовъ выше этого нуля.

По наблюденіямъ въ теченіе этого столѣтія извѣстно, что уровень Невы весьма зависитъ отъ направленія вѣтра. Повышенія уровня Невы, доходящія до цѣлой сажени, въ особенности осенью, бывають почти каждый годъ и причиною наводненія въ болѣе низко расположенныхъ мѣстностяхъ города. Самое большое повышеніе уровня Невы наблюдалось 7-го ноября 1824 года, когда таковое достигло 13 футовъ 7 дюймовъ = 1,94 саж. = 4^м,189 надъ ординаромъ.

При сравненіи съ выше приведенными высотами разными частями зданія Главной Палаты видно, что только весьма рѣдкія повышенія уровня Невы, а именно болѣе 11-ти футовъ, могли бы причинять наводненіе подвального этажа Главной Палаты, вслѣдствіе чего въ немъ цѣнные приборы слѣдуетъ устанавливать не иначе, какъ на каменныхъ или цементныхъ устояхъ высотой около полусажени или болѣе. Въ настоящее время образцовыя мѣры и измѣрительныя приборы находятся въ первомъ этажѣ.

Что касается до высоты уровня Невы у Главнаго Адмиралтейства надъ уровнемъ Финскаго залива у Кронштадта и надъ уровнемъ Балтійскаго моря у Ревеля, то прежнія цифровыя данныя вполне измѣнились послѣ послѣднихъ точныхъ изслѣдованій по этому предмету.

Савицкій выводитъ въ вышеупомянутой запискѣ 1881 года, что нуль нивелировки 1872 года выше нуля кронштадтскаго футштока на 0,261 саж. = 0^м,557 и выше средняго уровня Финскаго залива у Кронштадта на 0,261 + 0,006 = 0,267 саж. = 0,570 м. Для высоты средняго уровня Финскаго залива у Кронштадта надъ среднимъ уровнемъ Балтійскаго моря у Ревеля Савицкій даетъ число 0,260 саж. = 0,555 м. Слѣдовательно, по выводамъ Савицкаго нуль нивелировки 1872 года (или средній уровень Невы) выше уровня Балтійскаго моря у Ревеля на 0,267 + 0,260 саж. = 0,527 саж. = 1^м,125

Такія большія разности уровней, какъ и раньше принятая большая (около девяти сажень) высота уровня Ладожскаго озера надъ уровнемъ Финскаго залива, возбудили сомнѣніе генер. А. А. Тилло. Паденіе уровня Невы въ 9 сажень на 60 верстѣ теченія ему казалось слишкомъ большимъ, такъ какъ для Дебровскихъ пороговъ принимали паденіе въ 20,3 сажени (по новымъ опредѣленіямъ 15,0 саж.) на 70 верстѣ теченія.

Въ виду той громадной важности, какую представляютъ упомянутыя разности уровней при обсужденіи какъ разныхъ предложенныхъ способовъ для предохраненія города С.-Петербурга отъ наводненій, такъ и всякихъ сооружений въ городѣ, подъ руководствомъ А. А. Тилло были произведены нивелировки гг. Фусомъ, Мильбергомъ, Ридзевскимъ, Вознесенскимъ, Граве, Садовскимъ, Шарбе и другими.

До сихъ поръ опубликована только нивелировка отъ Петербурга до Ладожскаго озера ¹⁾ и далѣе къ востоку.

Эта нивелировка была произведена независимо тремя наблюдателями, и получены весьма согласные результаты, по которымъ абсолютная высота истока Невы у Шлиссельбурга равняется 2,36 сажени $\pm 0,1$ саж. (по нивелировкамъ 1884—1885 гг.). При этомъ принято, что средній уровень воды въ Шлиссельбургѣ, у истока р. Невы, выше нуля водомерной рейки въ усказанномъ А. А. Тилло мѣстѣ на 1,28 сажени; эта цифра получена изъ наблюдений за время отъ 1877 по 1884 годъ включительно; въ 1877 г. средній уровень имѣлъ наименьшую величину 0,90 сажени, а въ 1879 году наибольшую величину 1,74 сажени надъ нулемъ рейки. Но по одновременнымъ наблюдениямъ извѣстно, что, при повышеніи уровня Невы въ С.-Петербургѣ, подъ вліяніемъ тѣхъ же западныхъ вѣтровъ, въ Шлиссельбургѣ происходитъ пониженіе уровня воды у истока Невы. Изъ всего существующаго матеріала А. А. Тилло выводитъ крайне важное для г. Петербурга заключеніе, что *во время наибольшаго наводненія, 7-го ноября 1824 г., когда вода достигла 1,94 саж., горизонтъ Невской губы поднялся почти или совсѣмъ до уровня Ладожскаго озера.*

Величина 2,36 саж. совпадаетъ съ величиною, получаемой изъ барометрическихъ наблюдений въ Петербургѣ и Шлиссельбургѣ.

Нивелировки отъ Петербурга до Кронштадта, какъ А. А. Тилло имѣ лично сообщитъ, дали такой результатъ, какой онъ и ожидалъ, т. е. что паденіе уровня Невы отъ Николаевского моста до Кронштадта имѣло 570 мм. всего 34 мм. ²⁾.

Что же касается до вопроса о высотѣ средняго уровня Финскаго залива у Кронштадта надъ уровнемъ Балтійскаго моря у Ревеля, то въ настоящее время мы имѣемъ передъ собою нѣсколько обстоятельныхъ статей полковника С. Д. Рыльке, опубликованныхъ въ Запискахъ Военнаго Топографическаго Отдѣла Главнаго Штаба за 1894 и 1896 годъ. С. Д. Рыльке взялъ на себя большой трудъ обработки громаднаго матеріала нивелировокъ, начиная съ 1871 по 1893 годъ.

Въ I томѣ Записокъ Военно-Топографическаго Отдѣла (за 1894 годъ) Рыльке даетъ результаты нивелировокъ между главными марками вблизи города С.-Петербурга и уровнемъ моря у Кронштадта.

Въ III томѣ мы находимъ крайне интересное разсмотрѣніе вопроса о разности высотъ уровней Балтійскаго, Чернаго и Азовскаго морей въ 11 разныхъ

¹⁾ Матеріалы по гипсометріи Европейской Россіи. Абсолютная высота озера Ладожскаго, Онежскаго и Ильмена. Паденіе р. Невы, Приладожскихъ каналовъ и рр. Свири и Волхова. Обработкахъ Алексѣй Тилло. С.-Петербургъ, 1886 г.

²⁾ Это число и дано въ предварительной замѣткѣ А. А. Тилло: «Паденіе рейки Невы отъ Николаевского моста до Кронштадта». (Извѣстія Императорскаго Русскаго Географическаго Общества. Т. XXX, 1894, выпускъ VI, стр. 761).

пунктахъ ихъ береговъ. Уже при предварительной обработкѣ наблюдений по футштокамъ оказалось, что почти повсюду существовали нѣкоторыя недоразумѣнія относительно разностей нулей водоизрядныхъ реекъ, къ которымъ относились наблюдения. Поэтому, въ 1892 г. Рыльке произвела рекогносцировку балтійскихъ и черноморскихъ футштоковъ, которая и дала на мѣстѣ разъясненіе недоразумѣній. Почти безъ исключеній оказалось, что нули футштоковъ весьма непостоянны. Съ теченіемъ времени рейки опускаются выше и ниже, пока, наконецъ, заведующій наблюдениями рѣшается поднять рейку такъ, чтобы нуль совпадалъ съ первоначальнымъ нулемъ; но въ большинствѣ случаевъ это дѣлается неточно; такія же неточности встрѣчаются при размѣщеніяхъ футштоковъ на новыя мѣста во время перестроекъ гаваней и при замѣщеніи стараго футштока новымъ.

Во время этой же рекогносцировки полковникомъ Рыльке были произведены нивелировки для связи нулей футштоковъ съ постоянными марками.

Окончательные результаты даны полковникомъ Рыльке въ составленномъ имъ каталогѣ высотъ Русской нивелирной сѣти съ 1871 по 1893 годъ. Оказалось, что разности между уровнями упомянутыхъ морей находятся пока въ предѣлахъ ошибокъ наблюдений (эта разность только въ одномъ случаѣ равна 0,8 саж. при пройденномъ разстояніи въ 1795 верстѣ)

Вслѣдствіе этого принято, что *средніе уровни Балтійской и Черноморско-Азовской принадлежатъ одной и той-же уровенной поверхности, которая и принята за нулевой горизонтъ для абсолютныхъ высотъ*¹⁾.

Далѣе оказывается, что средній уровень у Кронштадта можно считать тождественнымъ съ таковымъ у Ревеля и Балтійскаго моря вообще, такъ какъ наибольшее возможное превышеніе уровня у Кронштадта противъ Либавы можетъ быть оценено всего въ 0,05—0,06 саж., что находится въ предѣлахъ ошибокъ измѣренія разностей уровней упомянутыхъ морей.

Итакъ мы наконецъ приходимъ къ заключенію, что:

Поль первого этажа Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ выше Балтійско-Черноморскаго уровня на $6^m,377$ ²⁾ $+ 0,034 = 6^m,411 = 3,004$ саж., и поль второго этажа выше на $11,70 + 0,034 = 11^m,73 = 5,498$ саж.

Изъ результатовъ, выведенныхъ полковникомъ С. Д. Рыльке, я привожу еще слѣдующіе, представляющіе большой интересъ. Для рѣшенія вопроса о зависимости уровня моря отъ барометрическаго давленія и вѣкового поднятія морскаго дна³⁾, Рыльке подвергъ новой обработкѣ наблюденія надъ крон-

¹⁾ Изъ всего извѣщающаго матеріала можно только предполагать, что пониженіе Черноморско-Азовскаго уровня противъ уровня Балтійскаго моря около 0,4 саж.; но эта величина находится въ предѣлахъ ошибокъ наблюдений.

²⁾ Къ этой величинѣ слѣдовало бы еще прибавить паденіе Невы отъ Адмиралтейской площади до Николаевскаго моста. По измѣреніямъ Савицкаго, оно около $26^{\text{мм}}$, но это весьма невѣроятно, такъ какъ, по его измѣреніямъ, паденіе Невы до Кронштадта $570^{\text{мм}}$, вмѣсто $34^{\text{мм}}$ по повѣстнымъ нивелировкамъ. Поэтому надо думать, что паденіе Невы отъ Адмиралтейской площади до Николаевскаго моста на протяженіи менѣе одной версты во всякомъ случаѣ менѣе $10^{\text{мм}}$.

³⁾ По А. А. Бонддорфу, согласно съ его монографіями: «Untersuchungen über die Hebung der Küste Finlands in den Jahren 1858—1887» и «Die seculäre Hebung der Küste bei Kronstadt in den Jahren 1841—1886», напе-

штадтскимъ футштокомъ за время 1841—1890 годъ. Его результаты слѣдующіе:

1) Поднятію ртутнаго столба на 1^{мм} соотвѣтствуетъ пониженіе уровня на 0,872 дюйма.

2) Поднятіе уровня съ теченіемъ времени равно $0^d,021 \pm 0,0117$ за одинъ годъ.

Поэтому средній уровень у Кронштадта на основаніи всѣхъ полувѣковыхъ наблюденій:

$$F = -1,38 + 0,0212(1887,5 - T) + 0,872(B_0 - B),$$

гдѣ $B_0 = 759,9^{\text{мм}}$.

Для эпохи 1887,5 при среднемъ барометрическомъ давленіи нуль кронштадтскаго футштока лежалъ на 0,0164 сажени выше средняго уровня Финскаго залива.

Нуль кронштадтскаго футштока въ 1892 году весьма точно опредѣленъ профессоромъ О. О. Витракомъ по отношенію къ нѣсколькимъ постояннымъ маркамъ въ Кронштадтѣ и къ маркѣ \odot Гл. Шт. № 173 въ Ораніенбаумѣ.

По наблюденіямъ надъ ревальскимъ футштокомъ увеличенію барометрическаго давленія на 1^{мм} соотвѣтствуетъ пониженіе уровня моря на 0,405 дюйма.

Не смотря на большія переибы, происходившія въ положеніи нуля футштоковъ, все-таки С. Д. Рыльке, послѣ подробнаго разсмотрѣнія вопроса, находитъ возможнымъ вывести тотъ фактъ, что морское дно у Ревеля опускается приблизительно на 0,08 дюйма въ годъ, что прямо противоположно явленію, происшедшему у Кронштадта и въ особенности вдоль берега Финляндіи. Но точныя данныя Рыльке надѣется получить изъ будущихъ наблюденій, если будетъ обращено больше вниманія на футштоки, что, не смотря на поѣздку С. Д. Рыльке, кажется, все-таки, и теперь еще недостаточно соблюдается.

Слѣдующія марки, могущія служить для будущихъ изслѣдованій, имѣютъ большое значеніе:

Выше средняго уровня у Кронштадта.

Кронштадтъ, верхняя площадка сиваго моста, къ которому прикрѣпленъ футшокъ (1888)	1,384 саж.
Кронштадтъ, горизонтальная высѣчка, на памятникѣ Пахтусова, буква П (слово польза) 1888 г.	2,464 »

чтанимыхъ въ журналѣ «Feenla», за 1888 и 1891 года, средній уровень въ Кронштадтѣ:

$$V = -0^d,2949 - 0^d,02177(t - 1840) + 1^d,5520(758^{\text{мм}},48 - B) + P,$$

вѣроятная
ошибка $\pm 0,390 \pm 0,0149 \quad \pm 0,1618$

гдѣ P есть поправочный членъ, зависящій отъ 11-ти лѣтняго періода. Наибольшая величина члена P составляетъ около 1,5 дюйма. Изъ приведенной формулы мы видимъ, что морское дно у Кронштадта въ одно столѣтіе поднялось на 1,5 дюйма, а имѣенію барометрическаго давленія на +1^{мм} соотвѣтствуетъ пониженіе уровня на 1,5 дюйма.

Выше средняго уровня у Кронштадта.

○ № 173 въ Ораніенбауиѣ (сарай локомотивовъ)	2,583 саж. или	5,5110 метр.
	±0,001	±0,0039
○ № 1, Пулковская обсерваторія	35,141 » »	74,9762 »
	±45	±95
○ № 2 Гатчино	42,854 » »	91,4324 »
	±61	±131
Марка № 6, Колпино	6,593 » »	14,0667 »

Въ концѣ Каталога русской нивеллирной сѣти на стр. 46 С. Д. Рылке дасть еще слѣдующія важныя данныя:

Намъ средній Балтійско-Черноморскій уровень выше берлинскаго нуля ММ	+0,15 саж. ¹⁾
поэтому, принимая во вниманіе, что уровень Адриатическаго моря у Триеста ниже ММ.	-0,17 »
и берлинскій ММ выше средняго уровня Сѣвернаго моря у Амстердама (+0 ^m ,165)	+0,08 »

получаемъ:

Адриатическій уровень у Триеста (ниже)	-0,32 саж.
Уровень Сѣвернаго моря у Амстердама (ниже)	-0,23 »

Надъ Балтійско-Черноморск. уровн.

Къ заключенію я считаю своимъ долгомъ указать на то, что въ 1893 г., когда управляющимъ Главною Палатою Д. И. Менделѣевымъ мнѣ было поручено опредѣленіе высоты Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ надъ уровнемъ моря, мнѣ было высказано желаніе, чтобы на здавіи Палаты были устроены одна или нѣсколько точныхъ нивеллирныхъ марокъ, соответствующихъ всѣмъ современнымъ требованіямъ. Таковыя марки изготовляются, и я надѣюсь, что мнѣ въ будущемъ лѣтѣ удастся произвести точную нивеллировку до марки нуля нивеллировка 1872 года и главнымъ образомъ до марки на стѣнѣ Балтійскаго вокзала, поставленной въ 1895 году профессоромъ *Θ. Θ. Витрамомъ* ²⁾. Эта марка ³⁾ весьма точно нивеллирована съ маркою № 173 въ Ораніенбауиѣ и съ нулемъ кронштадтскаго футштока, посредствомъ очень точной нивеллировки изъ середины на особенномъ сооруженіи на морѣ. Существованіе точныхъ нивеллирныхъ марокъ у Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ весьма желательно, такъ какъ онѣ, будучи нетронутыми и отъ времени связанными посредствомъ точныхъ нивеллировокъ съ марками по южному и сѣверному берегу Финскаго залива, дадутъ наконецъ возможность судить о реаль-

¹⁾ Эта цифра получена изъ нивелировочныхъ связей черезъ четыре разныхъ пункта русско-германской пограничной полосы. Въ 1891 и 1893 годахъ связью прусской пограничной марки № 7368 и нивеллирной марки въ Александровѣ получено новое опредѣленіе, по которому средній Балтійско-Черноморскій уровень выше берлинскаго нормальнаго нуля на 0,31 метра или 0,14 саж.

²⁾ Нивеллировка между Кронштадтомъ и С.-Петербургомъ въ 1892 году. *Θ. Θ. Витрамъ*. С.-Петербургъ, 1894 г.

³⁾ По Витраму эта марка выше нуля кронштадтскаго футштока на 5^{mm},3798 ± 6^{mm},4 или 2,5215 саж. ± 0,0030 или выше средняго уровня моря на 2,5215 саж. + 0,0164 = 2,538 саж.

ности и разиѣрѣ вѣкового поднятія и опусканія морского дна на разныхъ береговыхъ пунктахъ.

Но точныя нивелирныя сѣтки все болѣе и болѣе распространяются по всей Имперіи и въ связи съ нивелирными сѣтками въ сосѣднихъ государствахъ въ недалекомъ будущемъ освѣтятъ вопросы о тѣхъ громадныхъ вѣковыхъ переищеніяхъ морей, на которыя намъ до сихъ поръ только указываютъ палеонтологическія и геологическія изслѣдованія.

Наконецъ, считаю не лишнимъ сопоставить изъ всего разсмотрѣннаго слѣдующія, для работъ въ Главной Палатѣ, болѣе необходимыя данныя:

Выше Балтійско-Черноморскаго уровня.

Асфальтовая мостовая кру-			
зомъ зданія Главной Палаты	на 4 ^м ,0	или 1,88	саж.
Поль подвального этажа	» 3 ^м ,48	» 1,63	»
Поль первого этажа	» 6 ^м ,411	» 3,004	»
Поль второго этажа	» 11 ^м ,73	» 5,498	»

Географическая широта зданія Главной Палаты:

$$\varphi_{\pi} = 59^{\circ}55'6''$$

Географическая долгота + 2^о,7 къ западу отъ Пулкова
или — 2^о1^м16^с,0 къ востоку отъ Гринича.

Если воспользоваться формулою О. І. Брока ¹⁾

$$\frac{g_{\varphi, H}}{g_{45}} = (1 - 0,00259 \cos 2\varphi) (1 - 0,000000 196 H),$$

то, принявъ H = 7^м, мы получаемъ для Главной Палаты

$$g_{\pi} = g_{45} \cdot 1,0012872,$$

гдѣ g_{π} обозначаетъ величину силы тяжести въ зданіи Главной Палаты, а g_{45} принятую для широты $\varphi = 45^{\circ}$ и H = 0 (на уровнѣ моря).

На основаніи новѣйшихъ болѣе точныхъ изслѣдованій Деффоржа ²⁾, международная коммиссія мѣръ и вѣсовъ (Comité international des poids et mesures) въ 1892 году приняла $g_{45} = 9^{\text{м}},80665$ ³⁾.

Поэтому, до окончательнаго выясненія весьма труднаго вопроса объ абсолютной величинѣ силы тяжести въ С.-Петербургѣ, можно принимать

$$g_{\pi} = 9^{\text{м}},8193.$$

Ф. Блаумбахъ.

С.-Петербургъ, ноябрь 1896 г.

¹⁾ Travaux et Mémoires du Bureau international des Poids et Mesures, Tome I, pag Aq. 1881.

²⁾ Mesure de l'intensité absolue de la pesanteur dans la salle de comparateur universel au Bureau international des poids et mesures, à Breteuil; par le commandant Defforges. Procès verbaux des séances de 1891, pag 135—182.

³⁾ Procès verbaux des séances de 1892, pag 65.

18. Матеріалы для изученія современнаго состоянія приѣмовъ повѣрки мѣръ и вѣсовъ, примѣняющихся въ торговлѣ.

Въ 1-й части «Временника» (стр. 103) помѣщены двѣ статьи: инспектора Гл. Палаты А. И. Скиндера и испр. долги. инспектора С. И. Лаванскаго, относящіяся къ ознакомленію съ тѣмъ положеніемъ, въ какомъ находятся въ настоящее время мѣстныя повѣрочныя учрежденія въ С.-Петербургѣ и въ некоторыхъ городахъ по западнымъ окраинамъ Россіи. Для дополненія свѣдѣній, сюда относящихся, слѣдовало получить данныя для внутреннихъ и восточныхъ губерній. Но сложныя и настоятельныя работы, касающіяся устройства самой Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ и возобновленія основныхъ русскихъ прототиповъ, особенно усилившіяся въ 1895 г., при незначительности числа лицъ, служащихъ въ Гл. Палатѣ, позволили выполнить это только въ 1896 г. Въ этомъ году исправляющій должность инспектора Гл. Палаты С. И. Лаванскій былъ командированъ его Высокопревосходительствомъ г. Министромъ Финансовъ въ Московскую, Нижегородскую, Казанскую, Саратовскую, Рязанскую, Орловскую и Курскую губерніи для ознакомленія съ состояніемъ вывѣрочнаго въ нихъ дѣла, а повѣрителю Гл. Палаты, Ф. И. Влужбаху, отправлявшемуся тѣмъ 1896 г. въ Вост. Сибирь на средства, дарованныя Государемъ Императоромъ, въ числѣ членовъ Астрономическаго Общества для наблюденія полнаго солнечнаго затменія, поручено было попутно ознакомиться съ вывѣркою мѣръ и вѣсовъ въ этомъ отдаленномъ краѣ.

Вслѣдъ за сими печатаются отчеты, представленные этими лицами. Совокупность полученныхъ въ Гл. Палатѣ и въ Департаментѣ Торговли и Мануфактуръ свѣдѣній показываетъ, что современный порядокъ вывѣрки торговыхъ мѣръ и вѣсовъ требуетъ такихъ коренныхъ измѣненій и усовершенствованій, какихъ невозможно достигнуть составленіемъ однихъ инструкцій для существующихъ въ Имперіи повѣрочныхъ учрежденій, а потому Гл. Палата должна была войти съ ходатайствомъ къ его Высокопревосходительству г. Министру Финансовъ о совокупности мѣръ, необходимыхъ для упорядоченія мѣстной вывѣрки торговыхъ мѣръ и вѣсовъ, которая до нынѣ подлежитъ вѣдѣнію Министерства Внутреннихъ Дѣлъ и городскихъ управъ. Въ теченіе 1896 г. въ Департаментѣ Торговли и Мануфактуръ уже начата разработка плана общей организациіи для введенія повсемѣстной улучшенной вывѣрки торговыхъ мѣръ и вѣсовъ, но это дѣло требуетъ новыхъ законовъ, а потому можетъ подвигаться впередъ лишь въ законодательномъ порядкѣ. Описаніе же того состоянія, въ которомъ находится мѣстная вывѣрка торговыхъ мѣръ

и вѣсовъ въ другихъ странахъ, можетъ быть въ этомъ отношеніи весьма поучительнымъ, а потому сверхъ того, что изложено въ 1-й части «Временника» (стр. 116), оно дополнится статьею повѣрителя Гл. Палаты Ф. И. Блумбаха, которая будетъ помѣщена въ 4-й части «Временника» и излагаетъ порядокъ, принятый для сего въ Великобританіи. Опытъ другихъ странъ очень поучителенъ въ отношеніи къ способамъ исполненія затруднительнаго въ разныхъ отношеніяхъ и многосложнаго дѣла, касающагося такого всеобщаго интереса, какъ единообразіе применяемыхъ въ промышленности мѣръ и вѣсовъ.

Управляющій Главною Палатою.

5 дек. 1896 г.

I. Изъ отчета, представленнаго и. д. инспектора Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ С. И. Ламанскимъ.

Командированный въ 7 городовъ: Нижній-Новгородъ, Казань, Саратовъ, Рязань, Москву, Орелъ и Курскъ съ цѣлью ознакомленія, какъ съ современнымъ состояніемъ вывѣрки и клейменія мѣръ и вѣсовъ, такъ и со способами надзора за вѣрностью мѣръ и вѣсовъ, употребляемыхъ въ торговлѣ, я могъ только посѣтить первые пять городовъ и отъ посѣщенія остальныхъ двухъ городовъ Орла и Курска долженъ былъ отказаться.

Во всѣхъ городахъ я являлся къ господамъ Начальникамъ губерній, и отъ нихъ мнѣ приходилось слышать, что дѣло мѣстной вывѣрки нынѣ стоитъ неудовлетворительно. Посѣщая мѣстныя городскія управленія и казенныя палаты, я осматривалъ имѣющіеся у нихъ образцовыя мѣры. Вмѣстѣ съ мѣстными полицейскими чинами или податными инспекторами, членами торговой дедукации и торговыми смотрителями я осматривалъ также мѣры и вѣсы въ различныхъ магазинахъ, лавкахъ и на базарныхъ площадяхъ.

Изъ всѣхъ вышеназванныхъ городовъ только въ Москвѣ въ зданіи городской управы находится небольшое помѣщеніе, специально предназначенное для вывѣрки и клейменія мѣръ, въ другихъ же городахъ образцовыя мѣры и вѣсы хранятся въ шкафахъ и архивахъ, откуда достаются, когда явится въ этомъ надобность. Въ Рязани, даже, вовсе не производится вывѣрки и клейменія мѣръ.

Въ Москвѣ отдѣленіе мѣръ и вѣсовъ, известное подъ названіемъ «клейменки», помѣщается въ небольшой комнатѣ, гдѣ производится вывѣрка и клейменіе три раза въ недѣлю мастерами, подъ наблюденіемъ по очереди одного изъ городскихъ землеустроителей, которые за это не получаютъ особаго вознагражденія. Въ отдѣленіи находится четверо вѣсовъ. Вѣсы для взвѣшиванія до 3-хъ фунтовъ оказались испорченными (аретиръ не дѣйствовалъ); вѣсы для взвѣшиванія до 1 фунта были все въ пыли, такъ что надо полагать давно не были въ употребленіи. Мѣдный образцовый разновѣсъ отъ 1 пуда до 1 фунта не только окислился, но въ исправномъ состояніи ¹⁾. Этотъ разновѣсъ былъ выписанъ въ 1888 году отъ механика И. Горячева въ Петербургѣ и заклеенъ въ бывшемъ Денежномъ образцовыхъ мѣръ и вѣсовъ. Нор-

¹⁾ Мѣра погрѣшности въ отчетѣ С. И. Ламанскимъ не приведена.
Упр. Гл. Палатою.

малыми мѣры длины, аршинъ и сажень, работы Гиргенсона, оказались въ неправильномъ состояніи.

Изъ доставленныхъ городскою управою свѣдѣній о количествѣ вывѣренныхъ и заклеянныхъ въ Московской управѣ мѣръ и вѣсовъ видно, что ихъ число весьма непостоянно, какъ видно изъ слѣдующей таблицы:

	Въ 1893 г.		Въ 1894 г.		Въ 1895 г.		Всего въ 3 года.	
	Количество.	Сумма сбора.	Количество.	Сумма сбора.	Количество.	Сумма сбора.	Количество.	Сумма сбора.
	р.	к.	р.	к.	р.	к.	р.	к.
Гири	2133	1353 9	665	316 4	481	281 25	3277	1950 68
Вѣсы	218	586 20	121	106 60	68	49 85	403	742 65
Винныя мѣры	2327	148 41	1681	100 77	104	9 20	4112	258 38
Линейныя мѣры	30	3 50	29	2 3	31	2 13	100	7 66
Мѣры сыпучихъ тѣлъ	—	—	2	— 30	—	—	2	— 30
Итого	—	2091 20	—	525 74	—	342 43	—	2959 67

При разпросѣ мастера, заведывающаго клейменіемъ, о причинѣ непостояннаго поступленія къ клейменію мѣръ, равно какъ при осмотрѣ торговыхъ заведеній, въ которыхъ производится продажа мѣръ и вѣсовъ, оказалось, что въ Москвѣ наибольшее число мѣръ и вѣсовъ, употребленныхъ въ торговлѣ, заклеяны въ уѣздныхъ городахъ, Подольскѣ и Рузѣ, гдѣ клейменіе производится за болѣе дешевую цѣну, чѣмъ въ Москвѣ, такъ какъ Правительствующій Сенатъ разрѣшилъ городскимъ управленіямъ производить клейменіе мѣръ и вѣсовъ по вольной цѣнѣ, т. е. по цѣнамъ болѣе низкимъ, чѣмъ означены въ Торговомъ Уставѣ. Этимъ обстоятельствомъ и можетъ быть объяснено, что при существованіи въ Москвѣ въ 1895 г., какъ мѣѣ было сообщено въ Казенной Палатѣ, 25.494 торговыхъ и промышленныхъ заведеній, заклеяно было въ Московской городской управѣ мѣръ и вѣсовъ всего на 342 р. 43 коп.

Для того, чтобы составить себѣ понятіе, насколько вывѣрены гири въ различныхъ городахъ: Подольскѣ, Рузѣ, Муромѣ, Нижнеѣ-Новгородѣ и Тулѣ, я досталъ черезъ посредство торговыхъ смотрителей отъ торговцевъ гири новыя, еще не бывшія въ употребленіи, гири съ клеймами вышеуказанныхъ городовъ и свѣрилъ ихъ съ нормальными гирями.

Мѣдная гири въ 2 фунта, клейменная въ 1896 году въ городѣ Рузѣ, была на 6 долей тяжелѣе нормальной. Клеймо наложено было только на верхней сторонѣ.

Мѣдная 5 фунт. гири съ клеймомъ города Подольска оказалась на 30 долей тяжелѣе противъ нормальной.

Чугунная 3 ф. гири, клеймен. въ Нижнеѣ-Новгор. = 3 ф. + 6 д.
 » 3 » » » Муромѣ = 3 » — 26 »
 » 3 » » » Тулѣ = 3 » — 20 »

Въ Нижнемъ-Новгородѣ въ городской управѣ не отведено особаго помѣщенія для вывѣрки и клейменія. Образцовыя мѣры и вѣсы хранятся въ шкафу, въ архивѣ, откуда они достаются, когда въ нихъ явится надобность. Вѣсы работы Гиргенсона съ погнутой стрѣлкой. Образцовый латунный разновѣсъ отъ 1 пуда до 1 фунта, работы Шапошникова, заклеиваетъ нижегородскій клейномъ. Какъ видно изъ свидѣтельства этотъ разновѣсъ былъ свѣренъ въ 1884 г. мѣстнымъ пробиреромъ съ образцовыми гириями, которыя пробиреръ имѣлъ съ Монетнаго Двора. Для вывѣрки тяжелыхъ гирь имѣется стальное коромысло, работы мѣстнаго нижегородскаго фабриканта Вѣсовщикова. При нагрузкѣ на каждую чашку по 1 пуду они чувствовали $\frac{1}{4}$ золотника. Кромѣ того, въ архивѣ городской управы хранятся мѣры для сыпучихъ тѣлъ гарнецъ и четверикъ — желѣзныя съ мѣднымъ ободкомъ, и питейныя латунныя мѣры отъ 1 ведра до $\frac{1}{100}$ съ крапомъ, работы Краузе. Всѣ эти мѣры въ исправномъ состояніи и, какъ видно, были мало въ употребленіи ¹⁾.

Количество вывѣренныхъ и заклеивенныхъ мѣръ и вѣсовъ въ нижегородской городской управѣ въ 1895 г.:

Гирь	5460 шт.	на сумму	479 р.	73 к.
Коромысла	697 »	»	229 »	06 »
Мѣры сыпучихъ . .	57 »	»	26 »	05 »

Всего 734 р. 84 к.

Поступило въ суммы по содержанію пробирнаго учрежденія за клейменіе съ мастеровъ Семеновскаго уѣзда: коромысла 679 шт. на сумму 203 р. 58 к.

Въ 1895 г. поступило съ мастеровъ Семеновскаго уѣзда за клейменіе коромысла въ количествѣ 4340 шт. на сумму . . 1357 » 20 »

Изъ этой послѣдней суммы 80% отослано въ доходъ города Семенова, а 20% распределяются слѣдующимъ образомъ: 5% въ доходъ города Нижне-Новгорода, а 15% на содержаніе пробирнаго учрежденія.

Число торговыхъ и промышленныхъ заведеній въ Нижнемъ-Новгородѣ считалось 2106. Всѣхъ торговыхъ и промышленныхъ заведеній въ Нижегородской губерніи съ 1895 г. насчитывалось до 9414. Кромѣ того, ярмарочныхъ предпріятій болѣе 4000.

Въ Казани въ городской управѣ также не имѣется особаго помѣщенія для вывѣрки и клейменія мѣръ. Самая вывѣрка производится какъ бы случайно, что яснѣе будетъ видно изъ нижеприведенныхъ суммъ, вырученныхъ за клейменіе мѣръ. Вывѣркѣ подвергаются только гири и коромысла. Для вывѣрки гирь имѣются двое вѣсовъ. Вѣсы Роберваля безъ чашекъ съ подъемной силой до 2-хъ килограммовъ. Желѣзное коромысло также безъ чашекъ; вывѣряемыя гири подвѣшиваются на крючкахъ изъ толстой желѣзной проволоки. Образцовый латунный разновѣсъ работы Гиргенсона сильно позеленѣлъ, вообще сохраняется безъ надлежащей предосторожности ²⁾. Мѣры длины, аршина и сажени, пѣги. Питейныя мѣры имѣютъ такой видъ, что онѣ мало были въ употребленіи. Изъ свѣдѣній, доставленныхъ мѣтр. Казанской Городской Управой, оказывается, что въ 1894 г. было 124 случая клейменія

¹⁾ Данныхъ о вывѣркахъ въ Отчетѣ С. П. Ламанскаго не приведено.
Упр. Гл. Палаты.

²⁾ Въ отчетѣ нѣтъ данныхъ о вывѣркахъ этихъ гирь. Упр. Гл. Палаты.

вѣсовъ и гирь, за что получено 100 рублей, а въ 1895 г. только 5 р. 20 к. Число торгово-промышленныхъ заведеній въ Казани въ 1895 г. считалось 3346, а во всей Казанской губерніи 13.971.

Въ Саратовской городской управѣ имѣется полный комплектъ чугунныхъ гирь отъ 2 пуд. до 1 фунта, работы Горячева, заклеенный въ 1889 г. въ бывшемъ Депо образцовыхъ мѣръ и вѣсовъ. Этотъ комплектъ не былъ вовсе въ употребленіи, такъ какъ для вывѣрки гирь въ управѣ нѣтъ никакихъ вѣсовъ. Изъ мѣръ длины имѣется только желѣзный футъ работы Горячева. Кромѣ того нѣются четверникъ, гарнецъ, ведро и $\frac{1}{10}$ ведра. Всѣ эти мѣры остаются также безъ употребленія. Въ бюджетѣ города Саратова нѣтъ даже статьи за заклееніе мѣръ и вѣсовъ. Число торгово-промышленныхъ заведеній въ Саратовѣ и Саратовскомъ уѣздѣ 10.943, а во всей Саратовской губерніи — 43.689.

Въ Рязани, какъ уже было сказано, въ городской управѣ никакой вывѣрки и клейменія мѣръ не производится. Число торгово-промышленныхъ заведеній въ 1895 г. въ городѣ Рязани считалось 718, а во всей Рязанской губерніи — 11.805.

При посѣщеніи мною Казенныхъ Палатъ, во всѣхъ, кромѣ Нижегородской, я находилъ полные комплекты витѣйныхъ мѣръ, мѣры для сыпучихъ тѣлъ, въ нѣкоторыхъ даже аршинъ и гири; всѣ эти мѣры работы старинныхъ фирмъ Гиргенсона, Краузе, Сименса, большую частію всѣ въ хорошемъ состояніи ¹⁾, хранятся въ закрытыхъ ящикахъ, обязанныхъ веревками съ печатью. Всѣ онѣ находятся безъ всякаго употребленія, такъ какъ въ Казенныхъ Палатахъ торговые заведенія за вывѣркою мѣръ не обращаются; кромѣ того, въ составѣ служащихъ въ Палатѣ нѣтъ лицъ, знакомыхъ съ манипуляціей и правилами вывѣрки.

Въ нѣкоторыхъ городахъ, Казани, Саратовѣ, я заходилъ въ чертежныя отдѣленія, состоящія при губернскихъ управленіяхъ съ цѣлью ознакомленія съ землемерными мѣрами. Въ чертежныхъ отдѣленіяхъ имѣются образцовыя, заклеенныя сажени, которыя употребляются для вывѣрки цѣпей и стальныхъ лентъ, входящихъ все болѣе и болѣе въ употребленіе. Но эти ленты, длиною въ 10 сажень, нигдѣ не клейменныя, работы московскаго механика Швабе; высылаются онѣ въ провинціальныя чертежныя отдѣленія Московскихъ межевыхъ управленій.

Во всѣхъ городахъ или съ членами управы, или съ членами торговой депутатаціи я осматривалъ городскіе десятичные вѣсы на базарныхъ площадяхъ для взвѣшиванія возовъ. Во всѣхъ городахъ эти вѣсы мостовыя или обыкновенныя десятичныя, или системы Фербенкса. Какъ вѣсы, такъ и гири не-клеименныя. Испытывая эти вѣсы гирями, установившая послѣднія то въ серединѣ платформы, то по угламъ ея, вѣсы оказывались въ исправномъ состояніи. Эти вѣсы составляютъ собственность города и сдаются арендаторамъ, которые по установленной городской управой таксѣ должны производить взвѣшиваніе ²⁾.

Въ Москвѣ только Городское Управленіе не сдаетъ вѣсовъ въ аренду, а нанимаетъ артельщиковъ, которымъ поручаетъ взвѣшиваніе. Сборъ, поступив-

¹⁾ Въ отчетѣ С. И. Ламанскаго, въ сожалѣнію, опять нѣтъ указаній на степень точности, полученной при вывѣркѣ этихъ мѣръ. Укр. Г. Палатомъ.

²⁾ Данныхъ о вывѣркѣ гирь не приведено. Укр. Г. Палатомъ.

ній въ пользу города за взвѣшиваніе на городскихъ десятичныхъ вѣсахъ, поставленныхъ на шести площадяхъ и на товарной станціи Московско-Казанской желѣзной дороги, въ 1895 г. равнялся 19.827 руб. При этомъ надо замѣтить, что такса за взвѣшиваніе очень высока; такъ, съ воза глины вывѣстѣ съ тарой берется 15 коп., съ воза сѣва до 40 нуд. 10 коп., отъ 40 до 60 пуд. 15 коп. Известъ и каменный уголь $\frac{1}{4}$ коп. съ пуда. Въ Казани цѣна за взвѣшиваніе на городскихъ вѣсахъ менѣе значительна; такъ съ воза тамъ берутъ только 5 коп., при чемъ каждый разъ выдаютъ квитанцію, сколько вѣсилъ возъ.

Вообще не только въ губерскихъ городахъ, но и въ уѣздныхъ городахъ и селахъ сборъ за взвѣшиваніе на вѣсахъ на базарныхъ ярмарочныхъ площадяхъ довольно высокъ.

Осмотръ мѣръ и вѣсовъ въ торговыхъ заведеніяхъ, мануфактурныхъ, чайныхъ магазинахъ, бакалейныхъ лавкахъ, въ ларяхъ на базарныхъ площадяхъ обыкновенно я производилъ совмѣстно съ торговыми смотрителями, податными инспекторами и чинами полиціи. Посѣщеніе мое съ названными лицами, конечно, производило не особенно пріятное впечатлѣніе на торговцевъ, которые постоянно указывали, что гири у насъ *замлеяменныя*. Такъ какъ нигдѣ не существуетъ періодической провѣрки, то торговецъ, имѣя мѣры съ клеймомъ, когда то и гдѣ-то поставленнымъ, полагаетъ, что онъ гарантированъ отъ упрека въ невѣрности мѣры. Часто приходилось находить мѣдныя гири съ клеймомъ, поставленнымъ въ 1870, 1881 гг. Конечно, подобныя гири отличались значительно меньшимъ вѣсомъ; такъ, въ одномъ чайномъ магазинѣ въ Нижнемъ-Новгородѣ мѣдная 3 фун. гиря на 24 золотника была легче; въ Москвѣ въ одномъ бакалейномъ магазинѣ въ фунтовой чугунной гирѣ не хватило около 2-хъ золотниковъ. Нерѣдко попадались мѣдныя гири съ вставками, въ видѣ колецъ. Аршины, какъ въ большихъ мануфактурныхъ магазинахъ, такъ и въ ларяхъ на базарныхъ площадяхъ, деревянные, безъ металлическихъ наконечниковъ, какъ этого требуетъ Торговый Уставъ, обыкновенно были на $\frac{1}{8}$ и $\frac{1}{10}$ вершка короче нормального. Большинство желѣзныхъ аршиновъ торговцы приобретаютъ или отъ тульскихъ кустарей, или покупаютъ ихъ въ губерскихъ казначействахъ, которые получаютъ аршины изъ С. Петербургскаго Монетнаго Двора. Эти аршины хотя и не высокой стоимости (45 коп.), но весьма легко сгибаются и портятся.

На базарныхъ площадяхъ вѣсы и гири въ мелкой продажѣ еще въ худшемъ состояніи, въ особенности это было замѣтно въ Рязани, при обходѣ въ воскресенье базара, гдѣ продавалось мясо.

Въ магазинахъ, гдѣ торговцы ведутъ сами и покупку, и продажу, какъ, наприм., въ магазинахъ золотыхъ и серебряныхъ вещей, вѣсы и гири отличались исправнымъ состояніемъ. Только въ одномъ чайномъ магазинѣ пришлось мнѣ слышать отъ торговца жалобу на отсутствіе надзора за мѣрами и вѣсами. «Я знаю, говорилъ торговецъ, что мой сосѣдъ, проданая сахаръ 1 коп. на фунтъ дешевле меня, обвѣшиваетъ покупателя, имѣя невѣрные гири». Точно также одинъ изъ торговыхъ смотрителей — въ Москвѣ говорилъ мнѣ, что ему пришлось найти у торговца фунтовую гирю на вѣсколько золотниковъ легче нормальной и купецъ объяснялъ, что ему такія гири нужны, что часто покупаютъ 1 пудъ чая съ наказомъ развѣсить его на 50 отдѣльныхъ фунтовъ. Конечно, при посѣщеніи мною торговыхъ заведеній вмѣстѣ съ полиціей-

скими чинами, податными инспекторами и торговыми депутатами мнѣ неудавалось находить такихъ гирь, — вѣроятно онѣ не каждый день бывають въ употребленіи.

Что обвѣриваніе и обвѣшиваніе практикуется при продажѣ хлѣба, приходилось не разъ слышать мнѣ съ различныхъ сторонъ, какъ отъ крестьянъ, такъ и отъ податныхъ инспекторовъ.

С. Ламанскій.

20-го ноября 1896 г.

II. Данные о вывѣркѣ мѣръ и вѣсовъ въ Сибири; изъ отчета, представленнаго повѣрителемъ Г. Палаты Ф. И. Блумбахомъ.

Лѣтомъ 1896 года во время поѣздки въ Восточную Сибирь мнѣ было поручено изучить положеніе повѣрки мѣръ и вѣсовъ въ Сибири, причемъ было указано на города: Томскъ, Красноярскъ и Иркутскъ.

На пути изъ Петербурга въ Восточную Сибирь я обращалъ вниманіе на это дѣло, сколько позволяли обстоятельства. Повидимому, повсюду управленіе Сибирской желѣзной дороги дѣлаеть все возможное, чтобы упомянутое дѣло у себя обставить по возможности хорошо. Повсюду видны новыя вѣсы фирмъ, пользующихся хорошою репутаціею, и гири изъ нашихъ казенныхъ заводовъ. Сколько возможно правленіе дороги обращаетъ вниманіе и на тѣ небольшія торговля заведенія, которыя устроены рядомъ съ станціонными зданіями и въ которыхъ продаются вслѣдствіе болѣе необходимыя мануфактурныя произведенія и съѣстные припасы. Кроме того, къ приходу поѣздовъ являются разныя мелкіе продавцы, торгующіе хлѣбомъ, масломъ и другими съѣстными припасами. Разрѣшеніе на открытіе подобной торговли, хотя бы и въ самой простой формѣ, дается правленіемъ желѣзной дороги, которое слѣдитъ за тѣмъ, чтобы употребляемые мѣры и вѣсы были въ исправномъ состояніи. Но здѣсь иногда является очень большое затрудненіе, въ особенности во время прихода переселенческихъ поѣздовъ, состоящихъ обыкновенно изъ тридцати до сорока вагоновъ съ менѣе или болѣе тысячи переселенцевъ; тутъ каждый спѣшитъ покупать главнымъ образомъ хлѣбъ и другіе самые необходимыя для жизни продукты. Неудивительно, что въ такихъ случаяхъ бывають очень большія неточности и злоумышленный обманъ вѣшиваніемъ; это тѣмъ хуже, чѣмъ дальше отъ Европейской Россіи.

Не имѣя особеннаго уполномочія для производства внезапнаго контроля въ любой мѣстности Сибири, я все-таки имѣлъ случай, вмѣстѣ съ помощникомъ начальника штаба Иркутскаго военного округа, генералъ-маіоромъ Потоцкимъ, открыть злоупотребленіе, каковое, по всѣмъ собраннымъ мною свѣдѣніямъ, должно быть часто происходитъ при подобныхъ случаяхъ. Страдаеть при этомъ самый бѣдный народъ — переселенцы.

На станціи Боготолѣ, Средне-Сибирской дороги, мы, вышедши изъ служебнаго вагона, переданнаго весьма любезнымъ образомъ на наше распоря-

женіе отъ правленія тяги и присоединеннаго къ переселенческому поѣзду изъ сорока вагоновъ, увидѣли, что масса переселенцевъ стремится дѣлать всѣ нужныя закупки. Изъ нѣкоторыхъ прѣбывавшихъ мелкихъ торговцевъ въ особенности одинъ какимъ-то страннымъ способомъ пользовался вѣсами при продажѣ хлѣба.

Я высказалъ генералу Потоцкому свое мнѣніе, что здѣсь вѣроятно происходить обманъ и немедленно мы произвели повѣрку вѣсовъ, при чемъ оказалось, что чашка для товара на $\frac{1}{2}$ фунта тяжелѣе чашки для гарь, такъ что покупающій хлѣбъ переселенецъ получаетъ, вмѣсто фунта, только $\frac{3}{4}$ фунта или около этого. Переселенцы заявили, что имъ уже давно казалось, что они получаютъ меньше настоящаго вѣса; но благодушіе русскаго переселенца-крестьянина удивительно, несмотря на то, что онъ въ данный моментъ отдастъ можетъ быть послѣднюю копейку за покупаемый хлѣбъ.

Немедленно нами было потребовано составленіе протокола, но прошло нѣкоторое время, пока нашелся жандармъ. Между тѣмъ торговецъ исчезъ и когда наконецъ явился жандармъ и мы ему указали, въ чемъ состояла несправность вѣсовъ, послѣдній отвѣтилъ, что во время всякаго его личнаго осмотра, торговецъ для исправленія вѣсовъ клалъ на легкую чашку какой-то противовѣсъ. Подобный противовѣсъ, состоящій изъ куска глины, ловко подвѣченный торговцемъ съ земли изъ остатковъ разнаго строительнаго мусора, и намъ раньше показывалъ торговецъ, извиняясь, что онъ забылъ его положить на легкую чашку; этотъ кусокъ глины вѣсилъ меньше $\frac{1}{8}$ фунта.

Жандарма убѣдить въ томъ, что подобные вѣсы неправильны и накладываніе подвижныхъ противовѣсовъ незаконно, было довольно трудно; но объясненіе генерала, наконецъ, все-таки показалось ему достаточно вѣрнымъ источникомъ. Подобнаго же рода вѣсы съ противовѣсами, легко удаляемыми, я встрѣчалъ не только на желѣзно-дорожныхъ станціяхъ, но и въ городѣ Иркутскѣ.

По разспросамъ у начальника станціи оказалось, что правленіе желѣзной дороги на этой же станціи сибѣяло нѣсколько разъ содержателя небольшой постоянной лавки, такъ какъ вѣсы и гири оказывались невѣрными. Только послѣдній торговецъ оказался производящимъ вѣрное развѣшиваніе.

Подробное изученіе дѣла я началъ въ городѣ Иркутскѣ. Явившись къ генералу-губернатору и губернатору, я былъ направленъ къ управляющему Казенною палатою, которая имѣетъ высшій мѣстный губернской контроль. Казенная палата Иркутской губерніи недавно переведена въ большое каменное зданіе напротивъ городского рынка. Управляющій Казенною Палатою съ весьма большою любезностію старался облегчить мою задачу, предоставивъ мнѣ помощникомъ одного изъ податныхъ инспекторовъ.

Въ Казенной палатѣ хранились въ данное время только полный наборъ латунныхъ мѣръ отъ $\frac{1}{100}$ ведра до 1 ведра, работы Вейльштейна, и четвертакъ изъ латуны — въ хоршемъ, повидимому, состояніи. Повѣрки этими приборами производилъ землемеръ, который, какъ мнѣ сообщилъ управляющій Казенною палатою, весьма тщательно обращается съ мѣрами и точно подгоняетъ температуру воды.

На другой день мы явились въ городскую управу, гдѣ насъ любезно встрѣтилъ городской голова В. П. Сувачевъ. Зданіе управы недавно выстроено и еще не всѣ части вполне опредѣлены для разныхъ надобностей. Всѣмъ жи-

телямъ города Иркутска извѣстно, сколько недавно избранный новый городской голова В. П. Сукачевъ своими личными трудами и денежными средствами старался двинуть дѣло о благоустройствѣ города и процвѣтаніи научныхъ обществъ и изслѣдованій¹⁾.

Городской голова нѣтъ вначалѣ заявилъ, что въ виду массы разныхъ другихъ существенныхъ дѣлъ по управленію и благоустройству города онъ еще не успѣлъ подробно вникнуть въ дѣло, меня интересующее, но заявилъ, что предполагалось нѣтъ особое пощеніе для повѣрки торговыхъ мѣръ и вѣсовъ. Ввезенныя повѣрки не производятся и нѣтъ торговой депутации, которая бы эти занималась. Весь контроль, такъ сказать, предоставляется покупающей публикѣ, которая въ случаѣ открытія обмана требуетъ помощи полиціи; кромѣ того существуетъ случайный надзоръ, который добровольно производитъ податной инспекторъ при своихъ осмотрахъ торговыхъ помѣщеній.

Въ Иркутской городской управѣ происходятъ клейменіе, причѣмъ, здѣсь какъ и въ другихъ городахъ, за клейменіе городская управа взымаетъ въ свою пользу особый, въ указанномъ въ ст. 690 Уст. Торг. (изд. 1887 г.) размѣрѣ, денежный сборъ, который для города Иркутска составляетъ мѣся 50 рублей въ годъ.

При осмотрѣ оказалось, что вѣсы и чугунныя гири лежали, безъ всякихъ щипковъ, въ одномъ углу кладовой подъ каменной лѣстницей, выходящей на задній дворъ. Вѣсы и гири вообщемъ въ заржавленномъ видѣ, притомъ вѣсы повидному много пострадали отъ времени и механическаго насильственнаго съ ними обращенія.

Всѣ вѣсы снабжены неснимаемыми подвѣсками (box end.) и безъ исключенія всѣ были мною повѣрены во всѣхъ отношеніяхъ:

1) Вѣсы двухпудовыя, коромысло со знаками: Н. З. (Николаевскій заводъ) и государственный гербъ; ножи тверды, но испорчены; вмѣсто чашекъ имѣются деревянные обкованныя площадки. Безъ нагрузки, отъ одного золотника стрѣлка коромысла отклоняется на почти незамѣтную величину; 12 золотниковъ дали отклоненіе на 30° град.

При накладываніи на платформы двухъ пудовыхъ гирь: 40_A и 40_B получились слѣдующія равновѣсія:

$$40_A \simeq 40_B + 5 \text{ зол.}$$

$$\text{и} \quad 40_B + 15 \text{ зол.} \simeq 40_A,$$

причемъ 2 золотника дали едва замѣтное отклоненіе, а 9 золотниковъ въ 20°.

Кромѣ того оказалось:

$$40_B \simeq 20_A + 20_B$$

2) Вѣсы того-же, Николаевского завода на 20 ф. до $\frac{1}{4}$ ф.

Знаки: 1880 г., Гербъ, Н. З.; коромысло сильно согнуто.

Безъ нагрузки:

$$1 \text{ зол. } 48 \text{ дол.} \simeq 0$$

$$2 \text{ зол.} \simeq 0 \text{ отклоненіе стрѣлки на } 30^\circ.$$

$$\Sigma 10, 5, 3, 2 \simeq 20.$$

¹⁾ В. П. Сукачевъ состоитъ председателемъ Восточно-Сибирскаго Отдѣла Импер. Русскаго Географическаго Общества, почетнаго члена школы и проч.

Потомъ вѣсы безъ нагрузки оказались въ равновѣсїи безъ добавочныхъ гирекъ на лѣвой чашкѣ.

$$20 \approx \Sigma 10, 5, 3, 2 + 2 \text{ зол.}$$

$$\Sigma 4, 3, 2, 1 \approx 10 + 5 \text{ зол.}$$

Изъ всего приведеннаго слѣдуетъ, что при нагрузкѣ даже въ 10 ф. вѣсы дѣйствуютъ весьма плохо, такъ что возможны ошибки до 5 золотниковъ и даже больше.

Потомъ нѣкоторыя гири были слѣчены съ образцовыми гирями на переносныхъ инспекторскихъ вѣсахъ работы Рупрехта, принадлежащихъ Главной Палатѣ мѣръ и вѣсовъ.

При этомъ оказалось:

5	фунтовая	чугунная	гири	=	5 Ф.	+ 15 долей
3	»	»	»	=	3 »	+ 2 »
2 ₁	»	»	»	=	2 »	+ 27 »
2 ₂	»	»	»	=	2 »	- 27 »
1 ₁	»	»	»	=	1 »	+ 21 »
1 ₂	»	»	»	=	1 »	- 52 »

На нѣкоторыхъ гиряхъ еще видны знаки: 1865, Н. З., И. Г. У. (Иркутская Городекая Управа) и остатки герба; гири 1 ф. № 1 сильно заржавлена, 1 ф. № 2 сильно стерт.

3) Вѣсы вродѣ химическихъ для гирь отъ 1 зол. до 1 фунта, съ желѣзными подвѣсными крючками; лѣвая чашка на 2 доли легче правой. Разновѣсъ къ этимъ вѣсамъ латунный, отъ 1 фунта до 1 золотника и подраздѣленїя золотника; въ 1891 году этотъ разновѣсъ былъ провѣренъ въ Иркутской лабораторїи; знакъ Т. Л. Вѣсы оказались таковыми, что при нагрузкѣ въ 1 фунтъ можно легко ошибиться на 5 долей, при 1 золотникѣ на 3 доли.

На инспекторскихъ вѣсахъ оказалось, что истинный вѣсъ латуннаго набора, провѣреннаго въ 1891 году Иркутскою лабораторїею, равняется:

Гири

1	фунтъ	=	1 ф.	4 доли
48	золот.	=	48 зол.	- 3 доли
24	»	=	24 »	+ 3 »
12	»	=	12 »	+ 1 »
2	»	=	2 »	- 2 »
1	»	=	1 »	- 2 ¹ / ₂ доли
96	долей	=	96 дол.	- 3 доли
48	»	=	48 »	
24	»	=	24 »	
12	»	=	12 »	
6	»	=	6 »	
2	»	=	2 »	

Поэтому этотъ наборъ почти удовлетворяетъ требованїямъ для образцовыхъ гирь III разряда (чугунныхъ), но не таковымъ II разряда (мѣдныхъ образцовыхъ гирь). Имѣются тоже двѣ латунныя мѣры емкости, со знаками Н. З., съ гербомъ, число года неясно; одна мѣра—ведро, другая—¹/₂ ведра.

Обѣ въ весьма грязномъ состояніи; ими и не пользуются, такъ какъ мѣры для хлѣба повѣряются въ Казенной Палатѣ, а хлѣбъ продается и покупается на вѣсъ. Мѣры длины повѣряются по желѣзному концевому аршинѣ, состоящему изъ плоской линейки около $\frac{1}{4}$ дюйма толщиной и $\frac{3}{4}$ дюйма шириною; на этомъ аршинѣ имѣются знаки Н. З. Аршинъ. Дѣленія по всей длинѣ: 1) верхки и $\frac{1}{4}$ верхки, 2) дюймы и линіи. Концы и поверхности мѣры сильно повреждены. При сличеніи съ образцовымъ аршинномъ инспекторскаго набора оказалось, что иркутскій аршинъ отъ 0,1 до 0,2 миллиметра (отъ $\frac{1}{20}$ — $\frac{1}{10}$ линіи) короче образцоваго, смотря потому, между какими мѣстами концевыхъ плоскостей измѣряется ихъ разстояніе.

Подраздѣленія оказались вѣрными до 0,1—0,2 мм. На мои вопросы, какія погрѣшности допускаются при повѣркѣ и какая плата взымается за повѣрку, лицо, занимающееся повѣркою и клейменіемъ, заявило мнѣ, что для 2 пудовой гири допускается 5 золотниковъ

» 1 » » » 3 »

для другихъ гирь должно быть на вѣсахъ равновѣсіе, плата же точно соответствовала той, какая назначается по 690 Ст. Уст. Торг.

Лицо, занимающееся повѣркою и клейменіемъ, знало вѣзную взимавшую плату за всякую гирю и мѣру и, повидимому, имѣло въ которое понятіе, какъ должна производиться повѣрка. Имѣющійся у меня инспекторскій наборъ повѣряющаго крайне интересовалъ и ему нравился. Онъ мнѣ заявилъ, что онъ уже нѣсколько разъ просилъ о приобрѣтеніи новыхъ вѣсовъ и гирь, но вслѣдствіе неимѣнія свободныхъ денегъ это было отклонено.

Изъ всего вышесказаннаго видно, что вѣсы и гири чугуныя находятся въ состояніи мало удовлетворяющемъ требованіямъ закона.

Послѣ того мы посѣтили Иркутскую таможню.

Завѣдываніе вѣсовой частью здѣсь поручено особому инспектору, который слѣдитъ за постоянною исправностію вѣсовъ и гирь и въ случаѣ надобности требуетъ починки и приведенія въ порядокъ мѣстнымъ механикомъ. Вѣсы удобно расположены по большей части по открытымъ галлереймъ. Вѣдѣствіи находятся главнымъ образомъ:

1) Вѣсы Фербенкса до 200 пудовъ, имѣются къ нимъ гири, соответствующія 50 п., 50 п., 30 п., 30 п., 20 п.; ихъ дѣйствительный вѣсъ есть $\frac{1}{2000}$ того груза, который завѣшивается на вѣсовой платформѣ. 20 пудовъ съ подраздѣленіями отчитываются по подвижной гирѣ и соответствующей шкалѣ. По заявленію инспектора, эти вѣсы были повѣрены мѣстнымъ механикомъ при полной нагрузкѣ и оказались правильными.

Мною они были повѣрены при 20 пудахъ и показывали правильно; чувствительность при этомъ была 2 фунта.

2) Вѣсы до 10 пудовъ, которые больше всего въ пользованіи. При полной нагрузкѣ въ 10 пудовъ они замѣтно показываютъ 10 золотниковъ.

3) Вѣсы до 5 пудовъ немого чувствительнѣе таковыхъ для 10 пудовъ.

Тѣ и другіе вѣсы равноплечные, площадки деревянныя обкованы желѣзомъ; имѣютъ знаки Н. З. и гербъ; ножи тверды. Имѣются еще вѣсы Робервальескіе, съ килограммовымъ разновѣсомъ, присланные изъ департамента; ими пользуются только для контроля вѣса посылковъ изъ заграницы. Гиря чугуныя, по большей части со штемпелемъ Иркутской городской управы,

по изготовлены на Николаевскомъ заводѣ. Изъ нихъ нижеслѣдующія на инспекторскихъ вѣсахъ дали слѣдующіе результаты:

5 фунтовая гири	1 = 5	фунтамъ	— 47	долей
5 » »	2 = 5	»	— 56	»
3 » »	1 = 3	»	— 35	»
3 » »	2 = 3	»	— 6	«
2 » »	1 = 2	»	+ 24	»
2 » »	2 = 2	»	— 22	»
1 » »	1 = 1	»	— 15	»
1 » »	2 = 1	»	— 52	»

Значеніе точныхъ измѣрительныхъ приборовъ вѣса въ Иркутской таможнѣ видно изъ того, что въ 1894 году прошло черезъ нее

447766	пудовъ байховатаго чая
962904	» кирпичнаго чая
46099	» плиточнаго чая,

за что уплачено казнѣ отъ 9—10 милліоновъ пошлинъ.

Послѣ посѣщенія таможни мы еще побывали по городскимъ рынкамъ и лавкамъ. Всѣмъ съ разными подвижными противовѣсами, состоящими то изъ мѣшкови съ несомъ, то изъ кусковъ желѣзной проволоки или куска свинца и проч., встрѣчались очень часто. Въ одной лавкѣ я нашелъ ловко приспособленный кусокъ желѣза, который, въ случаѣ неожиданнаго контроля, прицѣпляется къ нижней плоскости вѣтряной чашки; торговецъ при нашемъ посѣщеніи воспользовался этимъ маневромъ, по упомянутый способъ обвѣса мною былъ показанъ податному инспектору. Чистоты въ вѣсахъ и гирихъ не встрѣчается, и во многихъ лавкахъ, въ особенности на рынкахъ, вѣсы и гири слѣдовало бы замѣнить новыми; но такъ какъ вѣтъ никакого спеціальнаго контроля, который бы потребовалъ исполненія закона, то все остается по старому.

При разговорѣ съ Управляющимъ Казенною Палатою намъ высказано было желаніе получить, по крайней мѣрѣ для Казенной Палаты, новые образцовые вѣсы, гири и аршинъ. Немедленное введеніе метрической системы безъ предварительнаго уурядоченія повѣрочнаго дѣла и обученія въ школахъ смыслу метрической системы онъ считаетъ немислимымъ, если желательна имѣть хоть какой-нибудь порядокъ. Контролеровъ теперь является по крайней мѣрѣ самъ покупатель; даже простому народу все таки сколько-нибудь извѣстно, что такое аршинъ и что такое фунтъ.

Что же касается до торговли съ Китаемъ черезъ Кяхту, то по собраніямъ мною свидѣніямъ всѣ торговныя операція происходятъ при помощи русскихъ и китайскихъ мѣръ, съ которыми китайскіе и русскіе торговцы вполне ознакомились въ теченіе долгодѣйней практики. Введеніе метрической системы не заставятъ китайскихъ торговцевъ отказаться отъ своихъ мѣръ и своихъ теперешнихъ способовъ торговыхъ расчетовъ.

Не смотря на то, что такимъ образомъ оказывается невозможнымъ немедленное введеніе метрическихъ мѣръ, все-таки между образованными жителями Иркутска замѣчается нѣкоторый интересъ къ метрической системѣ, имѣя болѣе всего въ виду новизну дѣла, но правильное понятіе о томъ, въ чемъ собственно состоитъ преимущество метрической системы передъ другими, имѣютъ только очень немногія лица.

Передъ конкъ отъѣздомъ изъ Иркутска городской голова совѣтовался о томъ, какимъ образомъ лучше всего устроить, какъ слѣдуетъ, дѣло повѣрки мѣръ и вѣсовъ при городской управѣ, откуда выписать необходимые новые вѣсы, гири и проч. Городской голова заявилъ явѣ, что имъ уже рѣшено отвести особое помѣщеніе для этой цѣли, и выразилъ полную надежду, что до слѣдующей инспекціи со стороны Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ дѣло повѣрки мѣръ и вѣсовъ будетъ обставлено образцово.

Въ г. Красноярскѣ исполняющій должность Виисейскаго Губернатора также направилъ меня въ Казенную Палату, гдѣ г. Управляющій Казенною Палатою выразилъ свое сожалѣніе, что въ Красноярскѣ повѣрка мѣръ вѣсовъ плохо обставлена главнымъ образомъ отъ того, что, по его мнѣнію, общественное управленіе, напр. городская управа, не отличается большою энергіею, вслѣдствіе чего городская управа совсѣмъ не занимается повѣркою и клейменіемъ торговыхъ мѣръ. Когда я явился въ городскую управу, то дѣйствительно оказалось, что никакихъ образцовыхъ вѣсовъ и мѣръ не имѣется, контроля со стороны города, въ родѣ торговой депутаціи, не существуетъ.

Въ Красноярской Казенной Палатѣ имѣются образцовыя мѣры хотя старыя, но хорошо сохранившіяся. Вѣсы, гири и проч. хранятся въ особомъ помѣщеніи въ устроенныхъ для нихъ деревянныхъ ящикахъ.

Изъ мѣръ длины имѣется только аршинъ изъ желтой мѣди, работы Гиргенса, С.-Петербургъ. Этотъ аршинъ имѣетъ форму линейки шириною въ $1\frac{1}{2}$ дюйма и толщиною въ $\frac{3}{4}$ дюйма. Въ верхней плоскости вырѣзано углубленіе въ $\frac{1}{8}$ дюйма глубины и $\frac{3}{4}$ дюйма ширины. Въ этомъ углубленіи, также какъ у желѣзной сажени комиссіи 1835 года, хранящейся въ Главной Палатѣ мѣръ и вѣсовъ, вложена такія же размѣровъ какъ углубленіе линейка, приквивленная по среднѣмъ штифтомъ къ главной линейкѣ.

Для главныхъ дѣленій въ линейкѣ вставлены золотыя штифтики. Крайніе штифтики носятъ тонкія дѣленія, обозначающія длину аршина, который раздѣленъ на вершки. Рядомъ съ аршиномъ дѣленіями на такія же штифтикахъ обозначенъ футъ съ подраздѣленіями на дюймы, а послѣдній дюймъ на линіи.

Эта мѣра, какъ видно изъ всего приведеннаго, была устроена въ сороковыхъ годахъ по всѣмъ правиламъ, удовлетворяющимъ строгимъ требованіямъ, которыя считались необходимыми для полученія точныхъ научныхъ образцовъ мѣръ длины.

Къ сожалѣнію, эта мѣра, вѣроятно, пострадала отъ сильнаго удара или слишкомъ грубаго съ ней обращенія; она теперь находится въ настолько изогнутомъ состояніи, что изгибъ посрединѣ около одной линіи (двухъ миллиметровъ).

Мѣра эта вѣрна въ предѣлахъ ошибокъ, допускаемыхъ для желѣзныхъ аршиновъ III разряда, какъ показали пріямые сличенія съ образцами, имѣвшимися въ моемъ распоряженіи.

Вѣсовъ имѣются четыре экземпляра, изъ которыхъ только пробирные находятся вполнѣ въ неисправномъ состояніи. Остальные вѣсы для взвѣшиванія до 1 пуда, 10 фунтовъ и 1 фунта находятся хотя не въ совсѣмъ удовлетворительномъ состояніи, но они все-таки повидимому очень чисто и хорошо сохранились, такъ какъ они носятъ знаки Монетнаго Двора М. Д. 1846. Для каждаго экземпляра вѣсовъ есть свой особо пригнанный ящикъ.

1) Вѣсы для взвѣшиванія до 1 пуда: стальное коронисло, мѣдныя чашки.

Безъ чашекъ правое коромысло на 18 долей легче лѣваго; чашки равны; чувствительность безъ нагрузки 12 долей. При нагрузкѣ въ 10 фунтовъ на каждой чашкѣ чувствительность та же, неравноплечіе коромысла около 18 долей; при нагрузкѣ въ одинъ пудъ чувствительность 24 доли, неравноплечіе въ предѣлахъ ошибокъ взвѣшиванія.

2) Вѣсы для взвѣшиванія до 10 фунтовъ, такой же конструкціи.

Безъ нагрузки чувствительность 2 доли; при нагрузкѣ въ 10 фунтовъ чувствительность 6 долей.

3) Вѣсы для взвѣшиванія до 1 фунта такой же конструкціи.

Безъ нагрузки чувствительность одна доля; при нагрузкѣ въ $\frac{1}{4}$ фунта неравноплечіе около 6 долей; при нагрузкѣ въ одинъ фунтъ неравноплечіе 18 долей, чувствительность 2 доли.

Гири тоже изготовлены на Монетномъ Дворѣ и носятъ знаки

М. Д.

1846.

Онѣ имѣютъ форму усѣченного конуса съ головкою и изготовлены изъ желтой мѣди. Имѣется полный наборъ отъ одного пуда до одного фунта, наборъ съ подраздѣленіями фунта и наборъ гирекъ для пробирныхъ работъ.

На пудовыхъ вѣсахъ большія гири при испытаніи и вѣсехъ равнинныхъ подраздѣленій въ предѣлахъ ошибокъ наблюденій; изъ гирь меньше 20 фунтовъ слѣдующія гири были повѣрены на инспекторскихъ вѣсахъ, при чемъ оказалось:

10 фунтовая гиря	= 10 русскихъ фунтовъ	+ 6 долей
5 »	= 5 »	+ 2 доли
3 »	= 3 »	+ 2,5 »
1 »	= 1 »	+ 1 »

Всѣ гири меньше одного фунта на инспекторскихъ вѣсахъ оказались равными образцовымъ въ предѣлахъ точности взвѣшиванія, т. е. около $\frac{1}{4}$ доли.

Имѣются тоже образцы нитѣйныхъ мѣръ, отъ 1 ведра до $\frac{1}{100}$ ведра, по всѣхъ старого образца. Притомъ они настолько пострадали отъ времени и пользования, что ихъ теперь слѣдуетъ считать совсѣмъ негодными для употребленія. Кромѣ того, имѣется старый четвернякъ со знаками: К. М. И. З. и гербъ.

Повѣрка въ Казенной Палатѣ происходитъ только по требованію полиціи или суда; повѣркою въ настоящее время завѣдуетъ одинъ изъ секретарей. Во время моей инспекціи я имѣлъ случай убѣдиться въ томъ, что онъ съ большою любовью относится къ этому дѣлу и знаетъ, какъ привести въ порядокъ извѣнчившіеся вѣсы.

По желанію управляющаго Казенною Палатою, я на другой день принималъ участіе при повѣркѣ случайно въ тотъ же день присланнаго фунтового разновѣса, который судебнымъ слѣдователемъ былъ представленъ для испытанія его исправнаго или неисправнаго состоянія. При повѣркѣ оказалось, что

весь фунтовый наборъ	= 1 фунту	- 87 долей
гиря 48 золотн.	= 48 зол.	- 39 »
» 24 »	= 24 »	- 21 »
» 12 »	= 12 »	- 51 »
» 6 »	= 6 »	+ 1 »
» 3 »	= 3 »	+ 8 »
» 2 »	= 2 »	- 5 »
» 1 »	= 1 »	- 22 »

Гирь были признаны вполне несправедливыми.

Видѣтъ съ однимъ изъ податныхъ инспекторовъ и побывалъ также на рынкахъ и въ нѣсколькихъ лавкахъ. Вѣсовъ съ подвижными поправочными частями и въ гиряхъ большаго отклоненія отъ правильнаго вѣса нигдѣ не нашель. Въ Красноярскѣ, повидимому, все въ болѣешемъ порядкѣ, чѣмъ въ Иркутскѣ. Податные инспектора здѣсь обращаютъ вниманіе, хотя и добровольно, на это дѣло.

Управляющій Казенною Палатою въ г. Красноярскѣ весьма интересовался узнать болѣе подробно объ устройствѣ Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ. При разговорѣ, какъ предполагается упорядочить теперешнее весьма неудовлетворительное положеніе мѣръ и вѣсовъ, управляющій просилъ обратить при этомъ вниманіе на нѣкоторыя особенности, свойственныя Сибири въ настоящее время. Какъ уже раньше было упомянуто, по его мнѣнію, сибирское общественное правленіе отличается отсутствіемъ всякой предприимчивости и энергіи, которыя весьма нужны при упорядоченіи мѣръ и вѣсовъ. Поэтому онъ ожидаетъ весьма малаго успѣха, если это поручить городской управѣ, въ которой сидятъ тѣ же купцы, мѣры и вѣсы которыхъ придется повѣрять. Если и будутъ присланы новыя образцовыя мѣры и вѣсы, то ими все-таки мало будутъ пользоваться. Поэтому лучше всего было бы, по крайней мѣрѣ сперва на нѣкоторое время, повѣрку мѣръ и вѣсовъ предоставить одному изъ чиновъ Казенной Палаты, которая и до сихъ поръ была единственнымъ дѣйствующимъ контролемъ въ этомъ дѣлѣ. Изъ всѣхъ чиновъ Казенной Палаты лучше всего могли бы взять на себя эту обязанность податные инспектора и акцизные инспектора, но въ особенности первые. И въ Иркутскѣ и въ Красноярскѣ меня сопровождающіе податные инспекторы мнѣ заявили, что они бы сдѣлали подобную работу съ большимъ удовольствіемъ, тѣмъ болѣе, что она потребуетъ мало лишняго времени, такъ какъ они будучи обязанными часто бывать по торговымъ заведеніямъ, чтобы слѣдить за уплатою податей, могутъ исполнять повѣрку попутно съ главною своею обязанностию. Поручить эту обязанность землебратамъ теперь будетъ весьма трудно, такъ какъ, въ виду постройки Сибирской желѣзной дороги и усиленнаго движенія переселенцевъ, землебрѣны обременены работами сверхъ ихъ силъ.

Чтоже касается до основательнаго обученія тѣхъ людей, которые желаютъ взять на себя обязанности мѣстныхъ повѣрителей или инспекторовъ мѣръ и вѣсовъ, то это легче всего было бы достигнута устройствомъ особенныхъ курсовъ при техническихъ школахъ. Въ особо назначенное время слѣдовало бы потомъ устроить экзамены въ одномъ изъ центровъ Сибири. По мнѣнію управляющаго Красноярскою Казенною Палатою такимъ пунктомъ, выгоднымъ для всей Сибири, является городъ Красноярскъ, находящійся на перекресткѣ главныхъ путей сообщенія: по желѣзной дорогѣ въ западную Сибирь и въ Забайкалье и по Енисею.

Въ назначаемый экзаменационный срокъ пришлось бы пріѣхать одному изъ инспекторовъ Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ съ помощникомъ и механикомъ. Точно такимъ образомъ проходятъ экзамены мѣстныхъ инспекторовъ мѣръ и вѣсовъ въ Шотландіи и Ирландіи (въ Единбургѣ и Дублинѣ), куда пріѣзжаетъ одинъ изъ старшихъ чиновъ главнаго повѣрочнаго учрежденія въ Англіи, видѣтъ съ механикомъ, помогающимъ при практической части экзаменовъ.

19. ЕЩЕ ОБЪ ИЗМѢНЕНИИ УДЕЛЬНАГО ВѢСА ВОДЫ.

Въ № 2 Аппаловъ Видежана за 1897 г., явилась давно ожидавшаяся статья: M. Thiesen, K. Scheel und H. Diesselhorst о результатахъ опредѣлений, производившихся въ берлинскомъ Physikalisch-Technische Reichanstalt, надъ измѣненіемъ плотности воды отъ 0° до 40° по способу двухъ сообщающихся сосудовъ, независимою, какъ извѣстно, отъ опредѣленій коэффициента расширения твердыхъ тѣлъ, что приѣдено было до сихъ поръ только для опредѣленій расширения ртути¹⁾. Въ виду этого обстоятельства, той обстановки, видѣнной мною въ 1895 г., среди которой произведены опредѣленія, и участія въ немъ двухъ лицъ (Thiesen и Scheel), которыя уже прежде («Временникъ» ч. 2, стр. 139) занимались тѣмъ же предметомъ, полученные результаты заслуживаютъ особаго вниманія, тѣмъ болѣе, что температуры опредѣлялись со всею возможною точностью и отнесены къ нормальному водородному термометру t_n . Полученные результаты (самими авторами сглаженные интерполяціонною формулою) приводятся далѣе, и я считаю неизлишнимъ сопоставить ихъ съ данными Марека (1891) и Шанюи (1892) и съ выводомъ сдѣланнымъ мною въ 1895 г. (Временникъ, ч. 2) изъ совокупности существовавшихъ до сихъ поръ свѣдѣній:

Темп. по водород. термом.	Th. Sch. D. Берлинъ. 1897 г.	Maly-Marek. Вѣна. 1891 г.	Шанюи. Парижъ. 1892 г.	Выводъ изъ прежн. опред. 1895 (стр. 142).
0°	0,999 867.9	0,999 876.7	0,999 868.2	0,999 869.3
10°	727.2	732.7	728.5	730.8
15°	126.3	134.7	128.9	131.9
20°	0,998 229.8	0,998 233.9	0,998 232.8	0,998 234.9
25°	0,997 071.4	0,997 068.1	0,997 074.1	0,997 073.3
30°	0,995 673.2	0,995 672.0	0,995 678.7	0,995 675.9
35°	0,994 057.6	—	—	—
40°	0,992 241.7	—	—	—

Новыя (1897) данныя, согласуясь до извѣстнаго предѣла точности съ прежними, заслуживаютъ по многимъ причинамъ особаго вниманія, а потому

¹⁾ Писавши въ 1891 г. свою первую статью о расширеніи воды, я уже высказался за необходимость опредѣленія расширения воды этимъ способомъ (Ж. Р. Ф. Х. Общ. 1891 г. фев. отдѣлъ, стр. 183).

я считаю необходимымъ уже нынѣ, пока не явилась подробная статья, признать ихъ для отысканія болѣе точныхъ коэффициентовъ въ формулѣ:

$$S_t = 1 - \frac{(t-4)^2}{A + Bt + Ct^2} \dots \dots \dots (I)$$

предложенной мною въ 1891 г. для выраженія всего расширенія воды отъ -10° до $+200^\circ$ (Ж. Р. Ф. X. Общ. Физич. отдѣлъ, стр. 183 и Philosophical Magazine 1892 pag. 99).

Чтобы испытать пригодность формулы (I) для выраженія новыхъ данныхъ, я взялъ изъ опредѣленій Тисена и его сотрудниковъ только 5 послѣднихъ данныхъ (для t отъ 20° до 40°) и нашелъ для нихъ, по способу наименьшихъ квадратовъ (по приему Чебышева), вѣроятнѣйшія значенія A , B и C . Для этого служили слѣдующія вспомоgetельныя данныя:

	$\frac{(t-4)^2}{1-S_t}$ опытъ 1897 г.	Расчетъ той же велч. по II.	Уд. вѣсь воды по этому рас- счету II.	Разность отъ опыта 1897 г.
20°	144 616	144 634	0,998 230.0	— 0.2
25°	150 584	150 544	0,997 070.6	+ 0.8
30°	156 236	156 247	0,995 673.5	— 0.3
35°	161 719	161 743	0,994 058.2	— 0.6
40°	167 047	167 033	0,992 241.2	+ 0.5

Вѣроятнѣйшія значенія получаются для:

$$\begin{aligned} A &= + 118932 \\ B &= + 1366,75 \\ C &= - 4,13 \end{aligned}$$

а потому, на основаніи новыхъ опредѣленій отъ 20° до 40° :

$$S_t = 1 - \frac{(t-4)^2}{118932 + 1366,75t - 4,13t^2} \dots \dots \dots (II)$$

Даннымъ отъ 20° до 40° формула, какъ видно изъ вѣдн. таблицы (столбецъ 5-й), удовлетворяетъ въ полной мѣрѣ, потому что сами авторы считаютъ, что оставшаяся въ S_t погрѣшность иногда превосходитъ $\pm 0,0000010$, а здѣсь средняя квадратическая погрѣшность не болѣе $\pm 0,0000005$ и отдѣльныя не превосходятъ $\pm 0,0000008$.

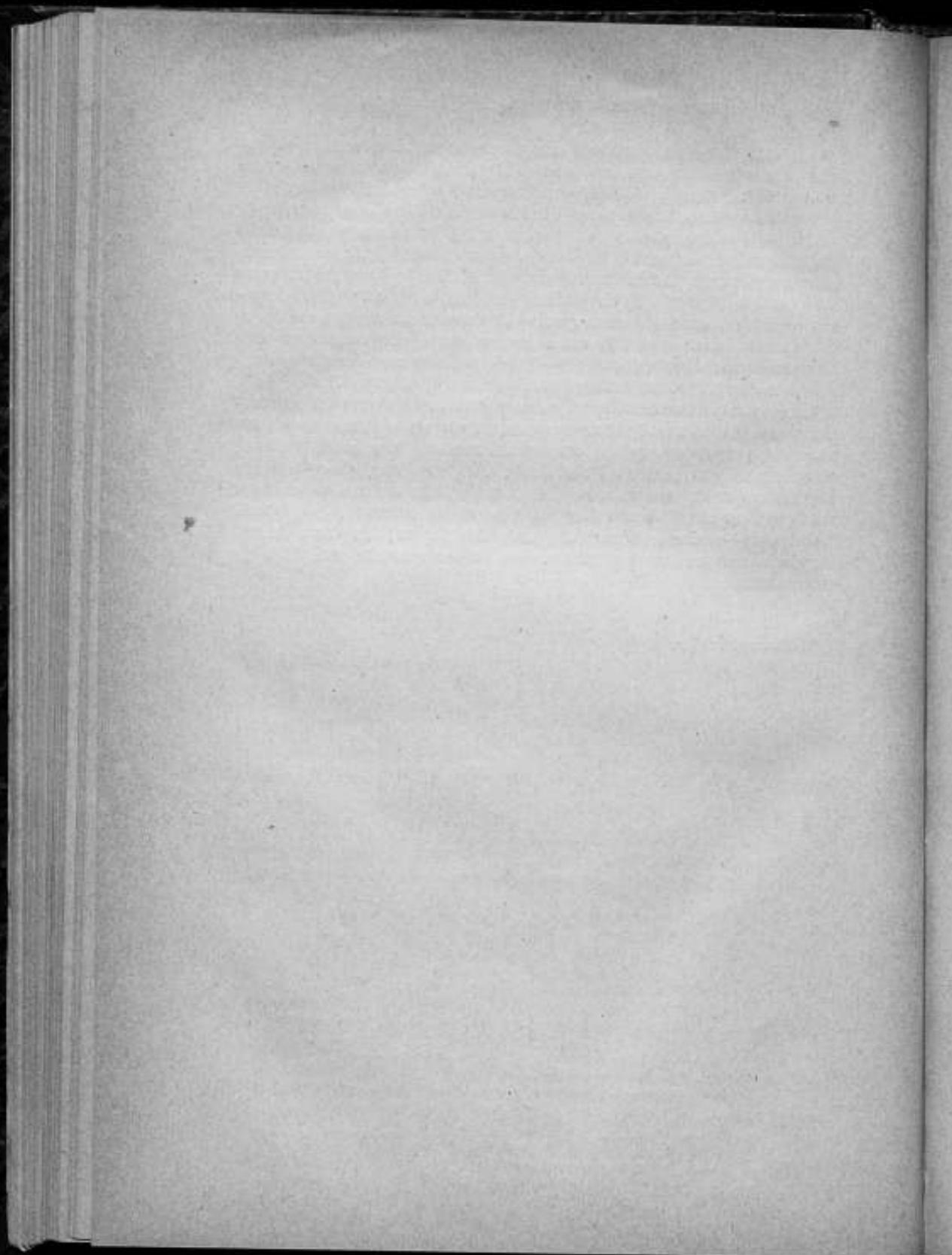
Хотя такой результатъ оправдываетъ приложимость I формулы для выраженія расширенія воды, но численные коэффициенты формулы II нельзя признать окончательными по тремъ причинамъ: 1) Для 0° формула даетъ 0,999 865.5, а опытъ 1897 г. 0,999 867.9, разность = — 2.4. Однако должно замѣтить, что для 0° Weidner (1866) даетъ 0,999 864 и совершенно то же число нашелъ Rosetti (1869), а это число отъ опыта Тисена и сотрудниковъ отличается еще болѣе (на — 3.9), чѣмъ находимое по II; большинство же другихъ наблюдателей находило около 0,999 870; разность значителъ, очевидно, отъ трудности установки постоянныхъ температуръ 0° и 4° для скольконибудь значительной массы воды. Поэтому число для 0° по II нельзя считать поводомъ для устранения принятыхъ въ ней коэффициентовъ. А такъ какъ они найдены изъ данныхъ для 20° — 40° , то близость къ действитель-

ности вычисленнаго уд. в. при 0° составляетъ эксполірованіе и очень значительное, позволяющее заключать, что формула II даетъ близкое къ истинѣ число для 50° и 60° . 2) Для $t=100^{\circ}$ формула II даетъ $S=0,956\ 996$, а опытъ въ среднемъ около $0,9585$, а по Scheel (1892) $0,958\ 345$, т. е. точность коэффициентовъ II не позволяетъ эксполіровать до 100° , хотя и получается число недалекое отъ истины, однако несомнѣнно не отвѣчающее дѣйствительности, что заставляетъ или искать иныхъ значеній A , B и C , или прибѣгнуть къ болѣе сложной формулѣ. 3) Наибольшая плотность воды въ формулѣ I принята соответствующей 4° , какъ принято большинствомъ изслѣдователей, но нѣкоторые, въ томъ числѣ и Тисевъ съ сотрудниками, принимаютъ, что наибольшая плотность отвѣчаетъ $3^{\circ},98$ — $3^{\circ},96$. Принятіе же той или другой изъ этихъ температуръ должно измѣнить коэффициенты I, особенно A .

На основаніи вышеизложеннаго, не смотря на высокій научный интересъ новыхъ опредѣленій измѣненія плотности воды, вопросъ о эмпирическомъ выраженіи этого измѣненія нельзя считать выясненнымъ, т. е. нельзя рѣшить: достаточна ли формула воды I или она должна быть еще усложнена. Для этого должно ждать новыхъ наименѣ сомнѣнію подлежащихъ опредѣленій плотности воды при 0° и при 100° , а для оцѣнки возможной (вѣроятной) погрѣшности—появленія подробныхъ менуаровъ Марска, Шаллюн и Тисева, наблюденія которыхъ нинѣ должно считать наиболѣе точными изъ всѣхъ существующихъ.

Д. Менделѣевъ.

Январь, 1897 г.



Оглавление 3-й части Временника Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ.

СТРАН.

14. О прѣмахъ точныхъ или метрологическихъ вѣзвѣшаній. *Д. Менделѣевъ*. 3—84

Вступленіе. Стр. 3—6. I. Способы сужденія о равновѣсіи по наблюденію колебаній. Принятые способы. «Состояніе» вѣсовъ — постоянное или измѣнчивое. Опытный законъ постепенной убыли рамаховъ. Различіе постоянной C для разныхъ вѣсовъ и нагрузокъ. Выводъ показанія равновѣсія на основаніи формулы: $L_n = L + R(-C)^n$ или закона убыли рамаховъ; при 2 (форм. VI и IX), 3 (форм. VIII и X) и 4-хъ (форм. XI) элонгаціяхъ. Способы расчета равновѣсіи въ прѣтрахъ. Стр. 6—29. II. О системѣ точныхъ вѣзвѣшаній, основанной на наученіи состоянія вѣсовъ. Составныя части системы; двойное вѣзвѣшаніе, опредѣленіе чувствительности и переменъ «состоянія» вѣсовъ. Система изъ 10 вѣзвѣшаній. Уравненіе «состоянія» или времени. Часовости расчетовъ по двумъ прѣтрамъ. Правила для системы изъ 10 вѣзвѣшаній. Калибрація шкалы. Правило знаковъ. Расчетъ фронтныхъ погрѣшностей. Полный расчетъ при равныхъ промежуткахъ времени для системы изъ 10 вѣзвѣшаній. Приложение вышесказаннаго къ одному изъ полныхъ вѣзвѣшаній, произведенныхъ въ Международномъ Бюро. Стр. 29—71. Дополненіе 1. Лемма о площадяхъ (кватурахъ) вараболы $y = A + Bx + Cx^2$. Стр. 71—73. Дополненіе 2. Система изъ 14-ти вѣзвѣшаній, основанная на этой леммѣ. Полный ея расчетъ при равныхъ промежуткахъ времени. Стр. 73—78. Общие выводы. Стр. 78—84.

15. Количество углекислаго газа въ воздухѣ вѣсовой ком-
паты Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ. *А. Добросотовъ*. 85—92

Измѣненіе вѣса литра воздуха съ измѣненіемъ процентнаго содержанія CO_2 , стр. 85. Описаніе способа и прибора для опредѣленія количества CO_2 въ воздухѣ, стр. 86—89. Возможная ошибка при принятномъ способѣ опредѣленія количества CO_2 , стр. 89—90. Описаніе хода отдѣльнаго опыта и расчета данныхъ, стр. 91. Таблица полученныхъ результатовъ, позволяющихъ среднее содержаніе CO_2 въ комнатномъ воздухѣ 0,0423%, по объему, стр. 92.

16. Протоколы сличеній ядра, нарѣзаннаго на платино-
придовой полусаженн 1895 г., и англійскаго торговаго фунта

- R $\frac{P_{17}r}{11. A. p.}$ съ основными английскими прототипами, по изслѣ-
дованію Ченей, Менделѣва и Блумбаха 93—107
- Предисловіе проф. Д. Менделѣва, стр. 85. Подлинный англий-
скій протоколъ сличеній англійскаго торговаго фунта R $\frac{P_{17}r}{11. A. p.}$
а) съ прототипомъ фунта Avoirdupois P. S. (Imperial pound Avoirdupois P. S.), b) съ парламентскою копіею P. S. 5. (1883) и c) съ парламентскою копіею P. S. 2. (Royal Society), стр. 94—96. Подлинный англійскій протоколъ сличенія платино-приходной полу-
сажени съ основнымъ прототипомъ англійскаго ярда (Imperial Standard Yard), стр. 97—100. Русскій переводъ вышеозначенныхъ протоколовъ, стр. 101—107.
17. Географическое положеніе Главной Палаты мѣръ и
вѣсовъ. *Ф. Блумбахъ* 108—117
- Значеніе географическаго положенія данной мѣтности для точныхъ метрологическихъ изслѣдованій, стр. 108. Широта и долгота центра зданія Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ ($\varphi_{\pi} = 59^{\circ}55'6''$; $\lambda_{\pi} = +2^{\circ}7'$ къ зап. отъ Пулкова, или $-2^{\circ}16'0''$ къ вост. отъ Гринича), стр. 109. Высота Гл. Палаты надъ Балтійско-Черноморскимъ уровнемъ по нивелировочной линіи 1893 г. (полъ 1-го этажа зданія выше на 6,^m41; полъ 2-го этажа выше на 11,^m73), стр. 110. Временно принятая величина силы тяжести для Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ $g_{\pi} = 9,^m8193$, стр. 117.
18. Матеріалы для изученія современнаго состоянія при-
емовъ вывѣрки мѣръ и вѣсовъ, применяющихся въ тор-
говлѣ. 118—132
- Предисловіе Управляющаго Главною Палатою, стр. 118.
- Статья I. Изъ отчета, представленнаго и. д. инспектора
Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ *С. И. Ламанскимъ* 119—124
- Свѣдѣнія, собранныя въ Москвѣ, Н.-Новгородѣ, Казани, Сара-
товѣ и Рязани, стр. 119. Общія заключенія, стр. 123.
- Статья II. Данныя о вывѣркѣ мѣръ и вѣсовъ въ Сибири,
изъ отчета, представленнаго повѣрителемъ Главной Палаты
Ф. И. Блумбахомъ 124—132
- Свѣдѣнія, собранныя по Сибирской жез. дорогѣ, стр. 124. По-
ложеніе вывѣрки мѣръ и вѣсовъ въ Иркутскѣ, стр. 125, и Кра-
сноярскѣ, стр. 130. Общія заключенія, стр. 132.
19. Еще объ измѣненіи удѣльнаго вѣса воды. *Д. Менде-
лѣевъ*. 133—135
- Новѣйшія (1897) болѣе точныя изслѣдованія гг. Thiesen, Scheel
и Dieselhorst объ измѣненіи уд. вѣса воды отъ 0°—40°, стр. 133.
Сопоставленіе ихъ съ прежними данными, стр. 133. Приложимость
формулы $S_t = 1 - \frac{(t-4)^2}{A + Bt + Ct^2}$ къ новымъ даннымъ 1897 г.
и изрѣдкѣвшія значенія для коэффициентовъ А, В и С, стр. 134.

Table des matières de la 3-ème partie de Vremennik
(des Annales) de la Chambre centrale des poids et
mesures.

	PAGES.
14. <i>D. Mendéléeff</i> . Procédés des pesées précises ou métrologiques	p. 3—84
Introduction	p. 3—6

I. Méthodes de juger sur l'équilibre d'après d'observations des oscillations. Les méthodes universellement admises. L'état de la balance—constant ou variable. La loi empirique du décroissement progressif des amplitudes. La différence de la constante C pour les différentes balances et charges. La détermination d'équilibre d'après la formule: $l^n = L + R(-C)^{-n}$ ou de la loi du décroissement des amplitudes: pour les cas de 2 (form. VI et IX), 3 (form. VIII et X) et 4 (form. XI) elongations. Exemples des méthodes de calcul d'équilibre p. 6—29.

II. Sur le système des pesées exactes, fondé sur les études de l'état de la balance. Les parties composantes du système: double pesée, détermination de la sensibilité et de la variation de l'état de la balance. Le système de 10 pesées. L'équation de l'état ou du temps. Les détails du calcul en deux exemples. Les règles pour le système de 10 pesées. Calibration d'échelle. Règle des signes. Calcul des erreurs probables. Calcul complet dans le cas des intervalles équidistants du temps pour le système de 10 pesées. Application du précédent à une pesée complète exécutée dans le Bureau international des poids et mesures. p. 29—71. Supplément 1. Lemme des aires (quadrature) de la parabole $y = A + Bx + Cx^2$. p. 71—73. Supplément 2. Le système de 14 pesées fondé sur la lemme précédente. Calcul complet du système aux intervalles égaux du temps. p. 73—78. Résultats généraux p. 78—84.

15. <i>A. Dobrokhotoff</i> . La quantité de l'acide carbonique contenue dans l'air de la salle des balances de la Chambre Centrale des poids et mesures.	p. 85—92
--	----------

Variation du poids d'un litre d'air avec le changement des quantités de CO_2 p. 85. Description de la méthode et des appareils pour la détermination de la quantité de CO_2 contenue dans l'air. p. 86—89. L'erreur possible de la méthode. p. 89—90. Les détails d'une expérience et du calcul des observations. p. 91. Les tables des résultats obtenus montrant que la quantité moyenne de CO_2 dans l'air de la chambre est égale à 0,0423% en volume.

16. Les protocoles des comparaisons d'Yard porté sur la demisagène en platine—iridié de 1895, et de la livre anglaise	
---	--

Avoirdupois $R \frac{PtJr}{1 \text{ l. A. p.}}$ avec les prototypes anglais, d'après les recherches des MM. Chanoy, Mendéléeff et Blumbach p. 93—107

Préface de M. Mendéléeff, p. 85. Le protocole original anglais des comparaisons de la livre Avoirdupois $R \frac{PtJr}{1 \text{ l. A. p.}}$

a) avec le prototype de la livre Avoirdupois P. S. (Imperial pound Avoirdupois), b) avec la copie parlementaire P. C. 5 (de 1883) et c) avec la copie parlementaire P. C. 2 (Royal Society), p. 94—96. Le protocole original anglais de la comparaison de la demisagène en platine—iridié avec le prototype d'yard anglais (Imperial Standard Yard) p. 97—100. La traduction russe des protocoles mentionnés p. 101—107.

17. F. Blumbach. La position géographique de la Chambre Centrale des poids et mesures p. 108—117

Influence de la position du lieu d'observations sur l'exactitude des recherches métrologiques, p. 108. Latitude et longitude du centre du bâtiment de la Chambre Centrale des poids et mesures ($\varphi_{\pi} = 59^{\circ}55'6''$; $\lambda_{\pi} = +2,^{\circ}7$ à l'ouest de Poulkova ou $-21^{\circ}16,^{\circ}0$ à l'est de Greenwich) p. 109. L'hauteur de la chambre Centrale au dessus du niveau commun des mers Baltique et Noire d'après du jonction des nivellements en 1893. (L'hauteur du plancher du premier étage du bâtiment est égale à 6,=41, celle du deuxième étage égale à 11,=73) p. 110. La valeur provisoirement admise de la pesanteur dans la Chambre Centrale des poids et mesures $g_{\pi} = 9,8193$, p. 117.

18. Données pour l'étude de l'état contemporain des méthodes de la vérification des poids et mesures employées dans le commerce. p. 118—132

Préface du Directeur de la Chambre Centrale des poids et mesures p. 118

Article I. Extract du rapport de S. Lamansky . . p. 119—124

Renseignements pris à Moscou, Nishni-Novgorod, Kazan, Saratof et Rjassan. p. 119. Conclusions générales. p. 123.

Article II. Données sur la vérification des poids et mesures en Sibérie, extrait du rapport de F. Blumbach . p. 124—132

Renseignements pris le long de la ligne de Chemin de Fer Transsibérien. p. 124. L'état de la vérification des poids et mesures à Irkoutsk. p. 125; et à Krasnojarsk. p. 130. Conclusions générales. p. 132.

19. D. Mendéléeff. Article supplémentaire sur la variation du poids spécifique de l'eau p. 133—135

Les recherches exactes récentes (de 1897) de M. M. Thiesen, Scheel et Diesselhorst sur la variation du poids spécifique de l'eau entre 0° et 40°. p. 133. Comparaison de ces recherches avec les données anciennes. p. 133. La concordance de la formule

$$St = 1 - \frac{(t-4)^2}{A+Bt+Ct^2}$$
 avec les données de 1897 et les valeurs les plus probables des constantes A, B, C. p. 134.