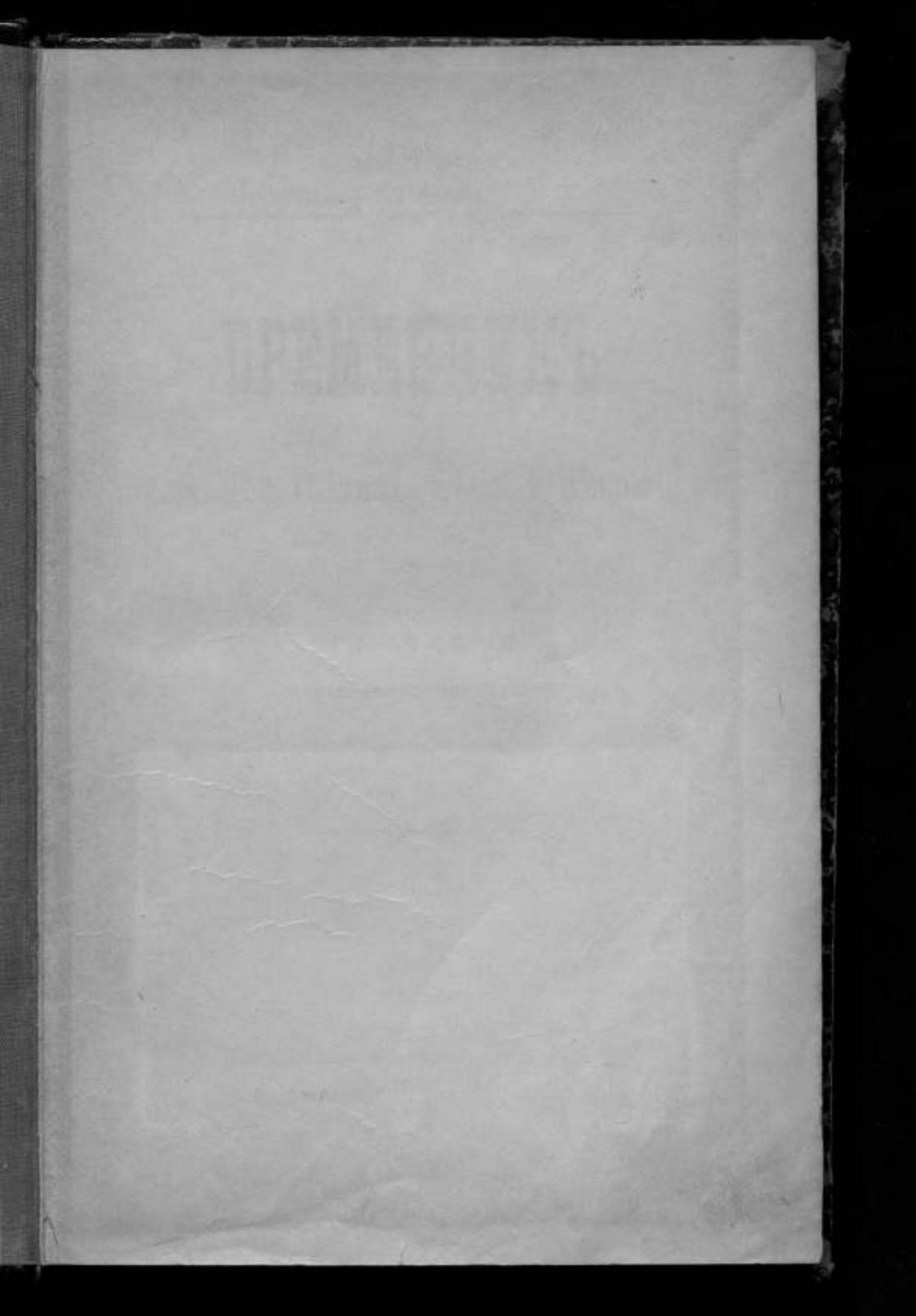
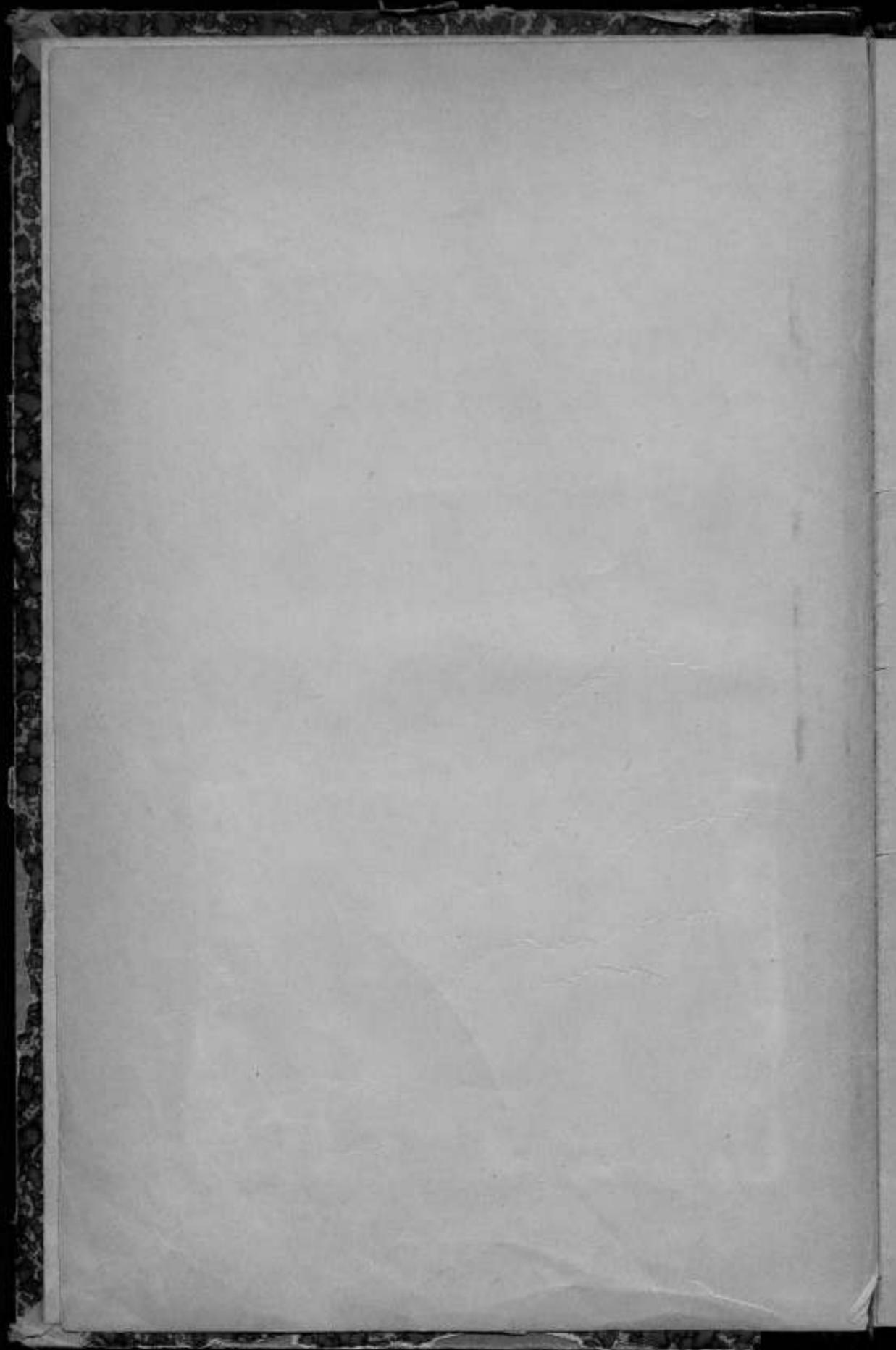


[Faint, illegible handwriting on a rectangular piece of paper pasted onto the main page]

полка 3.





справ.

МИНИСТЕРСТВО
ТОРГОВЛИ И ПРОМЫШЛЕННОСТИ.



ж. 5701

ВРЕМЕННОКЪ

Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ.

ВТОРАЯ СЕРІЯ.

1-й выпускъ (часть II-я).



ПЕТРОГРАДЪ.

Типо-литографія М. П. Фроловой. Галерная, 6.

1915.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

PHILOSOPHY

BY JOHN DEWEY

ПРЕДИСЛОВІЕ.

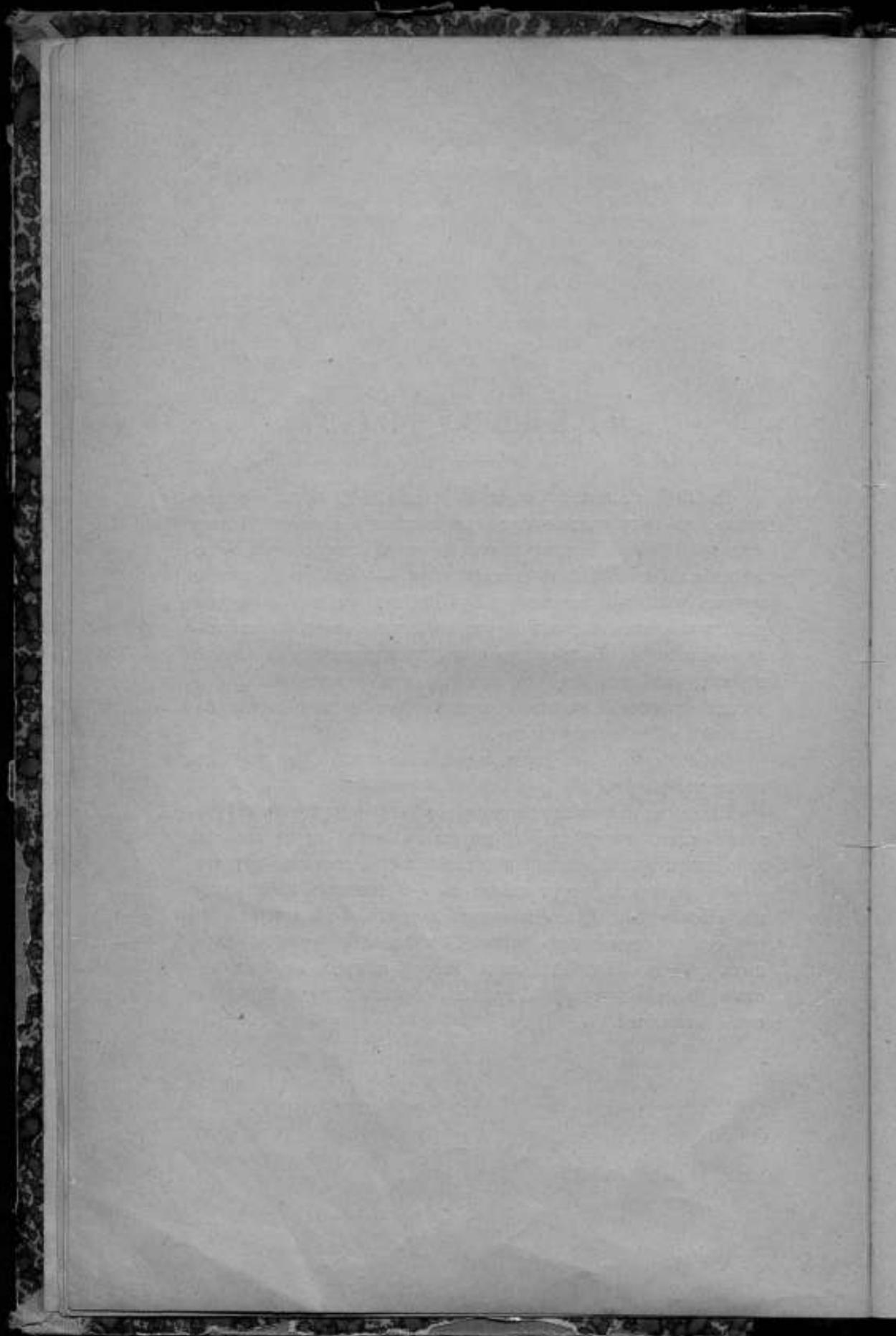
Въ 1911 г., послѣ выхода въ свѣтъ 10-ой части «Временника», въ виду предстоявшей реорганизации Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ по новому плану въ смыслѣ значительнаго расширенія лабораторной ея дѣятельности, — было предположено придать изданію Временника новую форму, помѣщая во Временникѣ статьи исключительно научно-метрологическаго характера — въ видѣ отчетовъ объ изслѣдованіяхъ, производимыхъ въ лабораторіяхъ, выдѣливъ все, что касается непосредственно практической метрологіи въ особое неперіодическое изданіе подъ названіемъ «Повѣрочное Дѣло».

Къ сожалѣнію это предположеніе не могло быть осуществлено немедленно.

Главными причинами промедленія были: недостатокъ научно-техническаго персонала, перемѣны въ немъ, переустройства лабораторныхъ помѣщеній и обстоятельства военнаго времени.

Въ настоящее время вмѣстѣ съ 1-ой книжкой новаго изданія «Повѣрочное Дѣло» выходитъ въ свѣтъ 1-ый выпускъ второй серіи «Временника» (часть 11-я) въ видѣ сборника «научныхъ трудовъ» Главной Палаты. Второй выпускъ этой серіи — отчетъ о приготвленіи «Ртутныхъ образцовъ международнаго ома» печатается.

Н. Елоревъ.



Профессоръ А. А. Ивановъ.

1. Абсолютное опредѣленіе напряженія силы тяжести въ Главной Палатѣ мѣръ и вѣсовъ въ С.-Петербургѣ при помощи длинныхъ маятниковъ.

§ 1. Описаніе маятниковъ.

Съ цѣлью опредѣленія напряженія силы тяжести въ Главной Палатѣ мѣръ и вѣсовъ нами производились наблюденія надъ качаніями длинныхъ маятниковъ, состоявшихъ изъ тяжелыхъ шаровъ, подвѣшенныхъ на стальной проволоки длиной около 21,5 метра. Такие маятники помещались внутри желѣзной цилиндрической трубы, проходящей черезъ всѣ этажи жилого зданія. Эта труба имѣла двойныя стѣнки, между которыми накачивалась вода. При помощи особаго насоса воду эту можно было перемѣнивать для достиженія возможно болѣе постоянной температуры на всемъ протяженіи. Внутренній діаметръ этой трубы составлялъ около 0,8 метра, а ширина кольцеобразнаго цилиндрическаго пространства, наполняемаго водой, равна 0,15 метра. Надъ верхней частью трубы, на желѣзныхъ балкахъ, вдѣланныхъ въ стѣны зданія, помещалась желѣзная доска толщиной около 13 миллиметровъ съ круглымъ отверстіемъ по срединѣ діаметромъ въ 200 миллиметровъ. Надъ этимъ отверстіемъ на желѣзной доскѣ помещалась на трехъ винтовыхъ ножкахъ тяжелая чугунная подставка съ отполированной нижней поверхностью. Въ нижней части этой подставки была сдѣлана небольшая цилиндрическая полость съ винтовыми нарізками на боковой поверхности. Въ эту полость вилотную ввинчивался винтъ, такъ что плоскость головки винта вполне совпадала съ нижней горизонтальною плоскостью металлической подставки. Въ головкѣ винта продѣлывалось отверстіе, а въ это отверстіе, еще до ввинчиванія винта, продѣвлялась проволока, на которой долженъ былъ впоследствии висѣть шаръ. Діаметръ отверстія вполне соответствовалъ діаметру проволоки, такъ что эту послѣднюю лишь съ трудомъ можно было протолкнуть черезъ отверстіе. Затѣмъ на проволоку съ внутренней стороны винта дѣлался узелокъ, и тогда винтъ ввинчивался въ металлическую подставку. Такой способъ подвѣшиванія проволоки къ металлической подставкѣ былъ принятъ во всѣхъ названъ

наблюденіяхъ надъ маятниками. Надъ металлической подставкой на желѣзной доскѣ былъ установленъ небольшой деревянный ящикъ съ дверцей, обитый со всѣхъ сторонъ металлической бумагой. Пространство между трубой и желѣзной доской было окружено деревяннымъ ящикомъ съ двойными стѣнками, между которыми былъ проложенъ войлокъ. Этотъ ящикъ имѣлъ дверцы для доступа къ верхнимъ частямъ маятника и стеклянное оконечко для отчета термометра, помѣщавшагося внутри.

Въ нѣкоторыхъ опытахъ соединеніе проволоки съ шаромъ производилось совершенно такъ же, какъ ея соединеніе съ верхней металлической подставкой, съ тою лишь разницей, что поверхность головки винта, ввинчиваемаго въ шаръ, была сферической такого же радиуса, какъ и радиусъ шара. Этотъ способъ подвѣшиванія мы будемъ называть первымъ способомъ.

Въ другихъ же, болѣе многочисленныхъ опытахъ шаръ подвѣшивался къ проволоцѣ слѣдующимъ образомъ. Винтикъ, черезъ который протягивалась проволока, ввинчивался въ небольшую соединительную часть изъ латуни, а эта соединительная часть, имѣющая сферическую форму съ небольшимъ выдающимся кверху цилиндрикомъ, въ который именно и ввинчивался винтъ, маленькими латунными винтиками привинчивалась къ поверхности шара. Этотъ способъ подвѣшиванія мы будемъ въ дальнѣйшемъ называть вторымъ способомъ.

Когда маятникъ былъ окончательно подвѣшенъ, то шаръ располагался нѣсколько ниже нижней части трубы, покоящейся на желѣзныхъ балкахъ, вдѣланныхъ въ стѣны зданія. То пространство, внутри котораго при наблюденіяхъ шаръ совершалъ свои колебанія, было окружено деревяннымъ ящикомъ, дно котораго опиралось на другую трубу, проходящую подъ землю. Одна большая стѣнка этого ящика была стеклянна, и черезъ нее производились наблюденія надъ качаніями маятниковъ, а также отчеты термометра, помѣщеннаго внутри трубы въ нижней ея части. Этотъ ящикъ былъ снабженъ дверцей для доступа къ видимымъ частямъ маятника.

При всѣхъ нашихъ наблюденіяхъ маятники подвѣшивались при помощи стальной проволоки, употребляющейся для фортепьянныхъ струнъ. Для такихъ проволокъ различнаго діаметра d грузъ P , производящій разрывъ проволоки, данъ въ нижеслѣдующей таблицѣ:

d	0.25	0.52	0.67	0.80	0.95	1.10	1.25	миллиметровъ
P	11	47	86	110	152	234	287	килограммовъ.

Такъ какъ шары для маятниковъ были различнаго вѣса, то діаметры проволоки, служащей для подвѣшиванія, при каждомъ наблюденіи выбирался такъ, чтобы вѣсъ шара былъ по крайней мѣрѣ въ три раза меньше груза, производящаго разрывъ проволоки даннаго діаметра. Шары для маятниковъ были приготовлены изъ различныхъ веществъ, а именно: изъ свинца, чугуна, латуни, алюминія и сплава канфоли съ воскомъ (100 частей канфоли и 25 частей желтаго воска). Наименьшимъ вѣсомъ (3,2 клгр.) обладалъ шаръ изъ сплава канфоли съ воскомъ (радиусъ 8,98 сант.), а наибольшимъ (47,7 клгр.) — шаръ изъ чугуна (радиусъ 11,70 сант.). При описаніи отдѣльныхъ опытовъ будутъ даны болѣе подробныя свѣдѣнія относительно каждаго маятника.

§ 2. Способъ наблюдений.

Для опредѣленія напряженія силы тяжести необходимо непосредственно изъ наблюдений вывести продолжительность одного качанія маятника. Для этой цѣли служила особая зрительная труба, устанавливаемая на деревянной доскѣ, лежащей на желѣзныхъ балкахъ, вдѣланныхъ въ стѣны зданія. Когда маятникъ находился въ покой, эта зрительная труба устанавливалась такъ, чтобы вертикальная нить, натянута въ фокальной плоскости трубы, совпадала съ проволокой, на которой подвѣшенъ шаръ. Для за два до наблюдений шаръ при помощи легко воспламеняющейся нити отводился въ сторону. За нѣсколько минутъ до начала наблюдений нить пережигалась, и самыя наблюдения заключались въ томъ, что иногда десять, иногда двадцать разъ подрядъ отмѣчались моменты прохожденія проволоки маятника черезъ вертикальную нить зрительной трубы на хронографѣ системы Гиппа, соединенномъ съ идущими по среднему времени часами Рафлера № 68. Затѣмъ иногда черезъ 5000, иногда черезъ 10000 качаній маятника обвить производились тѣ-же самыя наблюдения. При первомъ наблюдении каждаго маятника прохожденія проволоки маятника черезъ вертикальную нить зрительной трубы наблюдались послѣдовательно черезъ 20, черезъ 100, черезъ 1000, черезъ 5000 и черезъ 10000 качаній. Это вполне обезпечивало противъ просчета въ числѣ качаній маятника. Изъ такихъ наблюдений время одного качанія маятника легко опредѣлялось съ точностью до 0,00001 сек. и даже еще точнѣе, что было вполне достаточно для опредѣленія напряженія силы тяжести съ точностью до 0,1 миллиметра. При нѣкоторыхъ опытахъ наблюдения надъ качаніями маятниковъ производились по нѣсколько иному способу, который описанъ въ нашей статьѣ „Предварительные опыты, относящіеся къ абсолютному опредѣленію напряженія силы тяжести въ Главной Палатѣ мѣръ и вѣсовъ при помощи длинныхъ маятниковъ“¹⁾, куда мы и отсылаемъ читателя.

Передъ наблюденьями, въ среднѣ наблюдений и послѣ наблюдений отчитывались давленіе воздуха и температура внутри той трубы, въ которой находился маятникъ.

При первыхъ опытахъ съ маятниками отчитывались, съ цѣлю приведенія наблюдений къ безконечно-малымъ размахамъ, также амплитуда качаній по способу, описанному въ только что цитированной статьѣ. Однако приведенія къ безконечно-малымъ размахамъ во всѣхъ нашихъ опытахъ оказались чрезвычайно ничтожными, совершенно исчезающими въ ошибкахъ наблюдений, а потому впоследствии амплитуды вовсе не отчитывались, вслѣдствіе чего работа нѣсколько упростилась.

До начала и по окончаніи наблюдений каждаго маятника производилось, обычно три раза въ три различныхъ двѣ, измѣреніе длины проволоки, на которой былъ подвѣшенъ шаръ. Съ цѣлю измѣренія этой длины рядомъ съ проволокой маятника, находящагося въ состояніи покоя, подвѣшивалась стальная десятисантиметровая рулетка, точно выѣбренная при помощи инварной проволоки Кдерина на длинномъ базисѣ, устроенномъ въ одномъ изъ кор-

¹⁾ Вр. Гл. П. м. и в. Сер. II, ч. I.

ридоровъ главнаго аданія Палаты мѣръ и вѣсовъ. Эта рулетка всегда находилась подъ постояннымъ натяженіемъ въ пять фунтовъ. На верхнемъ концѣ рулетки сдѣлана черта съ мѣткой 10 сажень; на нижнемъ концѣ рулетки нанесенъ метръ, раздѣленный на миллиметры. Расстояние между нулевой чертой и чертой съ мѣткой 10 саж. при натяженіи въ 5 фунтовъ равнялось 2133.59 саж. при $16\frac{2}{3}^{\circ}$ С. На проволоку, на которой подвѣшивался шаръ, при помощи особыхъ держателей помѣщались двѣ латунныя раздѣленные на миллиметры линейки — одна наверху, другая — внизу. Первая линейка плотно упиралась въ нижнюю поверхность металлической подставки, къ которой прикрѣплялся верхній конецъ проволоки, вторая — или въ поверхность шара, или въ латунную часть, соединяющую проволоку съ шаромъ. При помощи маленькихъ катетометровъ, помѣщавшихся на особыхъ полкахъ, въ трубы измѣрялись черезъ окошечки, сдѣланныя въ трубѣ, расстоянія черты съ мѣткой 10 саж. отъ ближайшей верхней черты латунной линейки и расстоянія нѣкоторой опредѣленной черты на нижнемъ метрѣ рулетки отъ ближайшей нижней черты нижней латунной линейки. Отсюда легко вывести расстояние между двумя только что упомянутыми чертами латунныхъ линеечекъ. Прибавляя сюда измѣренныя при помощи самихъ латунныхъ линеечекъ расстоянія до верхней металлической подставки и до поверхности шара или до соединительной части, мы и получаемъ длину проволоки. Прежде чѣмъ производить отчеты при помощи катетометровъ, стальная рулетка висѣла рядомъ съ проволокой обычно цѣлыя сутки, такъ что температура какъ рулетки, такъ и проволоки во время измѣреній была одна и та-же. Такъ какъ рулетка и проволока — обѣ были сдѣланы изъ стали, то измѣненія температуры не оказывали никакого вліянія на измѣряемую длину. Измѣренія длины проволоки производились по меньшей мѣрѣ черезъ двѣ ведѣли послѣ того, какъ шаръ былъ подвѣшенъ къ проволоцѣ, съ тѣмъ, чтобы къ моменту измѣреній проволока уже перестала вытягиваться.

§ 3. Формулы, служащія для обработки наблюдений.

Напряженіе силы тяжести въ воздухѣ вычисляется по формулѣ

$$g = \frac{\pi^2 l}{\tau^2}$$

гдѣ π есть отношеніе окружности къ ея диаметру, τ — время одного качанія маятника, приведенное къ бесконечно-малымъ размахамъ и исправленное за ходъ часовъ, l — длина математическаго маятника, соответствующаго данному физическому. О приведеніи наблюдений къ бесконечно-малымъ размахамъ подробно сказано въ статьѣ Д. И. Менделѣева „Подготовка къ опредѣленію абсолютнаго напряженія тяжести въ Главной Палатѣ мѣръ и вѣсовъ при помощи длиннаго маятника съ золотымъ шаромъ“¹⁾. Это приведеніе, какъ уже сказано выше, всегда было чрезвычайно мало, такъ что имъ можно было совершенно пренебрегать.

¹⁾ Вр. Гл. П. м. и в. Сер. II, ч. 1.

Поправка за ход часов определяется формулой $\frac{\beta\pi}{86400}$, где β есть суточный ход часов Рифлера № 68, который верьдко выражался лишь в сотых долях секунды и почти никогда не превосходил 0.3 сек. Длина l математического маятника, соответствующаго данному физическому, вычисляется по длине проволоки, радиусу шара и по вѣсу шара и проволоки. Для этого служитъ формула

$$l = L + \frac{2}{5} \frac{R^2}{L} - \frac{1}{6} \frac{p}{P} (L + R + h) + \frac{2}{15} \frac{p}{P} \cdot \frac{R^2}{L} - \frac{m}{P} \cdot R$$

Выводъ этой формулы тождественъ съ выводомъ, даннымъ въ § 5 цитированной выше нашей статьи „Предварительные опыты, относящяся къ абсолютному опредѣленію напряженія силы тяжести въ Главной Палатѣ мѣрь и вѣсовъ при помощи длинныхъ маятниковъ“¹⁾. Въ этой формулѣ $L = a + R + h$, причеъ a есть длина проволоки, R — радиусъ шара, h — высота соединительной части. Далѣе, буквами P , p и m обозначены соответственно вѣсъ шара, вѣсъ проволоки и вѣсъ соединительной части. Въ этой формулѣ послѣдній и въ особенности предпослѣдній члены во всѣхъ нашихъ опытахъ были чрезвычайно малы и не оказывали сколько-нибудь замѣтнаго вліянія на результаты.

Далѣе, напряженіе силы тяжести, вычисленное изъ наблюденій на основаніи вышеприведенныхъ формулъ, необходимо еще привести къ пустотѣ. Главная часть этого приведенія обуславливается тѣмъ, что маятникъ въ воздухѣ испытываетъ вѣкоторую потерю вѣса. Зависящая отъ этого поправка вычисляется по формулѣ

$$g_0 \frac{\delta_0}{\delta} \cdot \frac{B}{760} \cdot \frac{1}{1 + 0.00375t}$$

где g_0 есть приближенно извѣстное напряженіе силы тяжести, δ_0 — плотность воздуха при нормальномъ давленіи и при 0° С., δ — плотность шара, B — давленіе воздуха во время наблюденій, t — температура внутри трубы, въ которой помѣщенъ маятникъ.

Правильнѣе было бы подъ δ разумѣть такъ сказать среднюю плотность маятника, состоящаго, какъ это видно изъ описанія, сдѣланнаго въ § 1, изъ нѣсколькихъ частей. Однако простой подсчетъ показалъ, что въ нашихъ опытахъ въ этомъ случаѣ проволокой и соединительной частью волиѣ можно было пренебречь.

Уже многіе изслѣдователи обратили вниманіе на то, что указанная выше поправка при приведеніи къ пустотѣ недостаточна, и предлагали ее увеличивать — ные въ $1\frac{1}{2}$ раза, а ные и еще болѣе. Стокъ въ своемъ мемуарѣ „De l'effet du frottement intérieur des fluides sur le mouvement des pendules“²⁾ на основаніи теоретическихъ соображеній при-

¹⁾ Наша формула легко выводится изъ формулы, данной въ мемуарѣ „Expériences pour connaître la longueur du pendule qui bat les secondes à Paris, par M. M. Borda et Cassini (Collection de Mémoires relatifs à la Physique, publiés par la Société française de Physique. Tome IV. Mémoires sur le pendule, Paris, 1889, p. 33).

²⁾ Въ Collection de Mémoires relatifs à la Physique, publiés par la Société française de Physique, Tome V. Mémoires sur le pendule. Paris, 1891, p. 277.

пять къ заключенію, что для маятника, состоящаго изъ шара, подвѣшеннаго на проволоку, вышеприведенную поправку при приведеніи къ пустотѣ надо увеличить въ $1\frac{1}{2}$ раза, и кромѣ того надо еще прибавить членъ вида $\frac{b}{R\delta}$, гдѣ R и есть радіусъ шара, δ —его плотность, а коэффициентъ b , включая нѣкоторые постоянные множители, зависитъ отъ времени одного качанія маятника и отъ плотности той среды, въ которой происходитъ качаніе маятника, — въ нашемъ случаѣ отъ плотности воздуха. Этотъ добавочный членъ оказывается очень малымъ, и потому во всѣхъ нашихъ опытахъ можно для времени одного качанія маятника взять постоянную величину 4.7 сек., а для плотности воздуха—его значеніе при нормальномъ давленіи и при 0°C ., иначе говоря—коэффициентъ b мы можемъ считать постояннымъ. Поэтому поправка для приведенія напряженія силы тяжести къ пустотѣ принимается такой видъ

$$g_0 \frac{\delta_0}{\delta} \cdot \frac{B}{760} \cdot \frac{1.5}{1 + 0.00375t} + \frac{b}{R\delta},$$

причемъ коэффициентъ b мы будемъ опредѣлять изъ наблюдений.

Однако и этихъ поправокъ недостаточно для приведенія напряженія силы тяжести къ пустотѣ. Д. И. Менделѣевъ въ своей цитированной выше статьѣ говоритъ, что вліяніе воздуха выражается также и въ томъ, что часть его, какъ бы прилиная къ маятнику, сопровождаетъ его въ колебаніяхъ, что подбѣгивалъ уже Дюбуа (въ 1786 г.), а также въ томъ, что при движеніи всѣхъ частей маятника, онѣ встрѣчаютъ сопротивленіе воздуха, заставляя его уступать имъ мѣсто, а сами замедляютъ свое движеніе. Наши опыты обнаружили зависимость напряженія силы тяжести отъ радіуса шара. Смыслъ этой зависимости оказался тотъ, что, чѣмъ больше радіусъ шара, тѣмъ болѣею поправку необходимо было прибавить къ полученному изъ наблюдений напряженію силы тяжести, чтобы найти ея истинное значеніе. Эмпирическимъ путемъ мы пришли къ заключенію, что поправки эти пропорціональны третьей степени радіуса шара и выражаются формулой aR^3 , причемъ коэффициентъ a подлежитъ опредѣленію изъ наблюдений. Такъ какъ поправка $\frac{b}{R\delta}$ тоже зависитъ отъ радіуса шара, то изъ наблюдений, очевидно, необходимо опредѣлять одновременно оба коэффициента a и b . Слѣдовательно, первая часть приведенія къ пустотѣ должна вычисляться по формулѣ:

$$g_0 \frac{\delta_0}{\delta} \cdot \frac{B}{760} \cdot \frac{1.5}{1 + 0.00375t}$$

а поправки въ зависимости отъ радіуса шара соединяются вмѣстѣ, и вторая часть приведенія вычисляется по формулѣ:

$$aR^3 + \frac{b}{R\delta},$$

причемъ коэффициенты a и b должны быть опредѣлены изъ наблюдений.

Но прежде чѣмъ вводить эту послѣднюю поправку, необходимо еще принять во вниманіе вліяніе толщины проволоки на величину напряженія

силы тяжести. Для выясненія этого вліянія нами были проведены спеціальныя опыты, именно одинъ и тотъ-же шаръ подвѣшивался на проволокахъ различныхъ диаметровъ. Эти опыты показали, что, чѣмъ больше диаметръ проволоки, тѣмъ большую поправку надо вычесть изъ наблюдаемаго напряженія силы тяжести. Это означаетъ, что, чѣмъ больше диаметръ проволоки, тѣмъ дальше отъ точки привѣса отстоитъ мѣсто проволоки, около котораго эта проволока сгибается при качаніи маятника. Эмпирическимъ путемъ мы убѣдились, что эта поправка пропорціональна квадрату диаметра проволоки. Такимъ образомъ, при вычисленіи поправки для приведенія напряженія силы тяжести къ пустотѣ, повидимому, играетъ роль объемъ шара, а при вычисленіи поправки, выражающей вліяніе толщины проволоки, поперечное сѣченіе этой послѣдней. Поправку, выражающую вліяніе толщины проволоки, мы представимъ формулою $—ka^2$, гдѣ d есть диаметръ проволоки, а коэффициентъ k долженъ быть опредѣленъ изъ спеціальныхъ опытовъ.

Надѣемся, что наши изслѣдованія внесутъ небольшую лепту въ разрѣшеніе труднаго вопроса объ абсолютномъ опредѣленіи напряженія силы тяжести.

§ 4. Описаніе опытовъ.

Въ этомъ параграфѣ мы приводимъ, придерживаясь хронологическаго порядка, данныя отдѣльныхъ опытовъ и значенія напряженія силы тяжести въ воздухѣ, вычисленныя на основаніи этихъ данныхъ, причѣмъ всѣмъ удержаны обозначенія, принятая выше. Каждый маятникъ наблюдался не менѣе трехъ разъ. Совокупность всѣхъ наблюденій одного и того-же маятника и составляетъ одинъ опытъ.

Опытъ первый. Чугунный шаръ, подвѣшенный по первому способу.

$P = 47657.07$ гр., $R = 11.701$ сант., $\delta = 7.1075$, $p = 171.30$ гр., $d = 1.05$ мм.

1906 г.	τ	t	B	l	g въ воздухѣ.
20—21 октября . . .	4.660920 сек.	+ 16° 305	773.1 мм.	2160.99 сант.	981.768 сант.
26—27 октября . . .	4.660963 "	+ 16° 820	764.9 "	2161.00 "	981.733 "
1—2 ноября . . .	4.660952 "	+ 16° 414	762.5 "	2160.99 "	981.755 "
9—10 . . .	4.660963 "	+ 16° 450	769.7 "	2161.00 "	981.755 "
16—17 . . .	4.660979 "	+ 18° 200	738.3 "	2161.04 "	981.768 "
19—20 . . .	4.661000 "	+ 17° 590	747.1 "	2161.02 "	981.750 "
27—28 . . .	4.660957 "	+ 15° 440	744.5 "	2160.97 "	981.746 "
30 ноября—1 дек. . .	4.660930 "	+ 15° 430	753.1 "	2160.97 "	981.755 "

Въ среднемъ . . . 981.754 сант.

Опытъ второй. Латунный шаръ, подвѣшенный по первому способу.

$P = 15017.83$ гр., $R = 7.615$ сант., $\delta = 7.8459$, $p = 49.55$ гр., $d = 0.60$ мм.

1906—1907 гг.	τ	t	B	l	g въ воздухѣ.
15 декабря . . .	4.660776 сек.	+ 15° 69	743.4 мм.	2160.88 сант.	981.790 сант.
21 декабря . . .	4.660883 "	+ 15° 64	755.1 "	2160.92 "	981.773 "
8 января . . .	4.660874 "	+ 17° 26	794.2 "	2160.98 "	981.782 "
31 января . . .	4.660873 "	+ 15° 33	771.4 "	2160.94 "	981.764 "
23 февраля . . .	4.660905 "	+ 16° 74	757.1 "	2160.99 "	981.773 "

Въ среднемъ . . . 981.776 сант.

Опытъ третій. Чугунный шаръ, подвѣшенный по первому способу.

$$P = 34249.52 \text{ гр.}, R = 10.461 \text{ сант.}, \delta = 7.1398, p = 84.50 \text{ гр.}, d = 0.80 \text{ мм.}$$

1907 г.	τ	t	B	l	g въ воздухѣ.
20 июня	4.653885 сек.	+ 22° 20	750.8 мм.	2154.27 сант.	981.678 сант.
4 июля	4.653892 "	+ 22° 92	749.7 "	2154.34 "	981.705 "
11 июля	4.653856 "	+ 20° 24	750.3 "	2154.26 "	981.682 "
26 сентября	4.653800 "	+ 16° 62	756.7 "	2154.17 "	981.644 "
5 октября	4.653820 "	+ 16° 88	765.3 "	2154.17 "	981.655 "

Въ среднемъ. 981.677 сант.

Опытъ четвертый. Шаръ изъ сплава канифоли съ воскомъ, подвѣшенный по второму способу.

$$P = 3174.23 \text{ гр.}, R = 8.976 \text{ сант.}, \delta = 1.0476, p = 14.24 \text{ гр.}, d = 0.35 \text{ мм.},$$

$$m = 21.25 \text{ гр.}, h = 1.240 \text{ сант.}$$

1907—1908 гг.	τ	t	B	l	g въ воздухѣ.
18 ноября	4.667282 сек.	+ 15° 75	757.2 мм.	2163.23 сант.	980.110 сант.
19 ноября	4.667152 "	+ 15° 97	758.3 "	2163.23 "	980.165 "
22 ноября	4.666922 "	+ 15° 44	757.7 "	2163.22 "	980.260 "
14 декабря	4.666854 "	+ 14° 22	767.9 "	2163.19 "	980.273 "
18 декабря	4.667242 "	+ 13° 40	762.8 "	2163.18 "	980.106 "
21 декабря	4.667149 "	+ 12° 65	743.1 "	2163.16 "	980.132 "
7 января	4.667006 "	+ 15° 96	749.1 "	2163.23 "	980.227 "
11 января	4.667100 "	+ 16° 50	751.9 "	2163.24 "	980.192 "

Въ среднемъ. 980.183 сант.

Опытъ пятый. Чугунный шаръ, подвѣшенный по первому способу.

$$P = 16816.94 \text{ гр.}, R = 8.297 \text{ сант.}, \delta = 7.0287, p = 62.32 \text{ гр.}, d = 0.75 \text{ мм.}$$

1908 г.	τ	t	B	l	g въ воздухѣ.
26 февраля	4.654678 сек.	+ 16° 10	756.5 мм.	2154.99 сант.	981.668 сант.
9 марта	4.654570 "	+ 15° 88	772.7 "	2154.98 "	981.714 "
21 марта	4.654838 "	+ 17° 18	760.1 "	2155.11 "	981.661 "
19 апрѣля	4.654686 "	+ 14° 95	748.7 "	2155.06 "	981.696 "
29 мая	4.654886 "	+ 17° 55	756.6 "	2155.12 "	981.642 "

Въ среднемъ. 981.676 сант.

Опытъ шестой. Алюминіевый шаръ, подвѣшенный по второму способу.

$$P = 7487.19 \text{ гр.}, R = 8.511 \text{ сант.}, \delta = 2.9000, p = 31.08 \text{ гр.}, d = 0.48 \text{ мм.},$$

$$m = 21.23 \text{ гр.}, h = 1.240 \text{ сант.}$$

1908 г.	τ	t	B	l	g въ воздухѣ.
27 ноября	4.675569 сек.	+ 15° 765	758.0 мм.	2173.56 сант.	981.305 сант.
1 декабря	4.675570 "	+ 14° 765	763.0 "	2173.54 "	981.296 "
7 декабря	4.675590 "	+ 15° 210	767.6 "	2173.55 "	981.292 "
10 декабря	4.675562 "	+ 14° 485	759.1 "	2173.53 "	981.292 "
17 декабря	4.675553 "	+ 14° 000	777.0 "	2173.52 "	981.292 "

Въ среднемъ. 981.295 сант.

Опытъ седьмой. Чугунный шаръ, подвѣшенный по второму способу.

$P = 18072.27$ гр., $R = 8.524$ сант., $\delta = 6.9666$, $p = 31.08$ гр., $d = 0.48$ мм.,
 $m = 21.23$ гр., $h = 1.240$ сант.

1909 г.	τ	t	B	l	g въ воздухѣ.
6 февраля	4.683511 сек.	+ 14° 690	766.1 мм.	2181.57 сант.	981.578 сант.
10 февраля	4.683547 "	+ 14° 920	778.6 "	2181.59 "	981.570 "
19 февраля	4.683544 "	+ 15° 510	757.0 "	2181.59 "	981.574 "
Въ среднемъ					981.574 сант.

Опытъ восьмой. Латунный шаръ, подвѣшенный по второму способу.

$P = 20646.81$ гр., $R = 8.502$ сант., $\delta = 8.0284$, $p = 53.56$ гр., $d = 0.65$ мм.,
 $m = 19.73$ гр., $h = 1.240$ сант.

1909 г.	τ	t	B	l	g въ воздухѣ.
6 апрѣля	4.672582 сек.	+ 14° 615	760.0 мм.	2171.85 сант.	981.784 сант.
9 апрѣля	4.672645 "	+ 15° 735	758.6 "	2171.88 "	981.770 "
15 апрѣля	4.672667 "	+ 15° 810	748.3 "	2171.88 "	981.762 "
18 апрѣля	4.672684 "	+ 16° 205	751.4 "	2171.89 "	981.758 "
Въ среднемъ					981.768 сант.

Опытъ девятый. Чугунный шаръ, подвѣшенный по второму способу.

$P = 18072.27$ гр., $R = 8.524$ сант., $\delta = 6.9666$, $p = 53.56$ гр., $d = 0.65$ мм.,
 $m = 19.73$ гр., $h = 1.240$ сант.

1909 г.	τ	t	B	l	g въ воздухѣ.
4 мая	4.671974 сек.	+ 16° 155	766.6 мм.	2171.00 сант.	981.652 сант.
7 мая	4.672006 "	+ 16° 455	755.2 "	2171.01 "	981.644 "
11 мая	4.671975 "	+ 14° 935	763.2 "	2170.97 "	981.640 "
27 мая	4.672029 "	+ 16° 575	755.6 "	2171.01 "	981.635 "
Въ среднемъ					981.643 сант.

Опытъ десятый. Алюминіевый шаръ, подвѣшенный по второму способу.

$P = 7487.19$ гр., $R = 8.511$ сант., $\delta = 2.9000$, $p = 53.56$ гр., $d = 0.65$ мм.,
 $m = 19.73$ гр., $h = 1.240$ сант.

1909 г.	τ	t	B	l	g въ воздухѣ.
7 сентября	4.667416 сек.	+ 18° 715	763.4 мм.	2166.15 сант.	981.380 сант.
11 сентября	4.667384 "	+ 17° 870	768.5 "	2166.13 "	981.380 "
16 сентября	4.667231 "	+ 16° 505	752.0 "	2166.10 "	981.434 "
21 сентября	4.667283 "	+ 16° 530	757.5 "	2166.10 "	981.412 "
Въ среднемъ					981.402 сант.

Опытъ одиннадцатый. Алюминіевый шаръ, подвѣшенный по второму способу.

$P = 7487.19$ гр., $R = 8.511$ сант., $\delta = 2.9000$, $p = 76.83$ гр., $d = 0.75$ мм.,
 $m = 21.28$ гр., $h = 1.240$ сант.

1909 г.	τ	t	B	l	g въ воздухѣ.
28 ноября	4.670096 сек.	+ 16° 775	767.6 мм.	2168.67 сант.	981.388 сант.
14 декабря	4.669982 "	+ 12° 820	756.0 "	2168.58 "	981.398 "
21 декабря	4.670022 "	+ 14° 465	749.3 "	2168.62 "	981.398 "
Въ среднемъ					981.395 сант.

Опытъ двѣнадцатый. Чугунный шаръ, подвѣшенный по второму способу.

$P = 18072.27$ гр., $R = 8.524$ сант., $\delta = 6.9666$, $p = 76.83$ гр., $d = 0.75$ мм.,
 $m = 21.28$ гр., $h = 1.240$ сант.

1910 г.	τ	t	B	l	g въ воздухѣ.
14 января	4.674700 сек.	+ 15°.905	750.8 мм.	2173.60 сант.	981.680 сант.
23 января	4.674726 .	+ 15°.510	763.4 .	2173.59 .	981.670 .
31 января	4.674752 .	+ 15°.365	769.5 .	2173.59 .	981.658 .
Въ среднемъ . . .					981.669 сант.

Опытъ тринадцатый. Латунный шаръ, подвѣшенный по второму способу.

$P = 20646.81$ гр., $R = 8.502$ сант., $\delta = 8.0284$, $p = 119.23$ гр., $d = 0.95$ мм.,
 $m = 21.28$ гр., $h = 1.240$ сант.

1910 г.	τ	t	B	l	g въ воздухѣ.
23 июня	4.675485 сек.	+ 20°.840	754.9 мм.	2174.79 сант.	981.890 сант.
25 июня	4.675523 .	+ 21°.665	750.9 .	2174.81 .	981.886 .
30 июня	4.675547 .	+ 22°.440	758.9 .	2174.83 .	981.886 .
Въ среднемъ . . .					981.887 сант.

Опытъ четырнадцатый. Латунный шаръ, подвѣшенный по второму способу.

$P = 20646.81$ гр., $R = 8.502$ сант., $\delta = 8.0284$, $p = 80.83$ гр., $d = 0.78$ мм.,
 $m = 21.27$ гр., $h = 1.340$ сант.

1910 г.	τ	t	B	l	g въ воздухѣ.
25 августа	4.678154 сек.	+ 17°.425	762.8 мм.	2177.21 сант.	981.860 сант.
28 августа	4.678173 .	+ 17°.925	767.3 .	2177.22 .	981.856 .
1 сентября	4.678195 .	+ 18°.345	767.0 .	2177.23 .	981.852 .
Въ среднемъ . . .					981.856 сант.

Опытъ пятнадцатый. Свинцовый шаръ, подвѣшенный по второму способу.

$P = 28799.52$ гр., $R = 8.495$ сант., $\delta = 11.2136$, $p = 106.80$ гр., $d = 1.00$ мм.,
 $m = 21.39$ гр., $h = 1.240$ сант.

1911 г.	τ	t	B	l	g въ воздухѣ.
26 августа	4.674146 сек.	+ 15°.960	756.2 мм.	2173.70 сант.	981.965 сант.
29 августа	4.674128 .	+ 15°.135	754.0 .	2173.69 .	981.965 .
1 сентября	4.674126 .	+ 14°.960	749.1 .	2173.68 .	981.965 .
Въ среднемъ . . .					981.965 сант.

§ 5. Главная поправка при приведеніи наблюденій въ пустотѣ.

Величины напряженія силы тяжести, полученныя въ предыдущемъ параграфѣ, мы прежде всего приводимъ къ пустотѣ по формулѣ:

$$g_0 \frac{\delta_0}{\delta} \cdot \frac{B}{760} \cdot \frac{1.5}{1 + 0.00375 t}$$

данной въ § 3. Въ этой формулѣ мы приняли $\log g_0 = 2.9921$ и $\log \delta_0 = 7.1122$. Результаты этого исправленія приведены въ нижеслѣдующей таблицѣ.

№ опыта.	g въ воз- духѣ.	По- правка.	g въ пу- стоѣ.	R	δ	d	Вещество, изъ ко- торого сдѣланъ шаръ.
	въ сант.	въ сант.	въ сант.	въ сант.		въ мм.	
8	981.768	0.223	981.991	8.502	8.0284	0.65	латунь
14	981.856	0.224	982.080	8.502	8.0284	0.78	латунь
13	981.887	0.219	982.106	8.502	8.0284	0.92	латунь
7	981.574	0.264	981.838	8.524	6.9666	0.48	чугунъ
9	981.643	0.258	981.901	8.524	6.9666	0.65	чугунъ
12	981.669	0.261	981.930	8.524	6.9666	0.75	чугунъ
6	981.295	0.627	981.922	8.511	2.9000	0.48	алюминій
10	981.402	0.617	982.019	8.511	2.9000	0.65	алюминій
11	981.395	0.622	982.017	8.511	2.9000	0.75	алюминій
1	981.754	0.252	982.006	11.701	7.1075	1.05	чугунъ
2	981.776	0.231	982.007	7.615	7.8459	0.60	латунь
3	981.677	0.246	981.923	10.461	7.1398	0.80	чугунъ
5	981.676	0.255	981.931	8.297	7.0287	0.75	чугунъ
4	980.183	1.715	981.898	8.976	1.0476	0.35	сплавъ канифоли съ воскомъ свинца.
15	981.965	0.159	982.124	8.495	11.2136	1.00	

Одного взгляда на полученные въ этомъ параграфѣ значенія g доста-точно, чтобы прийти къ заключенію, что одной принятой нами поправкой ограничиться нельзя. Слѣдующіе параграфы посвящены изслѣдованіямъ отно-сительно другихъ поправокъ.

§ 6. Вліяніе толщины проволоки на результаты наблюдений.

Прежде всего постараемся опредѣлить вліяніе толщины проволоки на результаты наблюдений. Уже а priori можно думать, что только идеальная бесконечно-тонная проволока сгибается какъ разъ въ точкѣ привѣса, и что, чѣмъ больше діаметръ проволоки, тѣмъ дальше отъ точки привѣса отстоитъ то мѣсто проволоки, въ которомъ она сгибается при качаніи маятника. Слѣдовательно, чѣмъ толще діаметръ проволоки, тѣмъ большее значеніе напряженія силы тяжести получается изъ наблюдений, и тѣмъ большую поправку надо вычесть изъ наблюдаемой величины g , чтобы получить истинную. Эти заключенія подтверждаются и наблюдениями. Въ самомъ дѣлѣ выйдемъ изъ предыдущаго параграфа первые девять опытовъ, при произ-водствѣ которыхъ между прочимъ и имѣлось въ виду выясненіе вліянія толщины проволоки на результаты.

g	R	δ	d	Вещество, изъ ко- торого сдѣланъ шаръ.
въ сант.	въ сант.		въ мм.	
981.991	8.502	8.0284	0.65	латунь
982.080	8.502	8.0284	0.78	латунь
982.106	8.502	8.0284	0.92	латунь
981.838	8.524	6.9666	0.48	чугунъ
981.901	8.524	6.9666	0.65	чугунъ
981.930	8.524	6.9666	0.75	чугунъ
981.922	8.511	2.9000	0.48	алюминій
982.019	8.511	2.9000	0.65	алюминій
982.017	8.511	2.9000	0.75	алюминій

Эти опыты мы разбили на три серии: первая серия относится къ латунному шару, вторая къ чугунному, третья къ алюминіевому. Каждая серия заключаетъ въ себѣ три опыта, отличающіеся другъ отъ друга только діаметромъ проволоки. Высказанное выше предположеніе этими опытами, дѣйствительно, подтверждается.

Остается опредѣлить видъ зависимости результатовъ наблюденія отъ діаметра проволоки. Эту зависимость можно представить одной изъ слѣдующихъ формулъ:

$$-kd, \quad -kd^2, \quad -kd^3.$$

Однако первая и третья гипотезы приводятъ къ совершенно неудовлетворительнымъ результатамъ и даютъ весьма большія поправки, что само по себѣ уже невѣроятно. Кроме того, третья гипотеза мало приемлема и а priori, и если она нами все же не была сразу отброшена, то это именно для того, чтобы съ большою увѣренностью остановиться на второй. Думаемъ намъ, что и по теоретическимъ соображеніямъ должна считаться наиболее вѣроятной вторая гипотеза, при которой играетъ роль поперечное сѣченіе проволоки. Итакъ, останавливаясь на второй гипотезѣ, мы для каждого опыта съ латуннымъ, чугуннымъ и алюминіевымъ шаромъ будемъ имѣть такіа условныя уравненія:

$$\begin{aligned} g - kd^2 &= g_0 + x_1 && \text{латунный шаръ} \\ g - kd^2 &= g_0 + x_2 && \text{чугунный шаръ} \\ g - kd^2 &= g_0 + x_3 && \text{алюмин. шаръ.} \end{aligned}$$

Здѣсь g_0 есть приближенно извѣстное значеніе напряженія силы тяжести, причемъ мы принимаемъ $g_0 = 981.945$, согласно съ тѣмъ, что мы получили при предварительныхъ опытахъ. Поправки x_1 , x_2 и x_3 для всѣхъ трехъ шаровъ, конечно, должны быть взяты различныя, и это различіе обуславливается различіемъ радіусовъ и главнымъ образомъ изотностей. Предыдущія условныя уравненія мы перепишемъ въ видѣ

$$\begin{aligned} x_1 + kd^2 + g_0 - g &= 0 \\ x_2 + kd^2 + g_0 - g &= 0 \\ x_3 + kd^2 + g_0 - g &= 0. \end{aligned}$$

Подставляя вмѣсто d , g_0 и g ихъ численныя значенія, получаемъ слѣдующія девять условныхъ уравненій для опредѣленія четырехъ неизвѣстныхъ k , x_1 , x_2 , x_3 .

$$\begin{aligned} x_1 + [9.6258]k + [8.6628]_n &= 0 \\ x_1 + [9.7842]k + [9.1303]_n &= 0 \\ x_1 + [9.9276]k + [9.3068]_n &= 0 \\ x_2 + [9.3624]k + [9.0294]_n &= 0 \\ x_2 + [9.6258]k + [8.6435]_n &= 0 \\ x_2 + [9.7502]k + [8.1761]_n &= 0 \\ x_2 + [9.3624]k + [8.3617]_n &= 0 \\ x_3 + [9.6258]k + [8.8692]_n &= 0 \\ x_3 + [9.7502]k + [8.8573]_n &= 0. \end{aligned}$$

Въ этихъ уравненіяхъ числа, заключенныя въ скобки, суть логарифмы. Нормальныя уравненія имѣютъ видъ

$$\begin{aligned} 3x_1 + & + 1.876k - 0.342 = 0 \\ & 3x_2 + & + 1.215k + 0.166 = 0 \\ & & 3x_3 + & + 1.215k - 0.123 = 0 \\ + 1.876x_1 + 1.215x_2 + 1.215x_3 & + 2.360k - 0.251 = 0. \end{aligned}$$

Нашъ главнымъ образомъ интересуется коэффициентъ k . Рѣшеніе нормальныхъ уравненій даетъ

$$\log k = 9.4309, \quad k = 0.270.$$

Значенія поправокъ x_1, x_2, x_3 могутъ служить контролемъ. Для нихъ мы получили

$$x_1 = -0.055, \quad x_2 = -0.165, \quad x_3 = -0.068.$$

Съ найденнымъ значеніемъ k для латуннаго, чугунаго и алюминіеваго шаровъ получается

Латунный шаръ.	Чугунный шаръ.	Алюминіевый шаръ.
981.877	981.776	981.860
981.916	981.787	981.905
981.878	981.778	981.865
981.890	981.780	981.877

Освобождая отъ вліянія толщины проволоки также и тѣ результаты, которые въ настоящемъ параграфѣ совершенно не были приняты во вниманіе, мы получаемъ слѣдующую таблицу

g	R	δ	Вещество, изъ котораго сдѣланъ шаръ.
981.890 сант.	8.502 сант.	8.0284	латунь
981.910 "	7.615 "	7.8459	латунь
981.780 "	8.524 "	6.9656	чугунъ
981.709 "	11.701 "	7.1075	чугунъ
981.750 "	10.461 "	7.1398	чугунъ
981.779 "	8.297 "	7.0287	чугунъ
981.877 "	8.511 "	2.9000	алюминій
981.865 "	8.976 "	1.0476	сплавъ канфоли съ воскомъ.
981.854 "	8.495 "	11.2136	свинецъ.

§ 7. Окончательное приведеніе напряженія силы тяжести къ пустотѣ.

Результаты опредѣленія напряженія силы тяжести изъ наблюденій надъ маятниками съ латунными и чугуными шарами, приведенные въ таблицѣ въ концѣ предыдущаго параграфа, обнаруживаютъ зависимость отъ радіуса шара, причемъ, тѣмъ больше радіусъ шара, тѣмъ большую поправку, по видимому, необходимо прибавить къ выведенной изъ наблюденій величинѣ напряженія силы тяжести, чтобы получить истинную величину. Здѣсь возможны три гипотезы, выражающіяся формулами aR , aR^2 и aR^3 , причемъ въ первой гипотезѣ играетъ роль самъ радіусъ шара, во второй—поверхность шара, а въ третьей—объемъ шара.

Такъ какъ Стоксъ, рассматривая вопросъ о приведеніи къ пустотѣ, теоретически вывелъ поправочный членъ вида $\frac{b}{R\delta}$, который, слѣдовательно, тоже зависитъ отъ радіуса шара, то, очевидно, только что указанную по-

правку мы должны разсматривать вместе съ этимъ поправочнымъ членомъ. Такимъ образомъ мы имѣемъ три гипотезы

$$aR + \frac{b}{R\delta}, \quad aR^2 + \frac{b}{R\delta^2}, \quad aR^3 + \frac{b}{R\delta^3}.$$

Первая гипотеза и сама по себѣ мало вѣроятна, и результаты при этой гипотезѣ получаются мало удовлетворительные, а поправки весьма значительны. Вторая и третья гипотезы могутъ быть, пожалуй, обоснованы и теоретически, и трудно сказать, которой изъ нихъ слѣдуетъ отдать предпочтене. Однако, при второй гипотезѣ получаются менѣе удовлетворительные результаты, чѣмъ при третьей. Поэтому мы окончательно остановимся на третьей гипотезѣ. При третьей гипотезѣ каждый результатъ, приведенный въ таблицѣ въ концѣ предыдущаго параграфа, даетъ возможность написать слѣдующее условное уравненіе:

$$g + aR^3 + \frac{b}{R\delta} = g_0 + x$$

или

$$x - aR^3 - \frac{b}{R\delta} + g_0 - g = 0.$$

Принятыя здѣсь обозначенія вполне понятны безъ объясненія. Для g_0 снова принимаемъ 981.945. Подставляя вмѣсто R , δ , g_0 и g ихъ численные значенія, получаемъ слѣдующія девять условныхъ уравненій.

$$\begin{aligned} x + [2.7885_n] a + [8.1659_n] b + [8.7404] &= 0 \\ x + [2.6451_n] a + [8.2236_n] b + [8.5441] &= 0 \\ x + [2.7918_n] a + [8.2264_n] b + [9.2175] &= 0 \\ x + [3.2046_n] a + [8.0801_n] b + [9.3729] &= 0 \\ x + [3.0545_n] a + [8.1268_n] b + [9.2900] &= 0 \\ x + [2.7570_n] a + [8.2341_n] b + [9.2201] &= 0 \\ x + [2.7900_n] a + [8.6076_n] b + [8.8325] &= 0 \\ x + [2.8593_n] a + [9.0265_n] b + [8.9031] &= 0 \\ x + [2.7876_n] a + [8.0212_n] b + [8.9590] &= 0. \end{aligned}$$

Числа въ скобкахъ суть логарифмы. Составляемъ нормальныя уравненія. Они имѣютъ видъ

$$\begin{aligned} [0.9542] x + [3.8411_n] a + [9.3945_n] b + [0.0378] &= 0 \\ [3.8411_n] x + [6.8079] a + [2.2536] b + [3.0004_n] &= 0 \\ [9.3945_n] x + [2.2536] a + [8.1461] b + [8.4771_n] &= 0. \end{aligned}$$

Рѣшеніе этихъ уравненій даетъ

$$\begin{aligned} \log b = 9.3861, \quad b = 0.243 \\ \log a = 6.1842, \quad a = 0.00015 \\ \log x = 7.5148, \quad x = 0.003. \end{aligned}$$

Одной поправки x уже достаточно, чтобы получить истинное значеніе напряженія силы тяжести. Мы имѣемъ $g = 981.948$. Однако для контроля мы еще вычислимъ напряженіе силы тяжести по каждому изъ результатовъ, приведенныхъ въ таблицѣ въ концѣ предыдущаго параграфа. Такимъ образомъ находимъ слѣдующія числа:

Шаръ.	g въ пустотѣ.
Латунный	981.988
Латунный	981.981
Чугунный	981.879
Чугунный	981.956
Чугунный	981.926
Чугунный	981.870
Алюминіевый	981.981
Канифольный	982.002
Свинцовый	981.951
Въ среднемъ.	981.948

Средняя ошибка одного опредѣленія оказывается равной ± 0.048 , средняя ошибка окончательнаго результата ± 0.016 . Вѣроятныя ошибки соответственно равны ± 0.032 и ± 0.011 .

Слѣдовательно, для Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ въ С.-Петербургѣ ($\varphi = +59^{\circ} 55'.1$) напряженіе силы тяжести въ пустотѣ изъ нашихъ наблюдений получается равнымъ

$$g = 981.948 \text{ см.} \pm 0.011 \text{ см.}$$

Считаемъ необходимымъ указать, что при вычисленіи окончательной величины напряженія силы тяжести видъ зависимости отъ діаметра проволоки изъ нашихъ опытовъ опредѣлился, повидимому, вполне хорошо. Для выясненія же вида зависимости отъ радіуса шара было бы полезно, какъ намъ кажется, имѣть большее число опытовъ съ шарами возможно болѣе различныхъ радіусовъ. Призывая мысль объ опредѣленіи напряженія силы тяжести изъ опытовъ съ длинными маятниками весьма удачной, мы все же на основаніи нашихъ наблюдений полагаемъ, что было бы выгодно имѣть дѣло съ шарами вѣскольکو меньшихъ размѣровъ, чѣмъ тѣ, которые были въ нашемъ распоряженіи, съ тѣмъ, чтобы и проволока, служащая для ихъ подвѣшиванія, была возможно болѣе тонкая.

Повидимому, полученная нами величина силы тяжести для Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ вѣскольکو велика. Въ Главной Палатѣ мѣръ и вѣсовъ вѣсколькими лицами въ разное время, можно сказать, попутно производились наблюденія надъ маятниками Штервека, служащими для относительныхъ опредѣленій. Пользуясь этими наблюденіями, также можно опредѣлять напряженіе силы тяжести для Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ. Такія наблюденія производили Н. Д. Павловъ ¹⁾, Н. П. Корзунъ ²⁾, В. А. Барановъ и Т. А. Ванакевичъ ³⁾.

¹⁾ Полковникъ *Павловъ*. Относительныя опредѣленія силы тяжести на Кавказѣ въ 1907 и 1908 годахъ. Въ Запискахъ Военно-Топографическаго Управленія Главнаго Управленія Генеральнаго штаба. Часть LXV, отдѣленіе II. СПб. 1910, стр. 73.

²⁾ Подполковникъ *Корзунъ*. Относительныя опредѣленія силы тяжести на Кавказѣ въ 1909 году. Въ Запискахъ Военно-Топографическаго отдѣла Главнаго Управленія Генеральнаго штаба. Часть LXVI, отдѣленіе II. СПб. 1911, стр. 52.

³⁾ Гравиметрическое соединеніе Казанской обсерваторіи съ Пулковской и Палатой мѣръ и вѣсовъ въ С.-Петербургѣ В. А. Баранова и Т. А. Ванакевича. Обработка В. А. Баранова. Въ Publications de l'Observatoire Engelhardt de l'Université Impériale de Kazan, № 6, Казань. 1912, стр. 61.

Наблюденія всѣхъ этихъ лицъ даютъ возможность получить относительное опредѣленіе силы тяжести для Главной Палаты, считая за исходный пунктъ Пулково. При этомъ наблюденія первыхъ двухъ лицъ даютъ связь Главной Палаты съ Пулковомъ черезъ посредство Тифлиса, а наблюденія двухъ послѣднихъ — черезъ посредство Казани. Именно мы имѣемъ:

	Главная Палата — Пулково.
Н. Д. Павловъ	+ 0.037 см.
Н. П. Корзунъ	+ 0.032 "
В. А. Барановъ	+ 0.034 "
Т. А. Вахачевичъ	+ 0.035 "

Принимая для Пулкова $g = 981.899$ ¹⁾, получимъ извращеніе силы тяжести для Главной Палаты изъ наблюденій всѣхъ этихъ лицъ. Такимъ образомъ будемъ имѣть:

	g
А. А. Ивановъ	981.948
— Н. Д. Павловъ	981.936
Н. П. Корзунъ	981.931
В. А. Барановъ	981.933
Т. А. Вахачевичъ	981.934
Въ среднемъ	981.936

Итакъ, наиболее вѣроятная величина силы тяжести для Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ есть

$$g = 981.936.$$

Величина полученная нами изъ абсолютныхъ измѣреній, въ предѣлахъ вѣроятной оцѣнки, согласуется съ этимъ среднимъ результатомъ.

¹⁾ E. Bornass. Bericht über die relativen Messungen der Schwerkraft mit Pendelapparaten in der Zeit von 1808 bis 1909 und über ihre Darstellung im Potsdamer Schwere-system. Въ Verhandlungen der vom 21 bis 29 September 1909 in London und Cambridge abgehaltenen sechszehnten allgemeinen Konferenz der Internationalen Erdmessung. Berlin. 1911, S. 25.

В. А. Бородовский.

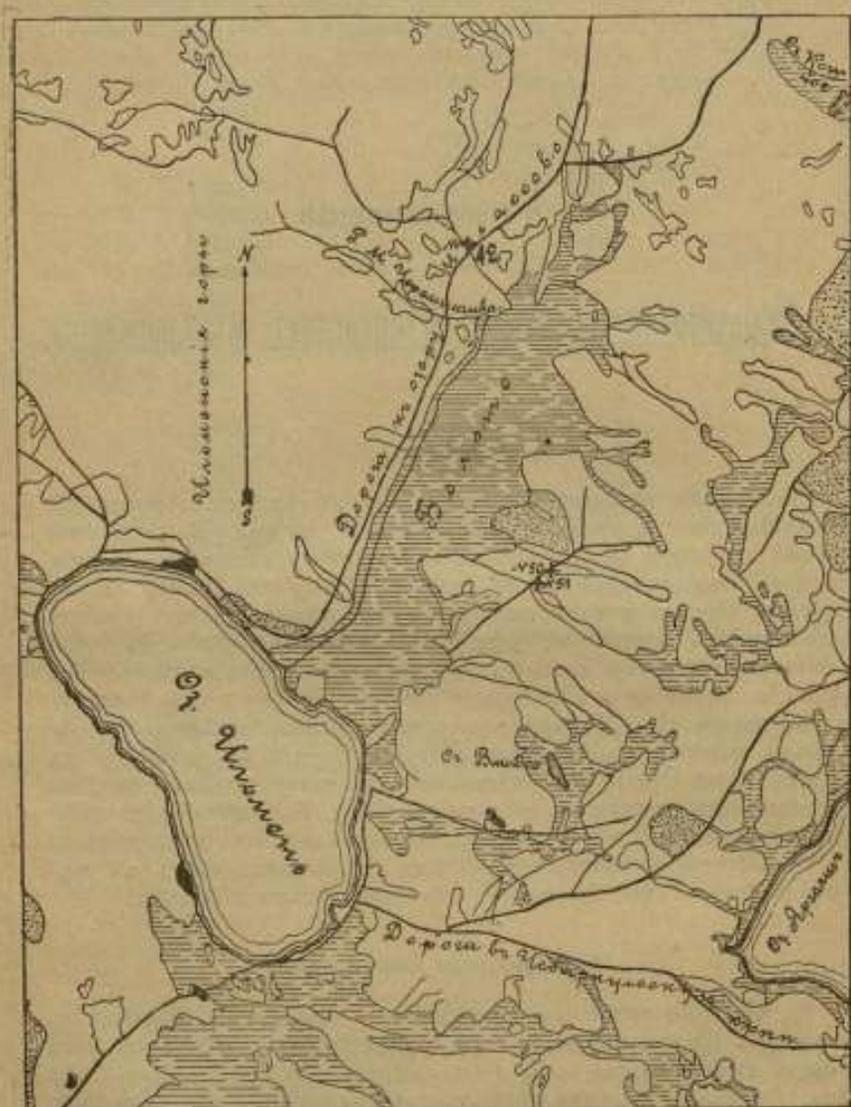
2. Радиоактивные минералы Ильменских месторождений.

Вступленіе.

Исследование радиоактивных минералов из русских месторождений несомненно является очередной задачей нашего времени. В специальной научной литературе по радиоактивным веществам недостает указаний, главным образом, относительно минералов Российской Империи. Кроме глубокого научного интереса, связанного с изучением различных свойств радиоактивных минералов, подобная исследования имеют на себе громадное практическое значение. Радиоактивные препараты стоят очень дорого, и применение их в терапии находится в прямой зависимости от существующих цен. Указание на новые источники выработки наиболее важных препаратов, например: радия, мезотория и др. повело бы к созданию новой отрасли промышленности и, несомненно, понизило бы цены радиоактивных препаратов на мировом рынке. Исследования радиоактивных минералов русских месторождений откроют нам глаза на те неисчислимыя богатства, которые пока еще спокойно лежат в горных хребтах Урала, Забайкалья, Ферганской области и Кавказа.

Месторождения минералов.

В настоящей статье мы ограничиваемся описанием радиоактивных минералов Ильменских месторождений. Образцы этих минералов были собраны мною лично, во время моего пребывания на Урале, летом 1912 года. Пользуясь указаниями местных людей, я посетил некоторые копи, выбрал оттуда наилучшие образцы интересующих меня минералов и грубо, помощью своих дорожных инструментов, определял степень активности этих образцов. Более детальное исследование минералов произведено уже потому, в химической лаборатории Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ. Незажанную услугу в подборѣ болѣе значительных количествъ радиоактивных минералов изъ разныхъ копей Ильменскихъ горъ



- Дороги
- ▨ Болота
- ▨ известняк расклев
- ▨ известняк р.

Топографическая карта Изменских минеральных
костей.

оказал г. Кулик; пользуюсь приятным случаем выразить ему мою благодарность.

Из образцов минералов, доставленных в мое распоряжение, необходимо указать на: эпидиты, самарскиты, монациты, малаконты и цирконы. Указанные минералы собраны из различных копей Ильменских гор, расположенных на востоке от них. На прилагаемой карте дано местонахождение этих копей. Крестиками указаны те копи, где были собраны минералы; при каждом крестике указан № копи по карте М. П. Мельникова. Топографическая карта Ильменских минеральных копей Мельникова составлена еще в 1880 году (Горный Журнал 1882 г., том I); здесь даны снимок небольшого участка этой карты, заключающего в себе те копи, откуда были добыты исследуемые радиоактивные минералы.

Удельные веса минералов.

Определение удельных весов радиоактивных минералов произведено двояко: во-первых, по методу гидростатического взвешивания и, во-вторых, с помощью пикнометра. Так как радиоактивные минералы заключают в себя уран или торий в состоянии равновесия с продуктами их распада, то ясно, что в минералах должно находиться значительное количество газов. Одна часть этих газов приходится на долю эмалацин радия и тория, другая, еще большая часть — на долю гелия, образующегося в минералах из α -частиц α -излучающих радиоэлементов. Кроме того, в порах минерала присутствуют следы обыкновенного атмосферного воздуха. Поэтому, при определении удельного веса радиоактивных минералов обращено особое внимание на удаление окклюзированных в минералах газов. Взвешенное количество минерала в виде небольших зерен вносилось в колбу (при гидростатическом определении) или пикнометр; потом на минерал наливалась вода и в течение 10—15 минут с помощью масляного насоса выкачивался воздух. Вообще говоря, при выкачивании воздуха всегда замечалось выделение газовых пузырьков из минералов. В некоторых случаях это выделение было обильным и продолжительным. Так, у самарскита, у монацита газовые пузырьки выделялись обильнее, чем у других минералов; по всей вероятности эти газовые пузырьки принадлежат гелию, потому что, как будет показано ниже, в этих именно минералах заключается наибольший процент урана и тория. После того как пузырьки газа перестали выделяться, в пикнометр (колбу) доливалась вода, не содержащая в себе растворенного воздуха, и туда же вносился термометр; по истечении 10—15 минут отмечалась температура воды в пикнометре, и потом, при соблюдении обычных предосторожностей, производилось взвешивание минерала, находившегося в воде. Во многих случаях определение удельного веса минерала производилось несколько раз по одному и тому же способу. Из этих повторных определений выяснилось, что точность определений удельного веса какого-нибудь минерала для одной и той же температуры лежит в пределах третьего десятичного знака. Величины удельного веса какого-нибудь минерала,

определенныя по двумъ способамъ, не всегда совпадаютъ. Съ одной стороны это объясняется тѣмъ, что температура воды при гидростатическомъ опредѣленіи на 2° — 3° ниже той, которая отмѣчалась въ пикнометрѣ. Съ другой стороны, трудно подыскать такіа зерна минерала, которыя были бы совершенно лишены примѣсей горныхъ породъ, сопутствующихъ минераламъ. Въ виду такой неоднородности матеріала величины удѣльнаго вѣса, определенныя двумя способами, будутъ различны. Какъ видно изъ прилагаемой ниже таблицы, разница въ величинѣ удѣльнаго вѣса, полученнаго для одного и того же минерала двумя самостоятельными методами, простирается только на вторую десятичную цифру. Въ научной литературѣ для тѣхъ же самыхъ радиоактивныхъ минераловъ, которые здѣсь разсматриваются, приводятся удѣльные вѣса съ точностью только перваго десятичнаго знака; наши опредѣленія величины удѣльнаго вѣса лежатъ въ предѣлахъ величинъ, указываемыхъ въ литературѣ,—и это обстоятельство само по себѣ служитъ ручательствомъ того, что мы имѣемъ дѣло съ тѣми минералами, которые уже были отчасти изслѣдованы съ физической и химической стороны другими авторами.

Въ таблицѣ I сведены результаты опредѣленій величины удѣльнаго вѣса радиоактивныхъ минераловъ. Въ столбцѣ 1-омъ указаны названія минераловъ; во 2-омъ—приведены ихъ мѣсторожденія, въ 3-емъ столбцѣ даны удѣльные вѣса по методу гидростатическаго взвѣшивания и по способу пикнометра. Всѣ величины удѣльныхъ вѣсовъ отнесены къ плотности воды при 4° . Стоящія при удѣльныхъ вѣсахъ цифры въ скобкахъ указываютъ температуру воды (минерала) въ моментъ взвѣшивания. Наконецъ 4-ый столбецъ даетъ величины удѣльныхъ вѣсовъ тѣхъ же самыхъ минераловъ по литературнымъ указаніямъ другихъ авторовъ. Эти литературныя указанія заимствованы изъ учебника „Описательной Минералогіи“ Лебедева (С.-Петербургъ, 1907 года). Данныя литературныхъ указаній не относятся къ минераламъ опредѣленныхъ мѣсторожденій; только для минерала № 3 предѣлы величины удѣльнаго вѣса 4,9—5,25 относятся исключительно къ самарскитамъ Ильменскихъ мѣсторожденій. Общій выводъ изъ сравненій удѣльныхъ вѣсовъ (таблица I) тотъ, что найденные нами удѣльные вѣса минераловъ въ большинствѣ случаевъ лежатъ въ предѣлахъ величинъ, указанныхъ въ литературѣ; исключеніе составляютъ эшниты (два образца) и самарскиты. Впрочемъ, присутствіе сопровождающихъ горныхъ породъ повліяло величину удѣльнаго вѣса названныхъ минераловъ. При сравненіи обоихъ образцовъ эшнитовъ, взятыхъ изъ разныхъ копей, бросается въ глаза значительная разница удѣльнаго вѣса у того и другого. И по вышнему виду уже замѣтно, что эшнитъ (№ 1), взятый изъ копи „за Долгими мостами“, имѣетъ буроватый цвѣтъ; а эшнитъ (№ 2), взятый изъ копи „Гора съ эшнитамъ“, обладаетъ почти чернымъ цвѣтомъ. Что касается другихъ свойствъ обоихъ образцовъ эшнитовъ, то разница также существуетъ, хотя не очень замѣтна.

ТАБЛИЦА I.

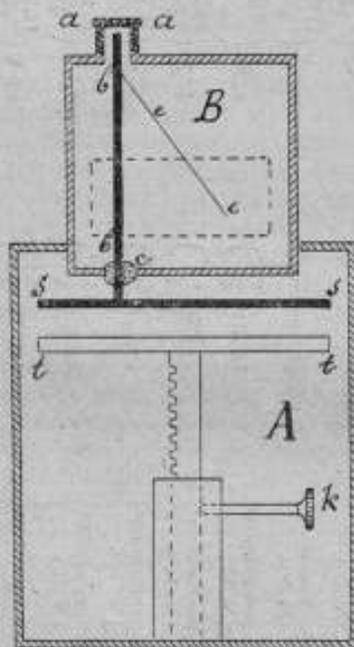
Удельные веса минералов.

№	I. Название.	2. Месторождение.	3. Удельные веса $\frac{1^\circ}{4^\circ}$.		4. Удельные веса, указанные в литературе.
			Гидростатическое определение.	Способ пикнометра.	
1.	Эшлинг I.	„За Долгия востан“.	4,485 $\left(\frac{14,5^\circ}{4^\circ}\right)$	4,479 $\left(\frac{16,6^\circ}{4^\circ}\right)$	5,06—5,23
2.	Эшлинг II.	„Гора съ эшлингитом“ (№ 51).	4,862 $\left(\frac{14,6^\circ}{4^\circ}\right)$	4,871 $\left(\frac{17^\circ}{4^\circ}\right)$	
3.	Сажарскитъ.	„Блюмовская копъ“ (№ 50).	—	5,027 $\left(\frac{17^\circ}{4^\circ}\right)$	5,61—5,76
4.	Монцитъ.	„Блюмовская копъ“ (№ 50).	—	4,992 $\left(\frac{16,7^\circ}{4^\circ}\right)$	
5.	Малаконъ.	„Блюмовская копъ“ (№ 50).	—	4,017 $\left(\frac{17,9^\circ}{4^\circ}\right)$	4,9—5,25
6.	Пирохлоръ.	„За Черемшанкой“ (№ 12').	4,273 $\left(\frac{14,3^\circ}{4^\circ}\right)$	4,286 $\left(\frac{16,3^\circ}{4^\circ}\right)$	
7.	Цирконъ I.	„За Черемшанкой“ (№ 12').	4,568 $\left(\frac{14,2^\circ}{4^\circ}\right)$	4,579 $\left(\frac{16,7^\circ}{4^\circ}\right)$	3,9—4,1
8.	Цирконъ II.	„За Черемшанкой“ (№ 12).	4,550 $\left(\frac{14,3^\circ}{4^\circ}\right)$	4,577 $\left(\frac{16,7^\circ}{4^\circ}\right)$	
9.	Цирконъ III.	„За Черемшанкой“ (№ 12).	4,601 $\left(\frac{14,3^\circ}{4^\circ}\right)$	4,531 $\left(\frac{16,3^\circ}{4^\circ}\right)$	4,18—4,37
10.	Цирконъ IV.	?	4,620 $\left(\frac{14,4^\circ}{4^\circ}\right)$	4,620 $\left(\frac{15,3^\circ}{4^\circ}\right)$	

последъ прокаливанія:

Активность минераловъ.

Определение величины активности минераловъ производилось въ альфа-электроскопѣ. На рисунокѣ даво устройство этого электроскопа: онъ состоитъ изъ двухъ металлическихъ камеръ: *A* и *B*; въ нижней камерѣ *A* происходитъ ионизация воздуха подъ влияніемъ лучей радиоактивныхъ тѣлъ, а въ верхней камерѣ *B* происходитъ свяданіе листочка *ee*, — и по скорости этого свяданія определяется степень активности минерала. Въ началѣ опыта въ верхней камерѣ *B* снимается металлическій колпачекъ *aa*; къ верхушкѣ стержня *bb* подносится заряженную эбонитовую палочку (или расческу); весь зарядъ сообщается



одновременно стержню *bb*, листочку *ee* и металлической пластинкѣ *SS*; стержень *bb* прочно соединенъ съ пластинкой *SS* и при помощи сѣры *c* изолированъ совершенно отъ металлическихъ стѣнокъ верхней камеры *B*. При помощи микроскопа (десятикратнаго увеличенія), не показаннаго на рисунокѣ, можно легко определить положеніе листочка *ee* на известномъ дѣленіи (дѣленія навесены на самомъ окулярѣ микроскопа); движенія листочка можно наблюдать черезъ стеклянное окно, обозначенное на рисунокѣ пунктиромъ. Обыкновенно берется около 60 дѣленій скалы микроскопа, пробѣгаемыхъ листочкомъ во время ионизации газомъ подъ влияніемъ лучей радиоактивныхъ веществъ. Время определяется съ точностью минутъ, если вещества по своей активности очень слабы, или же до долей секундъ (на секундомѣрѣ), если вещества очень активны. Отношеніе числа

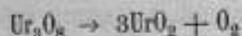
дѣленій скалы микроскопа къ числу секундъ, въ теченіе которыхъ эти дѣленія пройдены, представляетъ собою величину активности изслѣдуемаго вещества. Это отношеніе указываетъ, сколько дѣленій скалы проходитъ листочекъ электроскопа въ теченіе одной секунды подъ влияніемъ лучей, испускаемыхъ даннымъ препаратомъ. Самый препаратъ помещается на столикѣ *tt*, въ известномъ разстояніи отъ верхней металлической пластинки *SS*. Это разстояніе можно уменьшать или увеличивать при помощи кремальерки *k*. Обычно берется разстояніе около одного сантиметра между *SS* и *tt* для того, чтобы слабые едва проникающіе α -частицы не поглощались слоемъ воздуха, лежащимъ между *SS* и *tt*. Само собой понятно, что ионизация воздуха происходитъ подъ влияніемъ всѣхъ трехъ родовъ лучей: α , β и γ . Однакожъ наибольшее количество ионовъ воздуха производится прежде всего α -лучами; известно, что въ семействѣ радія 99%

энергии, выделяемой радием, принадлежит этим лучам; на долю же β - и γ -лучей остается только 1%. Следовательно сравнение активностей двух препаратов в α -электроскоп есть, в сущности, сравнение энергии α -лучей, выделяемых этими препаратами.

Для точного знания величины активности препарата необходимо внести поправку на „естественную утечку“ самого электроскопа. Заряженный электроскоп в течение некоторого времени (два, три дня) теряет свой заряд. При измерении слабо-активных веществ поправка на „естественную утечку“ составляет несколько процентов.

Закись-окись урана (U_3O_8), как основная мера активности.

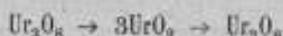
Приготовление чистого препарата закись-оксида урана представляет собою одну из весьма важных и сложных задач при исследовании активности минералов. Продажная соль азотнокислого уранила ($UO_2(NO_3)_2$) служила исходным материалом для выработки чистого соединения U_3O_8 . В раствор этой соли прибавляется несколько капель $BaCl_2$ и затем осаждают H_2SO_4 , весь Ba в виде $BaSO_4$; возможные примеси ничтожных следов радия одновременно осаждаются вместе с феррокислым барием. Фильтрат выпаривается до-суха и извлекается безводным эфиром. Азотнокислая соль уранила $UO_2(NO_3)_2$ растворима в эфире, все другие возможные примеси остаются в осадке. Эфирный раствор азотнокислого уранила выпаривается до-суха; остаток растворяется в воде и два—три перекристаллизовывается. Полученная таким образом чистая соль азотнокислого урана разлагается затем в платиновой чашке продолжительным нагреванием до высокой температуры при доступе воздуха. В начале нагревания соль испучивается, так как из нее обильно выделяется кристаллизационная вода (нагревание ведется осторожно на слабом пламени); затем жар постепенно усиливается, и тогда улетучиваются элементы азотной кислоты в виде бурных окислов азота. В конце концов накаливание ведется на дутье, при полном доступе воздуха, и тогда остаток уранила UO_2 переходит в U_3O_8 . Чтобы быть уверенным в том, что полученное соединение закись-оксида урана представляется, действительно, химически чистым, был сделан следующий контрольный опыт. Точно взвешенное количество U_3O_8 при долгом накаливании было восстановлено в струе чистого водорода до соединения UO_2 ; полученное соединение уранила после медленного охлаждения в струе сухого водорода было взвешено, и оказалось, что убыль кислорода как раз отвечает соотношению:



с точностью до 0,3%; столь малая разница, впрочем всего, объясняется всасыванием влаги сухим порошком в течение взвешивания. Для большей убедительности полученное зеленое соединение уранила в тех же самых условиях опыта снова переведено в закись-окись урана при долгом накаливании в струе воздуха; результаты взвешивания строго соответствуют соотношению:



количество взятого вещества послѣ ряда превращеній:



осталось безъ измѣненія; это и является надежнымъ ручательствомъ того, что полученное соединеніе закись-оксида урана представляется химически чистымъ и потому можетъ служить мѣрою для сравненія активностей другихъ веществъ.

Методы сравненія активности.

Для измѣренія активности минераловъ были приготовлены металлическіе диски съ плоскимъ, круглымъ углубленіемъ въ серединѣ. Діаметръ углубленія въ разныхъ дискахъ колебался отъ 1 до 3 сантиметровъ. Это углубленіе сплошь наполнялось тонко-измельченнымъ, хорошо высушеннымъ порошкомъ минерала, въ уровень съ верхними краями диска. Избытокъ порошка съ боковыхъ краевъ диска удалался сначала широкимъ ножомъ, лезвіе котораго держится прямо перпендикулярно къ поверхности диска, а затѣмъ мелкая, оставшаяся на краяхъ диска пыль тщательно вытиралась льняной тканью. Такимъ образомъ можно было быть увѣреннымъ, что поверхность излученія какъ разъ равна поверхности того углубленія, гдѣ находится активное вещество. Такъ приготовленный дискъ вдевался въ α -электроскопъ, и затѣмъ обычнымъ способомъ опредѣлялось свяданіе листочка заряженного электроскопа подъ вліяніемъ лучей испытуемого вещества. Для каждаго минерала брались пять, шесть отчетовъ времени (по секундомѣру), необходимого для свяданія листочка между одними и тѣми же дѣленіями шкалы (между 20 и 80). Изъ этихъ 5—6 отчетовъ выводится среднее; разница отдельныхъ отчетовъ не превышаетъ десятыхъ долей процента.

Такъ какъ активность вещества прямо пропорціональна излучающей поверхности, то очевидно, что въ тѣхъ случаяхъ, гдѣ взяты были диски съ углубленіями различныхъ діаметровъ, величина активности, послѣ измѣренія, приведена къ такой поверхности, которая была у основного вещества— U_3O_8 въ тѣхъ же самыхъ условіяхъ опыта.

Активность основного вещества U_3O_8 принята за единицу; слѣдовательно, активности другихъ веществъ представляютъ собою величины относительныя: величина активности какого-нибудь минерала показываетъ, во сколько разъ эта активность больше или меньше активности основного вещества U_3O_8 , при равныхъ излучающихъ поверхностяхъ, и при одинаковыхъ условіяхъ опыта.

Ниже въ таблицѣ II сведены результаты опредѣленій величины активности изслѣдованныхъ минераловъ. Величина активности закись-оксида урана U_3O_8 принята условно за 100. Всѣ величины активности отнесены къ равнымъ излучающимъ поверхностямъ активного вещества; въ приведенныхъ величинахъ активности внесены поправки на „естественную утечку“ электроскопа.

Т А Б Л И Ц А II.

Активность минераловъ.

Название минераловъ.	Копь.	Активность.
Эшнитъ I.	„За Долгими мостами“.	10.72
Эшнитъ II.	„Гора съ эшнитами“.	12.37
Самарскитъ.	„Влюмовская копь“.	34.33
Монацитъ.		45.68
Малаконъ.		33.27
Пироклоръ.	„За Черемшавкой“	7.13
Цирконъ I.		0.53
Цирконъ II.		0.15
Цирконъ III.		0.19
Малаконъ.	„Изъ Рожкова ключа“.	34.14
U_2O_8 .		100.00

Изъ таблицы видно, что одинаковые минералы, взятые даже изъ разныхъ копей, обладают одинаковой степенью активности; такъ, активности двухъ образцовъ эшнита I и II очень близки между собою; далѣе два образца малакона изъ „Влюмовской копи“ и изъ копи „Рожковъ ключъ“ (на нашей картѣ копь „Рожкова ключа“ не обозначена, — она лежитъ съ-верѣе „Черемшавскихъ“ копей; по картѣ Мельникова № 17) обладают точно также близкими величинами. Обращаетъ на себя вниманіе значительная активность монацита, самарскита и очень малая величина активности у цирконовъ изъ разныхъ копей.

Всѣ эти данныя активностей у разныхъ минераловъ воисхѣдствіи подтвердились химическимъ анализомъ: тамъ, гдѣ содержится много урана или торія, величина активности соответственно возрастаетъ; активность цирконовъ зависитъ отъ незначительныхъ примѣсей радиоактивныхъ веществъ, въ соосѣдствіи съ которыми они находятся.

Химическій составъ минераловъ.

Изучаемые минералы Ильменскихъ мѣсторождений въ большинствѣ случаевъ принадлежатъ къ такимъ, которые содержатъ въ себѣ рѣдкія земли. Такъ, эшнитъ представляетъ собою сложный минералъ — церо-итро-титанатъ; самарскитъ принадлежитъ къ церо-итро-тантало-ніобатамъ; пироклоръ — къ ніобатамъ; монацитъ представляетъ собою фосфорнокислыя соединения рѣдкихъ земель съ примѣсью торія. Что касается цирконовъ, то они относятся къ цирконо-силикатамъ; малаконъ — выѣтрившійся цирконо-силикатъ. Точный химическій анализъ этихъ минераловъ очень труденъ, т. к. одновременное присутствіе въ минералѣ рѣдкихъ земель создаетъ значительныя осложненія для ихъ полнаго раздѣленія; раздѣленіе ніобія и тантала составляетъ и до настоящаго времени такую задачу въ аналитической химіи, которую нельзя еще признать удовлетворительно рѣшенной. Съ увѣренностью можно сказать, что

точный химический анализ некоторых минералов потребовал бы нескольких месяцев работы от самого упорного исследователя. Мы сделали точный анализ двух образцов эпинита; каждый анализ потребовал времени около полутора месяца самого упорного труда. И не смотря на это, процентное содержание отдельных составных частей минерала еще не может быть дано с большой степенью точности,—для этого потребовалось несколько дополнительных определений. Идя в виду то обстоятельство, что активность минералов обуславливается присутствием в них наиболее распространенных радиоэлементов—урана и тория, мы поставили своей прямой задачей точно определить процентное содержание только этих именно радиоэлементов.

Уран, содержащийся в минералах, определялся самыми разнообразными способами, в зависимости от его относительного количества. В тех случаях, где уран мог быть выделен в весомых количествах, употреблялись обычные способы аналитической химии—осаждения урана в виде уранатов аммония или натрия; в тех случаях, где содержание урана не превосходит долей процента, пришлось пользоваться колориметрическим методом для определения урана. Этот метод указав английским химиком Вреарли (the analytical chemistry of uranium, London, 1903) и состоит в следующем. В щелочной раствор, в котором подозревают присутствие следов урана, прибавляют небольшое количество перекиси натрия,—тогда получается в толстом слое раствора желтое окрашивание различной интенсивности; это окрашивание можно сравнивать с заранее приготовленными растворами точно определенной концентрации. Присутствие следов железа вредит точности определений,—на это уже указал Вреарли. Поэтому особая забота должна быть направлена к полному осаждению солей железа, что, конечно, удается вполне хорошо после обработки сернистым аммонием. Мы заметили, что присутствие церия также вредит точности определений урана колориметрическим путем. Посредством многократных осадений церия щавелевой кислотой, удается совершенно освободиться от следов церия и точно установить содержание урана. Описание отдельных анализов для определения урана заняло бы очень много места, и потому мы ограничиваемся лишь кратким перечислением способов, которыми пользовались в течение нашего исследования.

Уран определялся или: 1) весомым путем—в виде ураната аммония— $(\text{NH}_4)_2\text{U}_2\text{O}_7$ (после прокаливания— U_3O_8), в виде ураната натрия $\text{Na}_2\text{U}_2\text{O}_7$; или 2) объемным методом—осаждением урановых солей в присутствии уксуснокислого аммония в виде соединения $\text{UO}_2\text{NH}_4\text{PO}_4$; раствор для титрования— K_2FeO_4 , а индикатором служила железосинеродистая соль калия (K_3FeCy_6).

Для выделения урановых солей из смеси с другими очень подходящей реакцией является растворимость азотно-кислого урана в эфире. При помощи эфирных вытяжек из азотнокислых солей можно выделить незначительные следы урана (необходимо избегать солей железа и церия, которые, повидному, в очень малых количествах так же растворяются в эфире); после такого выделения раствор эфира выпаривается, а остатки урановых солей исследовались колориметрически.

Что касается тория, то осаждение его производилось или: 1) щавелевой

кислотой, или 2) сфрыкислымъ калиемъ, или 3) сфрыоватисто-кислымъ натріемъ (при кипяченіи). Послѣ надлежащей очистки солей торія отъ примѣсей другихъ солей, весь торій осаждался перекисью водорода въ нейтральномъ растворѣ въ присутствіи азотнокислаго аммонія. Одновременное содержаніе въ минералѣ церія или цирконія вмѣстѣ съ торіемъ (это въ большинствѣ случаевъ такъ и бывало) очень осложняетъ осажденіе торія. Послѣ многократныхъ повторныхъ осажденій удавалось отдѣлить весь торій и опредѣлить его содержаніе въ минералѣ.

Въ таблицѣ III сведены результаты многихъ опредѣленій относительно процентнаго содержанія урана и торія въ минералахъ; содержаніе урана рассчитано на соединеніе U_3O_8 , и содержаніе торія — въ видѣ ThO_2 .

Т А Б Л И Ц А III.

Содержаніе U и Th въ минералахъ.

1. Минералы.	2. $U_3O_8\%$.	3. $ThO_2\%$.	4. J.	5.
				$U_3O_8+ThO_2$.
Эшвинитъ I.	0.37	5.96	10.72	1.69
Эшвинитъ II.	0.34	6.95	12.37	1.69
Самарскитъ.	18.81	2.67	34.33	1.60
Мованитъ.	1.41	23.70	45.68	1.80
Малаконъ.	3.28	16.29	33.27	1.70
Пирохлоръ.	0.80	3.42	7.13	1.69

Въ таблицѣ указаны также относительныя величины активностей минераловъ (4 столбецъ).

Такъ какъ активность урана и торія приблизительно того-же самаго порядка, то ясно, что величина активности будетъ пропорціональна содержанію урана и торія въ минералѣ. Это на самомъ дѣлѣ такъ и есть: въ столбцѣ 5 той же таблицы отношеніе величины активности J къ общей суммѣ урана и торія, содержащихся въ минералѣ, представляетъ собою величину постоянную.

Для выдѣленія наиболее важныхъ радиоэлементовъ (урана, торія, радія и мезоторія) необходимы такіе минералы, которые бы содержали въ себѣ или только уранъ или только торій, — одновременное присутствіе того и другого съ продуктами ихъ распада является однимъ изъ самыхъ неблагоприятныхъ условий для полученія радія или мезоторія въ химически чистомъ видѣ: мезоторій и радій по своимъ химическимъ реакціямъ вполне тождественны другъ другу; и если необходимо выдѣлить химически чистый мезоторій, минералъ не долженъ содержать урана совсѣмъ, или же, въ крайнемъ случаѣ, допустима незначительныя слѣды. Изъ таблицы III видно, что всѣ минералы содержатъ въ себѣ одновременно и уранъ и торій. Сравнительно богатый по своему содержанію урана самарскитъ не пригоденъ однако же для выдѣленія радія, такъ какъ количество торія въ немъ достигаетъ почти 3 %, и, слѣдовательно, выработанный изъ самарскита

радий будет в себя содержать еще и мезоторий. Что касается эшнитовъ, то содержание въ нихъ урана очень ничтожно, а потому они могутъ быть пригодны къ выдѣленію очень важнаго въ настоящее время радиоэлемента — мезоторія. Съ этой стороны разработка эшнитовыхъ копей приобретаетъ особенный интересъ въ виду возрастающаго технического значенія радиоэлемента мезоторія, который во многихъ отношеніяхъ по своей активности замѣняетъ собой радій.

Июнь 1913 г.

Анализъ Ферганской радиоактивной руды *).

Кромѣ вышеописаннаго изслѣдованія радиоактивныхъ минераловъ Ильменскихъ мѣсторожденій, В. А. Бородовскимъ произведенъ былъ въ 1912 году радиологическій и химическій анализъ Ферганской руды. Для этой цѣли въ распоряженіе автора было предоставлено г. Палашковскимъ 5 килограммовъ остатковъ названной руды. Если принять активность U_3O_8 за 1,0, то активность изслѣдованныхъ В. А. Бородовскимъ рудъ выражается: Ферганской руды — 0,27; отбросовъ — 0,33. Активность же извѣстной Юхимстальской руды по указанной шкалѣ выразится числомъ 6,0.

Химическій анализъ руды далъ слѣдующія цифры: H_2O — 13,14%; SiO_2 — 16,97%; Al_2O_3 — 9,00%; Fe_2O_3 — 10,89%; $BaSO_4$ — 30,67%; CaO — 4,31%; Bi_2O_3 — 1,28%; $PbSO_4$ — 0,32%; Cl — 5,30%; As_2O_5 — 1,22%; SnO_2 — 2,00%; CuO — 3,50%; V_2O_5 — 2,00%.

Изъ 600 грам. взятой для анализа руды В. А. Бородовскій получилъ, путемъ послѣдовательнаго отдѣленія радиоактивныхъ соединений, соль Bi , активность которой (вслѣдствіе присутствія полонія) превышала въ 31,2 раза активность U_3O_8 ; изъ килограмма руды, слѣд., получается количество соли, активность коей была бы въ 52 раза больше активности U_3O_8 . Исходя изъ положенія, что относительное количество радиоактивныхъ элементовъ въ минералахъ, по расчету на 1 граммъ урана, равно: для полонія — $6,8 \cdot 10^{-11}$ грам., для радія — $3,4 \cdot 10^{-7}$ грам., В. А. Бородовскій вычислилъ, что въ килограммѣ Ферганской руды должно заключаться:

$$52 \times 6,8 \times 10^{-11} = 3,54 \cdot 10^{-9} \text{ грам. полонія;}$$

$$52 \times 3,4 \times 10^{-7} = 1,77 \cdot 10^{-5} \text{ грам. радія.}$$

Изъ тонны руды можетъ быть, слѣд., получено $1,77 \cdot 10^{-2}$ грам. == 0,0177 гр., т. е. около 20 миллиграммовъ радія.

*) Изъ доклада В. А. Бородовскаго, слѣзаннаго въ Главной палатѣ мѣръ и вѣсовъ 19 мая 1912 г.

А. Н. Георгиевский.

3. Калибровка капилляровъ.

Настоящая статья представляет собой изложение применяемых въ Главной Палатѣ мѣръ и вѣсовъ методовъ калибровки стеклянныхъ трубокъ для эталонныхъ сопротивленій, точныхъ термометровъ и вообще разнаго рода капилляровъ. Что касается до математической стороны теоріи калибровки, то она относится къ калибровкамъ не только капилляровъ, но и масштабовъ, микрометрическихъ винтовъ, реохордовъ и т. под. съ тѣмъ единственнымъ ограниченіемъ, что къ калибровкамъ, въ которыхъ поправки не представляютъ собой непрерывной функціи отъ дѣленій (напр. масштабы), неприменимо второе приближеніе и интерполированіе. Различные методы калибровки изложены въ порядкѣ степени точности даваемыхъ ими результатовъ. Каждый изъ нихъ былъ предметомъ практическаго изученія во время моей командировки въ 1909 году въ Международное Бюро мѣръ и вѣсовъ, печатными трудами котораго я главнымъ образомъ и пользовался при составленіи статьи.

Изъ существующихъ въ настоящее время на русскомъ языкѣ описаній калибровокъ наиболее полнымъ является вышедшее 10 лѣтъ тому назадъ „Описаніе методовъ калиброванія Неймана, Тизева и Гильома“ г-жи Терриердёръ съ предисловіемъ къ нему Guillaume'a. Содержаніе этого очерка касается части моей статьи, и такъ какъ при его составленіи г-жа Терриердёръ пользовалась помимо книги „Traité pratique de la Thermométrie de précision“ Guillaume'a также трудами Международнаго Бюро, то я долженъ прежде всего указать на мое отступленіе отъ принятой въ очеркѣ номенклатуры методовъ. Въ немъ методъ Thiesen'a названъ методомъ Neumann-Thiesen'a, тогда какъ въ дѣйствительности онъ принадлежитъ одному Thiesen'у. Оригинальный же методъ Neumann'a въ очеркѣ не приведенъ, и тѣмъ самымъ осталась невыясненной генетическая связь, существовавшая между послѣднимъ и методомъ перекрестной калибровки Guillaume'a. Thiesen описалъ свой методъ въ 1879 году въ Carl's Repertorium¹⁾, гдѣ имъ сдѣлано указаніе и на методъ Neumann'a, которымъ пользовался

¹⁾ Carl's Repertorium für Experimentalphysik, 15, 1879. S. 285.

Wild еще въ 1868 г. ¹⁾). Перекрестная же калибровка Guillaume'a есть ничто иное, какъ методъ Neumann'a, примѣненный къ двумъ несмежнымъ промежуткамъ шкалы, и поэтому я называю перекрестную калибровку методомъ Neumann-Guillaume'a.

Методъ перекрестной калибровки вообще говоря не даетъ поправки, отнесенныхъ непосредственно къ системѣ главныхъ дѣленій, и для соответствующаго перехода онъ требуетъ добавочныхъ преобразованій. Въ статьѣ приведенъ способъ вычисленія этихъ поправокъ непосредственно въ системѣ главныхъ дѣленій.

При изложеніи метода Benoit-Marek'a указанъ новый болѣе краткій ходъ рѣшенія уравненій.

Въ заключеніе я привожу нѣкоторыя практическія указанія, касающіяся калибровокъ капилляровъ и термометровъ.

Теорія калибровки.

Изученіе кавала капиллярныхъ трубокъ имѣетъ своей задачей или найти равновѣсные объемы (избирательныя трубки всѣхъ родовъ, термометры) или опредѣлить законъ измѣненія площади поперечнаго сѣченія кавала трубки вдоль ея длины. Соответственно этому результаты калибровки могутъ быть выражены или въ видѣ неравномерно нанесенныхъ на шкалѣ ²⁾ дѣленій, расстояние между которыми соответствуетъ опредѣленному объему (бюретки, старинныя французскія термометры), или же въ видѣ поправки на объемъ, прилагаемыхъ къ шкалѣ съ равномерно нанесенными дѣленіями (современныя точныя термометры, трубки эталоновъ сопротивленія). Положимъ, мы имѣемъ стеклянную трубку AB (черт. 1) *переменною* сѣченія со шкалой, состоящей изъ ряда *равноотстоящихъ* дѣленій на самой трубкѣ. Возьмемъ одно изъ нихъ, напр. a за исходное. Емкость кавала трубки между a и другимъ любымъ дѣленіемъ k можетъ быть условно выражена въ дѣленіяхъ шкалы. Для этого слѣдуетъ представить себѣ другую трубку той-же длины, съ той-же шкалой a, b , но *постоянною* сѣченія, объемъ которой между a и b равнялся-бы объему данной трубки между тѣми-же дѣленіями. Тогда нѣкоторый столбикъ ртути, помѣщенный въ каналъ данной трубки такимъ образомъ, чтобы его концы приходились въ точности подъ дѣленіями a и k , будучи мысленно переведенъ во вторую фактивную трубку, занялъ бы въ ней $k + x_k - a$ дѣленій шкалы; x_k мы называемъ *поправкой на калибръ* трубки AB для дѣленія k . Итакъ *поправка на калибръ есть то число дѣленій, которое слѣдуетъ прибавить къ отсчету, чтобы получить действительную емкость части трубки между исходнымъ дѣленіемъ a и даннымъ отсчетомъ, выраженную въ дѣленіяхъ шкалы*. При этомъ поправки для конечныхъ дѣленій a и b равны нулю: действительно, при $k = b, b + x_b - a$ представляетъ собой весь объемъ (выраженный въ дѣленіяхъ шкалы) трубки между a и b , т. е.

$$b + x_b - a = b - a, \text{ откуда } x_b = 0;$$

также и для $a: a + x_a - a = 0$, т. е. $x_a = 0$.

¹⁾ Wild. Ueber die Reform der Schweizerischen Urmaasse. Denkschriften der Schweizerischen naturforschenden Gesellschaft. Zürich, 1868. S. 127.

²⁾ Шкала обыкновенно наносится на самой трубкѣ.

Согласно предположенному определению поправки на калибръ емкости ($v_{m,n}$) части трубки между двумя любыми дѣлениями m и n выражается:

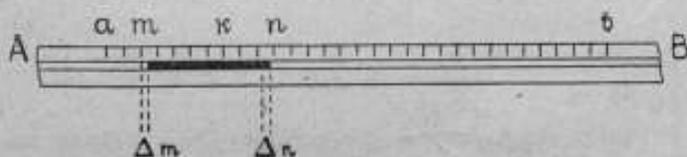
$$v_{m,n} = v[(n + x_n) - (m + x_m)] = v(n - m + x_n - x_m) \dots (1)$$

гдѣ v есть средній объемъ одного дѣленія трубки между a и b , x_m и x_n — поправки на калибръ для дѣлений m и n .

Если имѣется достаточное число наблюдений длины небольшого ртутнаго столбика, вводимаго въ капаль, въ его послѣдовательныхъ положеніяхъ, то возможно найти графически законъ измѣненія сѣченія трубки вдоль ея длины. Пусть при одномъ изъ положеній концы ртутнаго столбика, по которымъ производятся отсчеты, приходятся противъ дѣлений $m + \Delta m$ и $n + \Delta n$ (черт. 1); длина столбика въ дѣленіяхъ шкалы есть $l_{m,n} = n + \Delta n -$

$(m + \Delta m)$. Отношеніе $\frac{1}{l_{m,n}}$ даетъ мѣру среднего сѣченія трубки между $m + \Delta m$ и $n + \Delta n$, и если длина столбика ртути равно какъ и измѣненіе сѣченія трубки вдоль ея длины невелики для того, чтобы можно было часть трубки, занимаемую столбикомъ, считать конусомъ, то $\frac{1}{l_{m,n}}$ представляетъ собой относительную величину площади сѣченія для дѣленія, соответствующаго среднѣму столбика, т. е. для дѣленія $\frac{m + \Delta m + n + \Delta n}{2}$.

Нанося на бумагѣ по горизонтальной оси дѣленія трубки, а по вертикальной оси — соответствующія сѣченія $\frac{1}{l_{m,n}}$ для всѣхъ наблюдаемыхъ положеній



Черт. 1.

столбика, мы получаемъ кривую измѣненія относительнаго сѣченія трубки. Такой способъ применялся Р. Е. Smith'омъ ¹⁾ при его изслѣдованіи трубокъ. Ту-же кривую, однако, можно получить и иначе на основаніи результатовъ калибровки; дѣйствительно, въ силу (1) среднее сѣченіе трубки между m и n (черт. 1) есть

$$\begin{aligned} s_{m,n} &= \frac{v_{m,n}}{\lambda(n-m)} = \frac{v(n-m+x_n-x_m)}{\lambda(n-m)} = \frac{v}{\lambda} + \frac{v(x_n-x_m)}{\lambda(n-m)} = \\ &= s + s \frac{x_n-x_m}{n-m} \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

¹⁾ The National Physical Laboratory. Collected researches. Vol. I, p.p. 158, 159.

где λ —длина одного дѣленія, а s —средняя площадь сѣченія между a и b . Принимая во вниманіе, что калибровка даетъ зависимость между поправками на калибрь и соответствующими дѣленіями трубки, т. е. кривую

$$x = f(k) \dots \dots \dots (3)$$

мы можемъ представить формулу (2) графически. Для этой цѣли дѣлимъ обѣ части равенства (2) на s :

$$\frac{s_{m,n}}{s} = \sigma_{m,n} = 1 + \frac{x_n - x_m}{n - m} \dots \dots \dots (4)$$

(здесь $\sigma_{m,n}$ выражено въ среднемъ сѣченіи s).

Отложимъ по горизонтальной оси (черт. 2) дѣленія трубки, отъ начала O направо, а по вертикальной оси соответствующія поправки на калибрь. Тогда получимъ кривую $aMNb$, выражаемую уравненіемъ (3). Такъ какъ для дѣленій a и b , $x_a = x_b = 0$, то кривая проходитъ черезъ a и b . При безконечномъ приближеніи k къ m въ предѣлахъ согласно (4) имѣемъ для относительнаго сѣченія въ m :

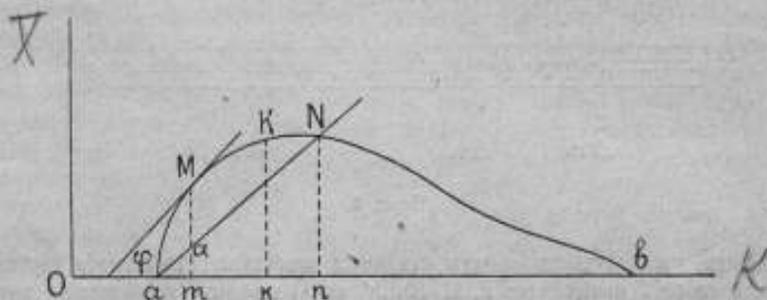
$$\sigma_m = 1 + \left(\frac{\Delta x}{\Delta k} \right)_{k=m} = 1 + f'(k)_{k=m} = 1 + \operatorname{tg} \varphi \dots \dots \dots (5)$$

где φ есть уголъ, образуемый касательной къ кривой въ точкѣ M съ горизонтальной осью. При $x_m = x_n = 0$ (4) даетъ:

$$\sigma_{a,n} = 1 + \frac{x_n}{n-a} = 1 + \operatorname{tg} \alpha \dots \dots \dots (6)$$

α есть уголъ между сѣкущей aN и горизонтальной осью.

Примечаніе. Слѣдуетъ замѣтить, что на черт. 2, также какъ и въ формулахъ (5) и (6) масштабъ для дѣленій и поправокъ долженъ быть

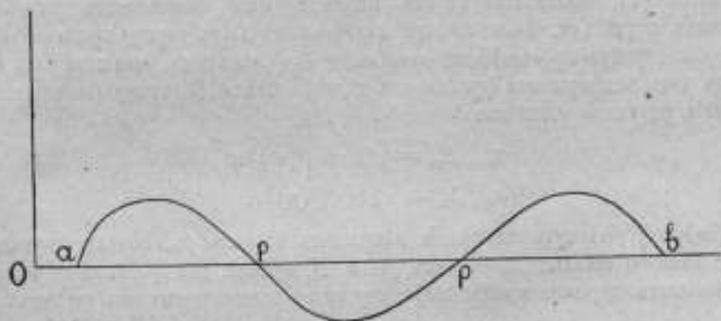


Черт. 2.

общій; сама кривая $f(k)$ отлогая, углы φ и α весьма малы и не достигаютъ 45° ; поэтому (5) и (6) никогда не дадутъ для σ значений близкихъ къ нулю или 2, какъ это можно было-бы заключить съ перваго взгляда. На практикѣ-же для того, чтобы тѣснѣе выразить измѣненіе поправокъ, масштабъ для x нѣсколько увеличиваютъ.

Формула (5) позволяла-бы вычислить величину сѣченія въ любомъ мѣстѣ трубки, если была-бы известна зависимость поправокъ отъ дѣленій

шкалы; но аналитическая зависимость $x = f(k)$ вообще неизвестна, кривая может быть вычерчена только по ряду ее ординатъ $x_0, \dots, x_1, x_2, \dots, x_n$, определяемых калибровкой. Кривая эта позволяет приблизительно судить о ходѣ измѣненія сѣченія трубки. Действительно, тамъ, гдѣ кривая $f(k)$ поднимается, $f'(k) > 0$, слѣдов. и $\sigma_k = 1 + f'(k) > 1$, т. е. сѣченіе трубки больше среднего сѣченія между a и b ; тамъ, гдѣ кривая опускается, $\sigma_k < 1$. Чѣмъ больше абсолютное значеніе $tg\varphi$, тѣмъ больше разниця между сѣченіемъ въ данномъ мѣстѣ и среднимъ (=1) сѣченіемъ трубки. Отрѣзокъ трубки цилиндриченъ, если кривая калибра для этого отрѣзка представляетъ собой часть прямой, такъ какъ тогда $\sigma_k = 1 + f'(k) = \text{const}$, для всѣхъ сѣченій данного отрѣзка. Въ частности тамъ, гдѣ прямая параллельна горизонтальной оси, $\sigma_k = 1$, т. е. трубка цилиндрична, и ее сѣченіе равно среднему сѣченію всей трубки ab . Всякій разъ, когда кривая пересѣкаетъ горизонтальную ось въ некоторой точкѣ p (черт. 3), среднее сѣченіе отрѣзка ap , $\sigma_{ap} = 1 + tg\alpha = 1$. Слѣдовательно, средніе сѣченія для каждаго изъ отрѣзковъ трубки ap , pp , pb равны среднему сѣченію всей трубки ab .



Черт. 3.

Самый процесс калибровки заключается въ сравненіи длинъ ртутнаго столбика, вводимаго въ каналъ трубки или отдѣляемаго отъ общей массы ртути (калибровка готовыхъ термометровъ) при его послѣдовательныхъ опредѣленныхъ положеніяхъ въ трубкѣ. Пусть одна изъ столбиковъ, помѣщенный между дѣленіями m и n ¹⁾ шкалы (черт. 1), занимаетъ не въ точности длину $m - n$ дѣлений; $m + \Delta m$ и $n + \Delta n$ суть отсчеты, сдѣланные по концамъ столбика. (На чертежѣ Δm и $\Delta n > 0$; они могутъ быть и отрицательны).

Изъ соотношенія (1) вытекаетъ

$$n + \Delta n + x_n + \Delta_n - (m + \Delta m + x_m + \Delta_m) = L,$$

гдѣ L есть число дѣлений, которое занималъ-бы данный столбикъ, если-бы при той-же емкости между a и b трубка была строго цилиндрична. Если

¹⁾ m и n принадлежать къ ряду дѣлений, для которыхъ опредѣляются поправки на калибръ.

Δm и Δn настолько малы, что на протяжении этих отрезков поправки на калибр не мѣняются замѣтнымъ образомъ, то съ *первымъ приближеніемъ* можно $x_m + \Delta_m$ и $x_n + \Delta_n$ замѣнить черезъ x_m и x_n ; тогда:

$$n + \Delta n + x_n - (m + \Delta m + x_m) = L$$

Вводи обозначенія

$$L - (n - m) = \lambda \text{ и } \Delta n - \Delta m = a, \text{ получаемъ}$$

$$\lambda + x_m - x_n = a \dots \dots \dots (7)$$

(a есть избытокъ длины столбика надъ длиной $(n - m)$).

Столбикъ ртути при его передвиженіи по трубкѣ будетъ всегда занимать приблизительно $(n - m)$ дѣлений; $(n - m)$ для данного столбика постоянно, а отсюда слѣдуетъ, что и $\lambda = \text{const.}$ для данного столбика. λ есть то число дѣлений шкалы, на которое данный столбикъ отличался бы отъ постоянного для него промежутка $(n - m)$, если-бы трубка, при той-же емкости между a и b , была цилиндрична. Рѣшеніе системы уравненій вида (7), соответствующихъ наблюдаемымъ положеніямъ разныхъ столбиковъ ртути (см. ниже методы калибровки) даетъ первое приближеніе.

Чтобы перейти ко *второму приближенію*, замѣтимъ, что поправка на калибръ есть непрерывная функція отъ дѣлений шкалы. Поэтому для каждаго положенія ртутнаго столбика:

$$x_m + \Delta_m = x_m + f(m)\Delta m$$

$$x_n + \Delta_n = x_n + f'(n)\Delta n$$

$f'(m)$ и $f'(n)$ суть измѣненія поправокъ на калибръ, соответствующія одному дѣленію шкалы, для точекъ M и N кривой, построенной на основаніи данныхъ перваго приближенія; согласно предыдущему мы имѣемъ

$$n + \Delta n + x_n + f'(n)\Delta n - (m + \Delta m + x_m + f'(m)\Delta m) = L$$

и послѣ приведенія

$$\lambda + x_m - x_n = a + f'(n)\Delta n - f'(m)\Delta m = a' \dots \dots (7 \text{ bis}).$$

Рѣшеніе системы уравненій вида (7 bis) приводитъ къ окончательнымъ поправкамъ на калибръ. Обыкновенно при хорошемъ выборѣ трубки достаточно перваго приближенія; второе приближеніе необходимо въ тѣхъ случаяхъ, когда или ходъ кривой поправокъ рѣзокъ ($\text{tg} \phi$ великъ), или λ слишкомъ велико ¹⁾.

Въ дальнѣйшемъ мы будемъ обозначать послѣдовательныя равноотстоящія дѣленія, для которыхъ опредѣляются поправки на калибръ, цифрами 1, 2, 3 n , $n + 1$. Эти дѣленія мы будемъ называть *главными*, разстояніе между каждыми двумя смежными изъ нихъ—*главнымъ промежуткомъ*, а самую калибровку черезъ главные промежутки—*главной калибровкой*, въ отличіе отъ дополнительной калибровки, о которой будетъ рѣчь дальше.

¹⁾ Въ цѣляхъ уменьшенія λ длина вводимого въ каналъ столбика ртути подгоняется по возможности ближе къ промежутку $(m - n)$ дѣлений.

Существуетъ нѣсколько методовъ калибровки, которые различаются между собой какъ способомъ вычисленія поправки, такъ главными образомъ и комбинаціями столбиковъ ртути, вводимыхъ въ трубку. Во всѣхъ этихъ методахъ столбики занимаютъ цѣлое число главных промежутковъ; они помѣщаются всегда такимъ образомъ, чтобы оба ихъ конца приходились подъ двумя главными дѣленіями.

Методъ Gay-Lussac'a ¹⁾.

Въ методѣ Gay-Lussac'a берется одинъ столбикъ, длина котораго приблизительно равна длинѣ главнаго промежутка. Столбикъ помѣщается последовательно въ положенія: 1—2, 2—3, . . . n—(n+1). Каждому изъ положеній соответствуетъ уравненіе вида (7), всѣхъ уравненій n, а неизвестныхъ n+2 ($\lambda_n, x_1, x_2, \dots, x_{n+1}$).

$$\begin{array}{rcl} \lambda_n + x_1 - x_2 = a_1 & x_2 = \lambda_n + x_1 - a_1 \\ \lambda_n + x_2 - x_3 = a_2 & x_3 = \lambda_n + x_2 - a_2 \\ \lambda_n + x_3 - x_4 = a_3 & x_4 = \lambda_n + x_3 - a_3 \\ \dots & \dots \\ \lambda_n + x_{n-1} - x_n = a_{n-1} & x_n = \lambda_n + x_{n-1} - a_{n-1} \\ \lambda_n + x_n - x_{n+1} = a_n & x_{n+1} = \lambda_n + x_n - a_n \end{array}$$

$$n\lambda_n + x_1 - x_{n+1} = \sum_{n=1}^{n-1} a_n = A$$

Последнее уравненіе въ лѣвомъ столбцѣ, полученное суммированіемъ данныхъ уравненій, приводитъ къ:

$$\lambda_n = \frac{A + x_{n+1} - x_1}{n}$$

Чтобы эта система уравненій допускала рѣшеніе, необходимо задать два изъ x-овъ напередъ, напр. x_1 и x_{n+1} . Обыкновенно полагаютъ, что $x_1 = 0$ и $x_{n+1} = 0$; тогда

$$\begin{aligned} \lambda_n &= \frac{A}{n} \\ x_2 &= \frac{A}{n} - a_1 \\ x_3 &= \frac{A}{n} + x_2 - a_2 \end{aligned}$$

¹⁾ Этотъ методъ принадлежитъ собственно Hennert'у (Traité des Thermomètres, 1758, p. 184), но известенъ подъ именемъ метода Gay-Lussac'a. Въ настоящемъ видѣ онъ былъ впервые примененъ Hallström'омъ (Pogg. Ann. Bd. 9, S. 535).

²⁾ Значенъ λ показываетъ число отдѣльныхъ положеній соответствующаго столбика ртути.

$$\begin{aligned}
 x_4 &= \frac{A}{n} + x_3 - a_3 \\
 &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \\
 x_n &= \frac{A}{n} + x_{n-1} - a_{n-1} \\
 x_{n+1} &= \frac{A}{n} + x_n - a_n = 0
 \end{aligned}$$

последнее уравнение удовлетворяется тождественно и служит проверкой вычислений.

Примеръ. Капиллярная открытая съ обоихъ концовъ трубка работы Вандина имѣетъ на протяженіи десятиметра миллиметровыя дѣленія. Главнымъ промежуткомъ выбранъ одинъ сантиметръ. Незавѣстныя суть λ_{10} , x_2 , x_3 , x_9 и x_{10} ; $x_1 = x_{11} = 0$. Сравненіе длины столбика въ 1 см., помещаемаго въ положенія 1—2, 2—3,, 10—11, съ длиной главнаго промежутка дало слѣдующіе результаты (въ микровахъ)

ТАБЛИЦА I.

Дѣленія.	Поправки.
1	$x_1 = 0,0$
2	$x_2 = - 22,4$
3	$x_3 = - 49,8$
4	$x_4 = - 2,2$
5	$x_5 = + 85,4$
6	$x_6 = + 185,0$
7	$x_7 = + 242,6$
8	$x_8 = + 255,2$
9	$x_9 = + 197,8$
10	$x_{10} = + 112,4$
11	$x_{11} = 0,0$

$$\begin{aligned}
 \lambda_{10} + x_1 - x_2 &= + 842 \\
 \lambda_{10} + x_2 - x_3 &= + 847 \\
 \lambda_{10} + x_3 - x_4 &= + 772 \\
 \lambda_{10} + x_4 - x_5 &= + 732 \\
 \lambda_{10} + x_5 - x_6 &= + 720 \\
 \lambda_{10} + x_6 - x_7 &= + 762 \\
 \lambda_{10} + x_7 - x_8 &= + 807 \\
 \lambda_{10} + x_8 - x_9 &= + 877 \\
 \lambda_{10} + x_9 - x_{10} &= + 905 \\
 \lambda_{10} + x_{10} - x_{11} &= + 932 \\
 \hline
 10\lambda_{10} &= + 8196 \\
 \lambda_{10} &= + 819,6
 \end{aligned}$$

Възимо къ методу Gay-Lussac'a стоятъ методъ Hallström'a и его видоизмѣненіе методъ Rudberg'a¹⁾. Оба они при отсутствіи простоты представляютъ нѣкоторыя практическія неудобства, почему и не применяются.

Методъ Neumann'a.

Методъ Gay-Lussac'a наимпростѣйшій. Однако еще Bessel²⁾ показалъ, что последовательное суммированіе правыхъ частей уравненій въ этомъ способѣ оказываетъ вредное вліяніе на результатъ, такъ какъ при этомъ накапливаются отдѣльныя ошибки наблюденій (см. ниже). Кромѣ того въ этомъ методѣ невозможна оцѣнка точности получаемыхъ результатовъ. Для послѣдней цѣли слѣдуетъ увеличивать число уравненій, содер-

¹⁾ Pogg. Ann. Bd. 40, S. 563.

²⁾ Pogg. Ann. Bd. 6, S. 287.

жащихъ поправки для одного и того-же дѣленія, т. е. имѣять длины ртутныхъ столбиковъ, какъ это имѣеть мѣсто напр. въ методѣ Нешманна. Нешманн приложилъ свой методъ къ термометрамъ. Калибровка термометровъ стариннаго вида, безъ верхняго расширения, ограничивала приѣненіе короткихъ столбиковъ среднею и верхнею частями шкалы. Нешманн въ своемъ методѣ пользовался комбинаціей всѣхъ возможныхъ столбиковъ, длины которыхъ содержали-бы цѣлое число разъ главный промежутокъ, но помѣщая ихъ только въ опредѣленныхъ, симметричныхъ относительно середины шкалы положеніяхъ. Именно, только тѣ столбики, длина которыхъ равна половинѣ длины шкалы или больше ея, наблюдаются во всѣхъ ихъ положеніяхъ. Для столбика, который на одинъ главный промежутокъ короче половины шкалы, отбрасываются самое нижнее и самое верхнее положенія. У слѣдующаго столбика, который на два главныхъ промежутка короче половины шкалы, отбрасываются двѣ пары крайнихъ положеній и т. д. Самый короткий столбикъ по длинѣ равный главному промежутку наблюдается въ двухъ положеніяхъ: одинъ разъ, когда его правый край притодится около середины шкалы, другой разъ—лѣвый.

Число всѣхъ столбиковъ въ способѣ Нешманна $n-1$, если n есть четное число главныхъ промежутковъ. Такимъ образомъ получается

$$\frac{n}{2} \left(\frac{n}{2} + 2 \right) - 1 \text{ уравненій съ } 2n \text{ неизвѣстными}$$

$$(\lambda_2, \lambda_3 \dots \lambda_{n-1}, \lambda_n, x_1, x_2 \dots x_n, x_{n+1}) \text{ (см. табл. II).}$$

Для рѣшенія этой системы уравненій поступимъ слѣдующимъ образомъ. Исключимъ всѣ λ посредствомъ вычитанія двухъ смежныхъ уравненій въ каждомъ столбцѣ таблицы II. Получаемъ

$$\frac{n}{2} \left(\frac{n}{2} + 2 \right) - 1 - (n-1) = \frac{n^2}{4} \text{ уравненій съ } n+1 \text{ неизвѣстными}$$

$x_1, x_2, x_3 \dots x_n, x_{n+1}$. Каждое изъ этихъ уравненій имѣеть видъ

$$x_i - x_{i-1} + x_{i-1} - x_i = g_i - g_{i-1} \dots \quad (8)$$

Замѣчая, что $x_i - x_{i-1}$ есть разность двухъ смежныхъ поправокъ одной половины шкалы трубки, а $x_{i-1} - x_i$ — другой ея половины, мы помѣщаемъ всѣ $\frac{n^2}{4}$ уравненій въ таблицу III такимъ образомъ, чтобы въ каждомъ изъ ея столбцовъ находились тѣ изъ уравненій вида (8), въ лѣвыхъ частяхъ которыхъ встрѣчаются соответствующія разности

$$x_2 - x_1, x_3 - x_2, \dots, x_{\frac{n}{2}+1} - x_{\frac{n}{2}}$$

а въ каждой изъ строкъ тѣ изъ нихъ, гдѣ повторяются разности

$$x_n - x_{n+1}, x_{n-1} - x_n, \dots, x_{\frac{n}{2}+1} - x_{\frac{n}{2}+2}$$

Такъ, напр., въ третьемъ столбцѣ и $\left(\frac{n}{2}-1\right)$ -ой строкѣ находится уравненіе

$$x_4 - x_3 + x_{\frac{n}{2}+2} - x_{\frac{n}{2}+3} = p_4 - p_3,$$

полученное изъ таблицы II вычитаніемъ втораго уравненія столбца съ $\lambda_{\frac{n}{2}+2}$ изъ третьяго уравненія того-же столбца.

Т а б л и

$\lambda_n +$	$\lambda_{n-1} +$...	$\lambda_{\frac{n}{2}+2} +$
			$x_2 - x_{\frac{n}{2}+1} = p_2$
			$x_3 - x_{\frac{n}{2}+2} = p_3$
			...
			...
			...
	$x_{\frac{n}{2}-1} - x_{\frac{n}{2}+1} = b_{\frac{n}{2}-1}$...	$x_{\frac{n}{2}-1} - x_{n-2} = p_{\frac{n}{2}-1}$
$x_{\frac{n}{2}} - x_{\frac{n}{2}+1} = a_{\frac{n}{2}}$	$x_{\frac{n}{2}} - x_{\frac{n}{2}+2} = b_{\frac{n}{2}}$...	$x_{\frac{n}{2}} - x_{n-1} = p_{\frac{n}{2}}$
$x_{\frac{n}{2}+1} - x_{\frac{n}{2}+2} = a_{\frac{n}{2}+1}$	$x_{\frac{n}{2}+1} - x_{\frac{n}{2}+3} = b_{\frac{n}{2}+1}$...	$x_{\frac{n}{2}+1} - x_n = p_{\frac{n}{2}+1}$

ц а П.

$\lambda_{\frac{n}{2}+1}$	$\lambda_{\frac{n}{2}}$...	$\lambda_3 +$	$\lambda_2 +$
$x_1 - x_{\frac{n}{2}+1} = q_1$	$x_1 - x_{\frac{n}{2}+2} = r_1$...	$x_1 - x_{n-1} = u_1$	$x_1 - x_n = w_1$
$x_2 - x_{\frac{n}{2}+2} = q_2$	$x_2 - x_{\frac{n}{2}+3} = r_2$...	$x_2 - x_n = u_2$	$x_2 - x_{n-1} = w_2$
$x_3 - x_{\frac{n}{2}+3} = q_3$	$x_3 - x_{\frac{n}{2}+4} = r_3$...	$x_3 - x_{n+1} = u_3$	
$x_{\frac{n}{2}-1} - x_{n-1} = q_{\frac{n}{2}-1}$	$x_{\frac{n}{2}-1} - x_n = r_{\frac{n}{2}-1}$			
$x_{\frac{n}{2}} - x_n = q_{\frac{n}{2}}$	$x_{\frac{n}{2}} - x_{n+1} = r_{\frac{n}{2}}$			
$x_{\frac{n}{2}+1} - x_{n+1} = q_{\frac{n}{2}+1}$				

Т а б л и ц а III.

	$x_2 - x_1$	$x_3 - x_2$	$x_4 - x_3$...	$x_{\frac{n}{2}-1} - x_{\frac{n}{2}-2}$	$x_{\frac{n}{2}} - x_{\frac{n}{2}-1}$
$x_n - x_{n+1}$	$u_2 - u_1$	$u_3 - u_2$	$r_{\frac{n}{2}} - r_{\frac{n}{2}-1}$	
$x_{n-1} - x_n$	$u_2 - u_1$	$r_{\frac{n}{2}-1} - r_{\frac{n}{2}-2}$	$q_{\frac{n}{2}} - q_{\frac{n}{2}-1}$
$x_{n-2} - x_{n-1}$	$q_{\frac{n}{2}-1} - q_{\frac{n}{2}-2}$	$p_{\frac{n}{2}} - p_{\frac{n}{2}-1}$
...	$p_{\frac{n}{2}-1} - p_{\frac{n}{2}-2}$...
$x_{\frac{n}{2}+3} - x_{\frac{n}{2}+4}$...	$r_3 - r_2$	$q_4 - q_3$
$x_{\frac{n}{2}+2} - x_{\frac{n}{2}+3}$	$r_2 - r_1$	$q_3 - q_2$	$p_4 - p_3$
$x_{\frac{n}{2}+1} - x_{\frac{n}{2}+2}$	$q_2 - q_1$	$p_3 - p_2$	$b_{\frac{n}{2}} - b_{\frac{n}{2}-1}$...
S_i	S_1	S_2	S_3	...	$S_{\frac{n}{2}-2}$	$S_{\frac{n}{2}-1}$
$\frac{2}{n} S_i$	$\frac{2}{n} S_1$	$\frac{2}{n} S_2$	$\frac{2}{n} S_3$...	$\frac{2}{n} S_{\frac{n}{2}-2}$	$\frac{2}{n} S_{\frac{n}{2}-1}$
Σ_i	Σ_1	Σ_2	Σ_3	...	$\Sigma_{\frac{n}{2}-2}$	$\Sigma_{\frac{n}{2}-1}$
	$+x_1$	$+x_1$	$+x_1$...	$+x_1$	$+x_1$
	$-\frac{1}{n} \Sigma_{\frac{n}{2}}$	$-\frac{2}{n} \Sigma_{\frac{n}{2}}$	$-\frac{3}{n} \Sigma_{\frac{n}{2}}$...	$-\frac{n-4}{2n} \Sigma_{\frac{n}{2}}$	$-\frac{n-2}{2n} \Sigma_{\frac{n}{2}}$
x_i	x_2	x_3	x_4	...	$x_{\frac{n}{2}-1}$	$x_{\frac{n}{2}}$

$x_{\frac{n}{2}+1} - x_{\frac{n}{2}}$	S_k	$\frac{2}{n} S_i$	Σ_k			x_k
$q_{\frac{n}{2}+1} - q_{\frac{n}{2}}$	S_n	$\frac{2}{n} S_n$	Σ_n	$+x_{n+1}$	$-\frac{1}{n} \Sigma_{\frac{n}{2}+1}$	x_n
$p_{\frac{n}{2}+1} - p_{\frac{n}{2}}$	S_{n-1}	$\frac{2}{n} S_{n-1}$	Σ_{n-1}	$+x_{n+1}$	$-\frac{2}{n} \Sigma_{\frac{n}{2}+1}$	x_{n-1}
...	S_{n-2}	$\frac{2}{n} S_{n-2}$	Σ_{n-2}	$+x_{n+1}$	$-\frac{3}{n} \Sigma_{\frac{n}{2}+1}$	x_{n-2}
...
...	$S_{\frac{n}{2}+3}$	$\frac{2}{n} S_{\frac{n}{2}+3}$	$\Sigma_{\frac{n}{2}+3}$	$+x_{n+1}$	$-\frac{(n-4)}{2n} \Sigma_{\frac{n}{2}+1}$	$x_{\frac{n}{2}+3}$
$b_{\frac{n}{2}+1} - b_{\frac{n}{2}}$	$S_{\frac{n}{2}+2}$	$\frac{2}{n} S_{\frac{n}{2}+2}$	$\Sigma_{\frac{n}{2}+2}$	$+x_{n+1}$	$-\frac{n-2}{2n} \Sigma_{\frac{n}{2}+1}$	$x_{\frac{n}{2}+2}$
$a_{\frac{n}{2}+1} - a_{\frac{n}{2}}$	$S_{\frac{n}{2}+1}$	$\frac{2}{n} S_{\frac{n}{2}+1}$	$\Sigma_{\frac{n}{2}+1}$	$+x_{n+1}$	$-\frac{1}{2} \Sigma_{\frac{n}{2}+1}$	$x_{\frac{n}{2}+1}$
$S_{\frac{n}{2}}$						
$\frac{2}{n} S_{\frac{n}{2}}$						
$\Sigma_{\frac{n}{2}}$						
$+x_1$						
$-\frac{1}{2} \Sigma_{\frac{n}{2}}$						
$x_{\frac{n}{2}+1}$						

При суммировании всех уравнений одного и того-же столбца таблицы III сумма разностей

$$x_n - x_{n+1}, x_{n-1} - x_n, \dots, x_{\frac{n}{2}+1} - x_{\frac{n}{2}+2}$$

дасть $x_{\frac{n}{2}+1} - x_{n+1}$; кроме того въ первомъ столбцѣ повторяется $\frac{n}{2}$ разъ разность $x_2 - x_1$, во второмъ столбцѣ — разность $x_3 - x_2$ и т. д.

Обозначая результатъ суммирования правыхъ частей уравнений столбца черезъ S_i , имѣемъ

$$S_1 = \frac{n}{2} (x_2 - x_1) + x_{\frac{n}{2}+1} - x_{n+1}$$

$$S_2 = \frac{n}{2} (x_3 - x_2) + x_{\frac{n}{2}+1} - x_{n+1}$$

$$\dots$$

$$S_{\frac{n}{2}-1} = \frac{n}{2} (x_{\frac{n}{2}} - x_{\frac{n}{2}-1}) + x_{\frac{n}{2}+1} - x_{n+1}$$

$$S_{\frac{n}{2}} = \frac{n}{2} (x_{\frac{n}{2}+1} - x_{\frac{n}{2}}) + x_{\frac{n}{2}+1} - x_{n+1}$$

Дѣлимъ каждую изъ суммъ на $\frac{n}{2}$ и составляемъ послѣдовательно слѣдующія новыя суммы:

$$\Sigma_1 = \frac{2}{n} S_1 = x_2 - x_1 + \frac{2}{n} (x_{\frac{n}{2}+1} - x_{n+1})$$

$$\Sigma_2 = \Sigma_1 + \frac{2}{n} S_2 = x_3 - x_1 + \frac{4}{n} (x_{\frac{n}{2}+1} - x_{n+1})$$

$$\dots$$

$$\Sigma_{\frac{n}{2}-1} = \Sigma_{\frac{n}{2}-2} + \frac{2}{n} S_{\frac{n}{2}-1} = x_{\frac{n}{2}} - x_1 + \frac{n-2}{n} (x_{\frac{n}{2}+1} - x_{n+1})$$

$$\Sigma_{\frac{n}{2}} = \Sigma_{\frac{n}{2}-1} + \frac{2}{n} S_{\frac{n}{2}} = 2 (x_{\frac{n}{2}+1} - x_{n+1})$$

Отсюда во-первыхъ $x_{\frac{n}{2}+1} - x_{n+1} = \frac{1}{2} \Sigma_{\frac{n}{2}}$; далѣе, прибавляя къ

Σ_1, Σ_2 и т. д. соответственно $x_1 - \frac{1}{n} \Sigma_{\frac{n}{2}}, x_1 - \frac{2}{n} \Sigma_{\frac{n}{2}}$ и т. д., на-

ходимъ (см. послѣднюю строку табл. III) x_2, x_3 и т. д.

Подобнымъ образомъ, суммируя уравненія въ каждой строкѣ таблицы III, имѣемъ:

$$S_n = x_{\frac{n}{2}+1} - x_1 + \frac{n}{2}(x_n - x_{n+1})$$

$$S_{n-1} = x_{\frac{n}{2}+1} - x_1 + \frac{n}{2}(x_{n-1} - x_n)$$

$$\dots$$

$$S_{\frac{n}{2}+2} = x_{\frac{n}{2}+1} - x_1 + \frac{n}{2}(x_{\frac{n}{2}+2} - x_{\frac{n}{2}+3})$$

$$S_{\frac{n}{2}+1} = x_{\frac{n}{2}+1} - x_1 + \frac{n}{2}(x_{\frac{n}{2}+1} - x_{\frac{n}{2}+2})$$

Дѣлимъ каждую изъ S_i на $\frac{n}{2}$ и составляемъ суммы:

$$\Sigma_n = \frac{2}{n} S_n = \frac{2}{n}(x_{\frac{n}{2}+1} - x_1) + x_n - x_{n+1}$$

$$\Sigma_{n-1} = \Sigma_n + \frac{2}{n} S_{n-1} = \frac{4}{n}(x_{\frac{n}{2}+1} - x_1) + x_{n-1} - x_{n+1}$$

$$\dots$$

$$\Sigma_{\frac{n}{2}+2} = \Sigma_{\frac{n}{2}+3} + \frac{2}{n} S_{\frac{n}{2}+2} = \frac{n-2}{n}(x_{\frac{n}{2}+1} - x_1) + x_{\frac{n}{2}+2} - x_{n+1}$$

$$\Sigma_{\frac{n}{2}+1} = \Sigma_{\frac{n}{2}+2} + \frac{2}{n} S_{\frac{n}{2}+1} = 2(x_{\frac{n}{2}+1} - x_{n+1})$$

Слѣдовательно, $x_{\frac{n}{2}+1} - x_{n+1} = \frac{1}{2} \Sigma_{\frac{n}{2}+1}$.

Прибавляя къ $\Sigma_n, \Sigma_{n-1},$ и т. д. соответственно

$$x_{n+1} - \frac{1}{n} \Sigma_{\frac{n}{2}+1}, x_{n+1} - \frac{2}{n} \Sigma_{\frac{n}{2}+1} \text{ и т. д.},$$

находимъ (см. послѣдній столбецъ) x_n, x_{n-1} и т. д.

Итакъ, для рѣшенія данной системы уравненій слѣдуетъ знать впередъ x_1 и $x_{\frac{n}{2}+1}$. Тогда въ нижней строкѣ таблицы получаются значенія для всѣхъ x_i одной половины шкалы трубки, а въ послѣднемъ столбцѣ значенія x_i другой ея половины. Такимъ образомъ мы видимъ, что сущность метода Нешаппа состоитъ въ одновременной калибровкѣ двухъ половинъ трубки. Въ качествѣ повѣрки вычисленій мы имѣемъ:

$$\Sigma_{\frac{n}{2}} = \Sigma_{\frac{n}{2}+1}$$

$$\Sigma x_i = \Sigma \Sigma_i - \frac{n+2}{8} \Sigma_{\frac{n}{2}} + \frac{n}{2} x_1$$

$$\Sigma x_i = \Sigma y_i - \frac{n+2}{8} y_{\frac{n}{2}+1} + \frac{n}{2} x_{n+1}$$

Хотя въ методѣ Neumann'a нѣтъ контроля надъ отдельными наблюденіями, однако представляется возможность судить объ ошибкахъ наблюденій. Подставляя полученныя значенія для x -овъ въ уравненія таблицы III, мы получаемъ нѣкоторые числа; разность между правыми частями каждаго уравненія и этими числами мы будемъ называть *погрѣшностями наблюденій*. Всѣхъ погрѣшностей столько-же, сколько и уравненій въ табл. III, т. е. $\frac{n^2}{4}$. Сумма ихъ въ каждомъ столбцѣ и каждой строкѣ должна быть близка къ нулю. Чтобы найти погрѣшности наблюденій, поступаемъ слѣдующимъ образомъ. Возьмемъ для примѣра уравненіе, стоящее на пересѣченіи послѣдняго столбца съ предпослѣдней строккой:

$$x_{\frac{n}{2}+1} - x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+2} - x_{\frac{n}{2}+3} = b_{\frac{n}{2}+1} - b_{\frac{n}{2}}$$

составимъ сумму:

$$-\frac{2}{n} \Sigma y_{\frac{n}{2}} + \frac{2}{n} S_{\frac{n}{2}+2} = x_{\frac{n}{2}+2} - x_{\frac{n}{2}+3} - \frac{2}{n} x_{\frac{n}{2}+1} + \\ + \frac{4}{n} x_{n+1} - \frac{2}{n} x_1$$

и сложимъ ее съ:

$$\frac{2}{n} S_n - \frac{2}{n} (x_{n+1} - x_1) = x_{\frac{n}{2}+1} - x_{\frac{n}{2}} + \frac{2}{n} x_{\frac{n}{2}+1} - \\ - \frac{4}{n} x_{n+1} + \frac{2}{n} x_1$$

Получаемъ

$$-\frac{2}{n} \Sigma y_{\frac{n}{2}} + \frac{2}{n} S_{\frac{n}{2}+2} + \frac{2}{n} S_n - \frac{2}{n} (x_{n+1} - x_1) = x_{\frac{n}{2}+1} - \\ - x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+2} - x_{\frac{n}{2}+3} = A.$$

Искомая погрѣшность для даннаго уравненія есть:

$$\Delta = b_{\frac{n}{2}+1} - b_{\frac{n}{2}} - A.$$

Примѣръ. Для вышеупомянутой трубки Vauclain'a наблюденія приведены слѣдующимъ 34-мъ уравненіямъ ($n = 10$; число столбцовъ = 9):

Столбикъ въ 1 сант.		Столбикъ въ 6 сант.	
$\lambda_{10} + x_5 - x_6 = + 720^1)$	+ 42	$\lambda_2 + x_1 - x_7 = + 662$	- 27
$\lambda_{10} + x_5 - x_7 = + 762$		$\lambda_2 + x_2 - x_8 = + 635$	+ 22
Столбикъ въ 2 сант.		$\lambda_2 + x_3 - x_9 = + 657$	+ 103
$\lambda_9 + x_4 - x_8 = + 15$	+ 15	$\lambda_2 + x_4 - x_{10} = + 760$	+ 192
$\lambda_9 + x_5 - x_7 = + 30$	+ 82	$\lambda_2 + x_5 - x_{11} = + 952$	
$\lambda_9 + x_6 - x_3 = + 112$		Столбикъ въ 7 сант.	
Столбикъ въ 3 сант.		$\lambda_4 + x_1 - x_2 = + 547$	+ 18
$\lambda_9 + x_3 - x_6 = + 55$	- 13	$\lambda_4 + x_2 - x_3 = + 565$	+ 50
$\lambda_9 + x_4 - x_7 = + 42$	+ 78	$\lambda_4 + x_3 - x_{10} = + 615$	+ 117
$\lambda_9 + x_5 - x_8 = + 120$	+ 140	$\lambda_4 + x_4 - x_{11} = + 732$	
$\lambda_9 + x_6 - x_9 = + 260$		Столбикъ въ 8 сант.	
Столбикъ въ 4 сант.		$\lambda_8 + x_1 - x_9 = + 322$	+ 63
$\lambda_7 + x_3 - x_8 = - 890$	- 87	$\lambda_8 + x_2 - x_{10} = + 385$	+ 77
$\lambda_7 + x_3 - x_7 = - 977$	+ 30	$\lambda_8 + x_3 - x_{11} = + 462$	
$\lambda_7 + x_4 - x_8 = - 947$	+ 129	Столбикъ въ 9 сант.	
$\lambda_7 + x_5 - x_9 = - 818$	+ 136	$\lambda_2 + x_1 - x_{10} = - 575$	+ 93
$\lambda_7 + x_6 - x_{10} = - 682$		$\lambda_2 + x_2 - x_{11} = - 482$	
Столбикъ въ 5 сант.			
$\lambda_8 + x_1 - x_6 = - 640$	- 77		
$\lambda_8 + x_2 - x_7 = - 717$	- 23		
$\lambda_8 + x_3 - x_8 = - 740$	+ 65		
$\lambda_8 + x_4 - x_9 = - 675$	+ 180		
$\lambda_8 + x_5 - x_{10} = - 495$	+ 193		
$\lambda_8 + x_6 - x_{11} = - 302$			

Разности между правыми частями каждой двухъ смежныхъ уравненій раздѣлены въ таблицѣ IV согласно вышеприведенной схемѣ.

¹⁾ Выражено въ микродахъ.

Т а б л и ц

	$x_2 - x_1$		$x_3 - x_2$		$x_4 - x_3$		$x_5 - x_4$	
		Δ		Δ		Δ		Δ
$x_{10} - x_{11}$	+ 93	+ 9	+ 77	- 1	+ 117	- 14	+ 192	+ 3
$x_9 - x_{10}$	+ 63	+ 7	+ 50	0	+ 103	0	+ 180	+ 19
$x_8 - x_9$	+ 18	- 7	+ 22	+ 3	+ 65	- 6	+ 129	0
$x_7 - x_8$	- 27	- 5	- 23	- 5	+ 30	+ 6	+ 78	- 5
$x_6 - x_7$	- 77	- 3	- 87	- 7	- 13	+ 15	+ 15	- 16
S_i	+ 70	+ 16 - 15	+ 39	+ 8 - 8	+ 302	+ 21 - 20	+ 594	+ 22 - 21
$\frac{1}{5} S_i$	+ 14,0		+ 7,8		+ 60,4		+ 118,8	
Σ_i	+ 14,00		+ 21,80		+ 82,20		+ 201,00	
$-\frac{m}{10} \Sigma_i$	- 31,96		- 63,92		- 95,88		- 127,84	
	- 17,96		- 42,12		- 13,68		+ 73,16	
x_i	x_2		x_3		x_4		x_5	

a		b	
$\Sigma \Sigma_i$	+ 638,20	$\Sigma \Sigma_i$	+ 1354,00
$-1,5 \Sigma_i$	- 479,40	$-1,5 \Sigma_i$	- 479,40
	+ 159,20	Σx_i	
		+ 874,60	Σx_i

п а и V.

$x_6 - x_5$		S_k	$\frac{11}{5} S_k$	Σ_k	$-\frac{m}{10} \Sigma_k$	x_k
	Δ					
+ 193	+ 3	+ 672	+ 134,4	+ 134,4	- 31,96	+ 102,44 x_{10}
+ 136	- 25	+ 532	+ 106,4	+ 240,80	- 63,92	+ 176,88 x_9
+ 140	+ 11	+ 374	+ 74,8	+ 315,60	- 95,88	+ 219,72 x_8
+ 82	- 1	+ 140	+ 28,0	+ 343,60	- 127,84	+ 215,76 x_7
+ 42	+ 11	- 120	- 24,0	+ 319,60	- 159,80	+ 159,80 x_6
+ 593	+ 25 - 26					
+ 118,6						
+ 319,60						
- 159,80						
+ 159,80						
x_6						

$\Sigma_5 = \Sigma_6 = 2x_6 = + 319,60$
 $x_6 = + 159,80$

Решение уравнений дает для x -овъ значения ($x_1 = x_{11} = 0$):

ТАБЛИЦА V.

Дъя. трубы.	Поправки.
1	$x_1 = 0,00$
2	$x_2 = - 17,96^1)$
3	$x_3 = - 42,12$
4	$x_4 = - 13,68$
5	$x_5 = + 73,16$
6	$x_6 = + 159,80$
7	$x_7 = + 215,76$
8	$x_8 = + 219,72$
9	$x_9 = + 176,88$
10	$x_{10} = + 102,44$
11	$x_{11} = 0,00$

Въ таблицахъ а и в заключены поправки вычислений. Въ столбцахъ А таблицы IV находится погрѣшности наблюдений.

Методъ Thiesen'a.

Thiesen ²⁾ обобщилъ предыдущій методъ, приложивъ его къ тому случаю, когда имѣются наблюдения всѣхъ $n - 1$ столбцовъ во всѣхъ возможныхъ положеніяхъ, т. е. когда число основныхъ уравненій есть $\frac{(n + 2)(n - 1)}{2}$ (см. таблицу VI).

Возьмемъ разности двухъ смежныхъ уравненій въ ряду каждаго столбца; всѣ λ исключаются, и остается $\frac{n(n - 1)}{2}$ уравненій съ $n + 1$ неизвестными $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, x_{n+1}$. Каждое изъ новыхъ уравненій въ своихъ члѣнахъ содержитъ по двѣ разности:

$$x_{i+1} - x_i^c \text{ и } x_i - x_{i+1}$$

Во второй столбецъ таблицы VII помещаемъ тѣ изъ нихъ, въ которыхъ повторяется разность $x_2 - x_1$, въ третій столбецъ — съ разностью $x_3 - x_2$ и т. д. При этомъ правая часть уравненій, относящихся къ каждому изъ столбцовъ ртути, займутъ послѣдовательныя діагонали нижней части таблицы. По діагоналямъ верхней ея части разместимъ тѣ-же числа, но съ обратнымъ знакомъ. Можно сказать, что верхняя половина таблицы представляетъ собой *зеркальное отраженіе нижней*, если пустая діагональ есть слѣдъ отражающей поверхности на плоскости чертежа.

¹⁾ Въ поправкахъ удержаны первый и вторые десятичныя исключительно въ цѣляхъ удобства вычисленія, хотя онѣ не имѣютъ реального значенія.

²⁾ M. Thiesen. Carls Repertorium für Experimentalphysik 15, S. 385.

Таблиця VI.

$\lambda_n +$	$\lambda_{n-1} +$	\dots	$\lambda_3 +$	$\lambda_2 +$
$x_1 - x_2 = a_1$	$x_1 - x_3 = b_1$	\dots	$x_1 - x_{n-1} = u_1$	$x_1 - x_n = w_1$
$x_2 - x_3 = a_2$	$x_2 - x_4 = b_2$	\dots	$x_2 - x_n = u_2$	$x_2 - x_{n+1} = w_2$
$x_3 - x_4 = a_3$	$x_3 - x_5 = b_3$	\dots	$x_3 - x_{n+1} = u_3$	
\dots	\dots	\dots	\dots	
\dots	\dots	\dots	\dots	
$x_{n-2} - x_{n-1} = a_{n-2}$	$x_{n-2} - x_n = b_{n-2}$	\dots		
$x_{n-1} - x_n = a_{n-1}$	$x_{n-1} - x_{n+1} = b_{n-1}$	\dots		
$x_n - x_{n+1} = a_n$		\dots		

Точно также для разности въ первомъ столбцѣ и второй строкѣ погрѣшность наблюденія равна:

$$\Delta = a_2 - a_1 - \frac{1}{n} (S_1 - S_2)$$

Законъ составленія Δ очевиденъ. Въ верхней половинѣ таблицы повторяются тѣ-же погрѣшности, только съ обратнымъ знакомъ. Сумма всѣхъ погрѣшностей въ каждомъ столбцѣ должна быть близка къ нулю.

Фронтальная погрѣшность наблюденія находится изъ суммы квадратовъ ($\Delta\Delta$) вышеприведенныхъ погрѣшностей половины таблицы VII, по формулѣ Thiesen'a ¹⁾.

$$r = 0,6745 \sqrt{\frac{n(\Delta\Delta)}{(n-2)(n^2-n-2)}}$$

Фронтальная погрѣшность результата въ способѣ Thiesen'a одинакова для всѣхъ поправокъ и выражается:

$$r(x) = r \sqrt{\frac{2(n-1)}{n^3}}$$

Примѣръ. Приложимъ методъ Thiesen'a къ калибровкѣ того-же капилляра Vauclain'a. Измѣренія длинъ 9-ти столбиковъ ртути дали слѣдующія 54 уравненія (избытки выражены въ микронахъ):

Столбикъ въ 1 сант.		Столбикъ въ 2 сант.
$\lambda_{10} + x_1 - x_2 = + 842$		$\lambda_2 + x_1 - x_3 = + 237$
$\lambda_{10} + x_2 - x_3 = + 847$	+ 5	$\lambda_2 + x_2 - x_4 = + 212$
$\lambda_{10} + x_3 - x_4 = + 772$	- 75	$\lambda_2 + x_3 - x_5 = + 60$
$\lambda_{10} + x_4 - x_5 = + 732$	- 40	$\lambda_2 + x_4 - x_6 = + 15$
$\lambda_{10} + x_5 - x_6 = + 720$	- 12	$\lambda_2 + x_5 - x_7 = + 30$
$\lambda_{10} + x_6 - x_7 = + 762$	+ 42	$\lambda_2 + x_6 - x_8 = + 112$
$\lambda_{10} + x_7 - x_8 = + 807$	+ 45	$\lambda_2 + x_7 - x_9 = + 217$
$\lambda_{10} + x_8 - x_9 = + 877$	+ 70	$\lambda_2 + x_8 - x_{10} = + 285$
$\lambda_{10} + x_9 - x_{10} = + 905$	+ 28	$\lambda_2 + x_9 - x_{11} = + 357$
$\lambda_{10} + x_{10} - x_{11} = + 932$	+ 27	

¹⁾ M. Thiesen. Carl's Repertorium, 15. s. 689. — Pernet. Travaux et Mémoires du Bureau International des poids et mesures, t. IV, p. 31.

Столбикъ въ 3 сант.

$\lambda_3 + x_1 - x_4 = + 272$	
	- 55
$\lambda_3 + x_5 - x_6 = + 217$	
	- 162
$\lambda_3 + x_3 - x_8 = + 55$	
	- 13
$\lambda_3 + x_4 - x_7 = + 42$	
	+ 78
$\lambda_3 + x_5 - x_9 = + 120$	
	+ 140
$\lambda_3 + x_6 - x_{10} = + 260$	
	+ 132
$\lambda_3 + x_7 - x_{11} = + 392$	
	+ 105
$\lambda_3 + x_8 - x_{11} = + 497$	

Столбикъ въ 4 сант.

$\lambda_7 + x_1 - x_3 = - 802$	
	- 88
$\lambda_7 + x_2 - x_6 = - 890$	
	- 87
$\lambda_7 + x_3 - x_7 = - 977$	
	+ 30
$\lambda_7 + x_4 - x_8 = - 947$	
	+ 129
$\lambda_7 + x_5 - x_9 = - 818$	
	+ 136
$\lambda_7 + x_6 - x_{10} = - 682$	
	+ 187
$\lambda_7 + x_7 - x_{11} = - 495$	

Столбикъ въ 5 сант.

$\lambda_6 + x_1 - x_6 = - 640$	
	- 77
$\lambda_6 + x_2 - x_7 = - 717$	
	- 23
$\lambda_6 + x_3 - x_8 = - 740$	
	+ 65
$\lambda_6 + x_4 - x_9 = - 675$	
	+ 180
$\lambda_6 + x_5 - x_{10} = - 495$	
	+ 193
$\lambda_6 + x_6 - x_{11} = - 302$	

Столбикъ въ 6 сант.

$\lambda_8 + x_1 - x_7 = + 662$	
	- 27
$\lambda_8 + x_2 - x_8 = + 635$	
	+ 22
$\lambda_8 + x_3 - x_9 = + 657$	
	+ 103
$\lambda_8 + x_4 - x_{10} = + 760$	
	+ 192
$\lambda_8 + x_5 - x_{11} = + 952$	

Столбикъ въ 7 сант.

$\lambda_4 + x_1 - x_8 = + 547$	
	+ 18
$\lambda_4 + x_2 - x_9 = + 565$	
	+ 50
$\lambda_4 + x_3 - x_{10} = + 615$	
	+ 117
$\lambda_4 + x_4 - x_{11} = + 732$	

Столбикъ въ 8 сант.

$\lambda_3 + x_1 - x_9 = + 322$	
	+ 63
$\lambda_3 + x_2 - x_{10} = + 385$	
	+ 77
$\lambda_3 + x_3 - x_{11} = + 462$	

Столбикъ въ 9 сант.

$\lambda_2 + x_1 - x_{10} = - 575$	
	+ 93
$\lambda_2 + x_2 - x_{11} = - 482$	

Согласно общей схемѣ размѣщаемъ разности между предыдущими уравненіями въ таблицу VIII. Рѣшеніе уравненій приводитъ къ слѣдующему результату:

Т а б л и ц

	$x_2 - x_1$		$x_3 - x_2$		$x_4 - x_3$		$x_5 - x_4$		$x_6 - x_5$	
		Δ								
$x_1 - x_2$	-		- 5	+21	+ 25	-16	+ 55	-37	+ 88	- 11
$x_2 - x_3$	+ 5	-21	-		+ 75	+ 8	+ 152	+34	+ 162	+37
$x_3 - x_4$	- 25	+16	- 75	- 8	-		+ 40	-11	+ 45	-13
$x_4 - x_5$	- 55	+37	- 152	-34	- 40	+11	-		+ 12	+ 5
$x_5 - x_6$	- 88	+11	- 162	-37	- 45	+13	- 12	- 5	-	
$x_6 - x_7$	- 77	- 9	- 87	+ 7	- 13	+14	+ 15	- 9	+ 42	+11
$x_7 - x_8$	- 27	-12	- 23	+18	+ 30	+ 4	+ 78	+ 1	+ 82	- 2
$x_8 - x_9$	+ 18	-18	+ 22	+13	+ 65	-12	+ 129	+ 1	+ 140	+ 5
$x_9 - x_{10}$	+ 63	- 1	+ 50	+12	+ 103	- 2	+ 180	+24	+ 136	-17
$x_{10} - x_{11}$	+ 93	- 4	+ 77	+ 6	+ 117	-21	+ 192	+ 3	+ 193	- 3
S_k	- 93	+64	- 355	+17	+ 317	+50	+ 829	+63	+ 900	+58
$\frac{1}{10} S_k$	-9,3	-6,5	-35,5	-7,0	+31,7	-5,1	+82,9	+6,3	+90,0	+5,8
Σ_k	-9,3		-44,8		-13,1		+69,8		+159,8	
x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6					

ц а VIII.

	$x_7 - x_6$		$x_8 - x_7$		$x_9 - x_8$		$x_{10} - x_9$		$x_{11} - x_{10}$	
		Δ		Δ		Δ		Δ		Δ
	+ 77	+ 9	+ 27	+12	- 18	+18	- 63	+ 1	- 93	+ 4
	+ 87	- 7	+ 23	-18	- 22	-13	- 50	-12	- 77	- 6
	+ 13	-14	- 30	- 4	- 65	+12	- 103	+ 2	- 117	-21
	- 15	+ 9	- 78	- 1	- 129	- 1	- 180	-24	- 192	- 3
	- 42	-11	- 82	+ 2	- 140	- 5	- 136	+27	- 193	+ 3
	-		- 45	+ 8	- 105	- 1	- 132	0	- 187	-22
	+ 45	- 8	-		- 70	-10	- 68	+11	- 105	+ 7
	+ 105	+ 1	+ 70	+10	-		- 28	0	- 72	-11
	+ 132	0	+ 68	-11	+ 28	0	-		- 27	+ 6
	+ 187	+22	+ 105	- 7	+ 72	+11	+ 27	- 6	-	
	+ 589	+41	+ 58	+41	- 449	+41	- 733	+41	- 1063	+41
	+ 58,9	-4,0	+ 5,8	-4,1	- 44,9	-2,9	- 73,3	-4,2	- 106,3	-4,2
	+ 218,7		+ 224,5		+ 179,6		+ 106,3		0,0	
	x_7		x_8		x_9		x_{10}		x_{11}	

ТАБЛИЦА IX.

Дл. трубки.	Поправки.
1	$x_1 = 0,0$
2	$x_2 = - 9,3$
3	$x_3 = - 44,8$
4	$x_4 = - 13,1$
5	$x_5 = + 69,8$
6	$x_6 = + 159,8$
7	$x_7 = + 218,7$
8	$x_8 = + 224,5$
9	$x_9 = + 179,6$
10	$x_{10} = + 106,3$
11	$x_{11} = 0,0$

$$[\Delta\Delta] = 9973, \quad \sqrt{[\Delta\Delta]} = 99,86.$$

Взронтни погрѣшности наблюденія и результата:

$$r = \pm 8,03$$

$$r(x) = \pm 3,40$$

Методъ Marek-Benoit.

Методъ Thiesen'a значительно упрощаетъ рѣшеніе основныхъ уравненій и можетъ съ успѣхомъ быть прилажаемъ ко всякаго рода калибровкамъ, гдѣ не требуется особенно большой точности. Тѣмъ не менѣе благодаря своей искусственности онъ не представляетъ полнаго рѣшенія задачи калибровки: всѣ λ остаются неизвѣстными. Также нѣтъ и непосредственнаго контроля надъ каждымъ наблюденіемъ. Переходимъ теперь къ наиболее совершенному методу рѣшенія основныхъ уравненій, а именно къ способу наименьшихъ квадратовъ. Этотъ методъ калибровки ведетъ свое начало отъ знаменитаго астронома Hansen'a¹⁾, приложившаго его впервые къ

¹⁾ P. A. Hansen. Von der Bestimmung der Theilungsfehler eines geradlinigen Maassstabes. Abhandl. d. K. S. Gesellsch. d. Wissensch. XV. 1874.

опредѣленію ошибокъ дѣленія масштабныхъ длины. Онъ былъ въ послѣдствіи упрощенъ и примененъ къ термометрамъ Marek'омъ, Veron'омъ и Broch'омъ ¹⁾. И вѣроятно его въ томъ видѣ, какъ пользуются имъ при калибровкѣ въ Главной Палатѣ.

Непосредственные наблюденія даютъ рядъ уравненій, приведенныхъ выше въ таблицѣ VI. Суммируя уравненія каждого изъ столбцовъ этой таблицы и обозначая черезъ s_k сумму правыхъ частей уравненій, получаемъ $n-1$ первыхъ нормальныхъ уравненій.

$$\begin{aligned}
 s_n &= n\lambda_n + x_1 & - & & x_{n+1} \\
 s_{n-1} &= (n-1)\lambda_{n-1} + x_1 + x_2 & - & & (x_n + x_{n+1}) \\
 s_{n-2} &= (n-2)\lambda_{n-2} + x_1 + x_2 + x_3 & - & & (x_{n-1} + x_n + x_{n+1}) \\
 & \dots & & & \dots \\
 & \dots & & & \dots \\
 \text{если } n \text{ четное} & & & & \\
 s_{\frac{n}{2}+1} &= \left(\frac{n}{2}+1\right)\lambda_{\frac{n}{2}+1} + x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{\frac{n}{2}} & - & & (x_{\frac{n}{2}+2} + x_{\frac{n}{2}+3} + \dots + x_{n+1}) \\
 s_{\frac{n}{2}} &= \frac{n}{2}\lambda_{\frac{n}{2}} + x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{\frac{n}{2}} & - & & (x_{\frac{n}{2}+2} + x_{\frac{n}{2}+3} + \dots + x_{n+1}) \\
 \text{(а) если } n \text{ нечетное} & & & & \\
 s_{\frac{n+3}{2}} &= \frac{n+3}{2}\lambda_{\frac{n+3}{2}} + x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{\frac{n-1}{2}} & - & & (x_{\frac{n+5}{2}} + \dots + x_{n+1}) \\
 s_{\frac{n+1}{2}} &= \frac{n+1}{2}\lambda_{\frac{n+1}{2}} + x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{\frac{n-1}{2}} + x_{\frac{n+1}{2}} & - & & (x_{\frac{n+3}{2}} + x_{\frac{n+5}{2}} + \dots + x_{n+1}) \\
 s_{\frac{n-1}{2}} &= \frac{n-1}{2}\lambda_{\frac{n-1}{2}} + x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{\frac{n-1}{2}} & - & & (x_{\frac{n+5}{2}} + \dots + x_{n+1}) \\
 & \dots & & & \dots \\
 & \dots & & & \dots \\
 s_3 &= 3\lambda_3 + x_1 + x_2 + x_3 & - & & (x_{n-1} + x_n + x_{n+1}) \\
 s_2 &= 2\lambda_2 + x_1 + x_2 & - & & (x_n + x_{n+1})
 \end{aligned}$$

Составляемъ слѣдующую таблицу X такимъ образомъ, чтобы всѣ уравненія, относящіяся къ одному и тому-же столбцу ртути, вошли въ общую строку верхней лѣвой половины таблицы; затѣмъ по диагоналямъ нижней правой ея половины, начиная снизу, помѣстимъ тѣ же уравненія, но съ обратными знаками.

Обозначая черезъ X сумму поправокъ: $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n + x_{n+1}$, и черезъ t_k результатъ суммированія правыхъ частей уравненій k -го столбца таблицы X, получаемъ еще $n+1$ слѣдующихъ нормальныхъ уравненій (см. стр. 59).

¹⁾ Carl's Rep. 15, n. 300, 1879. — Travaux et Memoires t. II 1883; t. V 1886.

$$\begin{cases} t_1 = (n+1)x_1 - X - x_1 + x_{n+1} & + (\lambda_2 + \lambda_3 + \dots + \lambda_{n-2} + \lambda_{n-1} + \lambda_n) \\ t_2 = (n+1)x_2 - X & + (\lambda_2 + \lambda_3 + \dots + \lambda_{n-2} + \lambda_{n-1}) \\ t_3 = (n+1)x_3 - X & + (\lambda_3 + \dots + \lambda_{n-2}) \\ \dots \end{cases}$$

если n четное

$$t_{\frac{n}{2}} = (n+1)x_{\frac{n}{2}} - X \quad + \quad \left(\lambda_{\frac{n}{2}} + \lambda_{\frac{n}{2}+1} \right)$$

$$t_{\frac{n}{2}+1} = (n+1)x_{\frac{n}{2}+1} - X$$

$$(b) \quad t_{\frac{n}{2}+2} = (n+1)x_{\frac{n}{2}+2} - X \quad - \quad \left(\lambda_{\frac{n}{2}} + \lambda_{\frac{n}{2}+1} \right)$$

если n нечетное

$$t_{\frac{n+1}{2}} = (n+1)x_{\frac{n+1}{2}} - X \quad + \quad \lambda_{\frac{n+1}{2}}$$

$$t_{\frac{n+1}{2}+1} = (n+1)x_{\frac{n+1}{2}+1} - X \quad - \quad \lambda_{\frac{n+1}{2}}$$

$$t_{n-1} = (n+1)x_{n-1} - X \quad - \quad (\lambda_3 + \dots + \lambda_{n-2})$$

$$t_n = (n+1)x_n - X \quad - \quad (\lambda_2 + \lambda_3 + \dots + \lambda_{n-2} + \lambda_{n-1})$$

$$(c) \quad t_{n+1} = (n+1)x_{n+1} - X + x_1 - x_{n+1} \quad - \quad (\lambda_2 + \lambda_3 + \dots + \lambda_{n-2} + \lambda_{n-1} + \lambda_n)$$

Полученные $2n$ нормальных уравнений [(a) и (b)] не независимы, так как существуют следующие соотношения:

$$(c) \quad \begin{cases} t_1 + t_2 + t_3 + \dots & + t_{n-2} + t_{n-1} + t_n = 0. \\ nt_1 + (n-2)t_2 + (n-4)t_3 + \dots & - (n-4)t_{n-1} - (n-2)t_n - nt_{n+1} = \\ = 2[s_n + 2s_{n-1} + 3s_{n-2} + \dots & + (n-2)s_2 + (n-1)s_1]. \end{cases}$$

Остается $2n-2$ независимых уравнений с $2n$ неизвестными:

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, x_{n+1}, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_{n-1}, \lambda_n.$$

Так как уравнений меньше числа неизвестных, то два из x -ов, напр. x_1 и x_{n+1} должны быть заданы вперед.

Наиболее простой способ решения этих уравнений есть следующий. Первое из уравнений (a) дает

$$\lambda_n = \frac{s_n + x_{n+1} - x_1}{n}$$

Далее из уравнений (b) следует, что

$$t_n - t_{n+1} = (n+1)(x_n - x_{n+1}) - x_1 + x_{n+1} + \lambda_n, \text{ или}$$

$$x_n = \frac{t_n - t_{n+1} - \lambda_n + x_1 + nx_{n+1}}{n+1}$$

Введем обозначения $P_k = x_2 + x_{n+2-k}$, $Q_k = x_1 - x_{n+2-k}$ и $R_k =$
 $= Q_{n+1} + Q_n + Q_{n-1} + \dots + Q_k$.

Замечая, что $t_2 + t_n - (t_1 + t_{n+1}) = (n+1)(x_2 + x_n) -$
 $-(n+1)(x_1 + x_{n+1}) = (n+1)(x_2 + x_n) - (n+1)P_{n+1}$,

имеем $x_2 + x_n = \frac{t_2 + t_n - (t_1 + t_{n+1})}{n+1} + P_{n+1} = P_n$,

причем $x_2 = P_n - x_n$.

На основании последнего уравнения системы (а):

$$s_2 + x_n + x_{n+1} - x_1 - x_2 = s_2 + Q_n + Q_{n+1} = 2\lambda_2,$$

$$\text{откуда: } \lambda_2 = \frac{Q_{n+1} + Q_n + s_2}{2} = \frac{R_n + s_2}{2}$$

Второе из тех-же уравнений дает:

$$s_{n-1} + Q_n + Q_{n+1} = (n-1)\lambda_{n-1}$$

$$\lambda_{n-1} = \frac{Q_{n+1} + Q_n + s_{n-1}}{n-1} = \frac{R_n + s_{n-1}}{n-1}$$

Из (b) получаем:

$$t_{n-1} - t_n = (n+1)(x_{n-1} - x_n) + \lambda_2 + \lambda_{n-1}$$

$$x_{n-1} = x_n + \frac{t_{n-1} - t_n - (\lambda_2 + \lambda_{n-1})}{n+1}$$

Зная из предыдущего x_n , находим x_{n-1} .

Даже $t_3 + t_{n-1} - (t_1 + t_{n+1}) = (n+1)[(x_3 + x_{n-1}) - (x_1 + x_{n+1})] =$
 $= (n+1)(x_3 + x_{n-1} - P_{n+1})$

$$x_3 + x_{n-1} = \frac{t_3 + t_{n-1} - (t_1 + t_{n+1})}{n+1} + P_{n+1} = P_{n-1}$$

$x_3 = P_{n-1} - x_{n-1}$ и т. д.

Вычисления располагаются по схеме, приведенной в нижеследующем
 примере. Величины

$$\left. \begin{array}{l} P_{n+1}, P_n, \dots, P_{\frac{n}{2}+1} \\ \text{и } t_n - t_{n+1}, t_{n-1} - t_n, \dots, t_{\frac{n}{2}+1} - t_{\frac{n}{2}+2} \end{array} \right\} \text{если } n \text{ четное.}$$

$$\left. \begin{array}{l} P_{n+1}, P_n, \dots, P_{\frac{n+3}{2}} \\ \text{и } t_n - t_{n+1}, t_{n-1} - t_n, \dots, t_{\frac{n+3}{2}} - t_{\frac{n+5}{2}} \end{array} \right\} \text{если } n \text{ нечетное.}$$

определяются заранее.

Для проверки s и t служат соотношения (с). P проверяются то-
 жеством:

$$P_{n+1} + P_n + \dots + P_{\frac{n}{2}+2} + \frac{1}{2} P_{\frac{n}{2}+1} = \frac{n+1}{2} P_{n+1} - \frac{1}{2} (t_{n+1} + t_1) \text{ при } n \text{ чет.}$$

$$P_{n+1} + P_n + \dots + P_{\frac{n+3}{2}} = \frac{n+1}{2} P_{n+1} - \frac{1}{2} (t_{n+1} + t_1) \text{ при } n \text{ нечет.}$$

Про́вка для x -овъ:

$$\Sigma x_k = \frac{n+1}{2} P_{n+1} - \frac{1}{2} (t_{n+1} + t_1)$$

Про́вка для λ :

$$(n+1) \left(x_{\frac{n}{2}+2} - x_{\frac{n}{2}} \right) - 2 \left(\lambda_{\frac{n}{2}} + \lambda_{\frac{n}{2}+1} \right) = t_{\frac{n}{2}+2} - t_{\frac{n}{2}} \text{ при } n \text{ чет.}$$

$$(n+1) \left(x_{\frac{n+3}{2}} - x_{\frac{n+1}{2}} \right) - 2 \lambda_{\frac{n+1}{2}} = t_{\frac{n+3}{2}} - t_{\frac{n+1}{2}} \text{ при } n \text{ нечет.}$$

Подставляя значенія для $x_1, x_2, \dots, x_{n+1}, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n$ въ основныя уравненія, находимъ некоторыя числа. Разности между наблюденными избытками a_1, a_2, \dots (табл. VI) и этими числами для каждаго столбика представляютъ собой погрѣшности (Δ) наблюденій.

Вѣроятная погрѣшность наблюденія:

$$r = \pm 0,67449 \sqrt{\frac{2|\Delta\Delta|}{(n-1)(n-2)}}$$

Вѣроятная погрѣшность въ x_i и λ_k опредѣляется по теоріи вѣроятностей, какъ произведеніе r на некоторый коэффициентъ, зависящій отъ i, k и отъ числа главныхъ дѣленій n ¹⁾.

Примръ. Приложимъ методъ Marek-Benoit къ вычисленію результатовъ калировки трубки Vaudin'a. На основаніи уравненій, приведенныхъ на стр. 52—53, составимъ таблицы для вычисленій s, t и P ($n=10$).

λ_{10}	λ_9	λ_8	λ_7	λ_6	λ_5	λ_4	λ_3	λ_2
+ 842	+ 237	+ 272	- 802	- 640	+ 662	+ 547	+ 322	- 575
+ 847	+ 212	+ 217	- 890	- 717	+ 635	+ 565	+ 385	- 482
+ 772	+ 60	+ 55	- 977	- 740	+ 657	+ 615	+ 462	
+ 732	+ 15	+ 42	- 947	- 675	+ 760	+ 732		
+ 720	+ 30	+ 120	- 818	- 495	+ 952			
+ 762	+ 112	+ 260	- 682	- 302				
+ 807	+ 217	+ 392	- 495					
+ 877	+ 285	+ 497						
+ 905	+ 357							
+ 932								
s_{10}	s_9	s_8	s_7	s_6	s_5	s_4	s_3	s_2
+ 8196	+ 1525	+ 1855	- 5611	- 3569	+ 3666	+ 2459	+ 1169	- 1057

¹⁾ Travaux et Memoires, t. V, p. 31, 1886. Въ этомъ-же томѣ на стр. 71 изложено сокращенный способъ калировки Broch'a. Способъ этотъ, уступающій въ своей точности даже способу Neumann'a, не отличается простотой вычисленій.

+ 842	+ 847	+ 772	+ 732	+ 720	+ 762
+ 237	+ 212	+ 60	+ 15	+ 30	+ 112
+ 272	+ 217	+ 55	+ 42	+ 120	+ 260
- 802	- 890	- 977	- 947	- 818	- 682
- 640	- 717	- 740	- 675	- 495	- 302
+ 662	+ 635	+ 657	+ 760	- 952	- 720
+ 547	+ 565	+ 615	+ 732	- 732	- 15
+ 322	+ 385	+ 462	- 772	- 60	- 55
- 575	- 482	- 847	- 212	- 217	+ 890
	- 842	- 237	- 272	+ 802	+ 640
t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
+ 865	- 70	- 180	- 597	+ 302	+ 890
$t_1 + t_{11}$	$t_2 + t_{10}$	$t_3 + t_9$	$t_4 + t_8$	$t_5 + t_7$	$2t_6$
- 1788	- 728	- 323	+ 528	+ 1421	- 1780
	$11P_{10}$	$11P_9$	$11P_8$	$11P_7$	$11P_6$
	+ 1060	+ 1465	+ 2316	+ 3209	+ 3568
	P_{10}	P_9	P_8	P_7	P_6
	+ 96,36	+ 133,18	+ 210,55	+ 291,73	+ 324,36

Повѣрка для s и t .

$10(t_1 - t_{11})$	+ 35180	s_{10}	+ 8196
$8(t_2 - t_{10})$	+ 4704	$2s_9$	+ 3050
$6(t_3 - t_9)$	- 222	$3s_8$	+ 5565
$4(t_4 - t_8)$	- 6888	$4s_7$	- 22444
$2(t_5 - t_7)$	- 1634	$5s_6$	- 17845
		$6s_5$	+ 21996
		$7s_4$	+ 17213
		$8s_3$	+ 9352
		$9s_2$	- 9513
			+ $\frac{31140}{2}$
			+ 31140

Послѣ этихъ вспомогательныхъ вычисленийъ приступаемъ къ рѣшенію уравненій (а) и (б) по вышеуказанному способу. Табл. XI составлена

+ 807	+ 877	+ 905	+ 932	- 932
+ 217	+ 285	+ 357	- 905	- 357
+ 392	+ 497	- 877	- 285	- 497
- 495	- 807	- 217	- 392	+ 495
- 762	- 112	- 260	+ 682	+ 302
- 30	- 120	+ 818	+ 495	+ 952
- 42	+ 947	+ 675	- 760	- 732
+ 977	+ 740	- 657	- 615	- 462
+ 717	- 635	- 565	- 385	+ 482
- 662	- 547	- 322	+ 575	
t_1	t_2	t_3	t_{10}	t_{11}
+ 1119	+ 1125	- 143	- 658	- 2653
$t_8 - t_7$	$t_7 - t_6$	$t_6 - t_5$	$t_5 - t_{10}$	$t_{10} - t_{11}$
- 229	- 6	+ 1268	+ 515	+ 1995

Повѣрка для P .

P_{10}	+ 96,36
P_9	+ 133,18
P_8	+ 210,55
P_7	+ 291,73
$\frac{1}{2}P_6$	+ 162,18
	+ 894,00
	- $\frac{1}{2}(t_1 + t_{11})$

сообразно ходу рѣшенія; порядокъ дѣйствій въ ней по столбцамъ сверху внизъ, начиная съ лѣваго перваго столбца.

Таблица
Решение

x_{11}	0	x_{10}	+ 106,86	R_{10}
$-x_1$	0	$-x_2$	+ 10,50	x_0
R_{11}	0	R_{10}	+ 117,36	R_0
		s_2	- 1057,00	s_2
R_{11}	0	$2 \lambda_2$	- 939,64	$3 \lambda_2$
s_{10}	+ 8196,00	λ_2	- 469,82	λ_2
		R_{10}	+ 117,36	R_0
		s_2	+ 1525,00	s_2
$10 \lambda_{10}$	+ 8196,00	$9 \lambda_0$	+ 1642,36	$8 \lambda_0$
λ_{10}	+ 819,60	λ_0	+ 182,48	λ_0
$-\lambda_{10}$	- 819,60	$-(\lambda_2 + \lambda_0)$	+ 287,34	$-(\lambda_2 + \lambda_0)$
$t_{10} - t_{11}$	+ 1995,00	$t_2 - t_{10}$	+ 515,00	$t_0 - t_0$
$11 x_{10}$	+ 1175,40	$11 (x_2 - x_{10})$	+ 802,34	$11 (x_0 - x_0)$
		$x_2 - x_{10}$	+ 72,94	$x_0 - x_0$
		x_{10}	+ 106,86	x_0
x_{10}	+ 106,86	x_0	+ 179,80	x_0
P_{10}	+ 96,36	P_0	+ 133,18	P_0
$-x_2$	+ 10,50	$-x_2$	+ 46,62	$-x_4$

ца XI.
уравнений.

+ 117,36	R_0	+ 343,78	R_0	+ 581,71
+ 179,80	x_0	+ 224,24	x_7	+ 219,90
+ 46,62	$-x_4$	+ 13,69	$-x_2$	- 71,83
+ 343,78	R_0	+ 581,71	R_7	+ 729,78
+ 1169,00	s_4	+ 2459,00	s_0	+ 3666,00
+ 1512,78	$4 \lambda_4$	+ 3040,71	$5 \lambda_0$	+ 4395,78
+ 504,26	λ_4	+ 760,18	λ_2	+ 879,16
+ 343,78	R_0	+ 581,71	R_7	+ 729,78
+ 1855,00	s_7	- 5611,00	s_0	- 3569,00
+ 2198,78	$7 \lambda_7$	- 5029,29	$6 \lambda_4$	- 2839,22
+ 274,85	λ_7	- 718,47	λ_0	- 473,20
- 779,11	$-(\lambda_4 + \lambda_7)$	- 41,71	$-(\lambda_2 + \lambda_0)$	- 405,96
+ 1268,00	$t_7 - t_0$	- 6,00	$t_2 - t_7$	- 229,00
+ 488,89	$11 (x_7 - x_0)$	- 47,71	$11 (x_4 - x_7)$	- 634,96
+ 44,44	$x_7 - x_0$	- 4,34	$x_0 - x_7$	- 57,72
+ 179,80	x_0	+ 224,24	x_7	+ 219,90
+ 224,24	x_7	+ 219,90	x_4	Повѣрка. + 162,18
+ 210,55	P_7	+ 291,73	P_0	+ 324,36
+ 13,69	$-x_4$	- 71,83	$-x_0$	- 162,18

x_1	0,00	
x_2	- 10,50	
x_3	- 46,62	
x_4	- 13,69	
x_5	+ 71,83	
x_6	+ 162,18	
x_7	+ 219,90	
x_8	+ 224,24	
x_9	+ 179,80	
x_{10}	+ 106,86	
x_{11}	0,00	
		$-\frac{1}{2}(t_1 + t_{11})$
	+ 894,00	

Повторя для x и λ .

$\lambda_1 - \lambda_2$	+ 148,07	
$-\frac{2}{11}(\lambda_2 + \lambda_3)$	- 73,81	
	+ 74,26	
		$\frac{1}{11}(t_2 - t_3)$

Если найденные выше значения для всех x и λ подставить в левые части уравнений табл. VI, то разности между правыми частями уравнений и полученными таким образом некоторыми числами в их левых частях дадут погрешности наблюдений. Ниже приведены эти числа и погрешности Δ . Сумма погрешностей в каждом столбце равна нулю.

Соотношение $P_0 = 2x_0$ служит проверкой вычислений при решении уравнений. Погрешности Δ дают фронтную погрешность наблюдения ($[\Delta\Delta] = 5002$):

$$r = \pm 7,95$$

Фронтные же погрешности для отдельных поправок и λ :

$r(x_2) = r(x_{10}) = r \cdot 0,416 = \pm 3,31$	$r(\lambda_2) = r \cdot 0,763 = \pm 6,07$
$r(x_3) = r(x_9) = r \cdot 0,401 = \pm 3,19$	$r(\lambda_3) = r \cdot 0,652 = \pm 5,18$
$r(x_4) = r(x_8) = r \cdot 0,387 = \pm 3,08$	$r(\lambda_4) = r \cdot 0,577 = \pm 4,59$
$r(x_5) = r(x_7) = r \cdot 0,376 = \pm 2,99$	$r(\lambda_5) = r \cdot 0,519 = \pm 4,13$
$r(x_6) = r \cdot 0,369 = \pm 2,93$	$r(\lambda_6) = r \cdot 0,463 = \pm 3,68$
	$r(\lambda_7) = r \cdot 0,412 = \pm 3,28$
	$r(\lambda_8) = r \cdot 0,371 = \pm 2,95$
	$r(\lambda_9) = r \cdot 0,339 = \pm 2,70$
	$r(\lambda_{10}) = r \cdot 0,316 = \pm 2,51$

Так как настоящий способ дает наиболее фронтные значения для поправок, то представляется интересным провести параллель между результатами, полученными для одной и той же трубки различными методами калибровки. В нижеследующей таблице XII сведены вместе данные предыдущих калибровок (таблицы I, V, IX и XI), причем в столбцах (δ) находятся разности между значениями поправок, полученных методом Marek-Benoit и значениями тех же поправок, полученных одним из других методов.

Если принять во внимание фронтную погрешность ($\pm 3^{\mu}$) для x в способе Marek-Benoit, то для данной трубки следует считать точность этого метода одинаковой с точностью метода Thiesen'a (стр. 56). Даже в методѣ Neumann'a разности δ близки к фронтным погрешностям. Методъ Gay-Lussac'a дает значительные отклонения, что объясняется упомянутым на стр. 36 накоплением ошибок наблюдений. Действительно, последовательно суммируя приведенные на стр. 67 погрешности Δ для столбика в 1 см., мы получаем числа совпадающія с отклонениями δ (табл. XII) для метода Gay-Lussac'a:

Полож. столб.	Погрѣшн.	Суммы.	δ набл.
$x_1 - x_2$	+ 12	+ 12	+ 11,9
$x_2 - x_3$	- 9	+ 3	+ 3,2
$x_3 - x_4$	- 15	- 12	- 11,5
$x_4 - x_5$	- 2	- 14	- 13,6
$x_5 - x_6$	- 9	- 23	- 22,8
$x_6 - x_7$	0	- 23	- 22,7
$x_7 - x_8$	- 8	- 31	- 31,0
$x_8 - x_9$	+ 13	- 18	- 18,0
$x_9 - x_{10}$	+ 13	- 5	- 5,5
$x_{10} - x_{11}$	+ 5	-	-

Т а б л и ц а XII.

	Marek-Benotti.	Gay-Lussac.	δ	Neumann.	δ	Thiesen.	δ
x_1	0,0	0,0	—	0,0	—	0,0	—
x_2	— 10,5	— 22,4	+ 11,9	— 18,9	+ 7,5	— 9,3	— 1,2
x_3	— 46,6	— 49,8	+ 3,2	— 42,1	— 4,5	— 44,8	— 1,8
x_4	— 13,7	— 2,2	— 11,5	— 13,7	0,0	— 13,1	— 0,6
x_5	+ 71,8	+ 85,4	— 13,6	+ 73,2	— 1,4	+ 69,8	+ 2,0
x_6	+ 162,2	+ 185,0	— 22,8	+ 159,8	+ 2,4	+ 159,8	+ 2,4
x_7	+ 219,9	+ 242,6	— 22,7	+ 215,8	+ 4,1	+ 218,7	+ 1,2
x_8	+ 224,2	+ 255,2	— 31,0	+ 219,7	+ 4,5	+ 224,5	— 0,3
x_9	+ 179,8	+ 197,8	— 18,0	+ 176,9	+ 2,9	+ 179,5	+ 0,2
x_{10}	+ 106,9	+ 112,4	— 5,5	+ 102,4	+ 4,5	+ 106,3	+ 0,6
x_{11}	0,0	0,0	—	0,0	—	0,0	—

Практически слѣдуетъ отдать предпочтеніе способу Thiesen'a, какъ методу достаточно точному и въ то же время не требующему сложныхъ вычислений.

Методъ Marek-Venot выгодно применять во второмъ приближеніи, и то въ случаѣ трубки съ рѣзкими измѣненіями сѣченія канала.

Второе приближеніе.

Если длина измѣряемого ртутнаго столбика въ какомъ либо изъ его положеній сильно отличается отъ длины главнаго промежутка, или другими словами, если избытки a_1 , a_2 и т. д. слишкомъ велики, то слѣдуетъ считаться съ измѣненіемъ поправокъ на протяженіи этихъ избытковъ. Формула 7bis на стр. 34 даетъ возможность ввести въ отсчеты положеній меншека ртутнаго столбика поправку:

$$\Delta n f'(n) - \Delta m f'(m).$$

Здѣсь $f'(n)$ и $f'(m)$ суть измѣненія поправокъ на протяженіи одного дѣленія; ихъ легко опредѣлить по кривой перваго приближенія. Введеніе этихъ поправокъ даетъ новую систему уравненій, рѣшеніе которой приводитъ къ результатамъ *второго приближенія*.

Примѣнимъ это къ калибровкѣ вышеупомянутаго капилляра Baudin'a. Въ первомъ приближеніи методъ Marek-Venot привелъ къ поправкамъ (въ микронахъ), помѣщеннымъ въ первомъ столбцѣ таблицы XIII.

Т а б л и ц а XIII.

Измѣненіе поправокъ на одинъ миллиметръ (въ микронахъ).

Поправки.	Ниже.	Выше.	Среднее.
$x_1 = 0$	—	— 1,1	— 1,1
$x_2 = - 10,5$	— 1,1	— 3,6	— 2,3
$x_3 = - 46,6$	— 3,6	+ 3,3	— 0,2
$x_4 = - 13,7$	+ 3,3	+ 8,5	+ 5,9
$x_5 = + 71,8$	+ 8,5	+ 9,0	+ 8,7
$x_6 = + 162,2$	+ 9,0	+ 5,8	+ 7,4
$x_7 = + 219,9$	+ 5,8	+ 0,4	+ 3,1
$x_8 = + 224,2$	+ 0,4	— 4,4	— 2,0
$x_9 = + 179,8$	— 4,4	— 7,3	— 6,0
$x_{10} = + 106,9$	— 7,3	— 10,7	— 9,0
$x_{11} = 0$	— 10,7	—	— 10,7

Второй столбецъ таблицы XIII содержать измѣненія поправки на одинъ миллиметръ шкалы трубки ниже даннаго дѣленія, а третій столбецъ тѣ-же измѣненія, но выше даннаго дѣленія. Среднее ¹⁾ изъ чиселъ этихъ двухъ столбцовъ есть искомаа $f'(m)$. Вводя соответственныя поправки въ отсчеты наблюдений, мы получаемъ слѣдующую систему уравненій аналогичную системѣ уравненій на стр. 52—53.

Столбецъ въ 1 сант.

$$\lambda_{18} + x_1 - x_2 = + 841$$

$$\lambda_{20} + x_2 - x_3 = + 846$$

$$\lambda_{20} + x_3 - x_4 = + 775$$

$$\lambda_{10} + x_4 - x_5 = + 737$$

$$\lambda_{10} + x_5 - x_6 = + 726$$

$$\lambda_{10} + x_6 - x_7 = + 766$$

$$\lambda_{20} + x_7 - x_8 = + 807$$

$$\lambda_{10} + x_8 - x_9 = + 874$$

$$\lambda_{18} + x_9 - x_{10} = + 898$$

$$\lambda_{18} + x_{10} - x_{11} = + 923$$

Столбецъ въ 2 сант.

$$\lambda_9 + x_1 - x_2 = + 237$$

$$\lambda_9 + x_2 - x_3 = + 312$$

$$\lambda_9 + x_3 - x_4 = + 60$$

$$\lambda_9 + x_4 - x_5 = + 15$$

$$\lambda_9 + x_5 - x_6 = + 31$$

$$\lambda_9 + x_6 - x_7 = + 112$$

$$\lambda_9 + x_7 - x_8 = + 216$$

$$\lambda_9 + x_8 - x_{10} = + 283$$

$$\lambda_9 + x_9 - x_{11} = + 354$$

Столбецъ въ 3 сант.

$$\lambda_2 + x_1 - x_2 = + 274$$

$$\lambda_2 + x_2 - x_3 = + 218$$

$$\lambda_9 + x_3 - x_4 = + 56$$

$$\lambda_2 + x_4 - x_5 = + 42$$

$$\lambda_9 + x_5 - x_6 = + 120$$

$$\lambda_2 + x_6 - x_7 = + 261$$

$$\lambda_9 + x_7 - x_{10} = + 390$$

$$\lambda_2 + x_8 - x_{11} = + 494$$

Столбецъ въ 4 сант.

$$\lambda_7 + x_1 - x_2 = - 305$$

$$\lambda_7 + x_2 - x_3 = - 893$$

$$\lambda_2 + x_3 - x_4 = - 979$$

$$\lambda_7 + x_4 - x_5 = - 949$$

$$\lambda_7 + x_5 - x_6 = - 819$$

$$\lambda_7 + x_6 - x_{10} = - 681$$

$$\lambda_7 + x_7 - x_{11} = - 493$$

¹⁾ Подобный способъ опредѣленія $f'(m)$ равносителенъ предположенію, что касательная къ кривой поправка въ точкѣ m параллельна хордѣ, стягивающей дугу между точками $m-1$ и $m+1$, т. е., что эта дуга принадлежитъ кривой второго порядка.

Столбикъ въ 5 сант.

$$\lambda_0 + x_1 - x_0 = - 642$$

$$\lambda_0 + x_2 - x_7 = - 718$$

$$\lambda_0 + x_3 - x_8 = - 739$$

$$\lambda_0 + x_4 - x_9 = - 674$$

$$\lambda_0 + x_6 - x_{10} = - 493$$

$$\lambda_0 + x_8 - x_{11} = - 297$$

Столбикъ въ 6 сант.

$$\lambda_2 + x_1 - x_7 = + 663$$

$$\lambda_5 + x_2 - x_8 = + 634$$

$$\lambda_3 + x_3 - x_9 = + 655$$

$$\lambda_3 + x_4 - x_{10} = + 759$$

$$\lambda_3 + x_5 - x_{11} = + 952$$

Столбикъ въ 7 сант.

$$\lambda_4 + x_1 - x_0 = + 546$$

$$\lambda_4 + x_2 - x_9 = + 563$$

$$\lambda_4 + x_3 - x_{10} = + 613$$

$$\lambda_4 + x_4 - x_{11} = + 732$$

Столбикъ въ 8 сант.

$$\lambda_2 + x_1 - x_9 = + 321$$

$$\lambda_2 + x_2 - x_{10} = + 383$$

$$\lambda_2 + x_3 - x_{11} = + 460$$

Столбикъ въ 9 сант.

$$\lambda_3 + x_1 - x_{10} = - 573$$

$$\lambda_3 + x_2 - x_{11} = - 479$$

Рѣшеніе этихъ уравненій методомъ Marek-Benoit приводитъ къ поправкамъ второго приближенія:

$x_1 =$	0	$x_7 =$	+ 219,28
$x_2 =$	- 10,70	$x_8 =$	+ 223,22
$x_3 =$	- 46,39	$x_9 =$	+ 178,84
$x_4 =$	- 13,87	$x_{10} =$	+ 106,43
$x_5 =$	+ 72,17	$x_{11} =$	0
$x_6 =$	+ 162,82		

Эти поправки не отличаются отъ поправокъ первого приближенія (см. стр. 66); причина этому во первыхъ та, что при калибровкѣ трубки было обращено большое вниманіе на то, чтобы длины отдѣльныхъ столбиковъ ртути были по возможности близки къ длинамъ промежутковъ; кромѣ того, ходъ измѣненій поправокъ для даннаго капилляра весьма плавенъ.

Второе приближеніе необходимо для такихъ капилляровъ, у которыхъ помимо большой численной величины поправокъ на калибрь, кривая послѣднихъ имѣетъ рѣзкій ходъ, что указываетъ на существованіе расширеній и суженій въ каналѣ капилляра.

Интерполированіе и преобразованіе поправокъ въ одной въ поправки въ другой системѣ.

Когда окончена главная калибровка, и опредѣлены поправки для главныхъ дѣленій шкалы, поправки для промежуточныхъ дѣленій между

каждой парой главных находятся или графически по кривой поправки на калибрь, или-же по слѣдующей формулѣ ¹⁾ интерполированія. Пусть для дѣлений m , i , k и n поправки суть соответственно x_m , x_i , x_k и x_n ; составляемъ слѣдующія разности:

$$\begin{array}{l} x_m \\ x_i \\ x_k \\ x_n \end{array} \quad \begin{array}{l} \Delta_1 = x_i - x_m \\ \Delta_1' = x_k - x_i \\ \Delta_1'' = x_n - x_k \end{array} \quad \begin{array}{l} \Delta_2 = \Delta_1' - \Delta_1 \\ \Delta_2' = \Delta_1'' - \Delta_1' \\ \Delta_3 = \Delta_2' - \Delta_2 \end{array}$$

Если промежутокъ между дѣлениями i и k разбить на p равныхъ частей, то для послѣдовательныхъ дѣлений на этомъ промежуткѣ имѣемъ слѣдующія значенія поправокъ:

$$\begin{array}{l} x_i = x_m + \Delta_1 \\ x_{i+\frac{k-i}{p}} = x_m + \frac{p+1}{p} \Delta_1 + \frac{p+1}{2p^2} \Delta_2 - \frac{p^2-1}{6p^3} \Delta_3 \\ x_{i+\frac{2(k-i)}{p}} = x_m + \frac{p+2}{p} \Delta_1 + \frac{2p+4}{2p^2} \Delta_2 - \frac{2p^2-8}{6p^3} \Delta_3 \\ x_{i+\frac{3(k-i)}{p}} = x_m + \frac{p+3}{p} \Delta_1 + \frac{3p+9}{2p^2} \Delta_2 - \frac{3p^2-27}{6p^3} \Delta_3 \\ \dots \\ x_k = x_k \end{array}$$

Вычисленіе этихъ поправокъ удобнѣе производить по слѣдующимъ разностямъ:

$$\begin{array}{l} \delta_1 = x_{i+\frac{k-i}{p}} - x_i = \frac{1}{p} \Delta_1 + \frac{p+1}{2p^2} \Delta_2 - \frac{p^2-1}{6p^3} \Delta_3 \\ \delta_1' = x_{i+\frac{2(k-i)}{p}} - x_{i+\frac{k-i}{p}} = \frac{1}{p} \Delta_1 + \frac{p+3}{2p^2} \Delta_2 - \frac{p^2-7}{6p^3} \Delta_3 \\ \delta_1'' = x_{i+\frac{3(k-i)}{p}} - x_{i+\frac{2(k-i)}{p}} = \frac{1}{p} \Delta_1 + \frac{p+5}{2p^2} \Delta_2 - \frac{p^2-19}{6p^3} \Delta_3 \\ \dots \\ \delta_2 = \delta_1' - \delta_1 = \frac{1}{p^2} \Delta_2 + \frac{1}{p^3} \Delta_3 \\ \delta_2' = \delta_1'' - \delta_1' = \frac{1}{p^2} \Delta_2 + \frac{2}{p^3} \Delta_3 \\ \dots \\ \delta_3 = \delta_2' - \delta_2 = \delta_2'' - \delta_2' = \dots = \frac{1}{p^3} \Delta_3 \end{array}$$

разности δ_1 , δ_2 и δ_3 служатъ исходной точкой для опредѣленія поправокъ.

¹⁾ Travaux et Memoires, t. V, p. 79. 1886.

В качестве примера вычислим поправки для каждого $0,2^\circ$ термометра Bandin'a № 17386 ¹⁾, в промежутке между 16° и 18° . Поправки на калибр для точек 14° , 16° , 18° и 20° были найдены следующие (в градусах):

Точки. Поправки.	Разности.	
$14^\circ + 0,1013$		
$16^\circ + 0,1103$	$\Delta_1 = + 0,0090$	$\Delta_2 = - 0,0098$
$18^\circ + 0,1095$	$\Delta_1' = - 0,0008$	$\Delta_2' = - 0,0068$
$20^\circ + 0,1019$	$\Delta_1'' = - 0,0076$	$\Delta_2'' = + 0,0030$

Принимая во внимание, что $p = 10$, имеем

$$\delta_1 = + 0,0003115 \quad \delta_2 = - 0,000095 \quad \delta_3 = + 0,000003$$

Вычисление производим по следующей схеме:

δ_3	$\delta_2, \delta_2', \delta_2'' \dots$	$\delta_1, \delta_1', \delta_1'' \dots$	Поправки.	Точки.
			$+ 0,1103$	$16^\circ,0$
		$+ 0,0003115$	$+ 0,1106115$	$16^\circ,2$
$+ 0,0000030$	$- 0,0000950$	$+ 0,0002165$	$+ 0,1108280$	$16^\circ,4$
	$- 0,0000920$	$+ 0,0001245$	$+ 0,1109525$	$16^\circ,6$
	$- 0,0000890$	$+ 0,0000355$	$+ 0,1109880$	$16^\circ,8$
	$- 0,0000860$	$- 0,0000505$	$+ 0,1109875$	$17^\circ,0$
	$- 0,0000830$	$- 0,0001335$	$+ 0,1108040$	$17^\circ,2$
	$- 0,0000800$	$- 0,0002135$	$+ 0,1105905$	$17^\circ,4$
	$- 0,0000770$	$- 0,0002905$	$+ 0,1103000$	$17^\circ,6$
	$- 0,0000740$	$- 0,0003645$	$+ 0,1099355$	$17^\circ,8$
	$- 0,0000710$	$- 0,0004355$	$+ 0,1095$	$18^\circ,0$

Вычисления сделаны до седьмого десятичного знака, в окончательных же поправках можно оставить три или четыре знака после запятой.

Для интерполирования необходимо, чтобы главные деления лежали достаточно близко одно от другого, так как только в таком случае можно считать, что в интерполируемом промежутке сечение канала трубки изменяется плавно.

¹⁾ см. стр. 83.

На дѣлѣ, во набѣжаніе очень большого числа ртутныхъ столбиковъ, расстояние между главными точками берутъ не настолько малымъ, чтобы нельзя было предполагать существованія на его протяженіи рѣзкихъ измѣненій калибра; въ такомъ случаѣ слѣдуетъ продолжить калибровку въ предѣлахъ каждаго главнаго промежутка. Для этой цѣли разбиваютъ главный промежутокъ, напр. $[m.n]$ на болѣе мезкіе промежутки и производятъ калибровку промежутка $[m.n]$ однимъ изъ вышеприведенныхъ методовъ. При этомъ для всѣхъ промежуточныхъ дѣленій напр., i, k и т. д. получаютъ поправки въ системѣ $[m.n]$, т. е. въ предположеніи, что $y_m = y_n = 0$. Но такъ какъ поправки для дѣленій m и n въ системѣ главной калибровки вообще не равны нулю, то и для дѣленій i, k и т. д. поправки въ последней иныя, чѣмъ въ системѣ $[m.n]$. Мы выведемъ формулу, позволяющую дѣлать переходъ отъ поправокъ въ одной въ поправки въ другой системѣ.

Пусть x_m, x_n и x_i суть поправки для точекъ m, n и i въ данной системѣ, y_m, y_n и y_i поправки для тѣхъ-же точекъ въ новой системѣ. Согласно формулѣ (1) на стр. 31 емкости трубки между дѣлениями m и n и m и i возможно выразить двоякимъ образомъ:

$$\begin{aligned} v_{m,n} &= v[n + x_n - (m + x_m)] = v'[n + y_n - (m + y_m)] \\ v_{m,i} &= v[i + x_i - (m + x_m)] = v'[i + y_i - (m + y_m)], \end{aligned}$$

гдѣ v и v' — средніе объемы одного дѣленія на протяженіи калибруемыхъ участковъ шкалы трубки.

Для почленно второе равенство на первое, имѣемъ:

$$\frac{i + x_i - (m + x_m)}{n + x_n - (m + x_m)} = \frac{i + y_i - (m + y_m)}{n + y_n - (m + y_m)}$$

Отсюда:

$$y_i = y_m + \frac{x_i - x_m + (1 - c)(i - m)}{c}, \dots \dots \dots (8)$$

примемъ

$$c = \frac{n + x_n - (m + x_m)}{n + y_n - (m + y_m)}$$

Перекрестная калибровка Neumann-Guillaume'a.

Вышеприведенная калибровка каждаго изъ главныхъ промежутковъ съ преобразованиемъ поправокъ въ поправки системы главной калибровки можетъ быть иногда съ удобствомъ замѣнена методомъ одновременной калибровки двухъ главныхъ промежутковъ безъ формулъ преобразованій. Эта калибровка, называемая *перекрестной*, предложена Guillaume'омъ¹⁾ и представляеть собой нечто иное, какъ методъ Neumann'a, примененный къ двумъ несмежнымъ главнымъ промежуткамъ.

Возьмемъ два главныхъ промежутка, напр. промежутки $[1.(m+1)]$ и $[(n+1).(n+m+1)]$, изъ которыхъ каждый содержитъ по $(m+1)$

¹⁾ Traité de la thermometrie, pp. 91—95. 1889.—Travaux et Memoires t. 13. p. 9, 1907.

Т а б л и

$\lambda_{n+m} +$	$\lambda_{n+m-1} +$...	$\lambda_{m+2} +$
			$x_2 - x_{n+1} = p_2$
			$x_3 - x_{n+2} = p_3$
			...
			$x_{m-1} - x_{n+1} = b_{m-1}$
			$x_m - x_{n+1} = a_m$
			$x_{m+1} - x_{n+2} = a_{m+1}$
			$x_m - x_{n+2} = b_m$
			$x_{m+1} - x_{n+3} = b_{m+1}$
			$x_m - x_{n+m-1} = p_m$
			$x_{m+1} - x_{n+m} = p_{m+1}$

ц а XIV.

$\lambda_{m+1} +$	$\lambda_m +$...	$\lambda_3 +$	$\lambda_2 +$
$x_1 - x_{n+1} = q_1$	$x_1 - x_{n+2} = r_1$...	$x_1 - x_{n+m-1} = u_1$	$x_1 - x_{n+m} = w_1$
$x_2 - x_{n+2} = q_2$	$x_2 - x_{n+3} = r_2$...	$x_2 - x_{n+m} = u_2$	$x_2 - x_{n+m+1} = w_2$
$x_3 - x_{n+3} = q_3$	$x_3 - x_{n+4} = r_3$...	$x_3 - x_{n+m+1} = u_3$	
...
$x_{m-1} - x_{n+m-1} = q_{m-1}$	$x_{m-1} - x_{n+m} = r_{m-1}$			
$x_m - x_{n+m} = q_m$	$x_m - x_{n+m+1} = r_m$			
$x_{m+1} - x_{n+m+1} = q_{m+1}$				

Т а б л и ц а XV.

	$x_2 - x_1$	$x_3 - x_2$	$x_4 - x_3$...	$x_{m-1} - x_{m-2}$	$x_m - x_{m-1}$	$x_{n+1} - x_n$	S_k		Σ_k		x_k
$x_{n+m} - x_{n+m+1}$	$w_2 - w_1$	$u_3 - u_2$	$r_m - r_{m-1}$	$q_m - q_{m-1}$	$q_{m+1} - q_m$	S_{n+m}	$\frac{1}{m} S_{n+m}$	Σ_{n+m}	$+ x_{n+m+1} - \beta$	x_{n+m}
$x_{n+m-1} - x_{n+m}$	$u_2 - u_1$	$r_{m-1} - r_{m-2}$	$q_m - q_{m-1}$	$p_{m+1} - p_m$	S_{n+m-1}	$\frac{1}{m} S_{n+m-1}$	Σ_{n+m-1}	$+ x_{n+m+1} - 2\beta$	x_{n+m-1}
$x_{n+m-2} - x_{n+m-1}$	$q_{m-1} - q_{m-2}$	$p_m - p_{m-1}$...	S_{n+m-2}	$\frac{1}{m} S_{n+m-2}$	Σ_{n+m-2}	$+ x_{n+m+1} - 3\beta$	x_{n+m-2}
...	$p_{m-1} - p_{m-2}$
...	...	$r_4 - r_3$
$x_{n+3} - x_{n+4}$...	$r_3 - r_2$	$q_4 - q_3$	S_{n+3}	$\frac{1}{m} S_{n+3}$	Σ_{n+3}	$+ x_{n+m+1} - (m-2)\beta$	x_{n+3}
$x_{n+2} - x_{n+3}$	$r_2 - r_1$	$q_3 - q_2$	$p_4 - p_3$	$b_{m+1} - b_m$	S_{n+2}	$\frac{1}{m} S_{n+2}$	Σ_{n+2}	$+ x_{n+m+1} - (m-1)\beta$	x_{n+2}
$x_{n+1} - x_{n+2}$	$q_2 - q_1$	$p_3 - p_2$	$b_m - b_{m-1}$	$a_{m+1} - a_m$	S_{n+1}	$\frac{1}{m} S_{n+1}$	Σ_{n+1}	$+ x_{n+m+1} - m\beta$	x_{n+1}
S_1	S_1	S_2	S_3	...	S_{m-2}	S_{m-1}	S_m	$-\frac{1}{m} \Sigma_m$	$\Sigma_{n+1} = x_{m+1} - x_1 + x_{n+m} - x_{n+m+1} =$ $= m\beta + x_{n+1} - x_{n+m+1}$			
	$\frac{1}{m} S_1$	$\frac{1}{m} S_2$	$\frac{1}{m} S_3$...	$\frac{1}{m} S_{m-2}$	$\frac{1}{m} S_{m-1}$	$\frac{1}{m} S_m$		$\beta = \frac{\Sigma_{n+1} - (x_{n+1} - x_{n+m+1})}{m}$			
Σ_1	Σ_1	Σ_2	Σ_3	...	Σ_{m-2}	Σ_{m-1}	Σ_m	$+x_1$	$\Sigma_m = x_{m+1} - x_1 + x_{n+1} - x_{n+m+1} =$ $= x_{m+1} - x_1 + m\alpha$			
	$+x_1$	$+x_1$	$+x_1$...	$+x_1$	$+x_1$	$+x_1$	$-m\alpha$				
	$-\alpha$	-2α	-3α	...	$-(m-2)\alpha$	$-(m-1)\alpha$						
x_1	x_2	x_3	x_4	...	x_{m-1}	x_m	x_{m+1}		$\alpha = \frac{\Sigma_m - (x_{m+1} - x_1)}{m}$			

равноотстоящих дѣлений т. е. по m равныхъ промежутковъ. Ртутный столбикъ длиною въ $n - m$ промежутковъ измѣряется въ двухъ положеніяхъ:

$$\begin{aligned} \lambda_{n+m} + x_m - x_{n+1} &= a_m \\ \lambda_{n+m} + x_{m+1} - x_{n+2} &= a_{m+1} \end{aligned}$$

Слѣдующій столбикъ въ $(n - m + 1)$ промежутковъ измѣряется въ трехъ положеніяхъ:

$$\begin{aligned} \lambda_{n+m-1} + x_{m-1} - x_{n+1} &= b_{m-1} \\ \lambda_{n+m-1} + x_m - x_{n+2} &= b_m \\ \lambda_{n+m-1} + x_{m+1} - x_{n+3} &= b_{m+1} \text{ и т. д.} \end{aligned}$$

Наибольшее число положеній имѣть столбикъ длиною въ $m + 1$ промежутковъ.

Наконецъ самый длинный столбикъ въ $n + m$ промежутковъ наблюдается опять въ двухъ положеніяхъ:

$$\begin{aligned} \lambda_2 + x_1 - x_{n+m} &= w_1 \\ \lambda_2 + x_2 - x_{n+m+1} &= w_2. \end{aligned}$$

Въ таблицѣ XIV сведены всѣ основныя уравненія разсматриваемаго способа.

Составляемъ таблицу XV и подобно тому, какъ въ табл. VII находимъ послѣдовательныя суммы:

$$\begin{aligned} S_1 &= m(x_2 - x_1) + x_{n+1} - x_{n+m+1} \\ S_2 &= m(x_3 - x_2) + x_{n+1} - x_{n+m+1} \\ &\dots \dots \dots \\ S_m &= m(x_{m+1} - x_m) + x_{n+1} - x_{n+m+1} \\ S_{n+1} &= m(x_{n+1} - x_{n+2}) + x_{m+1} - x_1 \\ S_{n+2} &= m(x_{n+2} - x_{n+3}) + x_{m+1} - x_1 \\ &\dots \dots \dots \\ S_{n+m} &= m(x_{n+m} - x_{n+m+1}) + x_{m+1} - x_1 \end{aligned}$$

Затѣмъ вычисляемъ суммы:

$$\begin{aligned} \Sigma_1 &= \frac{1}{m} S_1 = x_2 - x_1 + \frac{1}{m} (x_{n+1} - x_{n+m+1}) \\ \Sigma_2 &= \Sigma_1 + \frac{1}{m} S_2 = x_3 - x_1 + \frac{2}{m} (x_{n+1} - x_{n+m+1}) \\ &\dots \dots \dots \\ \Sigma_m &= \Sigma_{m-1} + \frac{1}{m} S_m = x_{m+1} - x_1 + x_{n+1} - x_{n+m+1} \\ \Sigma_{n+m} &= \frac{1}{m} S_{n+m} = x_{n+m} - x_{n+m+1} + \frac{1}{m} (x_{m+1} - x_1) \\ \Sigma_{n+m-1} &= \Sigma_{n+m} + \frac{1}{m} S_{n+m-1} = x_{n+m-1} - x_{n+m+1} + \frac{2}{m} (x_{m+1} - x_1) \\ &\dots \dots \dots \\ \Sigma_{n+1} &= \Sigma_{n+2} + \frac{1}{m} S_{n+1} = x_{n+1} - x_{n+m+1} + x_{m+1} - x_1 \end{aligned}$$

разность между двумя известными поправками x_i и откуда определяем α (соотв. β). Примеры этому можно найти ниже в калибровке термометра.

Для проверки вычислений можно воспользоваться соотношениями:

$$\Sigma x_i = \Sigma \Sigma_i + m x_i - \frac{(1+2+\dots+m)}{m} \alpha$$

$$\Sigma x_k = \Sigma \Sigma_k + m x_k + m x_{n+m+1} + \frac{(1+2+\dots+m)}{m} \beta$$

Комбинируя соответственным образом по паре главных промежутков, можно прокалибровать помощью перекрестной калибровки всю трубку. Случается, что некоторые деления данного промежутка повторяются в двух калибровках; найденная пара поправок для одного и того же деления служит критеріумом для суждения о точности калибровки.

Как видно метод Neumann-Guillaume'a, захватывая два главных промежутка, значительно ускоряет ход калибровки. Кроме того в нем можно обойтись без формул преобразования, так как имеем в виду окончательную определенную систему поправок, можно вычислять x прямо для этой системы, не прибегая к преобразованиям. Ниже на примере калибровки термометра Vauclain'a будет иллюстрирован метод перекрестной калибровки.

Дополнительные деления.

Шкала калибруемого капилляра не всегда начинается и оканчивается главными делениями: в целях удобства отсчетов деления часто бывают продолжены за оба конца шкалы. Точно также и в современных точных термометрах ради сокращения их длины делаются расширения (ампулки), около которых деления прерываются, и у ближайших по обе стороны этой ампулки главных делений наносятся добавочные деления. Так как все эти дополнительные деления обыкновенно не входят ни в главную, ни в перекрестную калибровку, то поправки для них определяют особо, помещая во время калибровки ртутный столбик таким образом, чтобы один из его концов приходился под делением m , который захватывается калибровкой, а другой под данным вспомогательным делением k и определяя избыток a . Зная на основании результатов калибровки величину λ для данного столбика и поправку x_m , легко по уравнению:

$$\lambda + x_k - x_m = a$$

найти искомую поправку x_k .

Можно для предыдущей цели пользоваться также столбиком с неизвестным λ . При этом для исключения λ необходимо иметь наблюдения столбика в положении между двумя делениями p и q , для которых известны поправки:

Тогда

$$\lambda + x_k - x_m = a_1$$

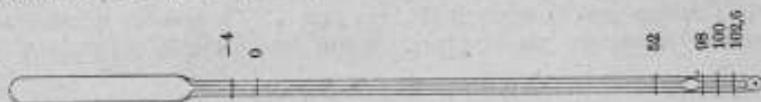
$$\lambda + x_p - x_q = a_2$$

откуда

$$x_k = a_1 - a_2 + x_p - x_q + x_m$$

Калибровка термометра Vaudin'a № 17386.

Въ качествѣ примѣра я привожу полную калибровку нормального термометра Vaudin'a № 17386, произведенную въ Главной Палатѣ. Термометръ носитъ подраздѣленія на десятые градуса; его шкала начинается у -4° , между 52° и 98° имѣется расширеніе (анигулька), затѣмъ шкала продолжается до 102° (см. черт. 4).



Черт. 4.

Ходъ калибровки былъ слѣдующій:

I. *Опредѣленіе поправки для дѣленія 50° .* Для этого ртутный столбикъ длиною около 50° былъ измѣренъ въ положеніяхъ $[0.50]$ и $[50.100]$ ¹⁾. Наблюденія дали (въ градусахъ) въ среднемъ

$$\begin{aligned} \lambda_{50} + x_0 - x_{50} &= -0,0077_5 \\ \lambda_{50} + x_{50} - x_{100} &= +0,0450_5 \end{aligned}$$

Принимая во вниманіе, что $x_0 = x_{100} = 0$, имѣемъ

$$2x_{50} = +0,0528; \quad x_{50} = +0,0264$$

Одновременно помощью тѣхъ-же столбиковъ (см. ниже протоколы наблюденій) опредѣлены поправки для дополнительныхъ дѣленій 98° и 102° . При этомъ поправки для 48° и 52° взяты изъ результатовъ дальнейшей перекрестной калибровки, а именно

$$\begin{aligned} x_{48} &= +0,0319 \\ x_{52} &= +0,0196 \end{aligned}$$

Какъ видно изъ протоколовъ въ среднемъ измѣренія дали:

$$\begin{aligned} \lambda_{50} + x_{48} - x_{98} &= +0,0502_5 \\ \lambda_{50} + x_{50} - x_{100} &= +0,0450_5 \end{aligned}$$

отсюда

$$x_{98} = +0,0003$$

точно также

$$\begin{aligned} \lambda_{50} + x_{52} - x_{102} &= +0,0219_{25} \\ \lambda_{50} + x_{50} - x_{100} &= +0,0450_5 \\ x_{102} &= +0,0163 \end{aligned}$$

II. *Главная калибровка*, именно калибровка черезъ промежутки въ 10° и вычисленіе способомъ Marek-Benoit поправокъ для каждаго изъ

¹⁾ Одно дѣленіе $\left(\frac{1^{\circ}}{10}\right)$ термометра порядка миллиметра; при калибровкѣ расчеты дѣлались съ точностью до $\frac{1}{100}$ дѣл., т. е. до $\frac{1^{\circ}}{1000}$.

дѣлений 0° , 10° , 20° , 30° , 40° и 50° въ томъ предположеніи, что поправки x_0 и x_{50} для крайнихъ дѣлений равны нулю. Такимъ образомъ найдены:

$$\begin{array}{ll} x_0 = 0,0000 & x_{20} = -0,0002 \\ x_{10} = +0,0729 & x_{40} = -0,0005 \\ x_{20} = +0,0912 & x_{50} = 0,0000 \end{array}$$

Преобразование этихъ поправокъ изъ системы [0.50] въ систему [0.100] произведено по формулѣ (8), на стр. 75, и привело къ окончательнымъ поправкамъ для главныхъ дѣлений термометра:

$$\begin{array}{lll} x_0 = 0,0000 & x_{30} = +0,0156 & \\ x_{10} = +0,0782 & x_{40} = +0,0206 & x_{100} = 0,0000 \\ x_{20} = +0,1019 & x_{50} = +0,0264 & \end{array}$$

III. *Перекрестная калибровка двухъ промежутковъ* [-4.10] и [16.30] *черезъ каждые* 2° . Чтобы примѣнить къ этому случаю выведенныя на стр. 81 формулы, слѣдуетъ положить въ послѣднихъ $m = 7$ и $n = 10$. Всего столбиковъ различной длины 13; наибольшее число положений (8) у столбика длиною въ 20° . На основаніи результатовъ измѣреній, по схемѣ табл. XV (стр. 78—79) составляемъ табл. А (числа выражены въ десятичныхъ доляхъ градуса). Поправки известны для дѣлений 0° , 10° , 20° и 30° . Соответственно этому, по общему правилу¹⁾, производимъ суммирование въ горизонтальномъ (Σ_i) направленіи слѣва направо, а въ вертикальномъ (Σ_k) направленіи отъ большихъ дѣлений къ меньшимъ. Для опредѣленія α и β служатъ уравненія, выписанныя въ нижнемъ правомъ углу таблицы. Вычисленіе x -овъ произведено до двухъ десятичныхъ (до миллионныхъ градусовъ), въ окончательномъ-же результатѣ десятичная отброшена.

Суммы S_i , S_k и Σ могутъ служить для опредѣленія погрѣшностей Δ . Согласно стр. 80.

$$\begin{aligned} \frac{1}{m} S_i &= x_i - x_{i+1} + \frac{1}{m} (x_{m+1} - x_1) \\ \frac{1}{m} S_k &= x_{k+1} - x_k + \frac{1}{m} (x_{n+1} - x_{n+m+1}) \\ \Sigma_m &= x_{m+1} - x_1 + x_{n+1} - x_{n+m+1} \end{aligned}$$

Возьмемъ для примѣра въ табл. А число $+300$, стоящее на пересѣченіи пятого столбца съ пятой строкой. Согласно закону составления таблицы это число есть ничто иное, какъ сумма разностей:

$$R = (x_4 - x_2) + (x_{22} - x_{24}).$$

Эту-же сумму R можно вычислить на основаніи результатовъ калибровки. Замѣтимъ, что для пятого столбца

$$\frac{1}{7} S_i = x_{22} - x_{24} + \frac{1}{7} (x_{10} - x_{-4}) = +301,43 = M$$

Также для пятой строки:

$$\frac{1}{7} S_k = x_4 - x_2 + \frac{1}{7} (x_{16} - x_{30}) = +246,43$$

¹⁾ См. стр. 81.

Вычитая изъ послѣдняго восьмого выраженія одну седьмую суммы столбца или, что тоже самое, суммы второй строки, именно:

$$\frac{1}{7} \Sigma_m = \frac{1}{7} (x_{16} - x_{30}) + \frac{1}{7} (x_{10} - x_{-4}) = + 239,59$$

получаемъ:

$$\frac{1}{7} S_k - \frac{1}{7} \Sigma_m = x_4 - x_2 - \frac{1}{7} (x_{10} - x_{-4}) = + 6,84 = N.$$

Взявъ наконецъ сумму $M + N$, имѣемъ:

$$M + N = x_4 - x_2 + x_{22} - x_{24} = + 308.$$

Разность $R - (M + N) = - 8$ и есть искома погрѣшность наблюденія Δ . То-же относится ко всякому числу таблицы A .

Въ таблицѣ всѣ числа, относящіяся къ процессу вычисления погрѣшностей напечатаны мелкимъ шрифтомъ.

IV. *Перекрестная калировка промежутковъ* [10° . 20] и [30° . 40°] *черезъ каждые* 2° . Здѣсь $m = 5$ и $n = 10$. Составляемъ таблицу B . Такъ какъ начальныя и конечныя дѣленія каждаго изъ промежутковъ принадлежатъ къ главнымъ, то суммированія можно производить въ любомъ направленіи.

Все сказанное относительно предыдущей таблицы A , приложимо и къ данной таблицѣ B .

V. *Перекрестная калировка двухъ промежутковъ* [20° . 32°] и [40° . 52°].

Здѣсь $m = 6$ и $n = 10$. Суммированіе (см. табл. C) производится въ горизонтальномъ (Σ_h) и въ вертикальномъ (Σ_v) направленіяхъ отъ меньшихъ къ большимъ дѣленіямъ.

Въ концѣ протоколовъ сведены всѣ результаты калировки термометра. Какъ видно, для дѣленій 16° , 18° , 22° , 24° , 26° , 28° и 32° имѣется по парѣ поправокъ, вычисленныхъ изъ различныхъ перекрестныхъ калировокъ. Согласіе въ двухъ поправкахъ для одного и того-же дѣленія достаточно; вообще онѣ отличаются между собою лишь на одну — двѣ тысячныхъ градуса, что отвѣчаетъ одной и двумъ сотымъ одного дѣленія шкалы термометра.

Нѣкоторыя практическія указанія, касающіяся калировки капилляровъ и въ частности термометровъ.

Всякому, кто знакомъ съ калировкой капилляровъ, хорошо извѣстны затрудненія, представляемая работой съ очень большими или очень малыми ртутными столбиками. Въ первомъ случаѣ приходится имѣть дѣло съ ихъ подвижностью, требующей подходящей установки калируемой трубки относительно горизонтальной плоскости, и съ замѣтнымъ вліяніемъ измѣненія температуры на длину столбика; во второмъ случаѣ сильное треніе ртути о стекло часто заставляеть отказываться отъ столбиковъ менѣе определенной длины, зависящей отъ внутренняго просвѣта трубки и чистоты канала и

самой ртути. Ко всему этому надо прибавить трудность въ известныхъ случаяхъ получить столбикъ желаемой длины.

Нижеслѣдующія строки не претендуютъ на вполне исчерпывающее изложеніе всѣхъ примѣняемыхъ при калибровкахъ практическихъ приемовъ; онѣ содержатъ въ себѣ лишь тѣ указанія, слѣдуя которымъ наблюдатель, экономизируя свой трудъ и время, можетъ облегчить себѣ достиженіе усѣбныхъ результатовъ.

Отдѣленіе столбиковъ. Если трубка открыта съ обѣихъ сторонъ, и ея каналъ не слишкомъ узокъ, то ртутные столбики вводятся подъ небольшимъ давленіемъ при помощи каучуковой трубки. Въ узкихъ капиллярахъ приходится прибѣгать къ всасыванію ртути; въ такихъ трубкахъ не легко удастся получить столбики желаемой длины тѣмъ болѣе, что единственнымъ средствомъ для этого является простое отливаніе ртути изъ канала, капля за каплей; величину вытекающихъ капель удобно при этомъ регулировать посредствомъ отрѣзанія ихъ кускомъ картона или бумаги.

Въ закрытыхъ трубкахъ, такихъ напр., какъ готовые термометры, отдѣленіе столбиковъ представляется собой нѣчто затрудненіе, такъ какъ въ нихъ ртуть, въ силу ея внутреннего сдѣвленія, невозможно разбить на части. Для этой цѣли пользуются свойствомъ пузырьковъ газа прилипать среди массы ртути къ поверхности стекла; это прилипаніе настолько сильно, что ртутный столбикъ при своемъ движеніи какъ бы обходитъ пузырекъ, не увлекая его съ собою. Разъ такой пузырекъ образовался въ данномъ мѣстѣ канала трубки, то легкій толчекъ по термометру заставляетъ ртуть раздѣлиться на двѣ части. Поэтому надо прежде всего умѣть получить этотъ пузырекъ въ желаемомъ мѣстѣ. Въ отношеніи термометровъ существуетъ для этого рядъ приемовъ, при выполненіи которыхъ однако слѣдуетъ соблюдать слѣдующія *золотыя правила*:

1. *Не подвергать ударамъ самый резервуаръ термометра; если же необходимо прибѣгнуть къ сотрясеніямъ, то слѣдуетъ захватить резервуаръ въ кисть руки и ударять уже послѣдней о столъ или другую руку.*

2. *Нагрѣваніе термометра производятъ надъ пламенемъ спиртовой ¹⁾ горѣлки при непрерывномъ вращеніи его вокругъ оси.*

3. *При переноскѣ держать термометръ вертикально, резервуаромъ внизъ.*

Несоблюденіе этихъ правилъ нередко влечетъ за собою поломку термометра.

Часто одно нагрѣваніе стержня термометра достаточно для образованія пузырька газа въ нагрѣваемомъ мѣстѣ. Если же нагрѣваніе не даетъ результатовъ, то прибѣгаютъ къ слѣдующему приему. Держа термометръ вертикально, резервуаромъ вверхъ, заставляютъ ртуть подъ собственной тяжестью выйти изъ резервуара и наполнить большую часть канала; при этомъ можетъ помочь предварительное нагрѣваніе самого резервуара, благодаря чему увеличивается длина столбика въ каналѣ, а слѣдов. и его

¹⁾ Спиртовая горѣлка можетъ съ успѣхомъ быть замѣнена маленькой керосиновой лампой. Температура темнаго пламени газовой горѣлки нѣсколько высока для этой цѣли, свѣтлое же пламя послѣдней даетъ копоть.

вѣсь. При этой манипуляціи въ верхней части перевернутого резервуара появляется пузырекъ разряженнаго газа. Тогда быстрымъ движеніемъ придаютъ термометру наклонное положеніе резервуаромъ внизъ; держа термометръ въ правой рукѣ и слегка удара въ нижней частью его стержня (но не резервуаромъ!) о большой палецъ лѣвой руки достигаютъ того, что пузырекъ въ резервуарѣ поднимается вверхъ и занимаетъ *шейку* въ мѣстѣ суженія резервуара и перехода его въ каналъ. Въ этотъ моментъ пузырекъ отдѣляетъ массу ртути въ резервуарѣ отъ верхняго столбика. Если продолжать держать термометръ въ такомъ наклонномъ положеніи, то весь столбикъ, постепенно стекая капля за каплей обратно въ резервуаръ, опять соединится съ главной массой ртути. Поэтому, прежде нежели произойдетъ послѣднее, придаютъ термометру легкій наклонъ въ обратную сторону, резервуаромъ вверхъ, стараюсь удержать пузырекъ въ шейкѣ, а столбикъ отодвинуть отъ резервуара на вѣскольکو сантиметровъ. Продолжая держать термометръ въ этомъ положеніи, нагреваютъ резервуаръ до тѣхъ поръ, пока ртуть не вытечетъ изъ него въ каналъ и не соединится въ послѣднемъ со столбикомъ; тогда въ мѣстѣ соединенія столбиковъ, на поверхности стекла, образуется едва видимый пузырекъ газа. Легкимъ толчкомъ указательнымъ пальцемъ правой руки по вершинѣ *горизонтально расположеннаго* термометра въ направленіи его канала отдѣляетъ столбикъ какъ-разъ въ томъ мѣстѣ, гдѣ произошло предыдущее соединеніе. Если послѣ этого заставить ртуть соединиться въ новомъ мѣстѣ, то при новомъ толчокѣ столбикъ отдѣляется въ этомъ послѣднемъ мѣстѣ. Такимъ образомъ мѣсто соединенія опредѣляетъ собою мѣсто послѣдующаго разрыва. Чтобы отдѣленный столбикъ имѣлъ желаемую длину, слѣдуетъ нагрѣть резервуаръ, удлинить тѣмъ столбикъ; при послѣдующемъ затѣмъ медленномъ охлажденіи ртуть втягивается въ резервуаръ, и когда разстояніе между тѣмъ дѣленіемъ, около котораго произошло предыдущее соединеніе и концомъ мениска столбика достигнетъ желаемой длины, производятъ толчекъ: столбикъ отдѣляется, а главная масса ртути продолжаетъ втягиваться въ резервуаръ. Въ трехъ случаяхъ толчекъ не вызоветъ отдѣленія столбика: во-первыхъ, когда термометръ находится въ наклонномъ положеніи, во-вторыхъ, когда предыдущее соединеніе столбика имѣло мѣсто въ самомъ резервуарѣ термометра и въ третьихъ, когда верхній менискъ столбика передъ его отдѣленіемъ случайно пройдетъ то мѣсто, гдѣ находится пузырекъ газа; послѣдній въ этомъ случаѣ переходитъ въ пространство надъ ртутью въ термометрѣ. При такихъ обстоятельствахъ приходится повторять сначала всѣ манипуляціи отдѣленія столбика.

При калибровкѣ нижней половины канала термометра, часть ртути можетъ оказаться лишней. Тогда прежде всего стараются отдѣлить извѣстный столбикъ отъ общей массы ртути и наклономъ термометра или сотрясеніями заставляютъ перетечь его въ верхнее расширеніе. Послѣ этого уже приступаютъ къ манипуляціи отдѣленія столбиковъ для калибровки.

Расположеніе калибруемой трубки. Трубка во время работы обыкновенно помѣщается на столикѣ, вращающемся около горизонтальной оси, перпендикулярной къ его длинѣ; столикъ можетъ быть закрѣпленъ въ наклонномъ положеніи, составляющемъ любой уголъ съ горизонтомъ. Послѣднее является необходимымъ во-первыхъ при перемѣщеніи столбиковъ, во-вторыхъ

при калибровкѣ трубокъ съ весьма узкимъ и неравнобѣрнымъ каналомъ, въ которыхъ приходится уравнивать дѣйствующія капиллярныя силы ртути слагающей собственного вѣса столбика.

Въ открытомъ капиллярѣ подвижность большихъ столбиковъ съ удобствомъ парализуется насадкой на него каучуковой трубки со стекляной пробкой и одновременнымъ наклономъ столика; послѣднее средство является единственнымъ въ случаѣ закрытыхъ капилляровъ, гдѣ уголъ необходимаго наклона по вышеприведенной причинѣ можетъ достигать значительной величины.

При отсчетахъ рекомендуется помѣщать трубку такимъ образомъ, чтобы нанесенныя на ней дѣленія были обращены въ сторону отъ наблюдателя: при этомъ менискъ ртути проектируется на дѣленіяхъ, видимыхъ черезъ стекло трубки. Для отсчетовъ можно пользоваться двумя длинно-фокусными микроскопами, снабженными окулярными микрометрами, хотя болѣе быстрымъ является французскій способъ отсчета: устанавливаютъ микроскопы такимъ образомъ, чтобы вертикальная нить окуляра дѣлила пополамъ промежутки между двумя смежными дѣленіями шкалы, между которыми лежатъ и менискъ ртути. Расстояние же мениска отъ дѣлений отсчитывается на глазъ съ точностью до 1 — 2 сотыхъ дѣленія ¹⁾.

Вліяніе температуры. Изъ протоколовъ калибровки термометра Vaudin'a (стр. 90) видно, что во время хода наблюденій избытки $\Delta k - \Delta l$ для однихъ и тѣхъ-же положеній столбика методически растутъ или уменьшаются. Причина этому — вліяніе измѣненія температуры столбика; ее легко исключить тѣмъ, что измѣреніе столбика производятъ сначала при его перемѣщеніи въ одну сторону, а потомъ обратно. Такимъ образомъ для каждого положенія имѣютъ по парѣ (или больше) измѣреній, среднее изъ которыхъ свободно отъ температурной ошибки. Въ протоколахъ калибровки термометра № 17386 на страницахъ 90 и 94 мелкими цифрами указанъ тотъ порядокъ, въ которомъ производились измѣренія. Такъ, напр. для столбика въ 50° первое положеніе его было [0.50], второе [50.100], третье — опять [50.100], четвертое [0.50] и т. д.

Отъ навыка и искусства наблюдателя зависитъ то, насколько удастся избѣгнуть температурныхъ вліяній. Особенное значеніе имѣетъ при этомъ быстрота манипуляцій.

При работѣ съ термометромъ важно послѣ окончанія калибровки умѣть привести его въ состояніе, годное къ употребленію. Сюда относятся слѣдующіе приемы.

1. *Удаленіе ртути изъ верхняго расширенія.* Если расширеніе вполне заполнено ртутью, то нагреваютъ это расширеніе на пламени спиртовой горѣлки, держа термометръ наклонно резервуаромъ внизъ; ртуть, увеличиваясь въ объемѣ, входитъ въ каналъ. Послѣ этого даютъ термометру вертикальное положеніе, расширеніемъ вверхъ; ртуть подъ дѣйствіемъ собственного вѣса опускается и соединяется внизу съ остальной ея массой. Въ тонкихъ капиллярахъ приходится при этомъ прибѣгать къ болѣе или менѣе сильнымъ встряхиваніямъ.

Если расширеніе не вполне заполнено ртутью, то однимъ изъ выше-

¹⁾ Если длина каждого дѣленія около 1 мм.

приведенныхъ способовъ заставляютъ ртуть изъ резервуара вытечь и достичь расширенія, гдѣ она соединяется съ каплей.

2. *Удаленіе оставшихся въ каналѣ или шейкѣ термометра слѣдовъ газа.* Эти пузырьки слѣдуетъ перевести въ верхнюю часть термометра; въ противномъ случаѣ возможенъ случайный отдѣленіе столбиковъ, особенно при быстромъ пониженіи температуры резервуара. Съ этой цѣлью медленно охлаждають термометръ и, прибѣгая иногда къ встряхиванію, заставляютъ верхній край столбика опуститься ниже того мѣста, гдѣ имѣется оставшіяся пузырьки газа. Можно пользоваться при этомъ охлаждающими смѣсями такими, какъ напр. толченый ледъ и поваренная соль (-18°), толченый ледъ и порошокъ хлористаго кальція (-25°).

Приложение.

Протоколы калибровки термометра Бодэна № 17386.

I.

Дѣленія: 0°, 50° и 100°.

5 августа 1910 г.

Столбикъ въ 50 градусо́въ № 1.

1	0	+ 0,017	50	+ 0,016	- 0,001	
4		- 0,028		- 0,032	- 0,004	
5		- 0,013		- 0,020	- 0,007	
8		- 0,025		- 0,033	- 0,008	
9		+ 0,019		+ 0,014	- 0,005	
12		- 0,025		- 0,034	- 0,009	- 0,0057
2	50	- 0,025	100	+ 0,027	+ 0,052	
3		- 0,013		+ 0,034	+ 0,047	
6		+ 0,007		+ 0,055	+ 0,048	
7		- 0,019		+ 0,027	+ 0,046	
10		- 0,021		+ 0,024	+ 0,045	
11		- 0,003		+ 0,042	+ 0,045	+ 0,0472

Столбикъ въ 50 градусо́въ № 2.

	0	- 0,022	50	- 0,016	+ 0,006	
		+ 0,028		+ 0,038	+ 0,010	
		- 0,036		- 0,030	+ 0,006	
		- 0,043		- 0,033	+ 0,010	
		+ 0,023		+ 0,035	+ 0,012	
		- 0,034		- 0,024	+ 0,010	+ 0,0090
	50	- 0,052	100	+ 0,005	+ 0,057	
		- 0,038		+ 0,022	+ 0,060	
		- 0,041		+ 0,020	+ 0,061	
		- 0,048		+ 0,013	+ 0,061	
		- 0,058		+ 0,002	+ 0,060	
		- 0,020		+ 0,042	+ 0,062	+ 0,0602

Столбикъ въ 50 градусовъ № 3.

0	+ 0,030	50	+ 0,029	- 0,001	
	- 0,030		- 0,029	+ 0,001	
	+ 0,028		+ 0,030	+ 0,002	
	- 0,026		- 0,025	+ 0,001	
	- 0,037		- 0,036	+ 0,001	
	+ 0,014		+ 0,016	+ 0,002	+ 0,0010
50	- 0,036	100	+ 0,020	+ 0,056	
	- 0,013		+ 0,043	+ 0,056	
	- 0,042		+ 0,014	+ 0,056	
	+ 0,014		+ 0,069	+ 0,055	
	- 0,015		+ 0,042	+ 0,057	
	- 0,028		+ 0,027	+ 0,055	+ 0,0553

Столбикъ въ 50 градусовъ № 4.

0	+ 0,016	50	- 0,023	- 0,039	
	+ 0,015		- 0,021	- 0,036	
	+ 0,019		- 0,016	- 0,035	
	+ 0,016		- 0,018	- 0,034	
	- 0,035		- 0,070	- 0,035	
	+ 0,016		- 0,017	- 0,033	- 0,0353
50	+ 0,031	100	+ 0,046	+ 0,015	
	- 0,058		- 0,044	+ 0,014	
	+ 0,010		+ 0,028	+ 0,018	
	+ 0,012		+ 0,030	+ 0,018	
	+ 0,016		+ 0,034	+ 0,018	
	- 0,145		- 0,065	+ 0,019	+ 0,0170

Вычисленіе поправки для діленія 50°.

Столбик.	0 — 50	50 — 100	Разность.	Поправки.
№ 1.	- 0,0057	+ 0,0472	+ 0,0529	+ 0,02645
№ 2.	+ 0,0090	+ 0,0602	+ 0,0512	+ 0,02560
№ 3.	+ 0,0010	+ 0,0558	+ 0,0548	+ 0,02740
	- 0,0353	+ 0,0170	+ 0,0523	+ 0,02615
		Поправка для діленія 50°:		+ 0,0264

Дополнительныя дѣленія 98° и 102°

Столбикъ въ 50 градусо́въ № 1.

48	- 0,026	98	+ 0,023	+ 0,049	
	- 0,071		- 0,019	+ 0,052	
	- 0,058		- 0,005	+ 0,053	
	+ 0,028		+ 0,079	+ 0,051	+ 0,0512
52	- 0,056	102	- 0,034	+ 0,022	
	+ 0,002		+ 0,026	+ 0,024	
	+ 0,016		+ 0,040	+ 0,024	
	- 0,008		+ 0,013	+ 0,021	+ 0,0227

Столбикъ въ 50 градусо́въ № 2.

48	- 0,031	98	+ 0,032	+ 0,063	
	- 0,027		+ 0,037	+ 0,064	
	+ 0,001		+ 0,067	+ 0,068	
	- 0,030		+ 0,037	+ 0,067	+ 0,0655
52	+ 0,015	102	+ 0,052	+ 0,037	
	- 0,007		+ 0,031	+ 0,038	
	- 0,049		- 0,009	+ 0,040	
	- 0,024		+ 0,014	+ 0,038	+ 0,0382

Столбикъ въ 50 градусо́въ № 3.

48	- 0,029	98	+ 0,032	+ 0,061	
	- 0,044		+ 0,017	+ 0,061	
	+ 0,032		- 0,031	+ 0,063	
	+ 0,005		+ 0,059	+ 0,064	+ 0,0623
52	- 0,035	102	- 0,004	+ 0,031	
	+ 0,021		+ 0,052	+ 0,031	
	+ 0,005		+ 0,037	+ 0,032	
	- 0,013		+ 0,019	+ 0,032	+ 0,0315

Столбикъ въ 50 градусо́въ № 4.

48	- 0,022	98	- 0,002	+ 0,020	
	+ 0,026		+ 0,048	+ 0,022	
	- 0,045		- 0,023	+ 0,022	
	+ 0,032		+ 0,056	+ 0,024	+ 0,0220
52	- 0,014	102	- 0,018	- 0,004	
	+ 0,021		+ 0,016	- 0,005	
	- 0,008		- 0,013	- 0,005	
	- 0,017		- 0,022	- 0,005	- 0,0047

Вычисленіе поправокъ для дѣленій 98° и 102°.

	Вспомогательная дѣленія.			Дѣленія.	Наблюденія.		Поправки.
	Дѣленія.	Поправки.	Разность.		Результатъ.	Разность.	
Столбикъ № 1	48	+ 0,0319	+ 0,0055	98	+ 0,0512	- 0,0040	+ 0,0015
	50	+ 0,0264		100	+ 0,0472		
	52	+ 0,0196	- 0,0068	102	+ 0,0227	+ 0,0245	+ 0,0177
Столбикъ № 2	48	+ 0,0319	+ 0,0055	98	+ 0,0655	- 0,0053	+ 0,0002
	50	+ 0,0264		100	+ 0,0602		
	52	+ 0,0196	- 0,0068	102	+ 0,0382	+ 0,0220	+ 0,0152
Столбикъ № 3	48	+ 0,0319	+ 0,0055	98	+ 0,0623	- 0,0065	- 0,0010
	50	+ 0,0264		100	+ 0,0558		
	52	+ 0,0196	- 0,0068	102	+ 0,0315	+ 0,0243	+ 0,0175
Столбикъ № 4	48	+ 0,0319	+ 0,0055	98	+ 0,0230	- 0,0050	+ 0,0005
	50	+ 0,0264		100	+ 0,0170		
	52	+ 0,0196	- 0,0068	102	- 0,0047	+ 0,0217	+ 0,0149

Среднія: $x_{98} = + 0,0003$ $x_{102} = + 0,0163$

II.

ПРОМЕЖУТОКЪ [-4 · +52].

Дѣленія: 0, 10, 20, 30, 40 и 50.

7—8 августа.

Столбикъ въ 10 градусовъ.

1	0	+0,036	10	-0,032	-0,068	
10		+0,029		-0,041	-0,070	
11		+0,039		-0,030	-0,069	
20		+0,033		-0,035	-0,068	-0,0687
2	10	-0,016	20	-0,029	-0,013	
9		+0,029		+0,015	-0,014	
12		-0,019		-0,032	-0,013	
19		-0,034		-0,022	-0,012	-0,0130
3	20	-0,050	30	+0,047	+0,097	
8		-0,035		+0,062	+0,097	
13		-0,058		+0,037	+0,095	
18		-0,071		+0,026	+0,097	+0,0965
4	30	-0,030	40	-0,024	+0,006	
7		+0,028		+0,032	+0,004	
14		-0,027		-0,022	+0,005	
17		-0,032		-0,028	+0,004	+0,0047
5	40	-0,032	50	-0,030	+0,002	
6		+0,019		+0,023	+0,004	
15		+0,046		+0,050	+0,004	
16		-0,044		-0,040	+0,004	+0,0035

Столбикъ въ 20 градусовъ.

0	+ 0,036	20	- 0,033	- 0,069	
	+ 0,043		- 0,025	- 0,068	
	+ 0,053		- 0,014	- 0,067	
	+ 0,040		- 0,028	- 0,068	- ,0680
10	- 0,062	30	+ 0,032	+ 0,094	
	- 0,032		+ 0,034	+ 0,096	
	- 0,043		+ 0,054	+ 0,097	
	- 0,024		+ 0,072	+ 0,096	+ 0,0957
20	- 0,054	40	+ 0,060	+ 0,114	
	- 0,037		+ 0,076	+ 0,113	
	- 0,067		+ 0,048	+ 0,115	
	- 0,071		+ 0,046	+ 0,116	+ 0,1145
30	+ 0,032	50	+ 0,055	+ 0,024	
	- 0,026		- 0,003	+ 0,023	
	+ 0,028		+ 0,052	+ 0,024	
	- 0,052		- 0,030	+ 0,022	+ 0,0232

Столбикъ въ 30 градусовъ.

0	+ 0,012	30	- 0,038	- 0,050	
	+ 0,034		- 0,015	- 0,049	
	+ 0,014		- 0,035	- 0,049	
	- 0,029		+ 0,018	- 0,047	- 0,0487
10	+ 0,009	40	+ 0,033	+ 0,024	
	- 0,038		- 0,015	+ 0,023	
	+ 0,021		+ 0,046	+ 0,025	
	- 0,014		+ 0,010	+ 0,024	+ 0,0240
20	- 0,023	50	+ 0,019	+ 0,042	
	- 0,015		+ 0,029	+ 0,044	
	- 0,011		+ 0,030	+ 0,041	
	- 0,022		+ 0,022	+ 0,044	+ 0,0427

Столбикъ въ 40 градусовъ.

0	+ 0,027	40	- 0,025	- 0,052	
	+ 0,020		- 0,035	- 0,055	
	+ 0,025		- 0,033	- 0,058	
	+ 0,022		- 0,033	- 0,055	- 0,0550
10	- 0,028	50	- 0,010	+ 0,018	
	+ 0,028		+ 0,046	+ 0,018	
	+ 0,012		+ 0,028	+ 0,016	
	- 0,028		- 0,012	+ 0,016	+ 0,0170

Вычисление поправок для делений: 0, 10, 20, 30, 40 и 50



s_2	+ 230
$2 s_1$	+ 3308
$3 s_2$	+ 540
$4 s_1$	- 1520
	+ 2558

	a	b	c	d
1-2	- 687	1-3 680	1-4 - 487	1-5 - 550
2-3	- 130	2-4 + 957	2-5 + 240	2-6 + 170
3-4	+ 965	3-5 + 1145	3-6 + 427	
4-5	+ 47	4-6 + 232		
5-6	+ 35			

+ 3850	$\frac{1}{2} (t_6 - t_1)$
- 4156,5	$\frac{1}{2} (t_5 - t_2)$
- 2251,5	$\frac{1}{2} (t_4 - t_3)$
- 2558	

$$+ s_2 \quad + s_1 \quad + s_3 \quad + s_4 \quad + s_5$$

- 687	- 130	+ 965	+ 47	+ 35	- 35
- 680	+ 957	+ 1145	+ 232	- 47	- 232
- 487	+ 240	+ 427	- 965	- 1145	- 427
- 550	+ 170	+ 130	- 957	- 240	- 170
	+ 687	+ 680	+ 487	+ 550	
t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
- 2404	+ 1924	+ 3347	- 1156	- 847	- 864
$t_1 + t_6$	$t_2 + t_5$	$t_3 + t_4$	$t_4 - t_3$	$t_5 - t_2$	$t_6 - t_1$
- 3268	+ 1077	+ 2191	- 309	+ 17	
+ 4345	+ 5459				
P_2	P_3	P_4			
+ 724,17	+ 909,83	+ 1634,00			

- 3268	$t_1 + t_6$
- 1634	$\frac{1}{2} (t_1 + t_6)$

P_2	+ 724,17
P_3	+ 909,83
	+ 1634,00

РЕЗУЛЬТАТЫ.

Дѣленія.		Поправки (въ десяти- тысячныхъ градуса).	Цифры неокруглен- ныя.
0	x_1	0	0,00
10	x_2	+ 729	+ 729,00
20	x_3	+ 912	+ 911,68
30	x_4	- 2	- 1,85
40	x_5	- 5	- 4,83
50	x_6	0	0,00

Преобразование системы поправокъ

[0.50] въ систему [0.50.100].

$a = 0$	$x_a = 0,0000$	$y_a = 0,0000$	$a + x_a = 0,0000$	$a + y_a = 0,0000$
$b = 50$	$x_b = 0,0000$	$y_b = 0,0264$	$b + x_b = 50,0000$	$b + y_b = 50,0264$
	0,0000	0,0264	50,0000	50,0264

$$\frac{(b + x_b) - (a + x_a)}{(b + y_b) - (a + y_a)} = c = 0,9994722.$$

m	x_m	$-x_a + (1-c)(m-a)$	$\frac{-x_a + x_m(1-c)}{\times(m-a)} = \Sigma$	$y_a + \frac{\Sigma}{c} + y_m$	
0	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	$[x_0]$
10	+ 0,0729	+ 0,0053	+ 0,0782	+ 0,0782	$[x_{10}]$
20	+ 0,0912	+ 0,0106	+ 0,1018	+ 0,1019	$[x_{20}]$
30	- 0,0002	+ 0,0158	+ 0,0156	+ 0,0156	$[x_{30}]$
40	- 0,0005	+ 0,0211	+ 0,0206	+ 0,0206	$[x_{40}]$
50	0,0000	+ 0,0264	+ 0,0264	+ 0,0264	$[x_{50}]$

III.

ПРОМЕЖУТКИ [-4. +10] и [16 . 30].

Столбикъ въ 8 градусовъ.

9-10 августа.

8 + 0,025	16 + 0,048	+ 0,023		
- 0,017	+ 0,004	+ 0,021	+ 0,0220	
10 - 0,008	18 + 0,030	+ 0,038		+ 0,0170
- 0,025	+ 0,015	+ 0,040	+ 0,0390	

Столбикъ въ 10 градусовъ.

6 - 0,015	16 - 0,028	- 0,013		
+ 0,023	+ 0,012	- 0,011	- 0,0120	
8 - 0,009	18 + 0,028	+ 0,009		+ 0,0220
- 0,023	- 0,012	+ 0,011	+ 0,0100	
10 - 0,020	20 + 0,018	+ 0,038		+ 0,0275
- 0,021	+ 0,016	+ 0,037	+ 0,0375	

Столбикъ въ 12 градусовъ.

1 4 + 0,031	16 - 0,040	- 0,071		
8 + 0,034	- 0,035	- 0,069	- 0,0700	
2 6 + 0,020	18 - 0,029	- 0,049		+ 0,0210
7 + 0,027	- 0,022	- 0,049	- 0,0490	
3 8 + 0,028	20 + 0,007	- 0,021		+ 0,0280
6 - 0,019	- 0,040	- 0,021	- 0,0210	
				+ 0,0300
4 10 + 0,049	22 + 0,058	+ 0,009		
5 - 0,023	- 0,014	+ 0,009	+ 0,0090	

Столбикъ въ 14 градусовъ.

2 + 0,025	16 - 0,045	- 0,070		
+ 0,020	- 0,050	- 0,070	- 0,0700	
4 + 0,035	18 - 0,023	- 0,058		+ 0,0105
+ 0,025	- 0,046	- 0,061	- 0,0595	
6 + 0,011	20 - 0,019	- 0,030		+ 0,0310
+ 0,018	- 0,009	- 0,027	- 0,0285	
				+ 0,0305
8 - 0,013	22 - 0,011	+ 0,002		
+ 0,020	+ 0,022	+ 0,002	+ 0,0020	
				+ 0,0375
10 - 0,016	24 + 0,023	+ 0,039		
- 0,023	+ 0,017	+ 0,040	+ 0,0395	

Столбикъ въ 16 градусовъ.

0 + 0,016	16 - 0,021	- 0,037		
+ 0,021	- 0,017	- 0,038	- 0,0375	+ 0,0085
2 + 0,018	18 - 0,011	- 0,029		
+ 0,025	- 0,004	- 0,029	- 0,0290	+ 0,0170
4 + 0,027	20 + 0,015	- 0,012		
- 0,020	- 0,032	- 0,012	- 0,0120	+ 0,0325
6 + 0,020	22 + 0,042	+ 0,022		
- 0,041	- 0,022	+ 0,019	+ 0,0205	+ 0,0425
8 - 0,019	24 + 0,044	+ 0,063		
- 0,017	+ 0,046	+ 0,063	+ 0,0630	+ 0,0430
10 - 0,060	26 + 0,046	+ 0,106		
- 0,043	+ 0,063	+ 0,106	+ 0,1060	

Столбикъ въ 18 градусовъ.

- 2 + 0,043	16 - 0,053	- 0,096		
+ 0,064	- 0,034	- 0,098	- 0,0970	+ 0,0010
0 + 0,050	18 - 0,046	- 0,096		
+ 0,068	- 0,028	- 0,096	- 0,0960	+ 0,0115
2 + 0,042	20 - 0,044	- 0,086		
+ 0,044	- 0,039	- 0,083	- 0,0845	+ 0,0230
4 + 0,030	22 - 0,031	- 0,061		
+ 0,023	- 0,039	- 0,062	- 0,0615	+ 0,0435
6 + 0,009	24 - 0,008	- 0,017		
+ 0,046	+ 0,027	- 0,019	- 0,0180	+ 0,0465
8 - 0,006	26 + 0,023	+ 0,030		
- 0,015	+ 0,012	+ 0,027	+ 0,0285	+ 0,0380
10 - 0,029	28 + 0,038	+ 0,067		
- 0,038	+ 0,028	+ 0,066	+ 0,0665	

Столбикъ въ 20 градусовъ.

- 4 + 0,044	16 - 0,044	- 0,088		
+ 0,032	- 0,053	- 0,085	- 0,0865	- 0,0025
- 2 + 0,052	18 - 0,037	- 0,089		
+ 0,042	- 0,047	- 0,089	- 0,0890	+ 0,0095
0 + 0,038	20 - 0,043	- 0,081		
+ 0,028	- 0,050	- 0,078	- 0,0795	+ 0,0155
2 + 0,035	22 - 0,029	- 0,064		
+ 0,025	- 0,039	- 0,064	- 0,0640	+ 0,0300
4 + 0,046	24 + 0,011	- 0,035		
- 0,015	- 0,048	- 0,033	- 0,0340	+ 0,0475
6 + 0,023	26 + 0,038	+ 0,015		
- 0,030	- 0,028	+ 0,012	+ 0,0135	+ 0,0420
8 - 0,037	28 + 0,017	+ 0,054		
- 0,025	+ 0,032	+ 0,057	+ 0,0555	+ 0,0280
10 - 0,041	30 + 0,044	+ 0,085		
- 0,057	+ 0,025	+ 0,082	+ 0,0835	

Столбикъ въ 22 градуса.

- 4 + 0,040	18 - 0,029	- 0,069		
+ 0,028	- 0,039	- 0,067	- 0,0680	+ 0,0055
- 2 + 0,035	20 - 0,028	- 0,063		
+ 0,027	- 0,035	- 0,062	- 0,0625	+ 0,0115
0 + 0,017	22 - 0,034	- 0,051		
+ 0,030	- 0,021	- 0,051	- 0,0510	+ 0,0235
2 + 0,044	24 + 0,017	- 0,027		
- 0,014	- 0,040	- 0,026	- 0,0275	+ 0,0405
4 - 0,029	26 - 0,017	+ 0,012		
+ 0,024	+ 0,038	+ 0,014	+ 0,0130	+ 0,0375
6 - 0,027	28 + 0,023	+ 0,050		
- 0,028	+ 0,023	+ 0,051	+ 0,0505	+ 0,0325
8 - 0,028	30 + 0,054	+ 0,082		
- 0,045	+ 0,039	+ 0,084	+ 0,0830	

Столбикъ въ 24 градуса.

- 4 + 0,021	20 - 0,028	- 0,049		
+ 0,020	- 0,028	- 0,048	- 0,0485	
				+ 0,0060
- 2 + 0,023	22 - 0,020	- 0,043		
+ 0,022	- 0,020	- 0,042	- 0,0425	
				+ 0,0205
0 + 0,046	24 + 0,023	- 0,023		
- 0,022	- 0,043	- 0,021	- 0,0220	
				+ 0,0320
2 - 0,025	26 - 0,016	+ 0,009		
+ 0,020	÷ 0,031	+ 0,011	+ 0,0100	
				+ 0,0315
4 - 0,030	28 + 0,011	+ 0,041		
- 0,028	+ 0,014	+ 0,042	+ 0,0415	
				+ 0,0305
6 - 0,035	30 + 0,036	+ 0,071		
- 0,027	+ 0,046	+ 0,073	+ 0,0720	

Столбикъ въ 26 градусовъ.

- 4 + 0,050	22 - 0,010	- 0,060		
+ 0,017	- 0,040	- 0,057	- 0,0585	
				+ 0,0135
- 2 + 0,016	24 - 0,029	- 0,045		
+ 0,013	- 0,032	- 0,045	- 0,0450	
				+ 0,0260
0 + 0,025	26 + 0,007	- 0,018		
+ 0,035	+ 0,015	- 0,020	- 0,0190	
				+ 0,0270
2 + 0,009	28 + 0,017	+ 0,008		
+ 0,040	+ 0,048	+ 0,008	+ 0,0080	
				+ 0,0200
4 - 0,041	30 + 0,014	+ 0,028		
- 0,043	- 0,015	+ 0,028	+ 0,0280	

Столбикъ въ 28 градусовъ.

- 4 + 0,029	24 - 0,014	- 0,043	
+ 0,016	- 0,026	- 0,042	- 0,0425
			+ 0,0165
- 2 + 0,042	26 + 0,017	- 0,025	
+ 0,042	+ 0,015	- 0,027	- 0,0260
			+ 0,0245
0 - 0,021	28 - 0,023	- 0,002	
+ 0,034	+ 0,033	- 0,001	- 0,0015
			+ 0,0160
2 - 0,033	30 - 0,019	+ 0,014	
- 0,034	- 0,019	+ 0,015	+ 0,0145

Столбикъ въ 30 градусовъ.

- 4 + 0,020	26 - 0,010	- 0,030	
+ 0,018	- 0,011	- 0,029	- 0,0295
			+ 0,0120
- 2 + 0,019	28 + 0,001	- 0,018	
- 0,018	- 0,035	- 0,017	- 0,0175
			+ 0,0105
0 - 0,034	30 - 0,040	- 0,006	
+ 0,015	+ 0,007	- 0,008	- 0,0070

Столбикъ въ 32 градуса.

- 4 + 0,023	28 - 0,005	- 0,028	
+ 0,026	- 0,004	- 0,030	- 0,0290
			+ 0,0050
- 2 - 0,015	30 - 0,038	- 0,023	
+ 0,034	+ 0,009	- 0,025	- 0,0240

IV.

ПРОМЕЖУТКИ [10.20] и [30.40].

11 августа.

Столбикъ въ 12 градусовъ.

18	-0,024	30	-0,011	+0,013		
	+0,011		+0,026	+0,015		
	-0,023		-0,009	+0,014		
	+0,012		+0,027	+0,015	+0,0142	
20	+0,024	32	+0,039	+0,015		-0,0010
	-0,025		-0,012	+0,013		
	+0,041		+0,053	+0,012		
	-0,043		-0,030	+0,013	+0,0132	

Столбикъ въ 14 градусовъ.

1	16	-0,032	30	+0,042	+0,074		
6		-0,021		+0,051	+0,072		
7		-0,031		+0,043	+0,074		
12		-0,043		+0,029	+0,072	+0,0730	
2	18	-0,029	32	+0,052	+0,081		+0,0062
5		-0,045		+0,010	+0,075		
8		-0,050		+0,028	+0,078		
11		-0,034		+0,049	+0,083	+0,0792	
3	20	-0,038	34	+0,042	+0,080		-0,0010
4		-0,026		+0,052	+0,078		
9		-0,057		+0,020	+0,077		
10		-0,034		+0,044	+0,078	+0,0782	

Столбикъ въ 16 градусовъ.

14	-0,044	30	+0,023	+0,067		
	-0,042		+0,027	+0,069	+0,0680	
16	-0,042	32	+0,039	+0,081		+0,0135
	-0,032		+0,050	+0,082	+0,0815	
18	-0,026	34	+0,058	+0,084		+0,0035
	-0,037		+0,049	+0,086	+0,0850	
20	-0,036	36	+0,041	+0,077		-0,0085
	-0,047		+0,029	+0,076	+0,0765	

Столбикъ въ 18 градусовъ.

12 - 0,011	30 + 0,017	+ 0,028		
- 0,017	+ 0,013	+ 0,030	+ 0,0290	+ 0,0185
14 - 0,032	32 + 0,015	+ 0,047		
- 0,031	+ 0,017	+ 0,048	+ 0,0475	+ 0,0130
16 - 0,021	34 + 0,039	+ 0,060		
- 0,025	+ 0,036	+ 0,061	+ 0,0605	- 0,0010
18 - 0,020	36 + 0,039	+ 0,059		
- 0,021	+ 0,039	+ 0,060	+ 0,0595	- 0,0160
20 - 0,019	38 + 0,025	+ 0,044		
- 0,023	+ 0,028	+ 0,043	+ 0,0435	

Столбикъ въ 20 градусовъ.

10 - 0,030	30 - 0,025	+ 0,005		
+ 0,023	+ 0,030	+ 0,007	+ 0,0060	+ 0,0230
12 - 0,032	32 - 0,004	+ 0,028		
+ 0,019	+ 0,049	+ 0,030	+ 0,0290	+ 0,0100
14 - 0,015	34 + 0,025	+ 0,040		
- 0,021	+ 0,017	+ 0,038	+ 0,0390	+ 0,0050
16 - 0,025	36 + 0,019	+ 0,044		
- 0,016	+ 0,028	+ 0,044	+ 0,0440	- 0,0075
18 - 0,021	38 + 0,015	+ 0,036		
- 0,016	+ 0,021	+ 0,037	+ 0,0365	- 0,0135
20 - 0,014	40 + 0,008	+ 0,022		
+ 0,026	+ 0,050	+ 0,024	+ 0,0230	

Столбикъ въ 22 градуса.

10 - 0,049	32 - 0,026	+ 0,023		
+ 0,026	+ 0,051	+ 0,024	+ 0,0245	+ 0,0165
12 - 0,013	34 + 0,028	+ 0,041		
- 0,009	+ 0,031	+ 0,040	+ 0,0405	+ 0,0100
14 - 0,022	36 + 0,029	+ 0,051		
- 0,020	+ 0,030	+ 0,050	+ 0,0505	+ 0,0010
16 - 0,019	38 + 0,032	+ 0,051		
- 0,010	+ 0,042	+ 0,052	+ 0,0515	- 0,0095
18 - 0,023	40 + 0,019	+ 0,042		
- 0,017	+ 0,025	+ 0,042	+ 0,0420	

Столбикъ въ 24 градуса.

10 - 0,036	34 - 0,023	+ 0,013		
+ 0,028	+ 0,043	+ 0,015	+ 0,0140	+ 0,0120
12 - 0,041	36 - 0,015	+ 0,026		
+ 0,024	+ 0,050	+ 0,026	+ 0,0260	- 0,0005
14 - 0,016	38 + 0,009	+ 0,025		
- 0,010	+ 0,016	+ 0,026	+ 0,0255	+ 0,0060
16 - 0,040	40 - 0,009	+ 0,031		
+ 0,016	+ 0,048	+ 0,032	+ 0,0315	

Столбикъ въ 26 градусовъ.

10 + 0,030	36 - 0,025	- 0,055		
+ 0,028	- 0,027	- 0,055		
+ 0,014	- 0,041	- 0,055		
+ 0,015	- 0,040	- 0,055	- 0,0550	+ 0,0073
12 + 0,036	38 - 0,011	- 0,047		
+ 0,023	- 0,025	- 0,048		
+ 0,024	- 0,024	- 0,048		
+ 0,013	- 0,035	- 0,048	- 0,0477	+ 0,0040
14 + 0,030	40 - 0,014	- 0,044		
+ 0,015	- 0,027	- 0,042		
+ 0,025	- 0,022	- 0,047		
+ 0,015	- 0,027	- 0,042	- 0,0437	

Столбикъ въ 28 градусовъ.

10 + 0,018	38 + 0,019	+ 0,001		
+ 0,041	+ 0,039	- 0,002		
+ 0,026	+ 0,026	0,000		
+ 0,023	+ 0,022	- 0,001	- 0,0005	+ 0,0062
12 + 0,014	40 + 0,020	+ 0,006		
- 0,031	- 0,026	+ 0,005		
- 0,027	- 0,021	+ 0,006		
+ 0,022	+ 0,028	+ 0,006	+ 0,0057	

V.

ПРОМЕЖУТКИ [20 . 32] и [40 . 52].

12 Августа.

Столбикъ въ 10 градусовъ.

30 - 0,009	40 + 0,020	+ 0,029		
- 0,014	+ 0,015	+ 0,029	+ 0,0290	
				- 0,0070
32 - 0,035	42 - 0,013	+ 0,022		
+ 0,012	+ 0,034	+ 0,022	+ 0,0220	

Столбикъ въ 12 градусовъ.

28 + 0,018	40 + 0,048	+ 0,030		
+ 0,027	+ 0,055	+ 0,028	+ 0,0290	
				- 0,0135
30 - 0,040	42 - 0,025	+ 0,015		
+ 0,026	+ 0,042	+ 0,016	+ 0,0155	
				- 0,0160
32 - 0,032	44 - 0,032	0,000		
+ 0,023	+ 0,022	- 0,001	- 0,0005	

Столбикъ въ 14 градусовъ.

26 - 0,021	40 + 0,047	+ 0,068		
- 0,021	+ 0,049	+ 0,070	+ 0,0690	
				- 0,0280
28 - 0,011	42 + 0,029	+ 0,040		
- 0,014	+ 0,028	+ 0,042	+ 0,0410	
				- 0,0130
30 - 0,039	44 - 0,011	+ 0,028		
+ 0,022	+ 0,050	+ 0,028	+ 0,0280	
				- 0,0110
32 - 0,027	46 - 0,010	+ 0,017		
+ 0,018	+ 0,035	+ 0,017	+ 0,0170	

Столбикъ въ 16 градусовъ.

24 - 0,030	40 + 0,046	+ 0,076		
- 0,032	+ 0,045	+ 0,077	+ 0,0765	- 0,0325
26 - 0,016	42 + 0,027	+ 0,043		
- 0,021	+ 0,024	+ 0,045	+ 0,0440	- 0,0250
28 + 0,023	44 + 0,042	+ 0,019		
- 0,042	- 0,023	+ 0,019	+ 0,0190	- 0,0145
30 - 0,028	46 - 0,024	+ 0,004		
+ 0,036	+ 0,041	+ 0,005	+ 0,0045	- 0,0045
32 - 0,026	48 - 0,026	0,000		
+ 0,023	+ 0,023	0,000	0,0000	

Столбикъ въ 18 градусовъ.

22 - 0,052	40 - 0,021	+ 0,031		
+ 0,028	+ 0,058	+ 0,030	+ 0,0305	- 0,0220
24 - 0,035	42 - 0,027	+ 0,008		
+ 0,028	+ 0,037	+ 0,009	+ 0,0085	- 0,0279
26 - 0,020	44 - 0,046	- 0,026		
+ 0,053	+ 0,025	- 0,028	- 0,0270	- 0,0225
28 + 0,021	46 - 0,029	- 0,050		
+ 0,019	- 0,030	- 0,049	- 0,0495	- 0,0100
30 + 0,035	48 - 0,024	- 0,059		
+ 0,036	- 0,024	- 0,060	- 0,0595	+ 0,0005
32 + 0,038	50 - 0,022	- 0,060		
+ 0,028	- 0,030	- 0,058	- 0,0590	

Столбикъ въ 20 градусовъ.

20 - 0,025	40 + 0,043	+ 0,068		
- 0,021	+ 0,046	+ 0,067	+ 0,0675	- 0,0180
22 - 0,025	42 + 0,025	+ 0,050		
- 0,025	+ 0,024	+ 0,049	+ 0,0495	- 0,0250
24 - 0,048	44 - 0,024	+ 0,024		
+ 0,025	+ 0,050	+ 0,025	+ 0,0245	- 0,0325
26 - 0,028	46 - 0,036	- 0,008		
+ 0,031	+ 0,023	- 0,008	- 0,0080	- 0,0150
28 - 0,028	48 - 0,050	- 0,022		
+ 0,054	+ 0,030	- 0,024	- 0,0230	- 0,0050
30 - 0,021	50 - 0,050	- 0,029		
+ 0,051	+ 0,024	- 0,027	- 0,0280	0,0000
32 - 0,023	52 - 0,050	- 0,027		
+ 0,044	+ 0,015	- 0,029	- 0,0280	

Столбикъ въ 22 градуса.

20 - 0,053	42 - 0,016	+ 0,037		
- 0,017	+ 0,020	+ 0,037	+ 0,0370	- 0,0160
22 - 0,029	44 - 0,009	+ 0,020		
+ 0,024	+ 0,046	+ 0,022	+ 0,0210	- 0,0235
24 - 0,040	46 - 0,042	- 0,002		
+ 0,041	+ 0,038	- 0,003	- 0,0025	- 0,0240
26 - 0,023	48 - 0,050	- 0,027		
+ 0,052	+ 0,026	- 0,026	- 0,0255	- 0,0145
28 + 0,024	50 - 0,018	- 0,042		
+ 0,031	- 0,019	- 0,040	- 0,0410	- 0,0010
30 + 0,025	52 - 0,017	- 0,042		
+ 0,017	- 0,025	- 0,042	- 0,0420	

Столбикъ въ 24 градуса.

20 - 0,018	44 + 0,043	+ 0,061		
- 0,020	+ 0,043	+ 0,063	+ 0,0620	- 0,0145
22 - 0,023	46 + 0,025	+ 0,048		
- 0,022	+ 0,025	+ 0,047	+ 0,0475	- 0,0150
24 - 0,049	48 - 0,016	+ 0,033		
+ 0,036	+ 0,068	+ 0,032	+ 0,0325	- 0,0195
26 - 0,025	50 - 0,012	+ 0,013		
+ 0,030	+ 0,043	+ 0,013	+ 0,0130	- 0,0145
28 - 0,018	52 - 0,020	- 0,002		
- 0,050	- 0,057	- 0,001	- 0,0015	

Столбикъ въ 26 градусовъ.

20 - 0,020	46 + 0,027	+ 0,047		
+ 0,021	- 0,027	+ 0,048	+ 0,0475	- 0,0090
22 - 0,054	48 - 0,015	+ 0,039		
+ 0,021	+ 0,059	+ 0,038	+ 0,0385	- 0,0120
24 - 0,050	50 - 0,024	+ 0,026		
+ 0,023	+ 0,050	+ 0,027	+ 0,0265	- 0,0200
26 - 0,030	52 - 0,024	+ 0,006		
+ 0,029	+ 0,036	+ 0,007	+ 0,0065	

Столбикъ въ 28 градусовъ.

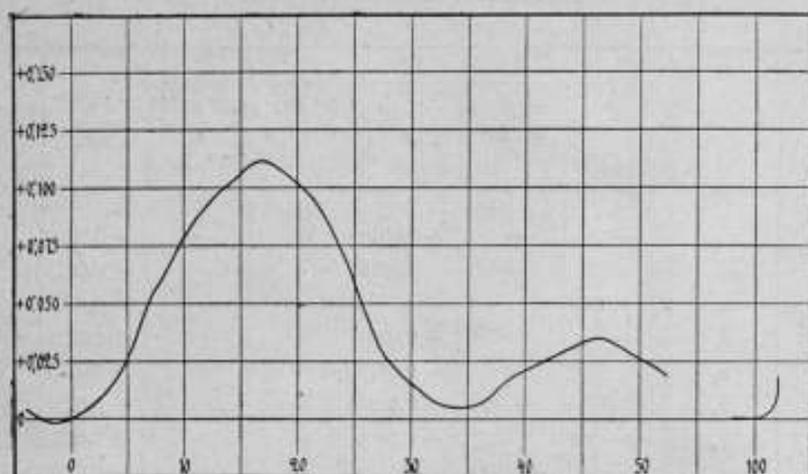
20 - 0,026	48 - 0,049	- 0,023		
+ 0,052	+ 0,027	- 0,025	- 0,0240	- 0,0095
22 - 0,009	50 - 0,042	- 0,033		
+ 0,049	+ 0,015	- 0,034	- 0,0335	- 0,0090
24 + 0,029	52 - 0,013	- 0,042		
+ 0,029	- 0,015	- 0,043	- 0,0425	

Столбикъ въ 30 градусовъ.

20 - 0,020	50 - 0,014	+ 0,006		
+ 0,035	+ 0,041	+ 0,005	+ 0,0060	- 0,0075
22 - 0,025	52 - 0,026	- 0,001		
+ 0,033	+ 0,031	- 0,002	- 0,0015	

РЕЗУЛЬТАТЫ КАЛИБРОВКИ.

	I.	II.	III.	IV.	V.	Поправ- ки.
	$[0^\circ . 102^\circ]$	$[0^\circ . 50^\circ]$	$[-4^\circ . 10^\circ]$ и $[16^\circ . 30^\circ]$	$[10^\circ . 30^\circ]$ и $[30^\circ . 40^\circ]$	$[20^\circ . 32^\circ]$ и $[40^\circ . 52^\circ]$	
x_{-4}	—	—	+ 0,0040	—	—	+ 0,0040
x_{-3}	—	—	- 0,0013	—	—	- 0,0013
x_0	0,0000	—	—	—	—	0,0000
x_2	—	—	+ 0,0058	—	—	+ 0,0058
x_4	—	—	+ 0,0171	—	—	+ 0,0171
x_6	—	—	+ 0,0385	—	—	+ 0,0385
x_8	—	—	+ 0,0600	—	—	+ 0,0600
x_{10}	—	+ 0,0782	—	—	—	+ 0,0782
x_{12}	—	—	—	+ 0,0921	—	+ 0,0921
x_{14}	—	—	—	+ 0,1013	—	+ 0,1013
x_{16}	—	—	+ 0,1107	+ 0,1099	—	+ 0,1103
x_{18}	—	—	+ 0,1100	+ 0,1090	—	+ 0,1095
x_{20}	—	+ 0,1019	—	—	—	+ 0,1019
x_{22}	—	—	+ 0,0910	—	+ 0,0894	+ 0,0902
x_{24}	—	—	+ 0,0712	—	+ 0,0715	+ 0,0714
x_{26}	—	—	+ 0,0456	—	+ 0,0453	+ 0,0454
x_{28}	—	—	+ 0,0256	—	+ 0,0252	+ 0,0254
x_{30}	—	+ 0,0156	—	—	—	+ 0,0156
x_{32}	—	—	—	+ 0,0084	+ 0,0091	+ 0,0088
x_{34}	—	—	—	+ 0,0050	—	+ 0,0050
x_{36}	—	—	—	+ 0,0063	—	+ 0,0063
x_{38}	—	—	—	+ 0,0144	—	+ 0,0144
x_{40}	—	+ 0,0206	—	—	—	+ 0,0206
x_{42}	—	—	—	—	+ 0,0253	+ 0,0253
x_{44}	—	—	—	—	+ 0,0302	+ 0,0302
x_{46}	—	—	—	—	+ 0,0345	+ 0,0345
x_{48}	—	—	—	—	+ 0,0319	+ 0,0319
x_{50}	+ 0,0264	—	—	—	—	+ 0,0264
x_{52}	—	—	—	—	+ 0,0196	+ 0,0196
x_{54}	+ 0,0003	—	—	—	—	+ 0,0003
x_{100}	0,0000	—	—	—	—	0,0000
x_{102}	+ 0,0163	—	—	—	—	+ 0,0163



Кривая поправки на калибръ для термометра № 17386.

ЛИТЕРАТУРА.

- Hennert.* Traité des thermomètres, 1758.
Bessel. Pogg. Ann. Bd. 6, S. 287.
Hallström. Pogg. Ann. Bd. 9, S. 535.
Rudberg. Pogg. Ann. Bd. 40, S. 563.
Oettingen. Ueber die Correction der Thermometern, insbesondere über Bessel's Kalibrirmethode. Dorpat. 1865.
Wild. Bericht über die Arbeiten zur Reform der schweizerischen Urmaasse, Zürich, 1868.
Dorn. Die Station zur Messung von Erdtemperaturen zu Königsberg in Preussen. Schriften des physikal-ökonom. Gesellschaft zu Königsberg. 1872.
Hansen. Von der Bestimmung des Theilungsfehler eines geradlinigen Maassstabes. Abhandl. d. K. S. Gesellsch. d. Wissensch. 15, 1874.
Thiesen. Ueber das Kalibrieren von Thermometern. Carl's Repertorium für Experimental-Physik. B. 15, p. 285, 677.
Marek. Ueber die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate auf die Kalibrirung der Thermometern. Carl's Repertorium für Experimental-Physik. B. 15, p. 300.
Guillaume. Traité pratique de la thermométrie de précision, 1889.
 Wissenschaftliche Abhandlungen der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt. Bd. I, 1894.
Н. Елоровъ. Современное состояние термометрии. Временникъ, Ч. 3-я, стр. 60. Travaux et Memoires du Bureau International des poids et mesures. T. II, IV, V, et XIII.
Г. Термариоера. Описанія методоу калиброванія Неймана, Тизена и Гильома, 1904.
 The National Physical Laboratory. Collected researches. Vol I, p. 158.

Т а б л и ц а А.

	28° . 30° + 203,57		26° . 28° + 303,57		24° . 26° + 366,00		22° . 24° + 301,43		20° . 22° + 212,86		18° . 20° + 185,00		16° . 18° + 110,71		S_k	$1/7 S_k$	Σ_k	$-x_{10}$	$-n\beta$	$-x_2$	
-2° . -2°	+ 50	Δ	+ 120	Δ	+ 165	Δ	+ 135	Δ	+ 60	Δ	+ 55	Δ	- 25	Δ	+ 560	+ 80,00	+ 1677,14	- 782	- 935,2	- 40	$[-x_{-4}]$
-103,59	+ 44	+ 8	+ 144	- 24	+ 200	- 25	+ 143	- 8	+ 58	+ 7	+ 75	+ 30	- 51	+ 20	+ 40						
0° . -2°	+ 105		+ 245		+ 260		+ 205		+ 115		+ 90		+ 10		+ 1030	+ 147,14	+ 1597,14	- 782	- 801,6	+ 13	$[-x_{-4}]$
- 92,43	+ 111	- 8	+ 211	+ 24	+ 268	- 8	+ 209	- 4	+ 120	- 5	+ 93	- 3	+ 18	- 5	+ 24						
2° . 0°	+ 160		+ 270		+ 320		+ 235		+ 155		+ 115		+ 85		+ 1340	+ 191,43	+ 1450,00	- 782	- 668,0	0	$[-x_2]$
- 40,12	+ 155	+ 5	+ 285	+ 10	+ 315	+ 8	+ 253	- 18	+ 165	- 10	+ 137	- 22	+ 63	+ 22	+ 50						
4° . 2°	+ 200		+ 315		+ 405		+ 300		+ 230		+ 170		+ 105		+ 1725	+ 246,43	+ 1258,57	- 782	- 534,4	- 58	$[-x_2]$
+ 6,84	+ 210	- 10	+ 310	+ 3	+ 367	+ 28	+ 306	- 8	+ 230	+ 10	+ 192	- 22	+ 118	- 13	+ 35						
6° . 4°	+ 305		+ 375		+ 475		+ 435		+ 325		+ 310		+ 210		+ 2435	+ 347,86	+ 1012,14	- 782	- 400,8	- 171	$[-x_4]$
+ 108,27	+ 313	- 8	+ 413	- 37	+ 468	+ 7	+ 410	+ 25	+ 321	+ 4	+ 293	+ 17	+ 219	- 9	+ 43						
8° . 6°	+ 325		+ 420		+ 465		+ 425		+ 305		+ 280		+ 220		+ 2440	+ 348,57	+ 664,28	- 782	- 267,2	- 385	$[-x_6]$
+ 108,07	+ 313	+ 12	+ 413	+ 7	+ 460	- 4	+ 410	+ 15	+ 322	- 17	+ 294	- 14	+ 220	0	+ 31						
10° . 8°	+ 280		+ 380		+ 430		+ 375		+ 300		+ 275		+ 170		+ 2210	+ 315,71	+ 315,71	- 782	- 133,6	- 600	$[-x_8]$
+ 76,12	+ 280	0	+ 380	0	+ 430	- 8	+ 377	- 2	+ 300	+ 12	+ 261	+ 14	+ 188	- 18	+ 25						
S_1	+ 1425	+ 23 - 24	+ 2125	+ 01 - 01	+ 2520	+ 03 - 10	+ 2110	+ 40 - 40	+ 1490	+ 32 - 02	+ 1295	+ 41 - 01	+ 775	+ 48 - 48	$\frac{1677,14}{7} = - 239,59$		$5\beta + x_{10} - x_2 = 1450$ $5\beta + 782 = 1450$ $5\beta = 668$ $\beta = 133,6$				
$1/7 S_1$	+ 203,57		+ 303,57		+ 360		+ 301,43		+ 212,86		+ 185,00		+ 110,71								
Σ_1	+ 203,57		+ 507,14		+ 867,14		+ 1168,57		+ 1381,43		+ 1566,43		+ 1677,14								
x_{10}	+ 156,00		+ 156,00		+ 156,00		+ 156,00		+ 156,00		+ 156,00		+ 156,00								
$-n \cdot \alpha$	- 103,69		- 207,38		- 311,07		- 414,76		- 518,45		- 622,14		- 725,83								
x_1	+ 256		+ 456		+ 712		+ 910		+ 1019		+ 1100		+ 1107								
	$[x_{10}]$		$[x_{10}]$		$[x_{10}]$		$[x_{10}]$		$[x_{10}]$		$[x_{10}]$		$[x_{10}]$								

$\Sigma \Sigma_1$	+ 7371
$7x_{10}$	+ 1092
-28α	- 2903
	+ 5560
	Σx_1

$\Sigma \Sigma_k$	+ 7975
$-7x_{10}$	- 5474
-28β	- 3725
	- 1254
	$-\Sigma x_2$

Year	Month	Day	Temperature	Humidity	Wind	Clouds	Notes
1901	Jan	1	65	70	SE	Partly	
1901	Jan	2	68	75	SE	Partly	
1901	Jan	3	70	80	SE	Partly	
1901	Jan	4	72	85	SE	Partly	
1901	Jan	5	75	90	SE	Partly	
1901	Jan	6	78	95	SE	Partly	
1901	Jan	7	80	100	SE	Partly	
1901	Jan	8	82	100	SE	Partly	
1901	Jan	9	85	100	SE	Partly	
1901	Jan	10	88	100	SE	Partly	
1901	Jan	11	90	100	SE	Partly	
1901	Jan	12	92	100	SE	Partly	
1901	Jan	13	95	100	SE	Partly	
1901	Jan	14	98	100	SE	Partly	
1901	Jan	15	100	100	SE	Partly	
1901	Jan	16	100	100	SE	Partly	
1901	Jan	17	100	100	SE	Partly	
1901	Jan	18	100	100	SE	Partly	
1901	Jan	19	100	100	SE	Partly	
1901	Jan	20	100	100	SE	Partly	
1901	Jan	21	100	100	SE	Partly	
1901	Jan	22	100	100	SE	Partly	
1901	Jan	23	100	100	SE	Partly	
1901	Jan	24	100	100	SE	Partly	
1901	Jan	25	100	100	SE	Partly	
1901	Jan	26	100	100	SE	Partly	
1901	Jan	27	100	100	SE	Partly	
1901	Jan	28	100	100	SE	Partly	
1901	Jan	29	100	100	SE	Partly	
1901	Jan	30	100	100	SE	Partly	
1901	Jan	31	100	100	SE	Partly	

1901

1901

Таблица В.

	38°-40° - 18,6		36°-38° - 21,4		34°-36° + 25,0		32°-34° + 28,0		30°-32° + 30,4		S_k	$\frac{1}{5} S_k$	Σ_k	x_{10}	$-n\beta$	x_k	
12°-10°	+ 62	Δ	+ 73	Δ	+ 120	Δ	+ 165	Δ	+ 230	Δ	+ 650	+ 130,00	+ 130,00	+ 782	+ 8,5	+ 921	[x ₁₂]
+ 91,12	+ 77	- 18	+ 92	+ 11	+ 120	- 8	+ 135	- 19	+ 212	+ 19	+ 31						
14°-12°	+ 40		- 5		+ 100		+ 100		+ 185		+ 420	+ 84,00	+ 214,00	+ 782	+ 17,0	+ 1013	[x ₁₄]
+ 45,12	+ 21	+ 9	+ 14	+ 19	+ 80	+ 20	+ 120	- 20	+ 166	+ 19	+ 48						
16°-14°	+ 60		+ 10		+ 50		+ 130		+ 135		+ 385	+ 77,00	+ 291,00	+ 782	+ 26,0	+ 1099	[x ₁₆]
+ 39,12	+ 34	+ 26	+ 7	+ 2	+ 73	- 21	+ 127	+ 8	+ 159	- 21	+ 47						
18°-16°	- 95		- 75		- 10		+ 35		+ 62		- 83	- 16,60	+ 274,40	+ 782	+ 34,0	+ 1090	[x ₁₈]
- 45,48	- 69	- 26	- 87	+ 12	- 20	+ 10	+ 29	+ 8	+ 65	- 2	+ 28						
20°-18°	- 135		- 160		- 85		- 10		- 10		- 400	- 80,00	+ 194,40	+ 782	+ 42,6	+ 1019	[x ₂₀]
- 118,88	- 112	- 9	- 160	- 10	- 84	- 1	- 35	+ 20	+ 3	- 12	+ 29						
S_k	- 68	+ 42 - 44	- 157	+ 18 - 20	+ 175	+ 20 - 20	+ 420	+ 20 - 20	+ 602								
$\frac{1}{5} S_k$	- 13,60		- 31,40		+ 35,00		+ 84,00		+ 120,40								
Σ_k	- 13,60		- 45,00		- 10,00		+ 74,00		+ 194,40								
x_{10}	+ 206,00		+ 206,00		+ 206,00		+ 206,00		+ 206,00								
$-n\beta$	- 48,9		- 97,8		- 146,7		- 195,6		- 244,4								
x_k	+ 144		+ 63		+ 50		+ 84		+ 156								
	[x ₂₂]		[x ₂₆]		[x ₂₄]		[x ₂₂]		[x ₂₂]								

$$5\beta + x_{20} - x_{10} = + 194,40$$

$$5\beta + 1019 - 782 = + 194,40$$

$$5\beta = - 42,6$$

$$\beta = - 8,52$$

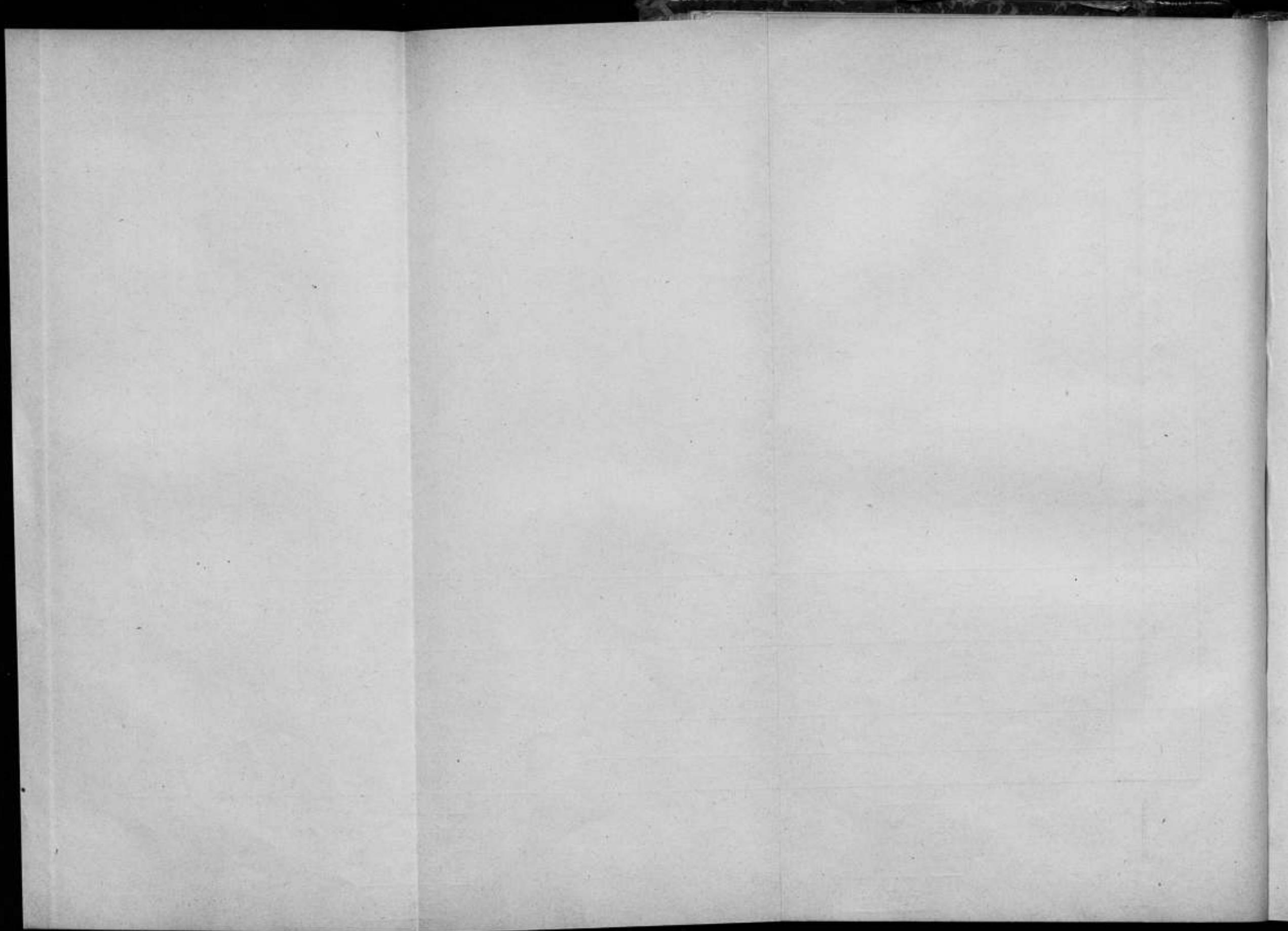
$$5\alpha + x_{20} - x_{10} = + 194,40$$

$$5\alpha + 156 - 206 = + 194,40$$

$$5\alpha = + 244,40; \alpha = + 48,88$$

$\Sigma\Sigma_k$	+ 200
$5x_{10}$	+ 1030
-15α	- 733
	+ 497
	Σx_k

$\Sigma\Sigma_k$	+ 1104
$-5x_{10}$	+ 3910
-15β	+ 128
	+ 5142
	Σx_k



Т а б л и ц а С.

	50°—52° — 76,66		48°—50° — 100,00		46°—48° — 129,17		44°—46° — 197,50		42°—44° — 204,83		40°—42° — 201,67		S_k	$1/6 S_k$	Σ_k	x_{20}	$-n\beta$	x_k	
	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ							
22°—20° + 29,13	— 75 — 58 — 17	— 95 — 71 — 24	— 90 — 100 + 10	— 145 — 108 + 37	— 160 — 176 + 16	— 180 — 173 — 7							— 745 + 43 — 48	— 124,17	— 124,17	+ 1019	— 1,3	+ 894	[x ₂₂]
24°—22° — 34,39	— 90 — 113 + 23	— 120 — 124 + 4	— 150 — 155 + 5	— 235 — 225 — 10	— 250 — 239 — 11	— 220 — 226 + 6							— 1065 + 34 — 34	— 177,50	— 301,57	+ 1019	— 2,6	+ 715	[x ₂₄]
26°—24° — 107,87	— 200 — 134 — 6	— 195 — 207 + 12	— 240 — 235 — 5	— 325 — 305 — 20	— 279 — 312 + 33	— 325 — 309 — 16							+ 1564 + 45 — 46	— 260,67	— 562,94	+ 1019	— 3,9	+ 453	[x ₂₆]
28°—26° — 45,88	— 145 — 133 — 12	— 145 — 146 + 1	— 150 — 175 + 25	— 225 — 243 + 18	— 250 — 301 + 51	— 280 — 317 — 37							— 1195 + 43 — 48	— 199,16	— 761,50	+ 1019	— 5,2	+ 252	[x ₂₈]
30°—28° + 66,30	— 10 — 38 + 28	— 50 — 43 — 7	— 100 — 71 — 29	— 145 — 108 — 37	— 130 — 146 + 16	— 135 — 143 + 8							— 570 + 43 — 43	— 95,00	— 856,50	+ 1019	— 6,5	+ 156	[x ₃₀]
32°—30° + 22,57	0 + 2 — 2	+ 5 — 10 + 15	— 45 — 29 — 16	— 110 — 107 — 3	— 160 — 135 — 25	— 70 — 113 + 43							— 380 + 37 — 37	— 63,33	— 919,83	+ 1019	— 7,8	+ 91	[x ₃₂]
S_k	— 520 + 29 — 30	— 600 + 32 — 32	— 775 + 38 — 39	— 1185 + 41 — 42	— 1229 + 60 — 68	— 1210 + 36 — 36													
$1/6 S_k$	— 86,66	— 100,00	— 129,17	— 197,50	— 204,83	— 201,67													
Σ_k	— 919,83	— 833,17	— 733,17	— 604,00	— 406,50	— 201,67													
$-x_{20}$	— 206,00	— 206,00	— 206,00	— 206,00	— 206,00	— 206,00													
$-n\beta$	+ 930,17	+ 775,17	+ 620,12	+ 465,09	+ 310,06	+ 155,03													
x_k	— 196	— 264	— 319	— 345	— 302	— 253													
	[— x ₃₂]	[— x ₃₀]	[— x ₂₈]	[— x ₂₆]	[— x ₂₄]	[— x ₂₂]													

$$\frac{919,83}{6} = + 153,30$$

$$5\beta + x_{20} - x_{20} = - 856,50$$

$$5\beta + 156 - 1019 = - 856,50$$

$$5\beta = + 6,5$$

$$\beta = + 1,3$$

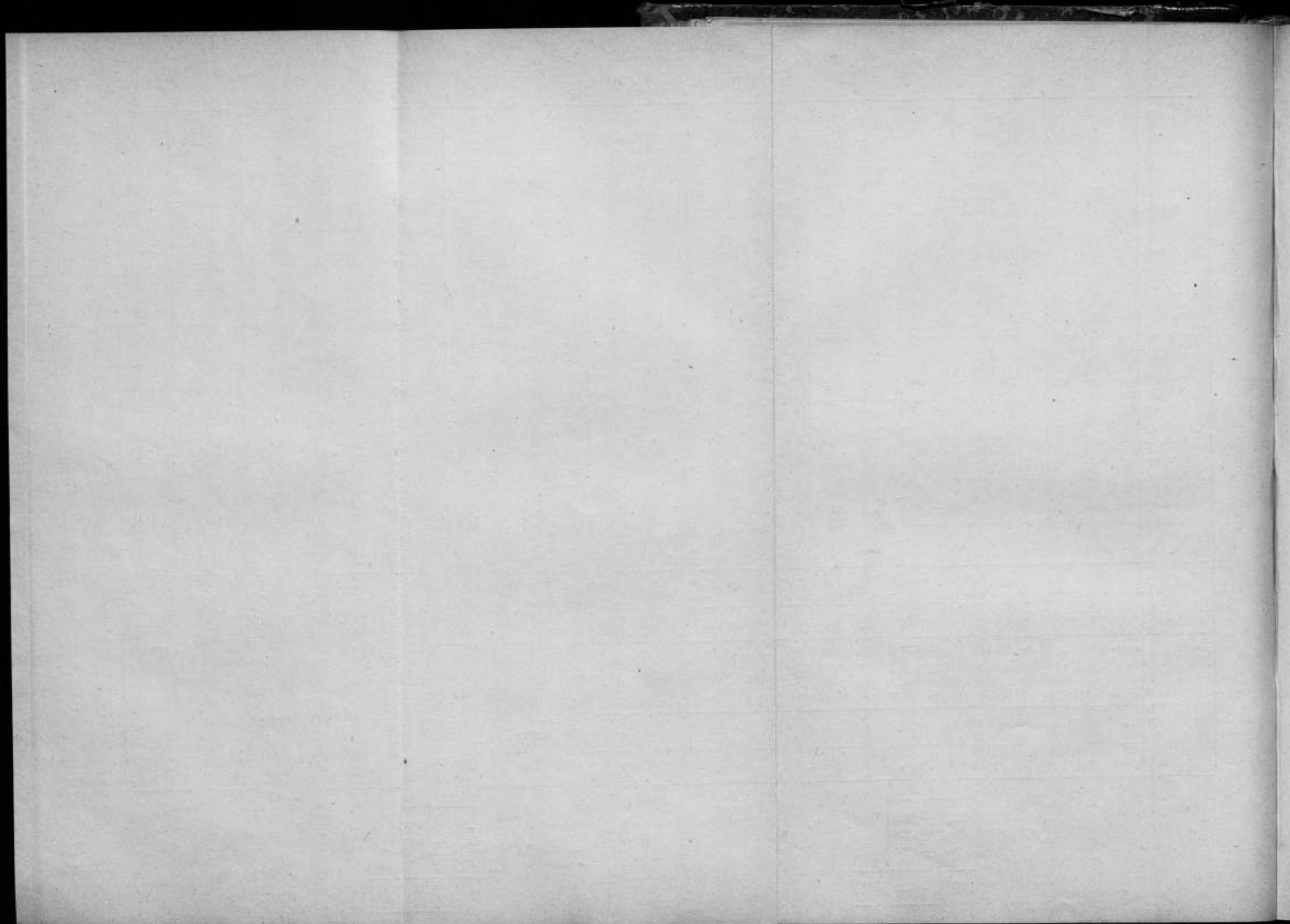
$$5x + x_{20} - x_{20} = - 833,17$$

$$5x + 206 - 264 = - 833,17$$

$$5x = 775,17; x = - 155,03$$

$\Sigma \Sigma_k$	— 3698
$-6x_{20}$	— 1236
-21α	+ 3255
	— 1679
	$-\Sigma x_k$

$\Sigma \Sigma_k$	— 3526
$6x_{20}$	+ 6114
-21β	— 27
	+ 2561
	Σx_k



Л. Д. Исаковъ

4. О точности волномѣровъ.

Несмотря на то, что волномѣръ уже давно сдѣлался неотъемлемой принадлежностью каждой радиотелеграфной установки и что измѣренія длинъ волнъ производятся въ весьма большомъ количествѣ, до сихъ поръ вопросъ о необходимой и возможной точности въ опредѣленіи длины волны остается весьма мало выясненнымъ.

Во избѣжаніе недоразумѣній, слѣдуетъ расчленивъ вопросъ на двѣ части: 1) съ какою точностью передающая или приемная радиостанція должна быть установлена на опредѣленную волну, и 2) съ какою точностью эта волна можетъ быть измѣрена волномѣромъ.

Отвѣтъ на первую часть вопроса получается изъ соображеній, основанныхъ на общей теоріи резонанса. Теоретически мы считаемъ, что приемный аппаратъ всегда долженъ быть настроенъ точно на ту волну, которую посылаетъ передающая станція, такъ какъ при этомъ условіи въ немъ получается наибольшее дѣйствіе (напр. наибольшая сила звука въ телефонѣ, наибольшее отклоненіе гальванометра и т. п.). На практикѣ всегда эта настройка будетъ произведена съ нѣкоторой возможной погрѣшностью, которая обусловлена тѣмъ, что отклоненіе отъ точной настройки мы можемъ обнаружить лишь по уменьшенію дѣйствія въ приемникѣ, а это уменьшеніе мы замѣчаемъ не равнѣ, чѣмъ величина его превзойдетъ извѣстный предѣлъ. Этотъ предѣлъ зависитъ отъ двухъ обстоятельствъ: во-первыхъ, отъ того, что по самимъ свойствамъ индикатора, применяемаго въ приемникѣ (телефона, гальванометра и т. п.) два эффекта могутъ быть расположены, какъ различные, лишь тогда, когда разница между ними больше определенной величины („порога различенія“ для данного индикатора), скажемъ, больше $a\%$; во-вторыхъ, отъ того, что самая величина наибольшаго дѣйствія подвержена нѣкоторымъ случайнымъ колебаніямъ, называемымъ непостоянствомъ энергіи передающей станціи или измѣнчивостью чувствительности детектора; въ силу этой второй причины мы въ состояніи утверждать, что наблюдаемое дѣйствіе уже не есть максимальное, лишь тогда, когда отклоненіе его отъ предполагаемаго максимума превыситъ величину случайныхъ колебаній, скажемъ $b\%$. Окончательно, мы можемъ замѣтить

уклонение отъ точной настройки лишь въ тотъ моментъ, когда дѣйствіе въ приемникѣ будетъ отличаться отъ максимальнаго на $(a + b)$ %.

Чтобы выразить численно это отклонение отъ идеальной настройки, обратимся къ теоріи резонанса двухъ весьма слабо связанныхъ системъ. Измѣненія эффекта, наблюдаемаго во вторичной системѣ при измѣненіи періода дѣйствующихъ на нее колебаній, выражаются, какъ извѣстно, кривой резонанса, уравненіе которой мы возьмемъ въ общепринятой формѣ, употребляемой при измѣреніяхъ затуханія:

$$d_1 + d_2 = \pi x \cdot \sqrt{\frac{y}{1-y}} \quad (1)$$

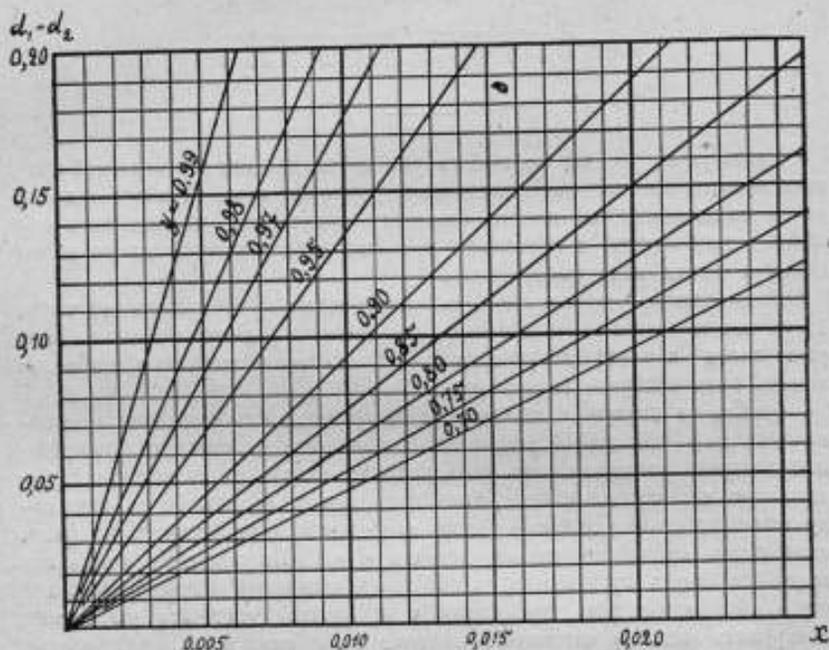


Диаграмма.

гдѣ d_1 и d_2 суть логарифмическіе декременты собственныхъ колебаній первичной и вторичной системы, x — отклонение отъ резонанса, выраженное черезъ относительное измѣненіе емкости, или, что то же, черезъ относительное измѣненіе квадрата длины волны, y — наблюдаемый эффектъ въ доляхъ максимальнаго эффекта, соответствующаго резонансу. Для изслѣдованія зависимости между y и x при различныхъ величинахъ $d_1 + d_2$ удобнѣе представить уравненіе кривой резонанса въ другомъ видѣ:

$$\left[1 + \frac{\pi^2 x^2}{(d_1 + d_2)^2} \right] \cdot y = 1 \quad (2)$$

Мы замѣчаемъ, что при заданномъ y величина $\frac{x}{d_1 + d_2}$ будетъ постоянна, слѣдовательно, искома зависимость графически представится въ координатахъ x и $(d_1 + d_2)$ въ видѣ системы прямыхъ линий, каждая изъ которыхъ соответствуетъ определенному значенію y . Прилагаемая діаграмма, дающая такое графическое изображеніе, весьма удобна для всякаго рода расчетовъ, связанныхъ съ кривыми резонанса.

Уравненія (1) и (2), а также наша діаграмма, приложимы непосредственно къ опредѣленію возможной точности настройки для случая приемника, работающаго по простой схемѣ, причемъ d_1 означаетъ затуханіе входящихъ волнъ, d_2 — затуханіе цѣпи приемной антенны, нагруженной детекторомъ, а для y надо, въ соответствии съ изложеннымъ выше взять значенія $1 - \frac{a+b}{100}$.

Для случая приемниковъ, работающих по сложной схемѣ, какъ слѣдуетъ изъ работы Риггера (Jahrbuch d. drahtlos. Telegr. 8, p. 58. 1914), кривая резонанса близка къ той, которая получалась бы при непосредственномъ дѣйствіи входящихъ волнъ на замкнутый контуръ приемника, нагруженный детекторомъ, такъ что для нашего приближеннаго подсчета мы можемъ пользоваться тѣми же формулами, подставляя лишь вѣсто d_2 величину затуханія замкнутого контура.

Для случая незатухающихъ волнъ теоретически слѣдовало бы подставлять въ формулу $d_1 = 0$. Однако, на практикѣ почти всѣ известные генераторы незатухающихъ колебаній отличаются нѣкоторой измѣчивостью періода, которая дѣйствуетъ такимъ же образомъ, какъ если бы посылаемые волны обладали нѣкоторымъ затуханіемъ (ср. Цейбекъ, Lehrbuch der drahtlosen Telegraphie p. 290).

Чтобы высказать общее заключеніе относительно предѣльной необходимой точности настройки при современномъ состояніи радіотелеграфной техники, рассмотримъ встрѣчающіяся обычно на практикѣ числовыя значенія величинъ, входящихъ въ нашу формулу. Индикаторомъ въ приемной радіостанціи практически почти исключительно служатъ телефоны. По даннымъ Вина (ср. Winkelmann, Handbuch der Physik 2 p. 248) ухо въ среднемъ можетъ различить два звука по ихъ интенсивности лишь тогда, когда эти интенсивности разнятся не менѣе, чѣмъ на 15%. Да и независимо отъ этого несомнѣнно, что разница въ силѣ звука на 15% не можетъ имѣть значенія для отчетливости приема. Колебаніе энергіи отправительной станціи при хорошихъ условіяхъ и при сколько нибудь значительномъ числѣ разрядовъ въ секунду, какъ это и имѣеть мѣсто почти всегда на практикѣ, невелико; больше, повидямому, колебаніе, обусловленное непостоянствомъ чувствительности детектора; во всякомъ случаѣ, на оба рода колебанія вѣсто вполне возможно положить 5%. Такимъ образомъ, $a = 15\%$, $b = 5\%$, $y = 0,80$. Затуханіе волнъ, излучаемыхъ современными радіостанціями, надо считать вообще около 0,1; для длинныхъ волнъ это число слишкомъ велико, и болѣе соответствующимъ дѣйствительности будетъ число 0,05. Для цѣпи приемной антенны можно принять тѣ же цифры затуханія, хотя бы потому, что въ весьма многихъ станціяхъ для передачи и приема служатъ одна и та же антенна. Такимъ образомъ величина $d_1 + d_2$ будетъ на

практикѣ отъ 0,1 до 0,2, для случая приемника, работающаго по простой схемѣ. Для приемника по сложной схемѣ затуханіе замкнутого контура слѣдуетъ принять не менѣе 0,03, такъ какъ величина 0,02 или незначительно меньшая извѣстна для затуханія волномѣровъ, гдѣ условія мѣста гораздо благопріятнѣе въ смыслѣ возможности примѣненія катушекъ съ малымъ затуханіемъ. Такимъ образомъ для приемника по сложной схемѣ $d_1 + d_2$ при затухающихъ колебаніяхъ будетъ отъ 0,08 до 0,13. При незатухающихъ колебаніяхъ, въ виду сказаннаго выше относительно непостоянства періода, величину $d_1 + d_2$ слѣдуетъ принять не менѣе 0,05.

Въ общемъ выводѣ, среднее значеніе $d_1 + d_2$ при современныхъ условіяхъ, какъ видно изъ нашего разбора, можно принять равнымъ 0,1. При этомъ условіи изъ нашей формулы или изъ диаграммы получается для точности настройки x ок. 2%, или, принимая во вниманіе, что x выражаетъ относительное измѣненіе квадрата длины волны, получаемъ предѣльную необходимую точность настройки въ длинахъ волвъ въ 1%. При самыхъ лучшихъ условіяхъ въ смыслѣ настройки—при незатухающихъ колебаніяхъ и съ приемникомъ, работающимъ по сложной схемѣ, имѣемъ $d_1 + d_2 = 0,05$. и x ок. 1%, т. е. точность настройки въ длинахъ волвъ въ 0,5%.

Наша диаграмма позволяетъ легко опредѣлить необходимую точность настройки для какихъ угодно иныхъ задачій; но во всякомъ случаѣ при современныхъ условіяхъ можно утверждать, что практика работы радиостанцій требуетъ опредѣленія длины волны съ точностью порядка 1% и никакъ не выше 0,5%.

Посмотримъ теперь, какую точность можетъ дать волномѣръ по своей конструкции. Надо заранѣе оговориться, что мы имѣемъ въ виду, для опредѣленности, волномѣры наиболѣе распространеннаго типа, представляющіе собою замкнутый контуръ, могущій настраиваться на разные длины волвъ и состоящій изъ переменнаго конденсатора, шкала котораго раздѣлена обычно на 180°, и одной или нѣсколькихъ катушекъ самонадукціи. Волномѣры другихъ типовъ, повидному, не имѣютъ въ Россіи сколько нибудь замѣтнаго практическаго значенія, а на основаніи давнихъ, имѣющихся въ литературѣ, имѣтъ возможности предполагать заранѣе, чтобы они могли давать большую точность по сравненію съ разсматриваемыми.

Точность волномѣра будетъ опредѣляться двумя обстоятельствами: во-первыхъ, относительной точностью отсчета по шкалѣ переменнаго конденсатора, во-вторыхъ, точностью настройки волномѣра на данную волну. Точность отсчета по шкалѣ (абсолютная) для конденсаторовъ современныхъ конструкций, имѣющихъ сравнительно мелкія дѣленія, нанесенныя на эбонитѣ посредствомъ довольно толстыхъ штриховъ, и довольно грубый указатель, не можетъ быть принята выше $\frac{1}{2}\%$, если только не примѣнять особо тщательныхъ приемовъ отсчета, непригодныхъ въ обычныхъ условіяхъ практической работы волномѣра.

Что касается точности настройки волномѣра, то она опредѣляется на основаніи совершенно такихъ же соображеній, какія мы излагали выше относительно точности настройки приемника на проходящую волну, при помощи уравненій (1) или (2) или же нашей диаграммы, принявъ лишь соответствующія значенія для величинъ, опредѣляющихъ собою точность настройки. Въ данномъ случаѣ d_2 есть затуханіе волномѣра; эта величина

на практикѣ не бываетъ сколько нибудь значительно ниже 0,02; принимая для d_1 — затуханія вследствие колебанія величины, указанными выше, мы получимъ для $d_1 + d_2$ значенія отъ 0,7 до 1,2 (въ среднемъ 1,0) для затухающихъ колебаній, и около 0,05 для незатухающихъ колебаній (принимая во вниманіе непостоянство періода). Наиболее точнымъ изъ индикаторовъ, применяемыхъ практически съ волнометромъ, является такъ наз. тепловой ваттметръ; принимая во вниманіе небольшую шкалу прибора, довольно грубую дѣленія и толстую стрѣлку, а также возможность смѣщенія нуля, точность отсчета по ваттметру (величина, которую мы выше обозначили черезъ a) едва ли можно считать больше 5%. Такимъ образомъ, принимая во вниманіе еще и непостоянство энергій колебаній, для y въ случаѣ ваттметра слѣдуетъ принять 0,9. Пользуясь этими числами, получаемъ точность настройки волномѣтра (въ относительномъ измѣненіи квадратовъ длинъ волнъ) въ 1%, а въ самомъ благоприятномъ случаѣ — для незатухающихъ колебаній въ 0,5%.

Чтобы получить полную величину погрѣшности волномѣтра, сюда надо еще прибавить величину относительной погрѣшности отсчета. Какъ извѣстно, величина емкости волномѣтра пропорціональна не самому отсчету по шкалѣ переменнаго конденсатора, а этому отсчету, увеличенному на нѣкоторое число градусовъ (обычно около 5), вследствие того, что конденсаторъ имѣетъ „начальную емкость“, а также обладаетъ емкостью и катушка самоиндукціи. Такимъ образомъ, при 20° — величинѣ, съ которой обычно начинаютъ градуировку волномѣтровъ, указанная нами выше абсолютная погрѣшность отсчета по конденсатору $1/2^\circ$ будетъ соответствовать относительной погрѣшности въ $\frac{1/2^\circ}{20^\circ + 5^\circ} = 2\%$ (въ относительномъ измѣненіи емкости); въ концѣ шкалы, около 180°, та же величина абсолютной погрѣшности дастъ относительную погрѣшность около 0,3%.

Такимъ образомъ, полная погрѣшность опредѣленія квадрата длины волны по волномѣтру будетъ:

	при 20°	при 180°.
при затух. колеб.	3%	1,3%
при незатух. колеб.	2,5%	0,8%

Слѣдовательно, въ волномѣтрахъ современной конструкціи опредѣленіе длины волны можетъ быть произведено съ точностью, не превышающей 1,5% въ началѣ шкалы и около 0,5% въ концѣ шкалы. Такимъ образомъ, средняя точность волномѣтра составляетъ около 1%.

Мы видимъ, что съ двухъ сторонъ приходимъ къ цифрѣ 1%; это есть, съ одной стороны, предѣльная возможная точность въ современной радиотелеграфной практикѣ (если оставить въ сторонѣ исключительно благоприятные случаи); съ другой стороны, это есть, во всякомъ случаѣ, предѣльная точность, какую можетъ дать волномѣтръ при обычномъ способѣ его примененія.

Въ силу всѣхъ этихъ соображеній, 1% долженъ быть принятъ за предѣльную точность, съ какою могутъ и должны градуироваться волномѣтры. Надо указать, что въ свидетельствахъ Physikalisch-Technische Reichsanstalt для проверкѣ волномѣтровъ указывается именно такая точность.

Какимъ образомъ можно производить измѣренія длинъ волнъ съ болѣею точностью? Совершенно очевидно, что для этого необходимо отойти отъ обычнаго способа приѣвенія волнобра — посредствомъ установки на максимумъ. Возможны два пути: одинъ, давно извѣстный, но весьма кропотливый и едва ли всегда применимый — съемка кривой резонанса; другой, гораздо болѣе быстрый и изящный, но не получившій еще достаточной практической разработки — нулевой способъ настройки, предложенный Мандельштамомъ и Папалекси и получившій болѣе приспособленную для практики форму въ работѣ автора настоящей статьи. Въ тотъ моментъ, когда явится потребность въ такихъ болѣе точныхъ измѣреніяхъ, можетъ возникнуть вопросъ и о повышеніи точности градуировки волномѣровъ, которые, однако, должны будутъ претерпѣть извѣстныя конструктивныя измѣненія, чтобы дать на самомъ дѣлѣ такую повышенную точность.

Въ соответствии съ соображеніями, изложенными въ настоящей запискѣ, въ Главной Палатѣ мѣръ и вѣсовъ произведено построение шкалы волнъ съ точностью 1% и намѣчены дальнѣйшія работы для доведенія этой шкалы до предѣльной возможной точности, насколько позволяютъ имѣющіяся средства.



В. А. Бородовскій.

Род. 20 февраля 1878 г., † 27 января 1914 г.

(Некрологъ).

Въ ночь съ 27 по 28 января 1914 г. умеръ 36 лѣтъ отъ роду одинъ изъ первыхъ русскихъ ученыхъ-ислѣдователей радиоактивныхъ веществъ, приватъ-доцентъ Петроградскаго Унверситета и Старшій Инспекторъ Главной Палаты Василій Андреевичъ Бородовскій. Сынъ многосемейнаго сельскаго священника, умершаго въ сравнительно молодыхъ годахъ и оставившаго на рукахъ матери совершенно необеспеченную семью изъ 10 малолѣтнихъ дѣтей, В. А. Бородовскій, благодаря своимъ недюжиннымъ способностямъ, безъ труда прошелъ курсъ сельской школы, а затѣмъ Духовнаго училища и Семинаріи. По окончаніи семинаріи (въ 1898 году) предъ Василюмъ Андреевичемъ предсталъ трудный для рѣшенія вопросъ, гдѣ продолжать ученіе: въ Духовной Академіи, или въ Унверситетѣ? Въ первомъ случаѣ заботы о средствахъ къ жизни отпадаютъ, такъ какъ ему, какъ хорошему ученику, гарантировано казенное содержаніе въ Академіи, во второмъ, — одна надежда только на себя, и въ перспективѣ — постоянныя тревожныя думы о хлѣбѣ насущномъ. При разрѣшеніи этой дилеммы рѣшающую роль сыграли крѣпко засѣвшія въ головѣ будущаго ученаго „Основы химіи“ Д. И. Менделѣева, — книга, случайно купленная имъ въ Москвѣ у Сухаревой Вашии еще въ 5-мъ классѣ семинаріи. Призывъ Д. И. Менделѣева къ приобрѣтенію реальнаго, а не метафизическаго знанія, палъ на благодарную почву, и жажда къ приобрѣтенію этого знанія, подогрѣтая избыткомъ молодыхъ силъ, побудила В. А., не смотря на слезныя

просьбы матери и родныхъ, записаться въ число студентовъ физико-математическаго факультета Юрьевскаго Университета.

Съ трудомъ прошелъ первый годъ ученія въ Университетѣ, безъ средствъ, безъ заработка. „Первый годъ студенческой жизни“, пишетъ В. А. въ своей автобіографіи, былъ особенно труденъ: мои объѣды иногда ограничивались только двумя стаканами сырого молока и двумя баранками“. Но осуществленіе заветной мечты — участіе въ научной работѣ, въ лабораторіи знаменитаго профессора Таммана, поддерживало бодрость и энергію молодого ученаго. Въ Университетѣ имъ написана первая ученая работа на тему: „Скорость кристаллизаціи въ зависимости отъ температуры“, за которую ему присуждена золотая медаль. По окончаніи курса, въ 1902 г., В. А. Бородавскій оставляется при Университетѣ для подготовки къ профессорскому званію.

Перенесъ въ Юрьевѣ, по окончаніи Университета, тяжелую болѣзнь (воспаленіе средняго уха), потребовавшую серьезной оперативной помощи (трепанациі черепа), В. А. уѣхалъ, вслѣдъ за перешедшимъ изъ Юрьева проф. Тамманомъ, въ Геттингенъ, гдѣ продолжалъ разрабатывать заинтересовавшую его тему изъ области физической химіи (гетерогенныя равновѣсія). По возвращеніи изъ Геттингена, В. А. защитилъ диссертацию про venia legendi на тему „Синтезъ стринистыхъ соединеній мышьяка, ихъ кривыя плавленія и превращенія“, и съ осени 1907 г. началъ чтеніе курса по радиоактивнымъ веществамъ“. Въ 1908 году В. А. получилъ двухгодичную командировку за границу для изученія радиоактивныхъ веществъ, при чемъ, получая въ годъ всего по 900 руб., да и то крайне неаккуратно, принужденъ былъ здѣсь вести жизнь полуголоднаго ученаго, разстроившаго свое здоровье до такой степени, что врачи принуждены были выслать его для поправленія здоровья на островъ Уайтъ. Въ Англіи В. А. усиленно занимался радиоактивными веществами въ лабораторіяхъ Томсона (Кембриджъ) и Рбдаефорда (Манчестеръ), и такъ себя зарекомендовалъ, что друзья-англичане предлагали ему остаться въ Англіи, въ качествѣ приватъ-доцента (lecturer) въ Университетѣ. „Но, по словамъ В. А., мнѣ показалось, что я все равно не приживусь на англійской почвѣ и, какъ листъ завесенный бурей, званію и погуби, и я рѣшилъ вернуться въ Россію“. Съ осени 1910 года В. А. сталъ читать лекціи по химіи на Юрьевскихъ частныхъ Университетскихъ Курсахъ, а въ Университетѣ — спеціальный курсъ по радиоактивнымъ веществамъ. Въ это время Бородавскимъ изданъ трудъ подъ заглавіемъ „поглощеніе бета-лучей радія“, представляющіе собой обработку наблюденій, произведенныхъ въ англійскихъ лабораторіяхъ. За этотъ научный трудъ Московскій Университетъ удостоилъ В. А. Бородавскаго степенью магистра химіи. Въ 1911 г. Совѣтъ Юрьевскаго Университета присудилъ В. А. премию Гейхбюргера, въ 1200 руб., и на эти средства онъ совершилъ поѣздку въ Вѣну, Парижъ и Стокгольмъ. Въ Стокгольмѣ, въ Нобелевскомъ Институтѣ, Бородавскій занимался, подъ руководствомъ Сванте Арреніуса, вопросомъ объ опредѣленіи атомнаго вѣса химическихъ элементовъ, исходя изъ поглощательной ихъ способности β -лучей радія. По возвращеніи изъ за границы В. А. Бородавскій сталъ подыскивать подходящую лабораторію для практическаго разрѣшенія задачи о полученіи радія изъ Россійскихъ рудъ (ферганскихъ

и др.). Предложеніе профессора Н. Г. Егорова, Управляющаго Главной Палатой мѣръ и вѣсовъ, занять вакантное мѣсто Старшаго Инспектора и взять въ свое вѣдѣніе химическую лабораторію Палаты удовлетворило В. А. Бородовскаго въ полной мѣрѣ. Онъ получилъ возможность разрабатывать и изучать вопросъ о радиоактивныхъ веществахъ въ условіяхъ исполнѣ благоприятныхъ, удовлетворяя и свой пылливый умъ, и приходя на помощь Главной Палатѣ въ разрѣшеніи вопроса о методахъ радиоактивныхъ измѣреній. Одновременно съ занятіями въ Главной Палатѣ В. А. Бородовскій открылъ курсъ по радиоактивнымъ веществамъ въ Петроградскомъ Университетѣ. Въ настоящей части Временника напечатаны, выполненный В. А. Бородовскимъ въ Главной Палатѣ трудъ — подъ заглавіемъ „Радиоактивные минералы Ильменскихъ мѣсторожденій“.

Какъ матеріальная, такъ и лабораторная обстановка, наконецъ, исполнѣ удовлетворила запросамъ этого въ высокой степени скромнаго человѣка, но подорванные силы не вернулись: тяжелый недугъ (ракъ) одолѣлъ и пресѣкъ эту только что начавшую расцвѣтать на научной нивѣ славою жизнь.

Списокъ ученыхъ трудовъ В. А. Бородовскаго.

- 1) Ueber die Abhängigkeit der Krystallisationsgeschwindigkeit von der Temperatur bei Stoffen, die eine geringe Krystallisationsgeschwindigkeit haben. Zeitschr. f. Phys. Chemie XLIII, 75; Ж. Р. Ф. X. 0. 35 (1903), 120.
- 2) Бородовскій и Богооявленскій. Кривыя равновѣсія въ системѣ пара-ди-бромъ-бензолъ и пара-бромъ-толуолъ. Ж. Р. Ф. X. 0. 36, I (1904), 559.
- 3) Бородовскій. Спитезь сѣринистыхъ соединеній мышьяка; ихъ кривыя плавленія и превращенія. Труды Общ. Естеств. при Импер. Юрьев. Univ., т. XIV, 2, 1905. 159.
- 4) Бородовскій. Объ энергіи радія. Ж. Р. Ф. X. 0. 40, I (1908), 460.
- 5) Borodowsky. Absorption of β -rays from Radium by Solutions and Liquids. Philos. Mag. 1910, April, 605.
- 6) Бородовскій. Поглощеніе бета-лучей радія. Юрьевъ, 1910 г.
- 7) Бородовскій. Радиоактивные минералы Ильменскихъ мѣсторожденій. Временникъ Гл. Палаты м. и в. сер. 2-я, ч. 1-я, 1916 г.

Оглавление 1-го выпуска 2-й серии (11-й части) Временника Главной Палаты мѣръ и вѣсовъ.

СТРАН.

Предисловіе.

1. *Проф. А. А. Ивановъ.* Абсолютное опредѣленіе напряженія силы тяжести въ Главной Палатѣ мѣръ и вѣсовъ, въ Петроградѣ, при помощи длинныхъ маятниковъ 1—16

§ 1. Описаніе маятниковъ, стр. 1—2. § 2. Способъ наблюденій, стр. 3—4. § 3. Формулы для обработки наблюденій, стр. 4—7. § 4. Описаніе опытовъ, стр. 7—10. § 5. Поправка на приведеніе къ пустотѣ, стр. 10—11. § 6. Вліяніе толщины проволоки, стр. 11—13. § 7. Окончательное приведеніе напряженія силы тяжести къ пустотѣ, стр. 13—15. Заключение, стр. 15—16.

2. *В. А. Бородовскій.* Радиоактивные минералы Ильменскихъ мѣсторожденій 17—28

Вступленіе, стр. 17. Мѣсторожденія минераловъ, стр. 17—19. Удельные вѣса минераловъ, стр. 19—21. Активность минераловъ, стр. 22—23. Закись-окись урана (U_2O_3), какъ основная мѣра активности, стр. 23. Методъ сравненія активности, стр. 24—25. Химическій составъ минераловъ, стр. 25—27. Заключение, стр. 27—28. Анализъ ферганской радиоактивной руды, стр. 28.

3. *А. Н. Георгиевскій.* Калибровка капилляровъ 29—112

Вступленіе, стр. 29—30. Теорія калибровки, стр. 30—35. Методъ Gay-Lussac'a, стр. 35—36. Методъ Neumann'a, стр. 36—48. Методъ Thiesen'a, стр. 48—56. Методъ Marek-Venot, стр. 56—68. Точность различныхъ методовъ, стр. 68—70. Второе приближеніе, стр. 70—72. Интерполированіе и преобразованіе поправокъ, стр. 72—75. Перекрестная калибровка, стр. 75—82. Дополнительные дѣленія, стр. 82. Калибровка термометра № 17386, стр. 83—85. Нѣкоторые практическія указанія, касающіяся калибровки капилляровъ и въ частности термометровъ, стр. 85—89. Протоколы калибровки термометра № 17386, стр. 90—112. — Литература.

4. *Л. Д. Исаковъ.* О точности волномѣровъ 113—118
Некрологъ В. А. Бородовскаго 119—121

Table des matières de la 1-re partie, 2-me série, des Annales (Vremennik) de la Chambre Centrale des poids et mesures.

	Pages.
Préface.	
1. <i>Professeur A. A. Ivanoff</i> . Détermination absolue de l'intensité de la pesanteur dans la Chambre Centrale des poids et mesures à Petrograde au moyen de pendules longs	1—16

Les pendules employés dans ces recherches présentaient des boules faites des divers matériaux d'un diamètre de 7 à 12 cm. et suspendues à un fil d'acier d'une longueur de 2150 à 2185 cm. La durée d'une oscillation du pendule était déterminé par l'observation du passage du fil par la verticale.

En procédant par voie empirique ont été obtenues les trois corrections suivantes: 1) la réduction des observations au vide, 2) l'influence du rayon de la boule, 3) l'influence du diamètre du fil d'acier.

La première correction s'exprime par la formule

$$g_0 \frac{\delta_0}{\delta} \cdot \frac{B}{760} \cdot \frac{1.5}{1 + 0.00375 t} + \frac{b}{R\delta}$$

où sont représentés par

- g_0 — la valeur approximative de l'intensité de la pesanteur;
- δ_0 — la densité de l'air dans les conditions normales;
- δ — la densité du matériel, dont est faite la boule;
- B — la lecture du baromètre pendant les observations;
- t — la température de l'air autour du pendule;
- R — le rayon de la boule.

L'influence du rayon de la boule et du diamètre du fil d'acier est représenté par les fonctions

$$aR^2 \quad \text{et} \quad -kd^2,$$

où d indique le diamètre du fil.

Les coefficients b , a et k doivent être déterminés à l'aide des expériences spéciales.

C'est ainsi qu'ont été obtenu les résultats suivants:

La boule	g dans le vide
	cm
de laiton	981.984
de fonte	981.908
d'aluminium	981.981
de colophane	982.002
de plomb	981.951

En moyenne 981.948 ± 0.011 cm.

En vue des déterminations relatives, faites par MM. Pavloff, Korsun, Baranoff et Banakhevitch, la valeur la plus probable de l'intensité de la pesanteur dans la Chambre Centrale des poids et mesures à Petrograde est

$$g = 981.936$$

	Pages.
2. <i>W. A. Borodowsky</i> , Minéraux radioactifs dans les gisements d'Ilmen (Oural).	17—28
<p>Préface. Les gisements des minéraux (p. 17—19). Densités des minéraux (p. 19—21). Activité des minéraux (p. 22—23). Oxyde d'uranium (U_2O_5) comme unité d'activité (p. 23—24). Méthodes de comparaison de l'activité des minéraux (p. 24—25). Composition chimique des minéraux (p. 25—27). Conclusion: le radioélément mésothorium peut être extrait des minéraux nommés „échimites“ (p. 28). <i>Annexe</i> (p. 28) Analyse du minéral de Fergana (Turkestan): une tonne de ce minéral peut donner près de 20 milligrammes de radium.</p>	
3. <i>A. N. Guerguievsky</i> , Calibrage des tubes capillaires.	29—112
<p>Il s'agit des méthodes appliquées dans la Chambre Centrale des poids et mesures pour faire le calibrage des thermomètres de précision, des tubes des étalons de résistance électrique, aussi que des autres capillaires. Ce sont les méthodes de Gay-Lussac, Neumann, Thiesen, Marek et R. Benoit.</p> <p>Pour l'étude de la précision relative, les 3 méthodes en question étaient appliquées au calibrage du même tube capillaire. Les colonnes 2 du tableau XII (p. 69) présentent les différences entre les résultats d'une méthode quelconque et ceux de la méthode de MM. Marek et R. Benoit, la dernière étant prise comme l'échelle de comparaison.</p> <p>Pour l'application de la méthode de MM. Marek et Benoit un mode simple de résolution des équations est indiqué.</p> <p>Dans le chapitre, traitant du calibrage croisé (Neumann-Guillaume), l'auteur offre une méthode pour le calcul des corrections dans le système des points principaux sans faire usage de la formule de transformation.</p> <p>À la fin de l'article l'auteur donne quelques renseignements pratiques au sujet du calibrage, aussi qu'un exemple de calibrage complet d'un thermomètre.</p>	
4. <i>I. Issakoff</i> , Sur la précision des ondemètres	113—118
<p>Pour ce qui concerne le degré de précision qu'il est possible et désirable d'obtenir dans les indications d'un ondemètre, l'auteur, en tenant compte des deux facteurs: le degré de syntonisation nécessaire pour le fonctionnement parfait d'une station et l'erreur possible dans l'accord et la lecture de l'ondemètre, démontre que la limite pratique de la détermination de longueur d'onde dans les circonstances actuelles est de 1^o/₁₀.</p> <p>Au courant de la discussion l'auteur fait usage d'un diagramme rectiligne (p. 114) déduit de l'équation de la courbe de résonance et très commode pour tous les calculs qui s'y rapportent.</p>	
Nécrologe: <i>W. A. Borodowsky</i> † 27 Janvier 1914	119—121

ЗАМѢЧЕННЫЯ ОПЕЧАТКИ.

Стр.	Строка.	Напечатано:	Должно бытъ:
31	10 сверху	$n + \Delta n$	$n + \Delta n$
43	12 снизу	$\frac{1}{2} S_{\frac{n}{2} + 1}$	$\frac{1}{2} \Sigma_{\frac{n}{2} + 1}$
57	15 сверху	$\left(\frac{n}{2} + 1\right)^{\lambda_{\frac{n}{2} + 1}}$	$\left(\frac{n}{2} + 1\right) \lambda_{\frac{n}{2} + 1}$
.	16 .	$\frac{n}{2} \lambda_{\frac{n}{2}}$	$\frac{n}{2} \lambda_{\frac{n}{2}}$
81	9 .	x_{n+m+1}	x_{n+m+1}
85	1 сверху	послѣдняго восьмого вы- раженія	послѣдняго выраженія
.	2 .	столбца	восьмого столбца
.	2 .	второй строки	восьмой строки

