

КОМИТЕТ ПО ДЕЛАМ МЕР И ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ
при СНК СССР

ВСЕСОЮЗНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
МЕТРОЛОГИИ

ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

ТРУДЫ ВНИИМ
ВЫПУСК 24 (40)



ИЗДАНИЕ ВНИИМ
ЛЕНИНГРАД — 1939

THE UNIVERSITY OF CHICAGO
LIBRARY

THE UNIVERSITY OF CHICAGO
LIBRARY

THE UNIVERSITY OF CHICAGO
LIBRARY

THE UNIVERSITY OF CHICAGO
LIBRARY

КОМИТЕТ ПО ДЕЛАМ МЕР И ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ
ПРИ СНК СССР

ВСЕСОЮЗНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ИНСТИТУТ МЕТРОЛОГИИ

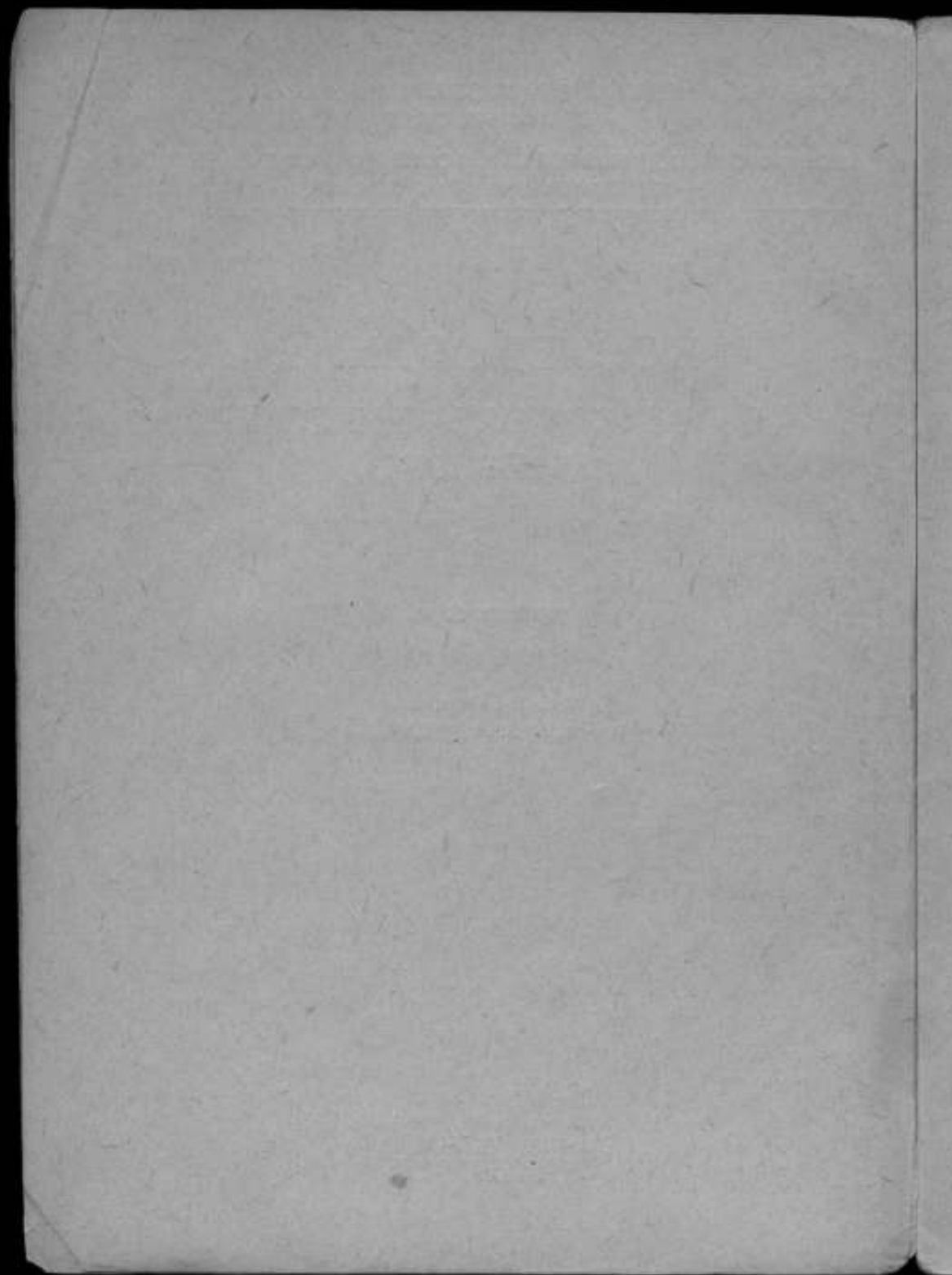
ИССЛЕДОВАНИЯ
В ОБЛАСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ
ИЗМЕРЕНИЙ

—
ВЫПУСК 24 (40)

Под редакцией
Проф. Н. А. МАРЕНИНА

ИЗДАНИЕ ВНИИМ
ЛЕНИНГРАД—1939

725810



МЕТОД ТРЕХ ВОЛЬТМЕТРОВ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ РЕАКТИВНЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ С ПОВЫШЕННОЙ ТОЧНОСТЬЮ

Среди различных методов измерения реактивных сопротивлений, метод трех вольтметров не пользуется популярностью по двум причинам: 1) точность этого метода принято считать невысокой и 2) при несинусоидальной форме кривой напряжения этот метод дает заведомо неправильные результаты, а исправление их требует применения очень сложных математических операций, не оправдываемых результатами. Даже для „практически синусоидальной“ формы кривой погрешность, вносимая в результаты измерения высшими гармониками, может достигать нескольких процентов. При „практически синусоидальной“ кривой переменного напряжения обычно в результаты измерения никаких поправок на несинусоидальность напряжения не вносится и часто даже бывает неизвестна форма кривой напряжения, применяемого для измерений. Все это, конечно, делает мало пригодным метод трех вольтметров для измерений реактивных сопротивлений.

Однако, это будет справедливым только в случае применения вольтметров, измеряющих действующие значения переменного напряжения.

Если применять вольтметры, показывающие среднее за полупериод значение, то, как показывает приведенный ниже материал, для измерений возможно применять потенциометр постоянного тока и отсчет среднего напряжения получать с точностью, значительно превосходящей точность измерения стрелочными приборами для переменного напряжения (электродинамическими и др.) и даже потенциометрами переменного тока. Таким образом, внесение поправок на несинусоидальность вполне оправдывает себя повышением точности окончательного результата, по сравнению с точностью измерения реактивных сопротивлений на потенциометре переменного тока.

Предлагаемый метод, как мы полагаем, можно считать рентабельным в тех случаях, когда требуется определить индуктивность или емкость на технической частоте.

Сущность метода трех вольтметров для таких измерений, как известно, заключается в следующем.

В цепь, составленную из измеряемого объекта (катушки самоиндукции или конденсатора) и соединенного последовательно с ним образцового сопротивления, включается переменный ток технической частоты. Геометрическая сумма падений напряжения на образцовом сопротивлении U_a и на катушке самоиндукции U_b равна падению напряжения на всем

участке цепи U_s и, следовательно, полное сопротивление всего участка, полное сопротивление катушки самоиндукции и образцовое беземкостное и безиндукционное сопротивление образуют замкнутый треугольник (рис. 1).

Три стороны треугольника напряжения определяются измерением. По известному образцовому сопротивлению могут быть вычислены стороны треугольника сопротивлений. Решая треугольник по трем сторонам, можно найти реактивное сопротивление катушки самоиндукции ωL или емкостное сопротивление конденсатора $\frac{1}{\omega C}$. По этим величинам, зная частоту, нетрудно вычислить индуктивность катушки L или емкость конденсатора C .

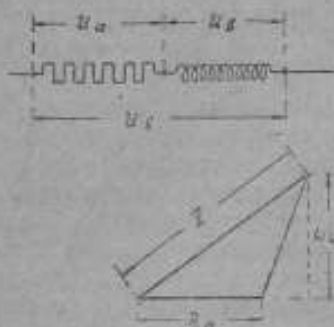


Рис. 1.

Таким образом измеряемое реактивное сопротивление $X = \omega Z$ или $X = \frac{1}{\omega C}$ определяется как высота треугольника, основание которого R_n — образцовое активное сопротивление, большая сторона Z — полное сопротивление участка, составленного из последовательно включенных измеряемого объекта и образцового сопротивления и третья

сторона Z_L — полное сопротивление измеряемого объекта. Стороны треугольника будут пропорциональны падениям напряжения на соответствующих сопротивлениях при условии строгой синусоидальности напряжения, применяемого при измерениях, т. е.

$$Z : Z_L : R_n = U_s : U_b : U_a.$$

При несинусоидальном напряжении, если измерение напряжений производится электродинамическим вольтметром, который, как известно, дает действующие значения напряжения, вычисление реактивного сопротивления по показаниям такого прибора даст большее значение для искомой величины. Если известна форма кривой, то полученное значение может быть исправлено путем внесения соответствующих поправок, зависящих от относительного значения высших гармоник и величины реактивного сопротивления измеряемого объекта. Если измерение производится ламповым вольтметром, показания которого зависят от средних, а не действующих значений напряжений, эти поправки будут иметь другое значение.

Точность измерений реактивных сопротивлений по методу трех вольтметров зависит от: 1) постоянства напряжения и частоты; 2) точности отсчета напряжений; 3) соотношений сторон треугольника напряжений; 4) точности определения формы кривой, если напряжение несинусоидально.

Непостоянство режима в измерительной цепи, в частности частоты, даже при напряжении, поданном от мотор-генератора, питаемого отдель-

ной аккумуляторной батареей, не позволяет рассчитывать на точность, большую 0,05%. Даже генераторы электроизмерительной лаборатории ВНИИМа дают колебания частоты до 0,1%^{1/10}, а иногда и выше за срок в несколько минут, необходимый для производства измерения. Точность отсчета напряжений зависит от применяемого измерительного прибора и может быть определена достаточно надежно путем опыта.

Зависимость точности измерений реактивного сопротивления от соотношений сторон треугольника определяется из следующих соображений.

Если измерением получены значения трех сторон треугольника

$$a = U_a, \quad s = U_s \quad \text{и} \quad b = U_b,$$

то высота треугольника определяется из выражения

$$h = \frac{1}{2a} \sqrt{2(a^2s^2 + b^2s^2 + a^2b^2) - (s^4 + a^4 + b^4)}$$

или, вводя обозначение:

$$y = \frac{h}{a} = \frac{\omega L}{R_n}$$

или

$$y = \frac{h}{a} = \frac{1}{\omega CR_n},$$

получим

$$y = \frac{1}{2a^2} \sqrt{2(a^2s^2 + b^2s^2 + a^2b^2) - (s^4 + a^4 + b^4)}. \quad (1)$$

Абсолютная погрешность значения y , полученного расчетом по измеренным значениям a , b и s , будет:

$$\Delta_y = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial a}\right)^2 \Delta_a^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial b}\right)^2 \Delta_b^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial s}\right)^2 \Delta_s^2},$$

где Δ_a , Δ_b , Δ_s — абсолютные погрешности отсчета напряжения применяемым измерительным прибором.

Считая их равными друг другу, т. е. принимая $\Delta_a = \Delta_b = \Delta_s = \Delta$, получим:

$$\Delta_y = \Delta \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial a}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial b}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial s}\right)^2}. \quad (2)$$

Определяя из (1) частные производные, находим:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial s} &= \frac{1}{2y} \cdot \frac{s}{a^2} \left(1 + \frac{b^2}{a^2} - \frac{s^2}{a^2}\right), \\ \frac{\partial y}{\partial b} &= \frac{1}{2y} \cdot \frac{b}{a^2} \left(1 - \frac{b^2}{a^2} + \frac{s^2}{a^2}\right) \quad \text{и} \\ \frac{\partial y}{\partial a} &= \frac{1}{2y} \cdot \frac{1}{a} \left[\left(\frac{s^2}{a^2} - \frac{b^2}{a^2}\right)^2 - \left(\frac{s^2}{a^2} + \frac{b^2}{a^2}\right)\right]. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Вводя для удобства преобразований обозначения $\frac{s^2}{a^2} = p$ и $\frac{b^2}{a^2} = q$, вместо (1) и (3) получим:

$$y = \frac{1}{2} \sqrt{2(p + pq + q) - (1 + p^2 + q^2)}. \quad (1')$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial s} &= \frac{1}{2y} \cdot \frac{s}{a^2} (1 + q - p), \\ \frac{\partial y}{\partial b} &= \frac{1}{2y} \cdot \frac{b}{a^2} (1 - q + p), \\ \frac{\partial y}{\partial a} &= \frac{1}{2y} \cdot \frac{1}{a} [(p - q)^2 - (p + q)] \end{aligned} \right\} \quad (3')$$

и, подставляя во (2) значения из (3'), получим:

$$\Delta_y = \frac{\Delta \sqrt{[(p - q)^2 - (p + q)]^2 + p(1 - p + q)^2 + q(1 - q + p)^2}}{2ya}. \quad (4)$$

Для относительной погрешности значения y получим:

$$\frac{\Delta_y}{y} = \Delta \frac{\sqrt{[(p - q)^2 - (p + q)]^2 + p(1 - p + q)^2 + q(1 - q + p)^2}}{2y^2 a} = \frac{B\Delta}{a}, \quad (5)$$

где

$$B = \frac{\sqrt{[(p + q) - (p - q)^2]^2 + p(1 - p + q)^2 + q(1 - q + p)^2}}{2y^2}. \quad (6)$$

На рис. 2 приведена составленная нами номограмма для определения коэффициента B в выражении (5). По оси абсцисс даны значения отношения сторон треугольника

$$\frac{b}{a} = \frac{U_b}{U_a} = \frac{Z_L}{R_n} = \sqrt{q}.$$

Различные кривые отвечают различным значениям отношения:

$$\frac{s}{a} = \frac{U_s}{U_a} = \frac{Z}{R_n} = \sqrt{p}.$$

Пунктирные кривые проведены через точки, отвечающие различным отношениям реактивной и активной составляющих объекта измерения. Из номограммы видно, что точность измерения тем выше, чем больше это отношение.

Наивысшая точность для определенного отношения $\frac{Z}{R_n}$ будет при чисто реактивном сопротивлении.

Точность измерения реактивного сопротивления по способу трех вольтметров тем выше, чем больше отношение $\frac{s}{a}$ и чем меньше относительная погрешность стороны a .

Приведенная номограмма позволяет определить выгодное, в отношении точности измерения, значение образцового сопротивления, если известны приблизительные величины активной и реактивной составляющих исследуемого объекта.

При первых опытных измерениях индуктивности катушки без железа в электроизмерительной лаборатории ВНИИМа применяли в качестве измерительного прибора простейший ламповый вольтметр с анодным детектированием и потенциометр постоянного тока.

Измерительная схема и установка были описаны нами в сборнике "Электрические измерения".¹

При этих измерениях была получена предельная случайная погрешность 0,9%. Это значение было получено по данным шестикратного измерения. Кроме того, результаты заключали в себе систематическую погрешность, внесенную высшими гармониками. Сравнение результатов измерений с измерениями, полученными при помощи потенциометра Тинслея (Tinsley) и мостика Андерсона, показало наличие этой же систематической погрешности и при измерениях на потенциометре Тинслея. Случайная погрешность при этих измерениях, по данным также шестикрат-

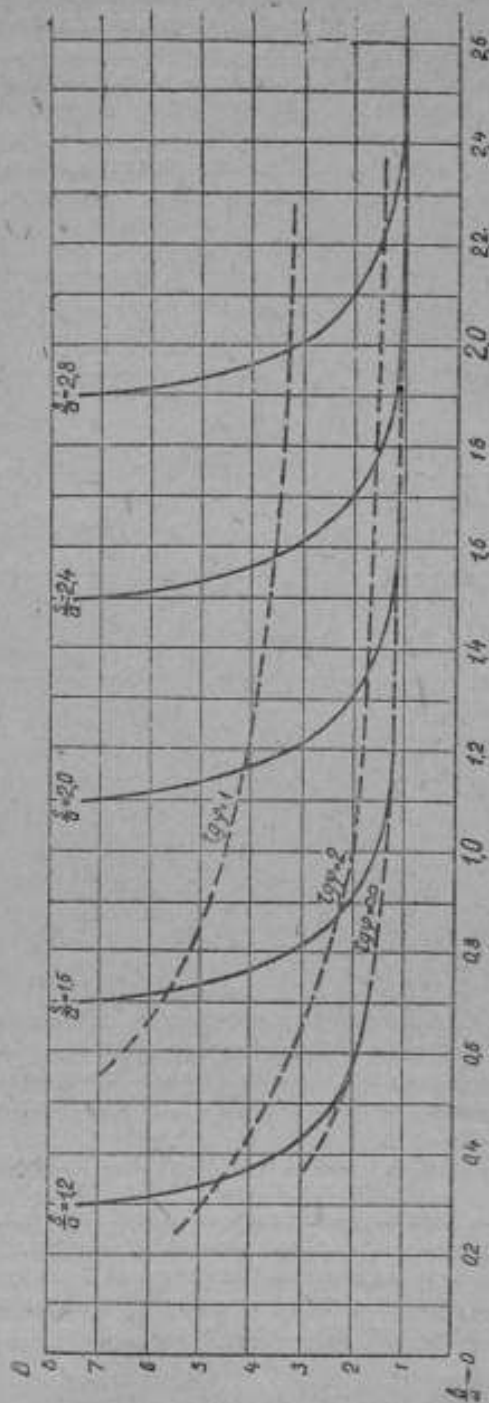


Рис. 2.

¹ Труды Всесоюзного научно-исследовательского института метрологии и стандартизации. Вып. 11 (27). 1936.

о измерения, оказалась равной 1,8%. Значение же самоиндукции, полученное измерением на мостике Андерсона при частоте 850 герц, не включало в себе погрешности от несинусоидальности кривой напряжения, так как результаты измерения этим методом практически не зависят от формы кривой.

Исправление результатов, полученных на потенциометре Тинслей на несинусоидальность формы кривой напряжения, представляет значительные трудности и дает мало надежные результаты вследствие наличия железа

в фазорегуляторе потенциометра.

Для способа же трех ламповых вольтметров эта задача может быть решена при некотором допущении, приводящем к результатам, практически вполне удовлетворительным. Это допущение заключается в следующем: непосредственно измеримый анодный ток при применении лампового вольтметра является некоторой функцией среднего значения положительной половины измеренного переменного напряжения.



Рис. 3.

Отсюда вытекает, что два переменных несинусоидальных напряжения, измеримых ламповым вольтметром, соответствуют одинаковым анодным токам, если равны их средние значения за половину периода основной волны.

Последнее положение было бы безупречно для лампового вольтметра с анодным детектированием, если бы сеточная характеристика электронной лампы представляла собой прямую линию AB на рис. 3, пересекающую ось абсцисс в точке B , определяемой величиной потенциала сетки, при переменном напряжении, равном нулю, т. е. в точке, соответствующей предварительному смещению потенциала сетки. Если применяется схема лампового вольтметра с анодным детектированием и ком-

пенсацией постоянной составляющей анодного тока, то сформулированное выше допущение будет так же безупречно для лампы с характеристикой, представляющей собой прямую линию, наклоненную к оси абсцисс, переходящую в горизонтальную прямую ACD (рис. 3). В действительности характеристика электронной лампы представляет собой кривую более сложной формы, как это изображено на рис. 3 пунктиром. Как следует из дальнейшего, вид действительной характеристики все же позволяет применить упомянутое выше допущение с точностью, достаточной для практики, при условии, если измеряемые переменные напряжения одного порядка и постоянная составляющая анодного тока мала. Первое из этих условий удовлетворяется надлежащим подбором образцового сопротивления, что вполне возможно, и второе — надлежащим предварительным смещением сетки.

Итак, приняв упомянутое выше допущение, выведем выражение поправочных коэффициентов к значениям анодных токов, полученных при измерении падения напряжения на измеряемом объекте — реактивном сопротивлении $Z_L = \sqrt{R_m^2 + (\omega L)^2}$ или $Z_C = \sqrt{R_m^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$, на образцовом сопротивлении R_n и на участке, составленном из измеряемого объекта и образцового сопротивления:

$$Z = \sqrt{(R_m + R_n)^2 + (\omega L)^2} \text{ или } Z = \sqrt{(R_m + R_n)^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}. \quad (7, 8)$$

Если к участку приложено несинусоидальное переменное напряжение, мгновенное значение которого определяется выражением:

$$u_s = \sum U_{mk} \sin(k\omega t + \varphi_k), \quad (9)$$

мгновенный ток будет:

$$i = \sum \frac{U_{mk} \sin(k\omega t + \varphi_k - \psi_k)}{Z_k}, \quad (10)$$

где U_{mk} — амплитуда k -той гармоники,

$$Z_k = \sqrt{(R_m + R_n)^2 + (k\omega L)^2}$$

— полное сопротивление току k -той гармоники на всем участке и

$$\psi_k = \arctg \frac{k\omega L}{R_m + R_n}. \quad (11)$$

Мгновенное значение напряжения на образцовом сопротивлении будет:

$$u_a = R_n \sum \frac{U_{mk} \sin(k\omega t + \varphi_k - \psi_k)}{Z_k} \quad (12)$$

и на измеряемом объекте — катушке самоиндукции:

$$u_b = \sum \frac{Z_{Lk} U_{mk} \sin(k\omega t + \varphi_k - \psi_k + \theta_k)}{Z_k}, \quad (13)$$

где:

$$\theta_k = \arctg \frac{k\omega L}{R_m}. \quad (14)$$

R_m — активное сопротивление измеряемого объекта и Z_{LK} — его полное сопротивление. Среднее значение измеряемых напряжений за полупериода будет:

Для напряжения U_s :

$$U_s = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1 + \frac{T}{2}} u_s \cdot dt = \sum \frac{2U_{mk}}{k\pi} \cos(k\omega t_1 + \varphi_k) = \\ = \frac{2U_{m1}}{\pi} \sum \frac{1}{k} \cdot \frac{U_{mk}}{U_{m1}} \cos(k\omega t_1 + \varphi_k), \quad (15)$$

где t_1 — начальный момент, определяемый условием

$$u_s = \sum U_{mk} \sin(k\omega t_1 + \varphi_k) = U_{m1} \sum \frac{U_{mk}}{U_{m1}} \sin(k\omega t_1 + \varphi_k) = 0$$

или

$$\sum \frac{U_{mk}}{U_{m1}} \sin(k\omega t_1 + \varphi_k) = 0. \quad (16)$$

Так как при анализе осциллограммы за начальный момент удобнее всего принять момент перехода напряжения через нуль, то $t_1 = 0$ и выражение (15) принимает вид:

$$U_s = \frac{2U_{m1}}{\pi} \sum \frac{1}{k} \cdot \frac{U_{mk}}{U_{m1}} \cos \varphi_k = \frac{2U_{m1}}{\pi} \cdot \gamma, \quad (15)$$

где

$$\gamma = \sum \frac{1}{k} \cdot \frac{U_{mk}}{U_{m1}} \cos \varphi_k. \quad (17)$$

Для напряжения U_a :

$$U_a = \frac{2}{T} \int_{t_2}^{t_2 + \frac{T}{2}} u_a dt = \sum \frac{2U_{mk}}{k\pi} \cos(k\omega t_2 + \varphi_k - \psi_k) \cdot \frac{R_n}{Z_k} = \\ = \frac{2U_{m1}}{\pi} \cdot \frac{R_n}{Z_1} \sum \frac{1}{k} \cdot \frac{Z_1}{Z_k} \cos(k\omega t_2 + \varphi_k - \psi_k) = \frac{2U_{m1}}{\pi} \cdot \frac{R_n}{Z_1} \cdot \alpha, \quad (18)$$

где t_2 — момент перехода кривой напряжения через значение $u_a = 0$, определяемый уравнением:

$$u_a = \sum \frac{U_{mk} \cdot R_n}{Z_k} \cdot \sin(k\omega t_2 + \varphi_k - \psi_k) = \\ = \frac{U_{m1} \cdot R_n}{Z_1} \sum \frac{U_{mk}}{U_{m1}} \cdot \frac{Z_1}{Z_k} \cdot \sin(k\omega t_2 + \varphi_k - \psi_k) = 0$$

или

$$\sum \frac{U_{mk}}{U_{m1}} \cdot \frac{Z_1}{Z_k} \sin(k\omega t_2 + \varphi_k - \psi_k) = 0. \quad (19)$$

$$\alpha = \sum \frac{U_{mk}}{U_{m1}} \cdot \frac{1}{k} \cdot \frac{Z_1}{Z_k} \cos(k\omega t_2 + \varphi_k - \psi_k) \quad (20)$$

$$\psi_k = \arctg \frac{k\omega L}{R_m + R_n}. \quad (21)$$

И для напряжения U_b :

$$\begin{aligned} U_b &= \frac{2}{T} \int_{t_2}^{t_2 + \frac{T}{2}} u_b \cdot dt = \sum \frac{2U_{mk}}{k\pi \cdot Z_k} \cdot \frac{Z_{Lk}}{Z_k} \cos(k\omega t_2 + \varphi_k - \psi_k + \theta_k) = \\ &= \frac{2U_{m1}Z_{L1}}{\pi Z_1} \sum \frac{1}{k} \cdot \frac{U_{mk}}{U_{m1}} \cdot \frac{Z_1}{Z_k} \cdot \frac{Z_{Lk}}{Z_{L1}} \cos(k\omega t_2 + \varphi_k - \psi_k + \theta_k) = \\ &= \frac{2U_{mk}}{\pi} \cdot \frac{Z_{L1}}{Z_k} \cdot \beta, \end{aligned} \quad (22)$$

где t_2 — момент перехода кривой напряжения через значение $u_b = 0$, определяемый уравнением:

$$\begin{aligned} u_b &= \sum \frac{U_{mk}Z_{Lk}}{Z_k} \sin(k\omega t_2 + \varphi_k - \psi_k + \theta_k) = \\ &= \frac{U_{m1}Z_{L1}}{Z_1} \sum \frac{U_{mk}}{U_{m1}} \cdot \frac{Z_1}{Z_k} \cdot \frac{Z_{Lk}}{Z_{L1}} \cdot \sin(k\omega t_2 + \varphi_k - \psi_k + \theta_k) = 0 \end{aligned}$$

или

$$\sum \frac{U_{mk}}{U_{m1}} \cdot \frac{Z_1}{Z_k} \cdot \frac{Z_{Lk}}{Z_{L1}} \cdot \sin(k\omega t_2 + \varphi_k - \psi_k + \theta_k) = 0. \quad (23)$$

$$\beta = \sum \frac{1}{k} \cdot \frac{U_{mk}}{U_{m1}} \cdot \frac{Z_{Lk}}{Z_{L1}} \cdot \frac{Z_1}{Z_k} \cos(k\omega t_2 + \varphi_k - \psi_k + \theta_k) \quad (24)$$

$$\theta_k = \arctg \frac{k\omega L}{R_m}. \quad (25)$$

Если кривая синусоидальна, то коэффициенты $\alpha = \beta = \gamma = 1$. В этом случае измеренные напряжения образуют треугольник, решение которого дает искомые реактивные сопротивления и, если известна частота, то индуктивность или емкость. При несинусоидальной форме кривой напряжения U_a , U_b и U_c , измеренные ламповым вольтметром, должны быть разделены соответственно на коэффициенты α , β и γ . Полученные частные представляют собой те падения напряжения, которые были бы на сопротивлениях — измеряемом, образцовом и обоих вместе, если бы высшие гармоники отсутствовали.

Таким образом:

$$\frac{U_a}{\gamma} = \frac{2U_{m1}}{\pi} = S; \quad \frac{U_a}{\alpha} = \frac{2U_{m1}R_n}{\pi Z_1} = a \quad \text{и} \quad \frac{U_b}{\beta} = \frac{2U_{m1}Z_{L1}}{\pi Z_1} = b. \quad (26)$$

Эти величины позволяют определить L или C .

Так как коэффициенты α и β заключают в себе неизвестные L или C и R_m , применение метода трехламповых вольтметров для определения L или C при несинусоидальной, но известной форме кривой помимо решения треугольника требует решения уравнений (19) и (23) и определения коэффициентов α и β по выражениям (20) и (23). Все эти вычисления при точных измерениях могут быть выполнены только методом последовательных приближений, так как графические методы в этом случае оказываются слишком грубы.

В табл. 1 приведены результаты анализа осциллограммы кривой напряжения, примененного при упомянутых измерениях. За начальный момент принят момент перехода через 0 в положительную сторону этой кривой, т. е. момент, определяемый уравнением:

$$\sum U_{mk} \sin(k\omega t_1 + \varphi_k) = 0. \quad (27)$$

Таблица 1

k	$\frac{U_{mk}}{U_{m1}}$	φ_k
1	1	351°27'
3	0,1665	13°53'
5	0,1130	39°29'
7	0,0417	69°19'
9	0,0023	92°35'
11	0,0116	127°39'

При анализе осциллограммы период был разделен на 24 части. Длина осциллограммы — $1\frac{1}{2}$ периода. Каждая ордината измерялась дважды особой масштабной линейкой с делениями через 0,1 мм. Для расчета гармоник применялась средняя длина каждой ординаты, т. е. среднее

значение из 6 отсчетов длин (кривая симметрична относительно оси времени — без четных гармоник).

Результаты внесения поправки на несинусоидальность кривой переменного напряжения для упомянутого измерения приведены в табл. 2. Процесс вычисления сводился к поочередному определению L и R_m из треугольника, вычислению по этим значениям коэффициентов α и β , потом вычислению по этим коэффициентам сторон треугольника, повторному вычислению L и R_m и т. д.

Таблица 2

	1-е при- ближение	2-е при- ближение	3-е при- ближение	4-е при- ближение	5-е при- ближение
α	1	0,99399	0,99474	0,99545	0,99578
β	1	1,05905	1,06971	1,07144	1,07169
τ	1	1,04219	1,04219	1,04219	1,04219
U_a	4,378	4,404	4,397	4,398	4,397
U_b	5,238	4,946	4,897	4,889	4,888
U_r	7,784	7,469	7,469	7,469	7,469
L	18,135 мН	17,196 мН	16,966 мН	16,923 мН	16,921 мН
R_m	0,975 Ω	1,537 Ω	1,613 Ω	1,621 Ω	1,624 Ω

По измерениям на мостике Андерсона, искомая величина оказалась равной $L = 16,93$ мН.

Из данных табл. 2 видно, что последнее — 6-е — приближение дает значение $L = 16,921 \text{ мГ}$. Из сравнения результатов последовательных приближений видно, что 6-е и следующие приближения, во всяком случае, не изменят второй знак после запятой. Итак, метод трех ламповых вольтметров дал значение коэффициента самоиндукции для измеряемой катушки, отличающееся от полученного при измерении на мостике Андерсона на величину, не большую $0,01 \text{ мГ}$, что составляет около $0,06\%$ измеренного значения.

Итак, если, основываясь на приведенном материале, сравнивать измерения индуктивности способом трех ламповых вольтметров с измерениями на потенциометре переменного тока, то можно сделать следующие заключения.

1) Предельная относительная случайная погрешность измерения индуктивности способом трех ламповых вольтметров ($0,9\%$) ниже, чем такая же погрешность при измерениях на потенциометре переменного тока Тинслея (Tinsley) ($1,8\%$).

2) При несинусоидальной форме кривой, результаты, как полученные при измерениях на потенциометре переменного тока Тинслея, так и полученные по способу трех ламповых вольтметров, требуют исправления.

Кроме того, из элементарных теоретических соображений можно заключить, что:

3) Поправки на несинусоидальность кривой при измерениях на потенциометре переменного тока вследствие наличия железа в фазорегуляторе потенциометра будут менее надежны, чем поправки, вносимые в результаты, полученные при измерениях по способу трех ламповых вольтметров.

При измерениях реактивного сопротивления методом, описанным выше, и вычислении коэффициента самоиндукции или емкости измеряемого объекта при строго синусоидальной форме кривой напряжения необходимо:

1) Измерять на потенциометре постоянного тока 3 анодных тока в ламповом вольтметре, соответствующие падениям напряжения:

а) на образцовом сопротивлении R_m

б) на измеряемом объекте, т. е. на сопротивлении

$$Z_L = \sqrt{R_m^2 + (\omega L)^2}$$

или

$$Z_C = \sqrt{R_m^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2};$$

в) на участке цепи, составленном из последовательно включенных: образцового сопротивления и измеряемого объекта, т. е. на сопротивлении:

$$Z = \sqrt{(R_m + R_x)^2 + (\omega L)^2}$$

или

$$Z = \sqrt{(R_m + R_x)^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2},$$

где R_m — активная составляющая сопротивления измеряемого объекта.

2) Проградуировать ламповый вольтметр по нескольким точкам (в наших опытах по семи).

3) Вычислить по данным градуировки по способу наименьших квадратов уравнение градуировочной кривой, как кривой 3-го порядка.

4) Решая трижды кубическое уравнение, определить значение падений напряжения на сопротивлениях: R_a , Z и Z_L или Z_C .

5) По полученным данным решить треугольник относительно высоты и вычислить искомые индуктивность или емкость конденсатора.

Процесс собственно измерения состоит в определении на потенциометре постоянного тока 10 точек, из которых — 7 для градуировки. Для устранения влияния обнаруженного нами и описанного в упомянутой статье явления — инерции изменения анодного тока* это число должно быть удвоено. Таким образом, этот процесс неминуемо оказы-

вается длительным, а, следовательно, и вероятность изменения внешних условий работы лампы и режима сети возрастает. Это влечет за собой далеко неполное использование достижимой точности измерения на потенциометре постоянного тока, а, следовательно, и пониженную, против принципиально возможной при быстрых измерениях, точность измерения индуктивности или емкости.

Сложность процесса вычисления по способу наименьших квадратов и решений кубических уравнений делает этот метод мало удобным. Мы усовершенствовали его, свели к двум измерениям и к решению треугольника, т. е. устранили измерения по п. 2 и весьма сложные вычи-

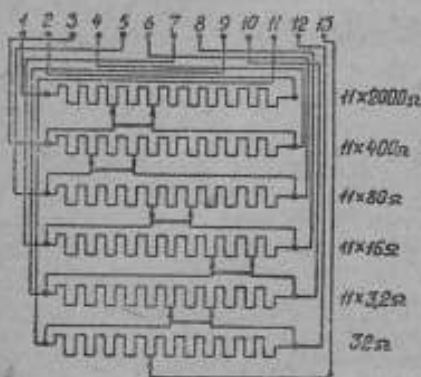


Рис. 4.

сления по пп. 3 и 4. Кроме того, для дальнейшего повышения точности измерений были приняты меры, ослабляющие влияние непостоянства работы ламп в ламповом вольтметре. Эти усовершенствования заключались в следующем: ламповый вольтметр с одной электронной лампой был заменен ламповым вольтметром по той же схеме, но с 9 лампами того же типа П 7. Такая замена имела целью ослабить влияние индивидуальных колебаний отдельных ламп и увеличение абсолютного значения анодных токов, подлежащих измерению. Оба эти обстоятельства должны повлечь некоторое повышение точности измерений — это вытекает из элементарных соображений. Число ламп — 9 было взято потому, что из имевшихся в нашем распоряжении ламп типа П 7 можно было выбрать только десять вполне доброкачественных в отношении вакуума экземпляров и один из них перегорел в самом начале опытов.

Второе, более важное, усовершенствование, позволившее значительно упростить процесс измерения, устранить сложные вычисления и принципиально повысить точность измерений, заключалось в применении

специального делителя напряжения, схема которого была нами разработана для этой цели. Этот делитель был изготовлен заводом „Эталон“ для двух лабораторий — электронизмерительной и эталонной электрической — ВНИИМа, электрической лаборатории УНИИМа и ряда других организаций.

Схема делителя представлена на рис. 4.

Делитель состоит из 6 секций, 5 из них состоят из 11 катушек, каждая с обмоткой по Шаперону, и сопротивлением у катушек первой

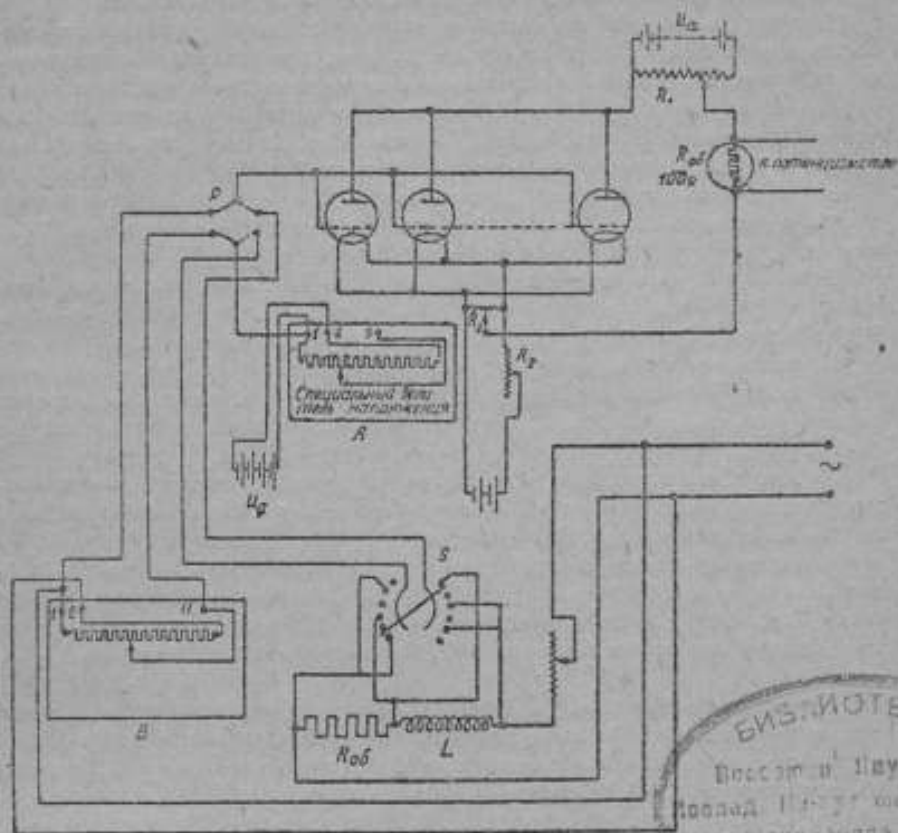


Рис. 5.

секции, по 2000Ω , у второй — 400Ω , у третьей — 80Ω , у четвертой — 16Ω и у пятой $3,2 \Omega$. Шестая представляет собой реохорд с сопротивлением $6,4 \Omega$, по которому скользит подвижный контакт с выводом к зажиму 13. Каждая секция, начиная со второй, своими концами присоединена к парным скользящим контактам, присоединяющим ее к высшей секции параллельно двум ее элементам. Концы каждой секции



соединены также с наружными зажимами 1 и 2 — 1-я секция; 3 и 4 — вторая и т. д.

При перемещении контактов общее сопротивление делителя 20 000 Ω остается неизменным, так как реохорд с сопротивлением 6,4 Ω всегда приключен параллельно к двум элементам пятой секции, сопротивление которых $2 \times 3,2 = 6,4 \Omega$, т. е. сопротивление пятой и шестой секций будет $3,2 \times 10 = 32 \Omega$. Пятая секция всегда параллельно присоединена к двум элементам четвертой секции. Таким образом, сопротивление четвертой, пятой и шестой секций будет $16 \times 10 = 160 \Omega$ и т. д.

Так как два элемента каждой секции, присоединяемые парными контактами параллельно всей следующей секции, эквивалентны одному элементу, то весь делитель имеет десятичные подразделения. Если к зажимам 1—2 подано напряжение U , то поворот первой рукоятки делителя изменяет десятые доли U , второй — сотые и т. д. до миллионных долей от напряжения, получаемого между зажимами 1 и 13.

Если по условиям работы достаточно 3 знаков, то напряжение снимается с зажимов 1 и 7, если достаточно 4 знаков, — с зажимов 1—9 и т. д.

Если сопротивление делителя надо иметь меньшим, то делимое напряжение подается не к зажимам 1—2, а к следующей паре — 3—4. В этом случае сопротивление делителя будет 2000 Ω и т. д.

Применение этого делителя, как уже было упомянуто, позволило значительно упростить процесс измерения. Установка для измерения реактивных сопротивлений была собрана по схеме, приведенной на рис. 5.

Переменное напряжение, как и при измерениях, описанных в предыдущей главе, было подано на последовательно включенные образцовое сопротивление и измеряемый объект.

Параллельно этому участку цепи был приключен, при помощи зажимов 1 и 2, описанный выше специальный делитель напряжения B . На сетку лампового вольтметра переключателем P можно было подать либо напряжение от переключателя S , либо напряжение от зажимов 1—11 делителя B .

Переключатель позволял подавать через P на сетку либо падение напряжения на измеряемом объекте, либо падение напряжения на образцовом сопротивлении. В анодную цепь было включено второе образцовое сопротивление (100 Ω), среднее падение напряжения на котором подавалось к потенциометру постоянного тока системы Лидс и Нордруп. На этом потенциометре отсчет напряжения не производился. Его задачей было только скомпенсировать падение напряжения на образцовом сопротивлении 100 Ω . Предварительный сдвиг на сетку подавался от делителя напряжения A , питаемого от аккумуляторной батареи. В этом варианте описываемого метода, вследствие весьма короткого срока, необходимого для измерения, мы не пользовались для сдвига на сетке батареями нормальных элементов потому, что за необходимый для измерения срок в 1—2 минуты не обнаруживалось падения электродвижущей силы аккумуляторной батареи. Кроме того, делитель напряжения A позволял регулировкой находить наилучшее значение предварительного

постоянного потенциала сетки более плавно, чем скачками через 1,0184 В, как это имело место при применении нормальных элементов. Процесс измерения по этой схеме заключался в следующем:

1) Через переключатели S и P на сетку подавалось падение напряжения на образцовом сопротивлении.

2) Потенциометром компенсировалось падение напряжения на образцовом сопротивлении в анодной цепи (100 Ω).

3) Через переключатель P подавалось на сетку напряжение от зажимов 1—11 делителя B и переводом ручки делителя устанавливалось такое напряжение на сетке, чтобы анодный ток оказался скомпенсированным.

В этом случае положение ручек делителя давало величину отношения среднего значения падения напряжения на образцовом сопротивлении к среднему значению падения напряжения на всем участке.

После этого аналогичным путем измерялось отношение среднего значения падения напряжения на измеряемом объекте к среднему значению падения напряжения на всем участке.

Таким путем при строго синусоидальном напряжении получаются значения сторон треугольника, подобного треугольнику сопротивлений. Основание треугольника n пропорционально активному образцовому сопротивлению, большая сторона, равная 1 — полному сопротивлению участка:

$$Z = \sqrt{(R_m + R_n)^2 + (\omega L)^2}$$

или

$$Z = \sqrt{(R_m + R_n)^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

и третья сторона m — полному сопротивлению измеряемого объекта

$$Z_L = \sqrt{R_m^2 + (\omega L)^2}$$

или

$$Z_C = \sqrt{R_m^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Решая треугольник по трем сторонам n , m и 1, можно найти высоту треугольника и отношение ее к основанию:

$$h = \frac{1}{2} \sqrt{2(1 + m^2) - \frac{(1 - m)^2}{n^2} - n^2}, \quad (28)$$

$$y = \frac{h}{n} = \frac{1}{2n} \sqrt{2(1 + m^2) - \frac{(1 - m)^2}{n^2} - n^2}. \quad (29)$$

Зная же величину образцового сопротивления R_n и частоту $f = \frac{\omega}{2\pi}$, можно определить индуктивность или емкость

$$L = \frac{y \cdot R_n}{\omega}. \quad (30)$$

$$C = \frac{1}{y \omega R_n}. \quad (31)$$

Из выражений (29), (30) и (31) следует, что случайная погрешность определения L или C зависит от погрешностей определения частоты и от погрешности y , а эта последняя от погрешностей определения сторон треугольника m и n . Принимая, что случайные погрешности определения сторон треугольника одинаковы, т. е. $\Delta_m = \Delta_n = \Delta$, по обычным методам теории погрешностей получим:

$$\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial m}\right)^2 \Delta_m^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial n}\right)^2 \Delta_n^2} = \Delta \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial m}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial n}\right)^2} \quad (32)$$

и для относительной погрешности y

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta}{y} \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial m}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial n}\right)^2}. \quad (33)$$

Исходя из выражения (29) для частных производных от y по m и по n , получим выражения:

$$\frac{\partial y}{\partial m} = \frac{1}{2y} \cdot \frac{m}{n^2} \left[\frac{1}{n^2} + 1 - \frac{m^2}{n^2} \right], \quad (34)$$

$$\frac{\partial y}{\partial n} = \frac{1}{2y} \cdot \frac{1}{n^3} \left[\frac{(1-m^2)^2}{n^2} - (1+m^2) \right] \quad (35)$$

и для относительной погрешности y :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta y}{y} &= \frac{\Delta}{2y^2 n^2} \sqrt{m^2 \left[\frac{1}{n^2} + 1 - \frac{m^2}{n^2} \right]^2 + \frac{1}{n^2} \left[\frac{(1-m^2)^2}{n^2} - (1+m^2) \right]^2} = \\ &= \frac{\Delta}{2y^2 n^2} \sqrt{A} = C\Delta, \end{aligned} \quad (36)$$

где A — подкоренная часть выражения (36):

$$A = \frac{(1-m^2)^2}{n^4} - \frac{(1-m^2)(2-m^2-m^4)}{n^4} + \frac{1+4m^2-m^4}{n^4} + m^2 \quad (37)$$

и $C = \frac{\sqrt{A}}{2y^2 n^2}$ — коэффициент, зависящий от величин m и n , из который

надо помножить случайную погрешность измерения стороны треугольника, чтобы получить относительную погрешность значения y .

Для облегчения определения относительной погрешности y мы приводим составленные нами таблицу значений коэффициента C (табл. 3) для разных значений m и n (через 0,05) и номограмму (рис. 6), по оси абсцисс которой даны значения n , по оси ординат значения коэффициента C и отдельные кривые соответствуют различным значениям стороны треугольника m . Из номограммы (рис. 6) видно, что минимальное значение коэффициента $C = 2$ будет при $m = n = \frac{\sqrt{2}}{2}$, что вытекает также из математического анализа выражения (36).

Из приведенной номограммы также следует, что удовлетворить условию, чтобы C было не более 3 и даже 2,5 весьма легко путем надле-

жащего подбора величины образцового сопротивления R_n . В табл. 4 приведены значения величины $y = \frac{mL}{R_n}$ или $y = \frac{1}{\omega CR_n}$ при разных m и n . Эта таблица может помочь при выборе величины образцового сопротивления.

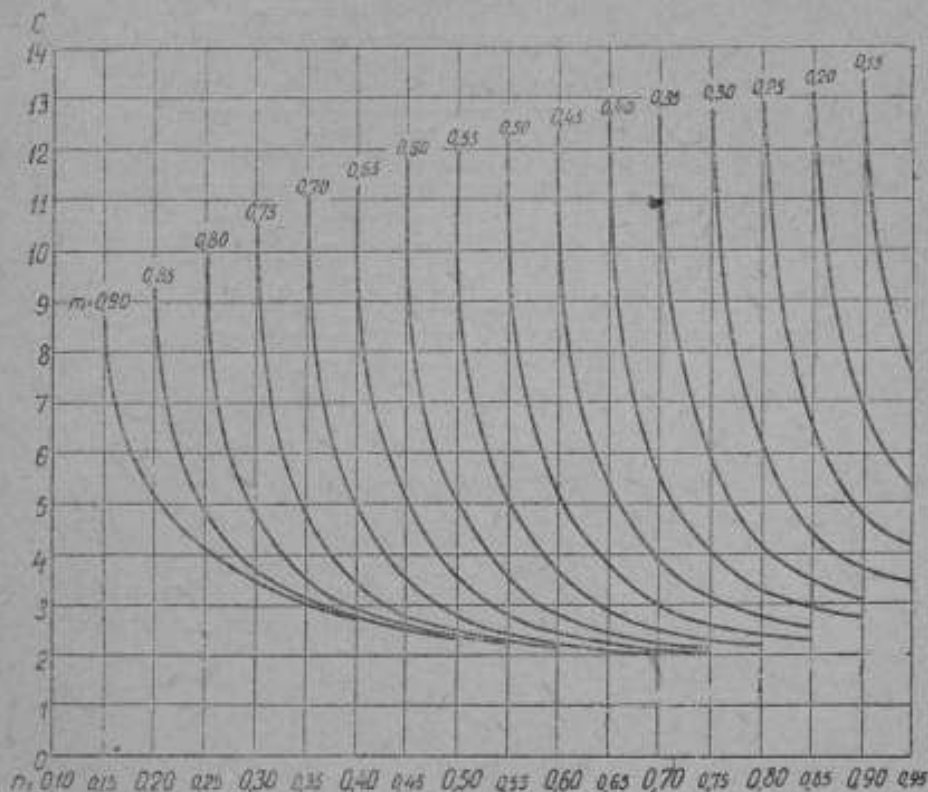


Рис. 6.

Активная составляющая сопротивления измеряемого объекта определяется из соотношения:

$$R_m = R_n \frac{\cos \psi - n}{n} = R_n \frac{1 - m^2 - n^2}{2n^2} = R_n \cdot x, \quad (38)$$

где $x = \frac{R_m}{R_n}$ — отношение активной составляющей измеряемого объекта к образцовому сопротивлению

$$x = \frac{1 - m^2 - n^2}{2n^2}. \quad (39)$$

Таблица 3
Значения коэффициента С при разных m и n .

$n \backslash m$	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90
0,90	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0,85	9,65	5,15	4,11	3,50	3,06	2,74	2,52	2,32	—	—	—	—	—	—	—	—
0,80	—	9,25	4,08	3,62	3,11	2,76	2,58	2,37	2,21	—	—	—	—	—	—	—
0,75	—	—	9,95	4,64	3,99	2,90	2,77	2,47	2,28	2,14	—	—	—	—	—	—
0,70	—	—	—	10,52	4,76	3,33	3,37	2,74	2,43	2,24	2,11	—	—	—	—	—
0,65	—	—	—	—	11,00	4,95	3,37	2,74	2,43	2,24	2,11	2,02	—	—	—	—
0,60	—	—	—	—	—	11,40	5,13	3,42	2,75	2,42	2,23	2,12	2,04	—	—	—
0,55	—	—	—	—	—	—	11,71	3,50	3,52	2,79	2,45	2,25	2,15	2,07	—	—
0,50	—	—	—	—	—	—	—	11,95	3,52	3,02	2,87	2,59	2,31	2,22	2,32	—
0,45	—	—	—	—	—	—	—	—	3,52	3,02	2,87	2,59	2,31	2,41	2,54	—
0,40	—	—	—	—	—	—	—	—	12,21	3,63	3,74	3,07	2,71	2,71	2,96	2,74
0,35	—	—	—	—	—	—	—	—	—	12,40	3,79	3,86	3,07	3,21	3,42	3,11
0,30	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	12,58	5,93	4,00	4,16	4,37	3,68
0,25	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	12,73	6,08	4,16	4,37	3,68
0,20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	12,85	6,25	6,47	4,68
0,15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	13,01	6,47	4,68
															13,17	6,80
																13,48

Относительная случайная погрешность определения величины x в зависимости от абсолютной погрешности измерения сторон треугольника m и n выражается соотношением:

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{1}{x} \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial m}\right)^2 \Delta_m^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial n}\right)^2 \Delta_n^2} = \frac{\Delta}{x} \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial m}\right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial n}\right)^2}, \quad (40)$$

если принять

$$\Delta_m = \Delta_n = \Delta. \quad (41)$$

После дифференцирования выражения (39) и подстановки частных производных в выражение (40) получаем:

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta}{xn^2} \sqrt{\frac{(m^2 - 1)^2}{n^2} + m^2} = D \cdot \Delta, \quad (42)$$

$$D = \frac{1}{xn^2} \sqrt{\frac{(m^2 - 1)^2}{n^2} + m^2}, \quad (43)$$

где D — коэффициент, на который надо помножить абсолютную погрешность определения стороны треугольника, чтобы получить относительную погрешность отношения активной составляющей измеряемого объекта к образцовому сопротивлению. В табл. 5 и номограмме (рис. 7) даны значения коэффициента D для разных отношений сторон треугольника. По оси абсцисс номограммы даны значения стороны n и по оси ординат — коэффициента D . Различные кривые отвечают различным значениям стороны m через 0,05.

Из приведенной номограммы следует, что точность определения активной составляющей методом трех вольтметров значительно ниже, чем реактивной составляющей.

Итак, как это было выяснено выше, величина, характеризующая точность метода — случайная погрешность (любая из трех: предельная, вероятная или средняя квадратичная) определения коэффициента самоиндукции или емкости и активной составляющей измеряемого объекта — зависит от:

- 1) соотношения сторон треугольника сопротивлений,
- 2) точности определения частоты,
- 3) точности измерения сторон треугольника.

Первый из этих факторов был рассмотрен выше. Второй фактор для случая измерения частоты стробоскопическим методом нами подробно рассмотрен на основании экспериментальных данных в статье „Точность стробоскопического метода измерения частоты“.¹

Материалом для оценки точности измерения сторон треугольника m и n в последнем варианте метода трех вольтметров могут служить приводимые в табл. 6 результаты многократного измерения индуктивности той же катушки, которая была исследована первым вариантом

¹ „Электрические измерения“. Труды ВНИИМ № 20(36) 1939 г.

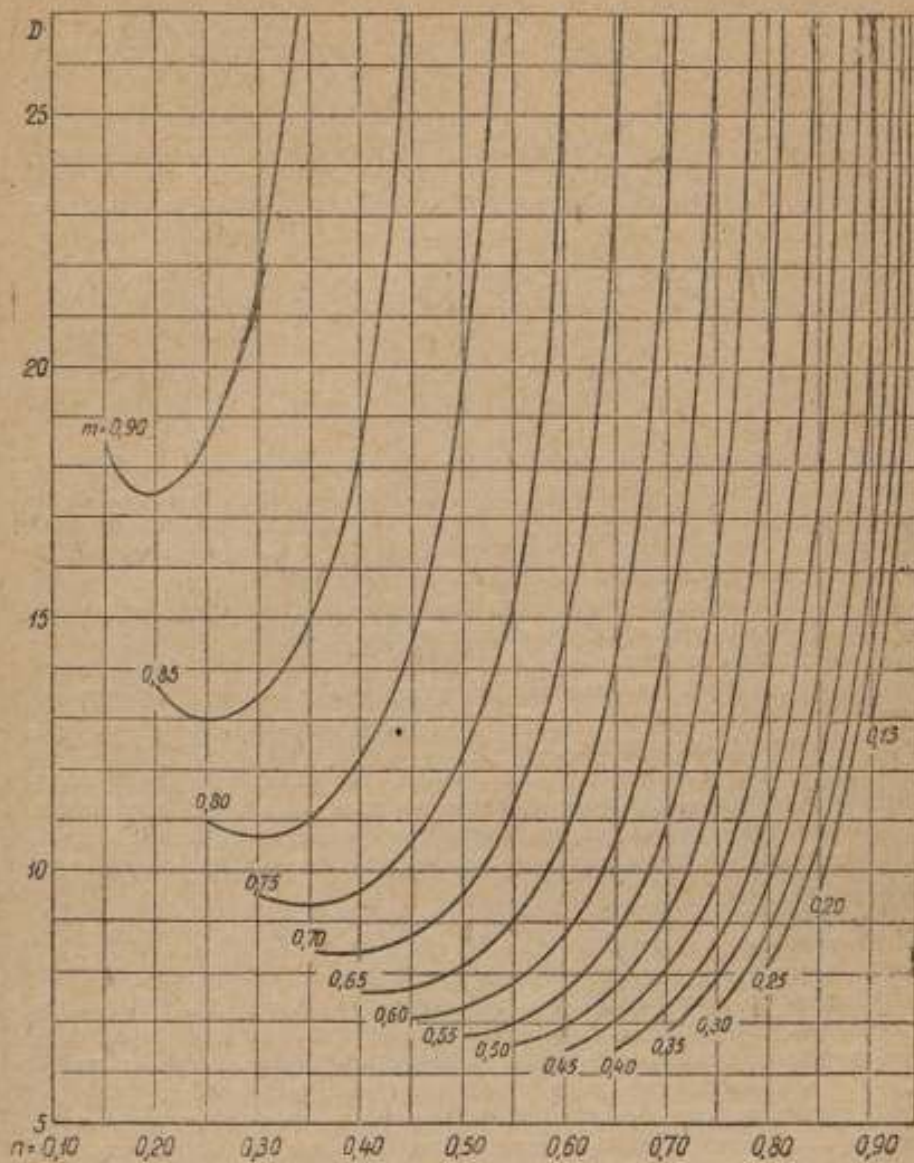


Рис. 7.

метода. Источником напряжения в этих опытах служил генератор магнитной лаборатории ВНИИМа. Измерения производились в дневное время. Частота измерялась стробоскопическим методом в промежуточных временах между повторными измерениями.

Средняя квадратичная погрешность ряда из 25 повторных измерений одной и той же индуктивности, приведенных в табл. 6, получилась равной $\sigma = 0,0222$, и предельная погрешность однократного измерения $\Delta_{\text{lim}} = 0,0666$, что составляет величину, меньшую 0,4% измеренного значения. Таким образом, второй вариант метода трех вольтметров по сравнению с первым дает увеличение точности более, чем в 2 раза, а по сравнению с измерениями на потенциометре более, чем в 4 раза. Материал, приведенный в табл. 6, позволяет определить точность отсчета стороны треугольника по специальному делителю напряжения, т. е. величину Δ в формуле (36). Измерения, приведенные в этой таблице, не равновесны, так как частота и образцовые сопротивления при измерениях выбирались разными. Согласно формуле (36) веса отдельных измерений могут быть приняты обратно пропорциональными коэффициенту C в этой формуле, т. е.

$$P_{1-5} : P_{6-10} : P_{11-15} : P_{16-20} : P_{21-25} = \frac{1}{3,2} : \frac{1}{3,0} : \frac{1}{2,9} : \frac{1}{2,9} : \frac{1}{2,5}$$

Эти величины мало отличаются друг от друга. Поэтому вычисленную выше величину предельной погрешности измерения по данным всех 25 измерений, являющуюся некоторой средней из погрешностей во всех пяти различных группах по 5 измерений, можно принять за исходную для определения величины Δ в формуле (36).

Если принять

$$C = \frac{3,2 + 3,0 + 2,9 + 2,9 + 2,5}{5} = 2,82,$$

то для Δ получим обозначение

$$\frac{\Delta\sigma}{CI} = \frac{0,0666}{17,6 \cdot 2,82} = 0,0013,$$

т. е. при отсчете показаний по делителю напряжения в нашей измерительной установке предельная погрешность отсчета будет порядка 1 в третьей декаде, хотя, как показывает опыт, установка чувствительна к изменению положения рукоятки 5-й декады. Причиной такой сравнительно большой предельной погрешности отсчета являются, главным образом, как уже отмечалось ранее, колебания частоты генератора.

В результаты измерений, приведенных в табл. 6, можно внести поправку на несинусоидальность напряжения путем, аналогичным изложенному при описании первого варианта метода. Только в настоящем случае, когда расчет индуктивности или емкости производится по измеренным отношениям двух сторон треугольника к третьей, из выражений (15), (18) и (22) легко получают выражения, более удобные для непосредственного использования, а именно:

$$n = \frac{U_a}{U_s} = \frac{R_n}{Z_1} \cdot \frac{\alpha}{\gamma} = \frac{R_n \gamma}{Z_1 \alpha} \quad (44)$$

Таблица 4

Значения $y = \frac{mL}{R_n}$ или $y = \frac{1}{\omega CR_n}$ при разных m и n

$n \backslash m$	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95
0,95	8,633	6,110	4,695	3,790	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0,90	—	4,706	4,091	3,453	2,948	2,557	2,248	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0,85	—	—	3,040	2,932	2,635	2,345	2,093	1,880	1,669	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0,80	—	—	—	2,139	2,205	2,070	1,900	1,735	1,585	1,451	—	—	—	—	—	—	—	—
0,75	—	—	—	—	1,583	1,714	1,662	1,582	1,482	1,345	1,245	—	—	—	—	—	—	—
0,70	—	—	—	—	—	1,224	1,366	1,358	1,300	1,226	1,148	1,072	1,000	—	—	—	—	—
0,65	—	—	—	—	—	—	0,969	1,109	1,123	1,091	1,040	0,983	0,924	0,867	—	—	—	—
0,60	—	—	—	—	—	—	—	0,782	0,912	0,908	0,911	0,867	0,844	0,797	—	—	—	—
0,55	—	—	—	—	—	—	—	—	0,610	0,758	0,788	0,781	0,757	0,724	0,685	—	—	—
0,50	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,529	0,533	0,644	0,653	0,646	0,619	0,588	—	—
0,45	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,440	0,531	0,551	0,563	0,549	0,527	—	—
0,40	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,367	0,446	0,473	0,475	0,464	0,444	—
0,35	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,316	0,374	0,384	0,357	0,387	—
0,30	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,254	0,310	0,328	0,298	0,316
0,25	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,209	0,254	0,267	0,262
0,20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,160	0,202	0,208
0,15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,131	0,152
0,10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,093

Таблица 3

Значения коэффициента D при разных n и m

$n \backslash m$	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95
0,95	31,12	30,69	37,15	58,69	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0,90	—	18,55	17,45	18,48	22,01	31,14	67,93	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0,85	—	—	13,68	13,00	13,40	15,00	18,67	28,00	45,12	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0,80	—	—	—	11,07	10,68	10,97	12,04	14,37	19,55	35,95	—	—	—	—	—	—	—	—
0,75	—	—	—	—	9,44	9,29	9,56	10,45	12,29	16,19	26,99	—	—	—	—	—	—	—
0,70	—	—	—	—	—	8,34	8,31	8,56	9,52	11,20	14,68	24,03	101,05	—	—	—	—	—
0,65	—	—	—	—	—	—	7,58	7,67	8,69	8,98	10,58	14,21	24,10	134,33	—	—	—	—
0,60	—	—	—	—	—	—	—	7,67	7,25	7,76	8,74	10,60	14,59	26,82	—	—	—	—
0,55	—	—	—	—	—	—	—	—	6,70	7,00	7,62	8,77	10,97	16,01	35,86	—	—	—
0,50	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6,49	6,91	7,68	9,10	11,03	19,82	73,75	—	—
0,45	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6,42	6,97	7,96	9,83	13,89	27,76	—	—
0,40	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6,48	7,23	8,57	11,24	18,14	67,67	—
0,35	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6,72	7,75	9,69	14,06	30,70	—
0,30	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	7,19	8,71	11,86	23,09	207,73
0,25	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8,05	10,52	16,80	58,17
0,20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	9,66	14,47	35,83
0,15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	13,09	27,73
0,10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	23,93

$$m = \frac{U_b}{U_s} = \frac{Z_{L1}}{Z_1} \cdot \frac{\beta}{\gamma} = \frac{Z_{L1}}{Z_1} \mu, \quad (45)$$

где γ и μ — коэффициенты, характеризующие искажения, вносимые высшими гармониками в треугольники сопротивлений или напряжений. Первому из них удобно присвоить наименование: „коэффициента искажения активной стороны треугольника сопротивлений“, второму — „коэффициента искажения реактивной стороны треугольника сопротивлений“.

Итак, для того чтобы использовать измерения по методу трех вольтметров при несинусоидальной кривой напряжения для вычисления самоиндукции, необходимо измеренное значение стороны m разделить на коэффициент

$$\gamma = \frac{\sum \frac{1}{k} \frac{U_{mk}}{U_{m1}} \frac{Z_1}{Z_k} \cos(k\omega t_1 + \varphi_k - \psi_k)}{\sum \frac{1}{k} \frac{U_{mk}}{U_{m1}} \cos(k\omega t_1 + \varphi_k)} \quad (46)$$

и измеренное значение стороны m — на коэффициент

$$\mu = \frac{\sum \frac{1}{k} \frac{U_{mk}}{U_{m1}} \frac{Z_1}{Z_k} \frac{Z_{Lk}}{Z_{L1}} \cos(k\omega t_2 + \varphi_k - \psi_k + \theta_k)}{\sum \frac{1}{k} \frac{U_{mk}}{U_{m1}} \cos(k\omega t_1 + \varphi_k)}, \quad (47)$$

где t_1 , t_2 и t_3 определяются из уравнений:

$$\sum \frac{U_{mk}}{U_{m1}} \sin(k\omega t_1 + \varphi_k) = 0, \quad (48)$$

$$\sum \frac{U_{mk}}{U_{m1}} \cdot \frac{Z_1}{Z_k} \sin(k\omega t_2 + \varphi_k - \psi_k) = 0, \quad (49)$$

$$\sum \frac{U_{mk}}{U_{m1}} \frac{Z_1}{Z_k} \cdot \frac{Z_{Lk}}{Z_{L1}} \sin(k\omega t_3 + \varphi_k - \psi_k + \theta_k) = 0. \quad (50)$$

При изменении емкостей получаются аналогичные выражения, только знаки у углов ψ_k и θ_k должны быть изменены на обратные. Если же измеряется емкость конденсатора без потерь, т. е. при $R_m = 0$, то выражения (47) и (50) упрощаются и принимают вид:

$$\mu = \frac{\sum \frac{1}{k^2} \frac{U_{mk}}{U_{m1}} \cdot \frac{Z_1}{Z_k} \cos(k\omega t_2 + \varphi_k + \psi_k - \frac{\pi}{2})}{\sum \frac{1}{k} \frac{U_{mk}}{U_{m1}} \cos(k\omega t_1 + \varphi_k)} \quad (51)$$

и

$$\sum \frac{1}{k} \frac{U_{mk}}{U_{m1}} \frac{Z_1}{Z_k} \sin(k\omega t_3 + \varphi_k + \psi_k - \frac{\pi}{2}) = 0, \quad (52)$$

так как для этого случая $Z_{Ck} = \frac{1}{k\omega C}$, $Z_{C1} = \frac{1}{\omega C}$ и $\theta_k = -\frac{\pi}{2}$.

Таблица 6

№ измерения	Значение обр-цового сопротив-ления, в омах	Частота в герцах	Измеренные значения		Вычисленные значения	
			m	n	R_n	L
					в омах	миллигенри
1	10	44,68	0,4133	0,7901	1,641	17,69
2	10	44,66	0,4119	0,7893	1,664	17,63
3	10	44,66	0,4117	0,7879	1,689	17,62
4	10	44,66	0,4123	0,7892	1,663	17,65
5	10	44,53	0,4110	0,7853	1,729	17,64
6	5	44,63	0,6309	0,6079	1,572	17,64
7	5	44,64	0,6306	0,6059	1,602	17,65
8	5	44,64	0,6308	0,6069	1,586	17,64
9	5	44,64	0,6300	0,6056	1,611	17,63
10	5	44,64	0,6300	0,6050	1,619	17,65
11	5	47,43	0,6470	0,5851	1,745	17,60
12	5	47,43	0,6483	0,5880	1,691	17,65
13	5	47,41	0,6480	0,5880	1,686	17,63
14	5	47,41	0,6508	0,5899	1,641	17,67
15	5	47,41	0,6500	0,5909	1,635	17,63
16	5	52,76	0,6870	0,5673	1,602	17,61
17	5	52,86	0,6882	0,5642	1,634	17,69
18	5	52,86	0,6883	0,5663	1,602	17,65
19	5	52,86	0,6883	0,5660	1,606	17,66
20	5	52,86	0,6883	0,5660	1,606	17,66
21	10	53,13	0,4687	0,7641	1,683	17,67
22	10	52,93	0,4671	0,7651	1,678	17,65
23	10	53,05	0,4679	0,7609	1,745	17,66
24	10	52,93	0,4662	0,7652	1,683	17,62
25	10	52,93	0,4664	0,7634	1,713	17,63

В результате измерения № 3 табл. 6 мы внесли поправки на несинусоидальность кривой и окончательно получили следующие значения для самоиндукции и активного сопротивления катушки самоиндукции:

$$L = 16,912 \text{ мГ},$$

$$R_m = 1,668 \text{ } \Omega,$$

что хорошо совпадает с результатами измерений по первому варианту метода и результатами, полученными при измерениях на мостике Андерсона.

Коэффициенты искажения сторон треугольника получили значения:

$$\nu = 1,00219$$

и

$$\mu = 1,02819.$$

При этих измерениях напряжение подавалось от генератора, кривая напряжения которого определяется данными табл. 7.

Таблица 7

k	$\frac{U_{mk}}{U_{m1}}$	φ_k
1	1	1°52'
3	0,0221	102°51'
5	0,0210	231°33'
7	0,0033	353°25'
9	0,0020	315°0'
11	0,0036	284°2'

Таблица 8

Показания маг- эпиз (емкостей)	№ измере- ния	Отсчеты по делителю		Образное соотношение в омах	Частота в герцах	Вычисленное зна- чение емкости без учета несинусои- дальности напря- жения, в микро- фарадах	
		частное	среднее				
0,4	1	0,6986	0,7155	8 000	48,11	0,40376	0,403586
	2	0,6983	0,7155		48,10	0,40367	
	3	0,6984	0,7154		48,10	0,40350	
	4	0,6984	0,7154		48,10	0,40350	
	5	0,6984	0,7152		48,10	0,40350	
0,3	6	0,6737	0,7363	10 000	48,09	0,30282	0,302808
	7	0,6733	0,7364		48,09	0,30260	
	8	0,6739	0,7360		48,09	0,30303	
	9	0,6749	0,7370		48,09	0,30306	
	10	0,6739	0,7373		48,09	0,30253	
0,2	11	0,6950	0,7100	16 000	48,12	0,20236	0,201864
	12	0,6958	0,7134		48,09	0,20174	
	13	0,6955	0,7138		48,09	0,20166	
	14	0,6955	0,7133		48,09	0,20168	
	15	0,6950	0,7120		48,10	0,20188	
0,1	16	0,6697	0,7205	30 000	48,09	0,10260	0,102516
	17	0,6690	0,7209		48,10	0,10241	
	18	0,6690	0,7201		48,10	0,10253	
	19	0,6700	0,7210		48,10	0,10254	
	20	0,6690	0,7203		48,10	0,10250	
1,0	21	0,6749	0,7410	3 000	48,09	1,0048	1,00542
	22	0,6759	0,7407		48,09	1,0067	
	23	0,6759	0,7413		48,09	1,0059	
	24	0,6750	0,7413		48,09	1,0045	
	25	0,6757	0,7412		48,09	1,0052	
10,0	26	0,6720	0,7290	300	48,09	10,170	10,1572
	27	0,6730	0,7300		48,09	10,168	
	28	0,6722	0,7308		48,08	10,150	
	29	0,6719	0,7306		48,08	10,149	
	30	0,6719	0,7306		48,08	10,149	

В качестве примеров, иллюстрирующих применимость этого метода для измерений емкости конденсатора, приводим в табл. 8 результаты измерений 6 различных емкостей конденсаторов по 5 измерений каждого.

В качестве объекта измерения были выбраны магазины емкостей фирмы Гартман и Браун (Hartmann & Braun) (измерения № 1—28) и Тинслей (измерения № 26—30). Как следует из данных таблицы, отклонения от среднего из 5 измерений не превышали 0,1% от измеренного значения.

При измерении емкостей переменное напряжение подавалось от одного из генераторов электроизмерительной лаборатории ВНИИМа. Результаты анализа кривой даны в табл. 9.

Таблица 9

k	$\frac{U_{m\lambda}}{U_{m1}}$	φ_k
1	1	358°56'
3	0,01452	35°07'
5	0,00400	349°59'
7	0,00369	159°18'
9	0,00913	148°36'
11	0,00420	109°37'

Приведенный материал позволяет утверждать, что измерения индуктивности и емкости по методу трех ламповых вольтметров гарантируют получение результатов, по крайней мере, с точностью до 0,4% от измеренного значения, конечно, при условии синусоидальной формы кривой переменного напряжения или внесения поправок на влияние высших гармоник.

Из изложенного следует, что материал, приведенный выше, совместно с материалом, приведенным в упомянутых нами статьях, позволяет с полной определенностью установить, что для строго синусоидального переменного напряжения:

1) Колебания частоты генератора ограничивают определенным пределом точность вообще всех измерений на переменном токе, в которые входит частота. Этот предел для генераторов электроизмерительной лаборатории ВНИИМа определяется величиной порядка 0,1—0,05%.

2) Для измерения с повышенной точностью на переменном токе технической частоты можно применять электронную лампу с чистой вольфрамовой нитью типа П 7. Колебания анодного тока лампы, причиной которых являются индивидуальные особенности лампы, не служат препятствием для измерений с повышенной точностью, так как лежат ниже предела, устанавливаемого колебаниями частоты генератора. Технически вполне возможно для работы лампы создать такие внешние условия, при которых колебания анодного тока, вызванные изменениями внешних условий, будут ниже предела, устанавливаемого колебаниями частоты генератора. Это вытекает из приведенного выше материала.

3) Применение лампового вольтметра с анодным детектированием и лампой типа П 7 для измерения по способу трех вольтметров реактивных сопротивлений, и, при наличии установки для измерения частоты стробоскопическим методом, — индуктивностей и емкостей, позволяет получить более высокую точность, чем при таких же измерениях на потенциометрах переменного тока.

Сравнение же точности метода трех вольтметров с точностью мостовых методов, в частности, с методом мостика Андерсона, вообще затруд-

нительно, так как применение мостовых методов для измерений на технической частоте чрезвычайно снижает их точность и потому в измерительной технике не осуществляется.

Предельная относительная погрешность, достигнутая нами по первому варианту метода, была ниже 1%, в то время как на потенциометре Тинслей эта погрешность получилась равной 1,8%. Это следует из материала, приведенного при описании первого варианта метода.

4) Применяя специальный делитель напряжения, описанный выше, метод замещения, компенсацию анодного тока потенциометром постоянного тока и сводя процесс измерения к двум измерениям: а) отношения падения напряжения на образцовом сопротивлении к падению напряжения на всем участке и в) отношения падения напряжения на исследуемом объекте к падению напряжения на всем участке, получаем технический метод измерения реактивных сопротивлений, а при наличии стробоскопической установки — для измерения частоты и метод для измерения индуктивности и емкостей с погрешностью, не превосходящей 0,4% при однократном измерении, т. е. в 4 раза меньшей, чем при измерениях на потенциометре переменного тока. Увеличением числа повторных измерений легко подойти к пределу точности измерения, ограничиваемому пределом степени постоянства частоты генератора переменного тока, питающего цепь.

5) При условии внесения поправок на несинусоидальность напряжения по выражениям, приведенным выше, этот метод может применяться и при несинусоидальных напряжениях. Приведенный опытный материал это подтверждает, а также подтверждает исходные положения при выводе выражений (15)—(24) и (46)—(52), что: а) два несинусоидальные напряжения, поданные к ламповому вольтметру, вызывают одинаковые анодные токи, если равны их средние значения за один полупериод, и в) анодный ток лампового вольтметра есть некоторая функция среднего за полупериод значения, приложенного к вольтметру переменного напряжения.

Приведенный экспериментальный материал и логические выводы из анализа метода позволяют сделать заключение о широких пределах применения метода для измерений самоиндукций и емкостей. Очевидно, что эти пределы определяются наличием набора образцовых сопротивлений, включаемых последовательно с измеряемым объектом. Так как образцовым сопротивлением может служить всякое известное активное сопротивление (лучше с обмоткой по Шаперону или ей эквивалентной), то пределы применения метода очень широки.

Например, применяя в качестве образцового секционированное добавочное сопротивление к ваттметру Драйздаля (Dryzda), мы измерили емкости от 0,1 μF до 10 μF . Результаты измерений, приведенные в табл. 8, говорят достаточно ярко за принципиальную допустимость такого приема.

Описанный метод при снижении требований в отношении точности легко осуществим в любой лаборатории без значительных дополнительных затрат. Необходимым условием для его применения является наличие переменного тока и обычного оборудование всякой скромной измерительной лаборатории. Для измерений емкости и индуктивности, таким

образом, можно обойтись без потенциометра переменного тока или мостика переменного тока, являющихся редкостью для обычных заводских и иных лабораторий.

Этот метод позволит, в частности, и лаборатории электрических токов и напряжений ВНИИМа производить измерения емкостей и самоиндукций на технической частоте. За годы нашей работы в эту лабораторию неоднократно поступали просьбы от различных организаций об измерениях емкостей конденсаторов на технической частоте; однако, из-за отсутствия у лаборатории метода, гарантирующего достаточную точность, приходилось отказываться от этих измерений.

В заключение мы позволим себе коснуться одного вопроса, который непосредственно вытекает из выражений (46)—(52), приведенных выше, и раскрывает заманчивые перспективы для анализа формы кривой переменного напряжения.

Очевидно, что если по методу трех вольтметров несинусоидального напряжения измерить k различных индуктивностей или k емкостей, то будут известны v , μ , $\frac{Z_1}{Z_k}$, $\frac{Z_{Lk}}{Z_{L1}}$ или $\frac{Z_{Ck}}{Z_{C1}}$, φ_k , θ_k и будут неизвестны $\frac{U_{mk}}{U_{m1}}$, φ_k , t_1 , t_2 и t_3 , для определения которых имеется необходимое число уравнений. Таким образом, принципиально возможно осуществить анализ формы кривой только путем измерений и не прибегая к редкому прибору — осциллографу или весьма грубому — гармоникомеру. Логически ясно, что от такого метода анализа формы кривой можно ожидать повышения точности и, благодаря несложности необходимого оборудования, широких возможностей применения его в промышленности.

С. В. ГОРБАЦЕВИЧ

АНАЛИЗ КОЛЕБАНИЙ НЕСИММЕТРИЧНОГО ШЛЕЙФА ОСЦИЛЛОГРАФА

1. Введение

Форма кривой переменного тока и напряжения является чрезвычайно важным фактором в электрометрии. И исследования в области электрических измерений, и вопросы электроприборостроения очень часто требуют знания формы кривой тока. Первой попыткой снятия кривой переменного тока была всем известная шайба Жубера, представляющая в настоящее время только исторический интерес. Этот способ не мог претендовать на непрерывное получение кривой тока, и, следовательно, и не позволял судить о соответствии действительной кривой и полученной на опыте.

Таким образом, вопрос точности изображения кривой, в сущности, и не решался до тех пор, пока осциллографирование кривых тока не пошло по линии использования для этой цели вибрационных систем. Исследование гальванометров для осциллографии с высокой собственной частотой колебаний впервые было произведено Блонделем,¹ который показал, при каких условиях гальванометр может быть применен для осциллографирования формы волны переменного тока.

Так как колеблющаяся система осциллографа является одной из важнейших его частей и от ее констант зависит степень точности осциллографирования кривой исследуемого тока, то осциллографы различаются по принципу действия их колеблющихся систем.

Системы эти следующие: 1) магнито-электрическая, 2) электромагнитная, 3) электростатическая, 4) тепловая, 5) катодная и 6) пьезоэлектрическая.

Если система представляет собой проводящую струну или петлю, по которой проходит исследуемый ток, то, будучи помещена в магнитном поле, она колеблется вследствие взаимодействия поля и тока. Такие осциллографы называются магнито-электрическими, хотя в некоторых работах их называют электромагнитными. Если колеблющейся частью является пластинка из железа, вибрирующая в пространстве, где постоянное магнитное поле и поле исследуемого переменного тока налагаются друг на друга, то такие осциллографы называются электромагнитными. Оба эти типа осциллографов, и магнито-электрический и

¹ Blondel G. R., 1892, L'Éclairage Électrique, 1903.

Электромагнитный, в принципе аналогичны вибрационным гальванометрам тех же типов, отличаясь от них лишь постоянными и конструктивными данными. Теория и конструкция упомянутых типов осциллографов разработаны, главным образом, трудами Блонделя, Дудделя и Эйнтховена.

Первый осциллограф Блонделя был электромагнитного типа, в нем подвижная железка вибрирует в результирующем поле постоянного магнита и катушек переменного тока.

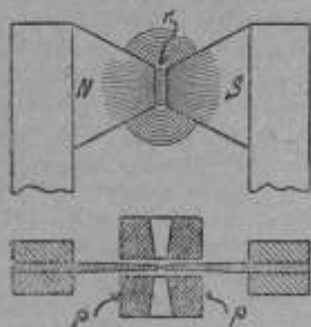


Рис. 1.

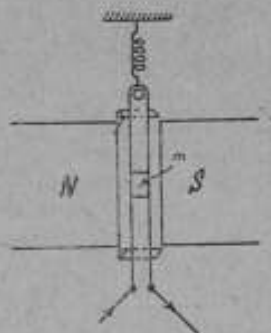


Рис. 2.

Рис. 1 показывает схематическое устройство такого осциллографа. Здесь k — вибрирующая железная полоска, N и S — полюса постоянного магнита и P и P катушки, по которым проходит исследуемый переменный ток. С железной полоской скреплено зеркальце. Этот осциллограф в настоящее время не имеет большого распространения, так как вытеснен так называемыми петлевыми системами, действующими на магнитоэлектрическом принципе. Рис. 2 показывает схематическое устройство петли, называемой в электроизмерительной практике шлейфом осциллографа; m — петля, по которой проходит осциллографируемый переменный ток, и N и S — полюса постоянного магнита или электромагнита. На середине петли прикреплено зеркальце.

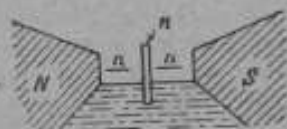


Рис. 3.

Параллельно с Блонделем Дудделем был предложен шлейф,¹ отличающийся от Блонделевского типа, главным образом, конструктивно и имеющий между полюсами магнита полосу из мягкого железа для усиления поля.

Рис. 3 дает схематическое устройство этого шлейфа в поперечном сечении. Здесь N и S — полюсы магнита, $n-n$ — полоски петли и k — пластинка мягкого железа. Все устройство крепится на медной плите, в которую вставляется и пластинка железа. Посредине пластинки

¹ D u d d e l, „Electrician“, Bd 39, 1897.

находится отверстие для зеркальца, прикрепляемого к полоскам. Как и в шлейфе Блонделя, в шлейфе Дудделя колеблющаяся система помещена в масло для улучшения условий демпфирования. Основным требованием, предъявляемым к этим шлейфам, является требование, чтобы частота собственных колебаний была достаточно высока, примерно, в 100—150 раз выше, чем частота основной волны осциллографируемого тока.

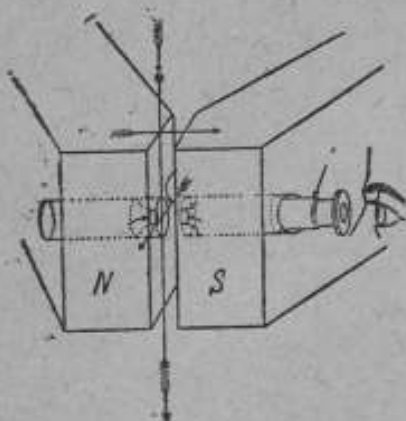


Рис. 4.

Это требование может быть выполнено для данной массы и размеров колеблющейся части увеличением начального натяжения полосок петли. К сожалению, увеличение натяжения влечет за собой уменьшение чувствительности шлейфа, что также является нежелательным. Вследствие этого, обычная чувствительность шлейфов невысока, — примерно, от 0,4 до 5×10^{-2} А постоянного тока дает 1 мм отклонения луча, при расстоянии шкалы от зеркальца, равном 1 м.

Большое распространение, особенно на звуковых частотах, получил струнный осциллограф Эйнтховена, устройство которого представлено на рис. 4. Главнейшие его части *N* и *S* — полюса сильного электромагнита и тонкая стеклянная нить, диаметром от 0,002 до 0,003 мм, покрытая слоем серебра для проводимости. Принцип взаимодействия, такой же, как и в Блонделевском и Дудделевском типах — магнитоэлектрический. Его чувствительность, благодаря применению оптической системы с большим увеличением, значительно выше, чем у шлейфов и достигает 10^6 мм на 1 мА.

При осциллографировании на высоком напряжении применяются осциллографы, основанные на взаимодействии электрических полей. Конструкции этих осциллографов разработаны, главным образом, трудами Грея, Эйнтховена и Ирвина. Рис. 5 показывает схему электростатического осциллографа Хо (Ho) и Като (Cato). К пластинкам n_1 и n_2 подведено переменное напряжение от сопротивления, по которому проходит исследуемый переменный ток. Между пластинками находятся два проводника, один концы которых присоединены к полюсам батарей, а другие изолированы друг от друга и соединены непроводящей нитью. На петле находится зеркальце. Для приведения к одному потенциалу средняя точка сопротивления соединена со средней точкой батарей. Колебания петли происходят от взаимодействия постоянного поля, под-

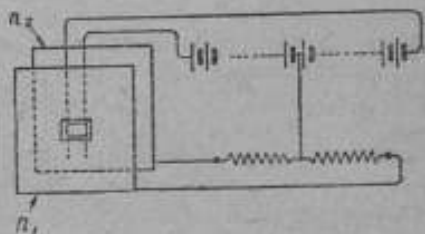


Рис. 5.

водимого к петле и переменного электрического поля, подводимого к пластинкам.

Как это следует из наличия в электростатическом осциллографе петли, вопросы высокой частоты собственных колебаний инерции и демпфирования играют ту же роль, что и в обычных магнито-электрических осциллографах.

Ирвин сконструировал и дал теорию осциллографа теплового типа. В нем колебание системы происходит вследствие неодинакового нагрева полосок петли, по которой течет исследуемый ток (рис. 6). Это достигается тем, что, помимо переменного тока, по петле пропускается постоянный ток. В одной половине петли он суммируется с исследуемым переменным током, а в другой — вычитается. Что касается катодных осциллографов, основанных на явлении отклонения пучка катодных лучей в магнитном поле, то на них мы останавливаться не будем, так как по принципу своего устройства, они представляют собой совершенно иной класс очень важных безинерционных осциллографов.

Из всех описанных выше систем петлевые являются в настоящее время наиболее распространенными.

Вопросы колебаний таких систем решаются при помощи линейного дифференциального уравнения 2-го порядка, интегрированием которого и находится угол поворота системы в зависимости от времени. Как видно будет в дальнейшем из анализа этих решений, петлевой осциллограф в самом общем случае не может дать кривую, точно соответствующую осциллографируемой кривой, потому, что система различно вибрирует от взаимодействия различных гармоник с полем постоянного магнита. Если прибавить к этому и различную инерцию прибора по отношению к различным гармоникам, то станет ясным, что не существует полного соответствия между действительной кривой и кривой, получаемой при помощи осциллографа. В существующих типах осциллографов, при граничном аperiodическом движении, ошибка в осциллографировании для 9-й гармоники и выше, превышает 2%.

Таким образом, снятая кривая не „точечно“ соответствует кривой тока и поэтому невозможно говорить ни о суммарном сдвиге, ни об общем масштабном множителе, которые позволили бы перейти от снятой кривой к действительной. Именно эти принципиально неправильные допущения и лежат в основе работы Буша¹, вслед за которым те же допущения повторяют Горт и Лойцанский.²

Сказанное не относится к тому случаю, когда все гармоники не высоких порядков и самая высшая отстоит от периода собственных

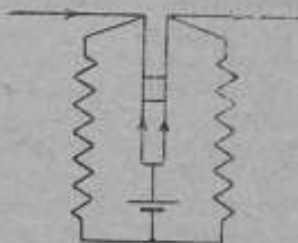


Рис. 6.

¹ В. В. Busch, Elektrotechnische Zeitschrift, XXXIV, 2, 1913.

² М. Норт, Technische Schwingungslehre, 1922. Проф. Л. Г. Лойцанский и проф. Лурье, Теоретическая механика, ч. III, 1934.

колебаний далеко. В этом случае в первом приближении мы такое соответствие иметь будем, так как угол поворота колеблющейся системы будет пропорционален току соответствующей гармонике, и сдвиги не внесут заметной погрешности.

Все сказанное относится к шлейфу симметричному, т. е. такому, у которого ось симметрии и ось вращения совпадают и который, следовательно, имеет только одну степень свободы. Практически шлейфы не всегда являются симметричными, так как конструктивно очень трудно добиться полной симметрии и в натяжении полосок и в приклейке зеркальца. Вследствие этого колеблющаяся система получает более сложное движение, чем простое вращение вокруг линии симметрии петли.

Таким образом, мы сталкиваемся с новым источником погрешностей, которые появляются при осциллографировании таким шлейфом. Большое исследование по этому вопросу было произведено японским ученым Сабуро Нумакура¹. Уравнения, полученные Нумакура, содержат чрезвычайно сложные коэффициенты, и поэтому анализ их очень сложен, а в некоторых случаях и невозможен. В настоящей работе автор поставил себе задачу вывести уравнения колебаний шлейфа для того случая, когда магнитное поле сосредоточено на небольшом участке петли, к которому прикрепляется зеркальце. Это допущение сосредоточения поля не является вполне реальным, но оно делается для того, чтобы можно было пренебречь потенциальной энергией изгиба полосок. Последнее вполне возможно, так как тонкая полоска или тонкая проволока подобно нити из изгиб почти не работает, а главным образом на растяжении.

Полученные уравнения позволяют проанализировать для некоторых частных случаев работу шлейфа, определить его константы, в частности период его собственных колебаний, в зависимости от геометрических и динамических данных, т. е. размеров и начальных натяжений петли. Кроме того, анализ уравнения позволяет определить для некоторых случаев искажения амплитуд осциллографируемой кривой, которые появляются вследствие несимметрии петли.

Все эти задачи, которые ставятся при исследовании работы шлейфового осциллографа, имеют значение, потому что шлейфовые осциллографы, как было указано выше, в настоящее время являются наиболее распространенными в лабораторной практике при измерениях на технических частотах.

Вследствие этого необходимо, по возможности, полно знать все особенности работы шлейфа и искажения, появляющиеся в осциллографируемой кривой. Только при этих условиях осциллографический шлейф может служить для метрологических целей. Наиболее важной характеристикой шлейфа является его частотная характеристика, дающая зависимость между углом поворота колеблющейся части шлейфа и частотой осциллографируемого тока, при неизменных остальных факторах.

¹ Saburo Numakura, „Researches of the electrotechnical Laboratory, № 376, 1934.

Частотная характеристика шлейфа, оказывается, не всегда имеет такой характер, как это следует из рассмотрения теории шлейфа с одной степенью свободы. В связи с этим были сняты резонансные кривые для нескольких шлейфов с целью определения частот собственных колебаний. Источником питания шлейфа служил ламповый генератор акустической лаборатории ВНИИМа, позволяющий получать токи частотой до 15 000 герц. Ниже приведены данные наиболее характерной кривой, полученной для шлейфа № 133, изготовленного электротехнической лабораторией Технологического института. Масло из шлейфа было удалено и, таким образом, демпфирование было только воздушное.

Ток, протекший по шлейфу, составлял 50 мА; расстояние до шкалы — 480 мм; ширина полосок — 8 мм; f — частота тока в шлейфе; m — ширина полосы на шкале.

f	m	f	m	f	m	f	m
50	24	2000	48	3300	22	4900	58
100	34	2100	52	3400	18	5000	50
200	34	2200	58	3450	24	5200	42
300	34	2300	62	3500	32	5400	36
500	34	2400	68	3650	34	5600	32
700	34	2500	80	3700	44	5800	30
900	36	2600	90	3800	60	6000	28
1000	38	2700	98	3900	80	6200	24
1100	38	2800	190	4000	140	6400	22
1200	38	2850	260	4100	220	7000	20
1300	39	2860	300	4150—4200	резонанс	7500	20
1400	39	2900—2950	в интервале резонанс	4300	210	8000	18
1500	40	2980	300	4400	150	8700	17
1600	42	3000	120	4500	110		
1700	44	3100	88	4600	92		
1800	45	3200	44	4700	72		
1900	46	3250	32	4800	62		

Из приведенных данных и кривой рис. 7 видно, что в исследованном интервале частот шлейф имеет два резко выраженных резонанса. Это может быть результатом того, что мы имеем не только вращение колеблющейся системы относительно своей оси симметрии, но и смещение этой оси, или, что то же, центра тяжести системы, т. е. имеем в первом приближении систему с двумя степенями свободы.¹ Это обстоятельство впервые было учтено и теоретически рассмотрено японским ученым Сабуро Нумакура.

Ввиду исключительной сложности уравнений колебаний шлейфа, полученных Сабуро Никамура, в настоящей статье сделана попытка вывести уравнения колебаний несимметричного шлейфа, исходя из предположений, сформулированных в следующем разделе работы.

¹ Более детальные исследования показывают, что имеют место четыре более или менее выраженных резонанса.

2. Рассмотрение колебаний несимметричного шлейфа

В общепринятой теории шлейфов предполагается, что колеблющаяся система имеет одну степень свободы и поэтому достаточно одного дифференциального уравнения для всестороннего изучения работы шлейфа.

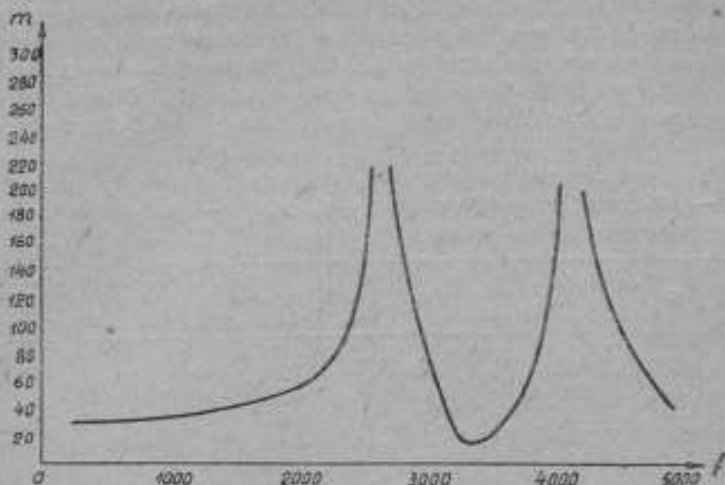


Рис. 7.

На самом же деле вполне вероятно, что даже тщательно изготовленный шлейф не является симметричным относительно своей оси вращения.

Эта несимметрия может происходить от различных причин, а именно от: 1) неодинакового натяжения полосок петли, 2) несимметричного прикрепления зеркальца к петле. Положение такой системы уже не может характеризоваться одной координатой (в нашем случае углом поворота), так как центр симметрии ее также будет перемещаться по некоторой кривой. Таким образом, для характеристики положения колеблющейся петли шлейфа мы должны были бы иметь три координаты, а именно: угол поворота φ и координаты центра симметрии петли x и y (см. рис. 9).

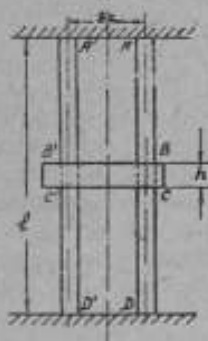


Рис. 8.

Для изучения движения такой системы с тремя координатами необходимо составить три уравнения движения и решить их при определенных начальных условиях. Однако, перемещение центра симметрии петли в направлении, параллельном начальной плоскости шлейфа, ничтожно, благодаря чисто конструктивным особенностям. Вследствие этого рассматривается только перемещение центра симметрии петли в направлении, перпендикулярном начальной плоскости полосок петли. Так как масса зер-

кальца сравнима с массой полосок петли, то при рассмотрении колебаний всей системы, необходимо учесть энергию и кинетическую и потенциальную как зеркала, так и полосок петли. Мы, таким образом, приходим к необходимости составления уравнений Лагранжа 2-го рода, при наличии у системы двух обобщенных координат.

Для составления дифференциальных уравнений колебаний шлейфа, необходимо определить для шлейфа все элементы, входящие в уравнение Лагранжа 2-го рода.

Вследствие большой тщательности, с которой изготавливаются шлейфы, не приходится ожидать большой несимметрии в натяжении полосок петли и в прикреплении зеркала. Поэтому можно в первом приближении пренебречь перемещением центра симметрии колеблющейся петли в её начальной плоскости и рассматривать эти перемещения только в направлении, перпендикулярном к этой плоскости. Это будет соответствовать тому, что положение колеблющейся части мы будем характеризовать двумя обобщенными координатами, а именно: углом поворота зеркала φ и координатой центра симметрии петли y . Наше допущение о возможности ограничиться рассмотрением двух обобщенных координат подтверждается характером приведенной резонансной кривой (см. рис. 7), имеющей на небольшом интервале частот два резких резонанса, а не три, как это имело бы место в случае трех степеней свободы.

Мы приходим, следовательно, к задаче определения кинетической и потенциальной энергии системы петли с зеркалом и обобщенных сил, соответствующих принятым обобщенным координатам. Имея все эти величины, можно будет составить уравнения Лагранжа 2-го рода для несимметричного шлейфа.

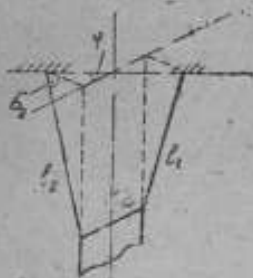


Рис. 10.

При выводах уравнений мы будем предполагать, что магнитное поле действует только на части полосок, скрепленных с зеркалом. Это может быть достигнуто соответствующим устройством полюсных наконечников у возбуждающих магнитов.

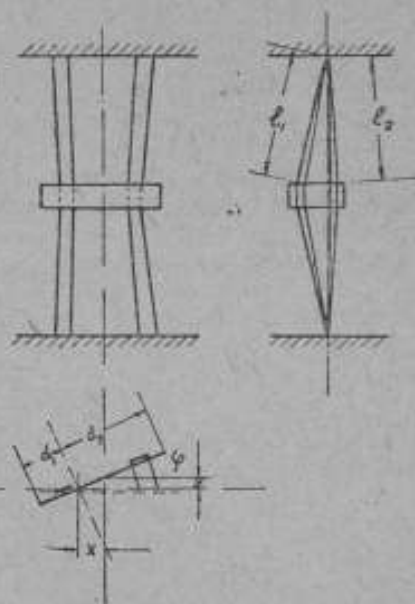


Рис. 9.

Таким образом, при выводах мы будем считать, что полоски петли во все время колебания будут оставаться прямыми и, следовательно, не будет необходимости подсчитывать кинетическую и потенциальную энергию изгиба.

3. Определение потенциальной энергии растяжения полосок петли

Рис. 8, 9 и 10 показывают положения петли и зеркала при повороте.

В соответствии с этими рисунками введем следующие обозначения: a_1 и a_2 — расстояния середины ленты петли от центра вращения, r — расстояние середины ленты до центра симметрии петли, x — расстояние от центра симметрии до центра вращения, y — смещение центра симметрии и φ — угол поворота.

Как видно из рисунков, имеют место следующие геометрические соотношения:

- 1) $a_1 + a_2 = 2r$,
- 2) $x = r - a_1 = a_2 - r$,
- 3) $y = (r - a_1) \operatorname{tg} \varphi \cong (a_2 - r) \operatorname{tg} \varphi$.

Из выражения (3) следует:

$$a_2 = \frac{y}{\operatorname{tg} \varphi} + r \text{ и } a_1 = r - \frac{y}{\operatorname{tg} \varphi};$$

$$\sigma = 2 \sin \frac{\varphi}{2} \left(r + \frac{y}{\operatorname{tg} \varphi} \right), \quad (1)$$

$$\sigma_1 = 2 \sin \frac{\varphi}{2} \left(r - \frac{y}{\operatorname{tg} \varphi} \right). \quad (1a)$$

Обозначим удлинение частей полосок шлейфа $A'B'$ через Δl_1 и AB через Δl_2 . Тогда, как это следует из рис. 8 и 10, имеем следующее:

$$l_2^2 = \frac{(l-h)^2}{4} + \sigma_2^2 = \frac{(l-h)^2}{4} + 4 \sin^2 \frac{\varphi}{2} \left(r + \frac{y}{\operatorname{tg} \varphi} \right)^2, \quad (2)$$

$$l_1^2 = \frac{(l-h)^2}{4} + \sigma_1^2 = \frac{(l-h)^2}{4} + 4 \sin^2 \frac{\varphi}{2} \left(r - \frac{y}{\operatorname{tg} \varphi} \right)^2. \quad (2a)$$

Из формул 2 и 2a находим удлинение частей шлейфа $A'B'$ и AB :

$$\begin{aligned} \Delta l_1 &= l_1 - \frac{l-h}{2} = \sqrt{\frac{(l-h)^2}{4} + 4 \sin^2 \frac{\varphi}{2} \left(r - \frac{y}{\operatorname{tg} \varphi} \right)^2} - \frac{l-h}{2} = \\ &= \frac{(l-h)}{2} \sqrt{1 + \frac{16}{(l-h)^2} \sin^2 \frac{\varphi}{2} \left(r - \frac{y}{\operatorname{tg} \varphi} \right)^2} - \frac{l-h}{2}. \quad (3) \end{aligned}$$

Разлагая подкоренное выражение 3. в ряд, получаем

$$\begin{aligned} \Delta l_1 &= \frac{l-h}{2} + \frac{l-h}{2 \cdot 2} \cdot \frac{16 \left(r - \frac{y}{\operatorname{tg} \varphi} \right)^2}{(l-h)^2} \sin^2 \frac{\varphi}{2} - \frac{l-h}{2} = \\ &= \frac{4}{l-h} \sin^2 \frac{\varphi}{2} \left(r - \frac{y}{\operatorname{tg} \varphi} \right)^2. \end{aligned} \quad (3a)$$

Так как здесь рассматриваются только малые колебания, то приближенно полагаем:

$$\sin \frac{\varphi}{2} \cong \frac{\varphi}{2} \text{ и } \operatorname{tg} \varphi \cong \varphi.$$

Тогда

$$\Delta l_1 \cong \frac{4}{l-h} \cdot \frac{\varphi^2}{4} \left(r + \frac{y^2}{\varphi^2} - \frac{2ry}{\varphi} \right) = \frac{1}{l-h} (r^2 \varphi^2 - 2r\varphi + y^2). \quad (3b)$$

Аналогично для Δl_2 имеем:

$$\Delta l_2 = \frac{1}{l-h} (r^2 \varphi^2 + 2ry\varphi + y^2). \quad (3c)$$

Пользуясь выражениями (3b) и (3c), легко найдем потенциальную энергию удлинения. Обозначим начальное натяжение полосок шлейфа через T_1 и T_2 и будем считать, что эти натяжения достаточно велики по сравнению с теми изменениями в натяжениях, которые происходят при незначительном удлинении. Тогда потенциальная энергия может быть определена из выражения работы, необходимой для растяжения полосок, на найденные величины под действием сил T_1 и T_2 .

Таким образом будем иметь:

$$P_{(1)} = 2T_1 \Delta l_1 = 2T_1 \left(\frac{r^2 \varphi^2 - 2r\varphi + y^2}{l-h} \right). \quad (4a)$$

$$P_{(2)} = 2T_2 \Delta l_2 = 2T_2 \left(\frac{r^2 \varphi^2 + 2ry\varphi + y^2}{l-h} \right). \quad (4b)$$

где $P_{(1)}$ и $P_{(2)}$ — потенциальная энергия растяжения полосок.

Следовательно,

$$\begin{aligned} P_1 = P_{(1)} + P_{(2)} &= \frac{2}{l-h} [r^2 \varphi^2 (T_1 + T_2) + \\ &+ 2ry\varphi (T_2 - T_1) + y^2 (T_1 + T_2)]. \end{aligned} \quad (4c)$$

4. Определение потенциальной энергии скручивания частей полосок

Из рассмотрения рис. 9 следует, что при колебании шлейфа части петли AB , $A'B'$, CD и $C'D'$ будут закручиваться. Необходимо поэтому ввести в рассмотрение потенциальную энергию кручения. Заметим, что полоски петли работают, главным образом, на растяжение и затем на

кручение. Даже в том случае, когда поле равномерно действует на всю петлю, изгиб играет незначительную роль.

Формулы сопротивления материалов дают следующее выражение для потенциальной энергии кручения прямоугольного сечения

$$P_{кр} = \frac{1}{2} C \int_0^z M_t^2 dz, \quad (5a)$$

где M_t — скручивающий момент,

$C = \gamma b C^2 G$, причем $2b$ и $2C$ — стороны скручиваемого сечения и $\gamma = 0,312$ при $b:C=10$; этот случай является более или менее реальным для полосы шлейфа,

G — модуль сдвига или модуль упругости 2-го рода.

Так как $M_t = \frac{C\varphi_z}{z} = \frac{C\varphi}{l-h}$, то имеем из формулы

$$P_{кр} = \frac{C}{2} \frac{\varphi^2}{l-h}. \quad (5b)$$

Очевидно, что потенциальная энергия кручения четырех упомянутых частей петли будет равна

$$P_2 = 4P_{кр} = \frac{2C\varphi^2}{l-h} = \frac{2\gamma b C^2 G}{l-h} \varphi^2. \quad (5c)$$

5. Определение кинетической энергии движущихся частей шлейфа — полосок петли и зеркальца

Из рассмотрения рис. 10 следует, что элементы полосок, примыкающие непосредственно к зеркальцу, будут описывать дуги, равные дугам точек примыкания. В дальнейшем через r (рис. 8) будем обозначать расстояние от центра петли до середины ее полос. Найдем кинетическую энергию движения: 1) частей полосок петли $B'C'$ и BC , к которым прикреплено зеркальце, 2) частей полосок петли $A'B'$, AB , CD и $C'D'$ и 3) зеркальца шлейфа.

Движение полосок $B'C'$ и BC можно рассматривать как поступательное движение вместе с центром их тяжести и вращательное движение вокруг их центров.

Путь, описываемый центром тяжести части $B'C'$, есть дуга

$$\sigma_1 = 2 \sin \frac{\varphi}{2} \left(r - \frac{y}{\operatorname{tg} \varphi} \right).$$

То же для части BC $\sigma_2 = 2 \sin \frac{\varphi}{2} \left(r + \frac{y}{\operatorname{tg} \varphi} \right)$ — формулы (1) и (1a).

При малых углах поворота,¹ как это мы делали при нахождении потенциальной энергии, можно положить:

$$\sin \frac{\varphi}{2} \cong \frac{\varphi}{2} \quad \text{и} \quad \text{tg } \varphi \cong \varphi;$$

в этом случае $\sigma_1 = \varphi r - y$ и $\sigma_2 = \varphi r + y$.
Обозначая кинетическую энергию частей $B'C'$ и BC через $T_{B'C'}$ и T_{BC} , имеем, по теореме Кенига:

$$T_{B'C'} = \frac{I_{B'C'} \dot{\varphi}^2}{2} + \frac{m_{B'C'} \sigma_1'^2}{2} = \frac{I_{B'C'} \dot{\varphi}^2}{2} + \frac{m_{B'C'} (\varphi' r - y')^2}{2}, \quad (6)$$

$$T_{BC} = \frac{I_{BC} \dot{\varphi}^2}{2} + \frac{m_{BC} \sigma_2'^2}{2} = \frac{I_{BC} \dot{\varphi}^2}{2} + \frac{m_{BC} (\varphi' r + y')^2}{2}, \quad (6a)$$

где $I_{B'C'}$ и I_{BC} — моменты инерции полосок относительно оси, проходящей через центр тяжести полосок и параллельной оси вращения, а $m_{B'C'}$ и m_{BC} — массы каждой из полосок.

Складывая выражения (6) и (6a) имеем:

$$T_{B'C'} + T_{BC} = T_{B'C'} + T_{BC} \dot{\varphi}^2 + m_{BC} \varphi'^2 r^2 + m_{BC} y'^2 = m_{BC} y'^2 + (I_{BC} + m_{BC} r^2) \varphi'^2 \quad (6c)$$

Считаем, что $I_{BC} = I_{B'C'}$ и $m_{BC} = m_{B'C'}$.

Найдем теперь кинетическую энергию движения частей $A'B'$, AB , $C'D'$ и CD .

Предположим, что $A'B' = C'D'$ и $AB = CD$.²

Центр тяжести сечения рассматриваемых частей, отстоящий от точки закрепления на некотором расстоянии z или, что то же, — от горизонтального края зеркала на расстоянии $\frac{l-h}{2} = z$, будет описывать дугу

$$\sigma_{1z} = (\varphi r - y) \frac{2z}{l-h} \quad (7)$$

и соответственно

$$\sigma_{2z} = (\varphi r + y) \frac{2z}{l-h}. \quad (7a)$$

(Как видно из этих формул σ_1 и σ_2 являются частными случаями формул 7 и 7a, когда $z = \frac{l-h}{2}$.)

¹ Все выводы справедливы для малых колебаний около положения равновесия.

² Это допущение не имеет принципиального значения и поэтому его можно сделать без всякого ущерба для строгости выводов.

Угол поворота рассматриваемого сечения относительно своего центра тяжести в зависимости от угла поворота зеркала будет иметь выражение

$$\varphi_{1z} = \varphi_{2z} = \varphi \frac{2z}{l-h}. \quad (8)$$

Пользуясь формулами (7), (7а), и (8), легко можно найти кинетическую энергию движения упомянутых частей шлейфа, применяя опять теорему Кенига. Усложнением по сравнению с предыдущим здесь будет то, что различные сечения проходят различные пути и поэтому необходимо будет интегрировать по длине полосок. Итак, по теореме Кенига, имеем для элемента полосы, сечением S и высотой dz , отстоящим от места закрепления на расстоянии z

$$\begin{aligned} dT_{A'B'} &= \frac{1}{2} \left(\frac{dz_{1z}}{dt} \right)^2 dm + \frac{1}{2} I_{A'B'} \cdot \varphi_{1z}^2 = \\ &= \frac{1}{2} (\varphi' r - y')^2 \cdot \frac{4z^2}{(l-h)^2} \rho S dz + \frac{1}{2} I_{A'B'} \cdot \varphi'^2 \frac{4z^2}{(l-h)^2} dz; \\ T_{A'B'} &= \int_0^{\frac{l-h}{2}} 2\rho S (\varphi' r - y')^2 \frac{z^2}{(l-h)^2} dz + \int_0^{\frac{l-h}{2}} 2I_{A'B'} \varphi'^2 \frac{z^2}{(l-h)^2} dz = \\ &= 2\rho S (\varphi' r - y')^2 \frac{l-h}{24} + 2I_{A'B'} \varphi'^2 \frac{l-h}{24} = \\ &= \frac{1}{12} m_{A'B'} (\varphi' r - y')^2 + \frac{1}{12} I_{\overline{A'B'}} \varphi'^2, \end{aligned} \quad (9)$$

где $I_{\overline{A'B'}} = I_{A'B'} \cdot (l-h)$.

Совершенно аналогично получим:

$$T_{AB} = \frac{1}{12} m_{AB} (\varphi' r + y')^2 + \frac{1}{12} I_{\overline{AB}} \varphi'^2. \quad (9a)$$

Так как, по условиям, полоски $A'B'$ тождественны $C'D'$ и AB тождественно CD , то $T_{A'B'} = T_{C'D'}$ и $T_{AB} = T_{CD}$, и, следовательно, имеем:

$$\begin{aligned} T_{A'B'} + AB + C'D' + CD &= 2T_{AB} + 2T_{CD} = \frac{1}{6} m_{A'B'} (\varphi' r - y')^2 + \\ &+ \frac{1}{6} I_{\overline{A'B'}} \varphi'^2 + \frac{1}{6} m_{CD} (\varphi' r + y')^2 + \frac{1}{6} I_{\overline{CD}} \varphi'^2. \end{aligned} \quad (10)$$

Полагая $m_{A'B'} = m_{CD}$ и, следовательно, $I_{\overline{A'B'}} = I_{\overline{AB}} = I_{\overline{CD}} = I_{\overline{CD}}$ (это отнюдь не противоречит тому, что петля неодинаково натянута), будем иметь:

$$\begin{aligned} T_{4AB} &= \frac{1}{3} I_{\overline{AB}} \varphi'^2 + \frac{1}{3} m_{AB} r^2 \varphi'^2 + \frac{1}{3} m_{AB} y'^2 = \\ &= \frac{1}{3} m_{AB} y'^2 + \left(\frac{1}{3} I_{\overline{AB}} + \frac{1}{3} m_{AB} r^2 \right) \varphi'^2. \end{aligned} \quad (11)$$

Найдем кинетическую энергию движения зеркала шлейфа.

Рис. 9 показывает, что в том случае, когда центр тяжести зеркальца не лежит на оси вращения, его перемещение в зависимости от выбранной нами обобщенной координаты y может быть найдено из следующего соотношения:

$$\frac{a_2 - r}{y} = \frac{a_2 - r - g}{y_2},$$

где y_2 — координата смещения центра тяжести зеркальца.
Отсюда

$$y_2 = \left(1 - \frac{g}{a_2 - r}\right) y'. \quad (12)$$

По теореме Кеннига имеем:

$$T_{II} = \frac{m_2 y_2'^2}{2} + \frac{I_2 \dot{\varphi}'^2}{2} = \frac{m_2}{2} \left(1 - \frac{g}{a_2 - r}\right)^2 y'^2 + \frac{I_2 \dot{\varphi}'^2}{2}. \quad (13)$$

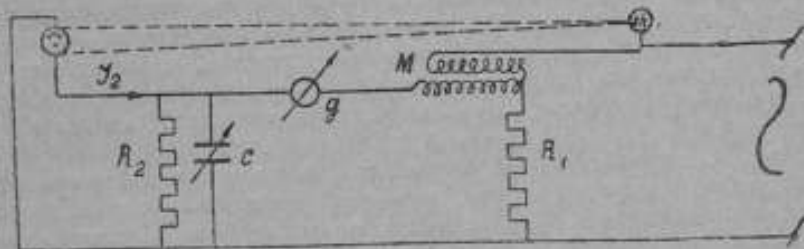


Рис. 11.

Обозначая для простоты $m_2 \left(1 - \frac{g}{a_2 - r}\right)^2$ через m_2' , имеем:

$$T_{II} = \frac{m_2'}{2} \cdot y'^2 + \frac{I_2 \dot{\varphi}'^2}{2} \quad (13a)$$

Кинетическая энергия T колебания всей петли найдется, как сумма кинетических энергий движения ее частей.

Складывая выражения 6, 11 и 13а, получаем:

$$T = m_{BC} y'^2 + (I_{BC} + m_{BC} r^2) \dot{\varphi}'^2 + \frac{1}{3} m_{BC} y'^2 + \\ + \left(\frac{1}{3} I_{AB} + \frac{1}{3} m_{AB} r^2\right) \dot{\varphi}'^2 + \frac{m_2' y'^2}{2} + \frac{I_2}{2} \dot{\varphi}'^2. \quad (14)$$

¹ Формула (13) предполагает, что перемещение центра тяжести зеркальца по своей величине отличается от координаты y_2 на величину, которой можно пренебречь. Это находится в полном соответствии с нашим допущением о перемещении по прямой центра симметрии петли.

Так как коэффициенты при y'^2 и φ'^2 постоянны, то обозначим:

$$m_{BC} + \frac{1}{3} m_{AB} + \frac{m'_B}{2} = \frac{M}{2}, \quad (15)$$

$$I_{BC} + m_{BC}r^2 + \frac{1}{3} I_{AB} + \frac{1}{3} m_{AB}r^2 + \frac{I_B}{2} = \frac{I}{2}. \quad (16)$$

Тогда будем иметь:

$$T = \frac{1}{2} My'^2 + \frac{1}{2} I\varphi'^2. \quad (17)$$

Мы получили, таким образом, выражение кинетической энергии колеблющейся петли в виде однородной квадратичной функции выбранных нами обобщенных координат.

В дальнейшем M будем называть приведенной массой петли и I — приведенным моментом инерции петли.

Из формулы (6) и (11) следует, что член с произведением $\varphi'y'$ не вошел в выражение для T благодаря допущению, что $m_{AB} = m_{A'B'}$; $m_{CD} = m_{C'D'}$ и $m_{BC} = m_{B'C'}$. Чтобы не усложнять в дальнейшем выкладок, оставим это допущение в силе, но заметим, что, пользуясь предыдущими подсчетами, легко написать выражение T , не делая этих допущений.

Заметим, наконец, что на основании законов механики можно было предположить с самого начала, что выражение кинетической энергии будет иметь такой вид. Тем не менее, подсчеты были абсолютно необходимы для того, чтобы знать выражение приведенных массы и момента инерции, в зависимости от данных петли.

6. Вычисление обобщенных сил, соответствующих работе сил сопротивления на возможном перемещении системы

При рассмотрении теории колебаний было указано, что обобщенной силой называется коэффициент при вариации обобщенной координаты в выражении работы сил на возможном перемещении системы. Следовательно, для вычисления обобщенных сил необходимо сообщить системе возможное перемещение и подсчитать на этом перемещении работу сил сопротивления.

Для рассматриваемого шлейфа мы имеем следующие части, для которых должен быть произведен подсчет работы:

1) зеркальце, 2) части полос AB , $A'B'$, CD , $C'D'$ (см. рис. 9а). $W_{AB} = W_{CD}$ и $W_{A'B'} = W_{C'D'}$ вследствие предположения, что зеркальце примыкает к средним частям полосок.

Введем следующие обозначения: σ_{1z} — путь, проходимый элементом левой полоски, σ_{2z} — путь, проходимый элементом правой полоски, x — расстояние элемента полосок до центра симметрии петли.

Очевидно, что в нашем случае x для полосок будет изменяться от $r-b$ по $r+b$ и z от 0 до $\frac{l-h}{2}$ (рис. 8).

В соответствии с введенными ранее обозначениями для φ и y будем иметь следующие зависимости:

$$\sigma_{1z_x} = (x\varphi - y) \frac{2z}{l-h}; \quad \sigma_{2z_x} = (x\varphi + y) \frac{2z}{l-h}. \quad (18)$$

Скорость любого элемента полоски находится дифференцированием по времени σ_{1z_x} и σ_{2z_x} , причем, z и x для данного элемента от времени не зависят. Имеем следующее:

$$\sigma'_{1z_x} = (x\varphi' - y') \frac{2z}{l-h} \quad \text{и} \quad \sigma_{2z_x} = (x\varphi' + y') \frac{2z}{l-h}. \quad (19)$$

Возможное перемещение любого элемента находится варьированием выражения (18):

$$\delta\sigma_{1z_x} = (x\delta\varphi - \delta y) \frac{2z}{l-h} \quad \text{и} \quad \delta\sigma_{2z_x} = (x\delta\varphi + \delta y) \frac{2z}{l-h}. \quad (20)$$

Будем считать, что сила сопротивления среды движению элемента полоски пропорциональна первой степени скорости. Тогда сила, действующая на элемент левой полоски $dzdx$, $dR_1 = k\sigma'_{1z_x} dzdx$, где k — коэффициент пропорциональности между силой и скоростью, и сила, действующая на элемент $dzdx$ правой полоски, $dR_2 = k\sigma_{2z_x} dzdx$.

Выражение элементарной работы может быть найдено по следующей формуле:

$$\delta W_{AB} = \int \int dR_1 \delta\sigma_{1z_x} \quad \text{и} \quad \delta W_{A'B'} = \int \int dR_2 \delta\sigma_{2z_x}. \quad (21a)$$

Так как переменными интегрирования являются z и x , о пределах изменения которых уже было сказано, то имеем:

$$\delta W_{AB} = \int_0^{\frac{l-h}{2}} \int_{r-b}^{r+b} k(x\varphi' - y') (x\delta y - \delta y) \frac{(2z)^2}{(l-h)^2} dzdx$$

и

$$\delta W_{A'B'} = \int_0^{\frac{l-h}{2}} \int_{r-b}^{r+b} k(x\varphi' + y') (x\delta y + \delta y) \frac{(2z)^2}{(l-h)^2} dzdx. \quad (21b)$$

Раскрывая скобки в выражениях (21b) и интегрируя, имеем:

$$\begin{aligned} \delta W_{AB} &= \int_0^{\frac{l-h}{2}} \int_{r-b}^{r+b} k(x^2\varphi'\delta\varphi - xy'\delta\varphi - x\varphi'\delta y + y'\delta y) \left(\frac{2z}{l-h}\right)^2 dzdx = \\ &= \frac{4}{(l-h)^2} \left(\frac{x^3}{3}\varphi'\delta\varphi - \frac{x^2}{2}y'\delta\varphi - \frac{x^2}{2}\varphi'\delta y + xy'\delta y\right) \Big|_{r-b}^{r+b} \left(\frac{z^3}{3}\right)_0^{\frac{l-h}{2}} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{k(l-h)}{6} \left[\left(\frac{2b^2}{3} + 2r^2b \right) \varphi' \delta \varphi - 2rby' \delta \varphi - 2rb\varphi' \delta y + 2by' \delta y \right] = \\
&= \frac{kb(l-h)}{3} \left[\left(\frac{b^2}{3} + r^2 \right) \varphi' \delta \varphi - ry' \delta \varphi - r\varphi \delta y + y' \delta y \right]. \quad (21c)
\end{aligned}$$

Совершенно аналогично находим для части $A'B'$:

$$\begin{aligned}
\delta W_{A'B'} &= \int_a^{\frac{l-h}{2}} \int_{r-b}^{r+b} k(x^2 \varphi' \delta \varphi + xy' \delta \varphi + x\varphi' \delta y + y' \delta y) \left(\frac{2r}{l-h} \right)^2 dz dx = \\
&= \frac{kb(l-h)}{3} \left[\left(\frac{b^2}{3} + r^2 \right) \varphi' \delta \varphi + ry' \delta \varphi + r\varphi \delta y + y' \delta y \right]. \quad (21d)
\end{aligned}$$

Так как, по сделанному предположению, элементарные работы сил сопротивления

$$\delta W_{AB} = \delta W_{CD} \quad \text{и} \quad \delta W_{A'B'} = \delta W_{C'D'},$$

то для всех четырех участков имеем следующие выражения для элементарной работы сил сопротивления:

$$\begin{aligned}
\delta W_{AB+A'B'+CD+C'D'} &= 2W_{AB} + 2\delta W_{A'B'} = \\
&= \frac{2kb(l-h)}{3} \left[\left(\frac{b^2}{3} + r^2 \right) \varphi' \delta \varphi + y' \delta y \right]. \quad (22)
\end{aligned}$$

Подсчитаем элементарную работу сил сопротивления на возможном перемещении зеркала.¹

Выражение элементарной работы на возможном перемещении зеркала будет иметь аналогичный рассмотренному вид, причем интегрирования вдоль оси z производить не нужно, так как все элементы тонкой вертикальной полоски проходят один и тот же путь. Вследствие того, что зеркало предполагается для общности насаженным на симметрично, а, следовательно, вращается не вокруг центра симметрии, подобно полоскам петли, необходимо интегрирование выражения для элементарной работы разбить на две неравные части.

В соответствии с рис. 9 обозначим расстояние от центра симметрии петли до краев полосок через d_1 и d_2 , ширину зеркала через $d = d_1 + d_2$ и высоту через h . В таком случае пределами интегрирования для x будут $0 - d_1$ и $0 - d_2$. Обозначая искомую элементарную работу через δW_3 , без дальнейших выкладок по аналогии с предыдущим, будем иметь следующее выражение:

$$\delta W = hk \int_0^{d_1} (x\varphi' - y') (x\delta\varphi - \delta y) dx + hk \int_0^{d_2} (x\varphi' + y') (x\delta\varphi + \delta y) dx =$$

¹ Так как части полосок BC и $B'C'$ прикреплены к зеркальцу, то для них отдельно подсчетов приводить не нужно.

$$\begin{aligned}
&= hk \left[\frac{d_1^2}{3} \varphi' \delta\varphi - \frac{d_1}{2} y' \delta\varphi - \frac{d_1^2}{2} \varphi' \delta y + d_1 y' \delta y \right] + \\
&+ hk \left[\frac{d_2^2}{3} \varphi' \delta\varphi + \frac{d_2^2}{2} y' \delta\varphi + \frac{d_2^2}{2} \varphi' \delta y + d_2 y' \delta y \right] = \\
&= hk \left[\frac{(d_1^2 + d_2^2)}{3} \varphi' \delta\varphi + \frac{d_1^2 - d_2^2}{2} y' \delta\varphi + \frac{d_2^2 - d_1^2}{2} \varphi' \delta y + \right. \\
&\quad \left. + (d_1 + d_2) y' \delta y \right]. \quad (23)
\end{aligned}$$

Общее выражение элементарной работы δW_R сил сопротивления на возможном перемещении всей системы найдется, как сумма элементарной работы отдельных участков, а именно:

$$\begin{aligned}
\delta W_R = 2W_{AB} + 2W_{A_1B_1} + \delta W_u = \frac{2}{3} kb(l-h) \left[\left(\frac{b^2}{3} + r^2 \right) \varphi' \delta\varphi + \right. \\
\left. + y' \delta y \right] + \frac{hkd}{2} \left[\frac{(d_1^2 - d_1 d_2 + d_2^2)}{3} \varphi' + \frac{d_2 - d_1}{2} y' \right] \delta\varphi + \\
+ \frac{hkd(d_2 - d_1)}{2} \varphi' \delta y + hky' \delta y.
\end{aligned}$$

При незначительной несимметрии можно положить $d_1^2 \cong d_1 d_2$. Тогда, группируя члены при $\delta\varphi$ и δy , будем иметь:

$$\begin{aligned}
\delta W_R = \left[\frac{2kb(l-h)}{3} \left(\frac{b^2}{3} + r^2 \right) \varphi' + \frac{hkd}{2} \left(\frac{d_2}{3} \varphi' + \frac{d_2 - d_1}{2} y' \right) \right] \delta\varphi + \\
+ \left[\frac{2hb(l-h)}{3} y' + \frac{hkd(d_2 - d_1)d}{2} \varphi' + hky' \right] \delta y. \quad (24)
\end{aligned}$$

Для упрощения выражения (24) введем следующие обозначения:

$$\frac{2hb(l-h)}{3} \left(\frac{b^2}{3} + r^2 \right) + \frac{hkd d_2}{2} = S_1. \quad (25a)$$

$$\frac{hkd}{4} (d_2 - d_1) = S_2. \quad (25b)$$

$$\frac{2kb(l-h)}{3} + hkd = S_3. \quad (25c)$$

Тогда для δW_R имеем следующее выражение:

$$\delta W_R = (S_1 \varphi' + S_2 y') \delta\varphi + (2S_2 \varphi' + S_3 y') \delta y. \quad (26)$$

На основании сказанного ранее, из формулы (26) заключаем, что для обобщенной координаты φ обобщенная сила, соответствующая силам сопротивления, будет:

$$Q_\varphi = S_1 \varphi' + S_2 y' \quad (27a)$$

и для обобщенной координаты y :

$$Q_y = 2S_2 \varphi' + S_3 y'. \quad (27b)$$

где S_1 , S_2 , S_3 имеют значения, находимые по формулам 25a, 25b, 25c.

Для составления уравнений Лагранжа 2-го рода необходимо еще определить обобщенные силы, соответствующие задаваемым силам.

Рассматриваемая нами конструкция шлейфа предполагает, что поле магнита сосредоточено, главным образом, в местах соприкосновения полосок петли с зеркальцем. Это предположение делается для того, чтобы не вводить в рассмотрение теории шлейфа изгиба полосок, что сильно усложняет вывод уравнения колебаний. При таком предположении задаваемые силы создадут вращающий момент. В нашем случае задаваемые силы есть силы взаимодействия между полем H и током i , проходящим по петле.

Так как в поле H и ток i и длины активных в электродинамическом смысле частей полосок одинаковы, то главный вектор задаваемых сил будет равен нулю.

Таким образом, единственной обобщенной силой, соответствующей задаваемым силам, будет момент L , создаваемый взаимодействием поля H и осциллографируемого тока i . Этот момент пропорционален полю H и току i и при $H = \text{const}$ будет, очевидно, изменяться прямо пропорционально изменению тока. Заметим, что момент L рассматривается в зависимости от тока, проходящего по петле, а не от напряжения, приложенного к петле. Так как элементарная работа момента L

$$\delta W_p = L d\varphi,$$

то обобщенная сила L соответствует обобщенной координате φ . Будем вначале считать, что ток i изменяется синусоидально и что, следовательно, L также изменяется по синусоидальному закону:

$$L\varphi = L_{\text{max}} \sin(pt + \delta). \quad (28)$$

Выпишем все найденные выражения, необходимые для составления искомых уравнений.

1) полная кинетическая энергия системы:

$$T = \frac{1}{2} My'^2 + \frac{1}{2} I\dot{\varphi}^2, \quad (17)$$

2) потенциальная энергия всей системы:

$$P = \frac{2}{l-h} [(T_1 + T_2) r^2 \varphi^2 + 2(T_2 - T_1) ry\varphi + (T_1 + T_2) y^2] + \frac{2_7 bc^2}{l-h} G\varphi^2; \quad (4) \text{ и } (5)$$

3) обобщенные силы, соответствующие элементарной работе сил трения на возможном перемещении:

$$Q_\varphi = S_1 \varphi' + S_2 y', \quad (27a)$$

$$Q_y = 2S_2 \varphi' + S_2 y'; \quad (27b)$$

4) обобщенные силы, соответствующие элементарной работе заданных сил на возможном перемещении;

$$L_x = L_{\text{max}} \sin(pt + \delta); \quad L_y = 0. \quad (28)$$

В формуле (28) $L_{max} \cong Hl_{max}$, p — частота осциллографируемого тока и δ — его начальная фаза.

Найдем следующие выражения для составления уравнения:

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi} = I\varphi'; \quad \frac{\partial T}{\partial y'} = My'. \quad (29)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \varphi'} = I\varphi''; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial y'} = My''. \quad (30)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0. \quad (31)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} = \frac{4}{l-h} [(T_1 + T_2)r^2\varphi + (T_2 - T_1)ry + \gamma bc^3 G\varphi]. \quad (32)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial y} = \frac{4}{l-h} [(T_1 + T_2)y + (T_2 - T_1)r\varphi]. \quad (33)$$

Уравнения Лагранжа 2-го рода для рассматриваемого нами шлейфа будут иметь следующее выражение:

$$I\varphi'' + S_1\varphi' + S_2y' + \frac{4}{l-h} [(T_1 + T_2)r^2 + \gamma bc^3 G]\varphi + \frac{4}{l-h} (T_2 - T_1)yr = L_{max} \sin(pt + \delta). \quad (34a)$$

$$My'' + S_3y' + 2S_2\varphi' + \frac{4}{l-h} (T_2 - T_1)r\varphi + \frac{4}{l-h} (T_1 + T_2)y = 0. \quad (34b)$$

Выведенные уравнения (34a) и (34b) и есть уравнения колебаний несимметричного шлейфа с сосредоточенным по высоте зеркальца магнитным полем H .

Для простоты анализа этих уравнений, выведем следующие обозначения:

$$\frac{4}{l-h} [(T_1 + T_2)r^2 + \gamma bc^3 G] = S_4, \quad (35a)$$

$$\frac{4}{l-h} (T_2 - T_1)r = S_5, \quad (35b)$$

$$\frac{4}{l-h} (T_1 + T_2) = S_6. \quad (35c)$$

Тогда уравнения (34a) и (34b) могут быть переписаны в следующем виде:

$$I\varphi'' + S_1\varphi' + S_2y' + S_4\varphi + S_5y = L_{max} \sin(pt + \delta). \quad (36a)$$

$$My'' + S_3y' + 2S_2\varphi' + S_6\varphi + S_6y = 0. \quad (36b)$$

7. Некоторые замечания к полученным уравнениям

Прежде чем заниматься решением полученной системы уравнений колебаний несимметричного шлейфа, сделаем несколько замечаний, относящихся к колеблющейся системе.

1) Если натяжения полосок петли равны друг другу, то $S_0 = 0$, и уравнения принимают вид:

$$I\varphi'' + S_1\varphi' + S_2y' + S_4\varphi = L_{\max} \sin(pt + \delta). \quad (37a)$$

$$My'' + S_1y' + 2S_3\varphi' + S_6y = 0. \quad (37b)$$

2) Если зеркальце насажено симметрично на петлю, т. е. центр тяжести зеркальца совпадает с линией симметрии петли, то $S_2 = 0$ и уравнения (37a) и (37b) принимают вид:

$$I\varphi'' + S_1\varphi' + S_4\varphi = L_{\max} \sin(pt + \delta). \quad (38a)$$

$$My'' + S_3y' + S_6y = 0. \quad (38b)$$

Уравнения (37a) и (37b), являющиеся частным случаем уравнений (36a) и (36b) показывают, что одного равенства натяжений полосок петли недостаточно, чтобы шлейф был системой с одной степенью свободы, так как его линия симметрии будет совершать некоторые колебания. Для полной симметрии шлейфа, т. е. для того, чтобы его колебания представляли собой чистое вращение, необходимо, чтобы выполнялись два условия: 1) равенство натяжений полосок петли и 2) расположение центра тяжести зеркальца на линии симметрии. Конечно, если бы не было необходимости в анализе колебаний системы, то эти два условия чистого вращения шлейфа можно было бы получить из чисто геометрических соображений.

3) Возможен, наконец, случай, когда натяжения полосок петли неравны, но зеркальце приклеено симметрично, т. е. его центр тяжести совпадает с линией симметрии петли.

Тогда $S_2 = 0$, но $S_0 \neq 0$, и уравнения принимают вид:

$$I\varphi'' + S_1\varphi' + S_4\varphi + S_0y = L_{\max} \sin(pt + \delta). \quad (39a)$$

$$My'' + S_3y' + S_6y + S_0\varphi = 0. \quad (39b)$$

Следует заметить, что уравнения (38a) и (38b) совершенно не зависят друг от друга и поэтому наличие уравнения (38) вовсе не означает, что центр симметрии петли обязательно будет участвовать в колебаниях и что в то же время его колебания, если они возникнут, не окажут влияния на вращательные колебания петли. Возникновение этих колебаний, конечно, возможно под влиянием какого-нибудь импульсивного воздействия, но как это следует из уравнения (38b), они должны будут затухнуть.

8. Приближенный анализ полученных уравнений

Период собственных колебаний системы при отсутствии сил трения является очень важной постоянной шлейфа, так как от нее зависят амплитуды вынужденных колебаний, как это уже было выяснено при рассмотрении общей теории колебаний. Там же было выяснено, что наличие незначительного трения не изменяет в большой степени период собственных колебаний системы, так как зависимость между периодами T_0 при отсутствии трения и T при наличии трения выражается формулой

$$\frac{T}{T_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{c^2}{k^2}}},$$

где c — коэффициент сопротивления, k — частота собственных колебаний.

Из этой формулы следует, что в первом приближении, при

$$\frac{c}{k} \ll 1,$$

T будет равно

$$T_0 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{c}{k} \right)^2 \right].$$

Так как $c = \frac{2 \lg \eta}{T}$, где η — логарифмический декремент затухания, то легко вычислить, что, например, при $\eta = 3$ период затухания изменится только на 5%. Из этих замечаний отнюдь не должно следовать, что можно отождествлять для всех случаев нахождение периода собственных колебаний при отсутствии трения с нахождением периода колебаний при наличии трения. Это отождествление возможно только при незначительном трении и в зависимости от точности, с которой требуется этот период определить. Из приведенной формулы и примера видно, как можно подсчитать для каждого отдельного случая границы отождествления.

Как указано в самом начале этого параграфа, период T_0 свободных колебаний при отсутствии трения имеет и свое особое значение для колеблющейся системы. Поэтому мы рассмотрим определение частот свободных колебаний несимметричного шлейфа при отсутствии трения не в качестве первого приближения при решении этих уравнений, а в виде самостоятельной задачи, которая должна быть решена для данной системы.

При отсутствии трения $S_1 = S_2 = S_3 = 0$, и в уравнениях (36a) и (36b) исчезнут члены, содержащие первые производные по времени от y и φ . Таким образом будем иметь следующую систему уравнений:

$$I\varphi'' + S_4\varphi + S_5y = L_{\max} \sin(pt + \delta), \quad (40a)$$

$$My'' + S_6y + S_7\varphi = 0. \quad (40b)$$

Для нахождения периода свободных колебаний необходимо составить уравнение частот.

Ищем решение однородной системы без свободного члена в виде:

$$\varphi = A_1 \sin(kt + \delta), \quad y = A_2 \sin(kt + \delta). \quad (41)$$

Подставив искомые решения (41a) и (41b) в уравнения (40a)¹ и (40b), получим следующие выражения после сокращения на $\sin(kt + \delta)$:

$$A_1(S_4 - Ik^2) + A_2S_5 = 0, \quad (42a)$$

$$A_2(S_6 - Mk^2) + A_1S_6 = 0. \quad (42b)$$

Для того чтобы A_1 и A_2 имели решение, отличное от нуля, необходимо, чтобы определитель, составленный из коэффициентов при A_1 и A_2 , равнялся нулю.

Имеем, следовательно:

$$\begin{vmatrix} S_4 - Ik^2 & S_5 \\ S_5 & S_6 - Mk^2 \end{vmatrix} = 0 \text{ или } (S_4 - Ik^2)(S_6 - Mk^2) - S_5^2 = 0. \quad (43)$$

Уравнение (43), являющееся квадратным относительно k^2 , и есть уравнение частот, из которого определяется частота свободных колебаний. Решим это уравнение.

Раскрывая скобки, получим:

$$IMk^4 - (IS_6 + MS_4)k^2 + S_4S_6 - S_5^2 = 0,$$

откуда получаем значения квадратов частот свободных колебаний.

$$k_{1,2}^2 = \frac{IS_6 + MS_4 \pm \sqrt{(IS_6 + MS_4)^2 - 4IM(S_4S_6 - S_5^2)}}{2IM}. \quad (44)$$

В теории колебания систем с двумя степенями свободы было выяснено, что корни, получаемые из уравнения частот, являются вещественными и положительными.

Таким образом, полученные для k_1^2 и k_2^2 выражения дают две возможные частоты свободных колебаний систем с двумя степенями свободы, равные соответственно k_1 и k_2 . Сделаем некоторые упрощения в формуле (44).

Так как S_5 прямо пропорционально разности натяжений $T_2 - T_1$, а S_4 и S_6 пропорциональны сумме натяжения $T_2 + T_1$ (см. формулы 35a, b, c), то $S_5^2 \ll S_4S_6$. Далее, если пренебречь в выражении для S_4 членом, зависящим от кручения петли, то при разности в натяжениях полюсов, составляющей 0,01 одного из них, т. е., например, при $T_2 = 1,01T_1$, относительная погрешность от замены выражения $S_4S_6 - S_5^2$ выражением S_4S_6 составит 0,0025%. В таком случае получается для квадратов частот следующее выражение:

$$k_{1,2}^2 = \frac{IS_6 + MS_4 \pm \sqrt{(IS_6 + MS_4)^2}}{2IM},$$

¹ Уравнения (39) должны рассматриваться при нахождении периода свободных колебаний без последнего члена.

откуда

$$k_1^2 = \frac{S_6}{M}, \quad (45a)$$

$$k_2^2 = \frac{S_4}{I}, \quad (45b)$$

где S_5 , S_4 , M и I находятся по формулам (35a) и (35c), (15) и (16). Так как $IS_6 > MS_4$, то $k_1^2 > k_2^2$. Таким образом, частота колебаний, являющаяся результатом несимметрии петли, выше, чем частота, соответствующая обобщенной координате φ .

Имея значения частот колебаний, можно найти отношения амплитуд, подставляя выражения (45a) и (42a) и (45b) в (42b). Обозначим амплитуды, соответствующие координатам φ и y для частоты k_1 , через $A_{\varphi 1}$ и A_{y1} и то же для частоты k_2 через $A_{\varphi 2}$ и A_{y2} . Не производя обычных алгебраических выкладок, напишем выражение отношения амплитуд.

1. Для частоты k_1 :

$$\frac{A_{\varphi 1}}{A_{y1}} = \frac{S_5}{\frac{IS_6}{M} - S_6} = \frac{MS_6}{IS_6 - MS_4}. \quad (46a)$$

2. Для частоты k_2 :

$$\frac{A_{\varphi 2}}{A_{y2}} = \frac{\frac{MS_4}{I} - S_6}{S_4} = \frac{MS_4 - IS_6}{IS_4}. \quad (46b)$$

Отсюда для координат имеем следующее выражение:

$$\varphi_1 = A_{\varphi 1} \sin \left(\sqrt{\frac{S_6}{M}} t + \delta \right), \quad (47a)$$

$$y_1 = A_{y1} \frac{IS_6 - MS_4}{MS_4} \sin \left(\sqrt{\frac{S_6}{M}} t + \delta_1 \right), \quad (47b)$$

$$\varphi_2 = A_{\varphi 2} \sin \left(\sqrt{\frac{S_4}{I}} t + \delta \right), \quad (48a)$$

$$y_2 = A_{y2} \frac{IS_4}{MS_4 + IS_6} \sin \left(\sqrt{\frac{S_4}{I}} t + \delta_2 \right). \quad (48b)$$

Из теории дифференциальных уравнений известно, что полное решение есть сумма отдельных решений. Поэтому результирующее колебание петли будет состояться из суммы отдельных колебаний, соответствующих отдельным частотам.

Таким образом для φ и y имеем:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2, \quad (49a)$$

$$y = y_1 + y_2. \quad (49b)$$

Как видно из выражений для амплитуд в формулах (47a), (47b), (48a) и (48b), если $A_{\varphi 1}$ и $A_{\varphi 2}$ одного знака, то A_{y1} и A_{y2} разных знаков

(так как $MS_1 < IS_0$), и, наоборот, если A_{y_1} и A_{y_2} разных знаков, то A_{y_1} и A_{y_2} одного знака. Эти обстоятельства, конечно, будут зависеть от начальных данных, но интерес представляет тот факт, что независимо от начальных данных суммирование колебаний одной координаты сопровождается вычитанием колебаний другой координаты.

Заметим еще, что отношение амплитуд каждого колебания не зависит от начальных данных, а является постоянной, зависящей от физических и геометрических данных колеблющейся петли.

В заключение этого раздела следует подчеркнуть, что в приведенных решениях для φ и y фигурируют четыре произвольных постоянных, а именно: A_{φ_1} , A_{φ_2} , A_{y_1} и A_{y_2} , которые находятся по начальным данным. В приведенном анализе для нас представлял интерес, главным образом, период свободных колебаний системы, как постоянная, отражающая свойства самой системы; вследствие этого на нахождении произвольных постоянных при определенных начальных условиях мы останавливаться не будем.

В предыдущем разделе мы занимались нахождением периода собственных колебаний системы, при отсутствии сил трения. Там было указано, что этот случай сам по себе не является реальным для шлейфа, несмотря на это, период колебаний без трения находится потому, что он является постоянной системы, от которой зависят амплитуды вынужденных колебаний при наличии трения.

Если трение мало, то подобно колебаниям систем с одной степенью свободы, в нашем случае несимметричной петли будет иметь место незначительное изменение периода колебаний. Наибольшее влияние трение оказывает на амплитуды колебаний.¹ Случай малого трения в осциллографах обычно не имеет места, так как необходимо гасить собственные колебания системы. Но в вибрационных гальванометрах петлевого типа, к которым полностью могут быть применены все предыдущие выводы, незначительное трение имеет реальное значение, так как демпфирование в таких гальванометрах главным образом воздушное.

Уравнение свободных колебаний несимметричного шлейфа при наличии трения даются формулами (36a) и (36b), если в формуле (36a) отбросить свободный член, соответствующий возмущающему усилию. Имеем, таким образом, уравнения:

$$I\varphi'' + S_1\varphi' + S_2y' + S_1\varphi + S_3y = 0, \quad (36a)$$

$$My'' + S_4y' + 2S_2\varphi' + S_3\varphi + S_4y = 0. \quad (36b)$$

Решение этих уравнений необходимо искать в виде

$$\varphi = A_{\varphi}e^{at}, \quad (50a)$$

$$y = A_y e^{at}. \quad (50b)$$

¹ Рассмотрение указанных влияний можно найти в различных сочинениях по механике, например, Lord Rayleigh, „Theory of sound“, Vol. I. Лойджинский и Лурье, Теоретическая механика, Часть III, 1934.

Подставляя (50a) и (50b) в уравнения (36a) и (36b), имеем, после сокращения на e^{st} :

$$A_z (Iv^2 + S_1v + S_4) + Ay (S_2v + S_5) = 0. \quad (51a)$$

$$A_y (2S_2v + S_5) + Ay (Mv^2 + S_3v + S_0) = 0. \quad (51b)$$

Для того чтобы амплитуды A_z и A_y имели решения, отличные от нуля, необходимо, чтобы определитель

$$\Delta(v) = \begin{vmatrix} Iv^2 + S_1v + S_4 & S_2v + S_5 \\ 2S_2v + S_5 & Mv^2 + S_3v + S_0 \end{vmatrix} = 0. \quad (52)$$

Уравнение (52) 4-й степени относительно v , следовательно, будет четыре корня v_1, v_2, v_3 и v_4 .

Из высшей алгебры известно, что корни $v_i (i=1, 2, 3, 4)$ будут либо комплексные, либо отрицательные, либо, наконец, и те, и другие.

Мы не будем останавливаться на доказательстве этого свойства, так как его можно найти в цитированном выше сочинении Рейлея (Rayleigh).¹ Невозможность существования положительных корней уравнения (52) может быть интерпретирована с физической точки зрения. Дело в том, что при наличии сопротивления среды колебания системы не могут быть расходящимися, так как имеет место рассеяние энергии. При рассмотрении теории колебаний системы с одной степенью свободы было выяснено, что отрицательным корням соответствует аperiodический процесс, а комплексным — затухающий колебательный процесс. Это последнее следует из того, что при наличии, например, комплексного корня $v_1 = -n_1 + jk_1$ обязательно существует и корень сопряженный $v_2 = -n_1 - jk_1$.

Точно так же, если $v_3 = -n_2 + jk_2$, то $v_4 = -n_2 - jk_2$.

Следовательно,

$$\varphi = A_{z1} e^{(-n_1 + jk_1)t} + A_{z2} e^{(-n_1 - jk_1)t} + A_{z3} e^{(-n_2 + jk_2)t} + A_{z4} e^{(-n_2 - jk_2)t}. \quad (53)$$

Аналогичное выражение можно написать и для

$$y = A_{y1} e^{(-n_1 + jk_1)t} + A_{y2} e^{(-n_1 - jk_1)t} + A_{y3} e^{(-n_2 + jk_2)t} + A_{y4} e^{(-n_2 - jk_2)t}. \quad (54)$$

Выражение (53) легко приводится к тригонометрическому и показательному виду, из которого виден и затухающий и колебательный характер процесса.

Нет надобности приводить в общем виде формулу для решения уравнения четвертой степени, так как в конкретных случаях для числовых примеров гораздо удобнее пользоваться приближенными способами для нахождения корней.

¹ Из русских сочинений можно указать на курс Н. Н. Розе „Динамика твердого тела“.

9. Вынужденные колебания несимметричного шлейфа

Рассмотренные до сих пор колебания шлейфа могут исказить осциллографическую кривую лишь в начальный момент.

В дальнейшем, благодаря трению, свободные колебания затухнут и останутся лишь вынужденные колебания системы. Эти колебания должны в каждый данный момент как-то соответствовать возмущающей силе, или, что то же, — осциллографируемому току. Решение уравнений (36a) и (36b) должно дать ответ на вопрос, в какой мере это соответствие выполняется в несимметричном шлейфе. Для простоты в уравнениях (36a) и (36b) введем следующие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} \frac{S_1}{I} = N_1; \quad \frac{S_2}{I} = N_2; \quad \frac{S_3}{M} = N_3; \quad \frac{S_4}{I} = N_4; \quad \frac{S_5}{I} = N_5; \\ \frac{S_6}{I} = N_6; \quad \frac{S_7}{M} = N'_1; \quad \frac{2S_8}{M} = N'_2; \quad \frac{L_{\max}}{I} = L_{\max}. \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

Кроме того, для простоты будем считать начальную фазу внешнего момента сил или, что то же, — начальную фазу электрического тока $\delta = 0$. Тогда уравнения (36a) и (36b) будут иметь следующее выражение:

$$\varphi'' + N_1\varphi' + N_2y' + N_3\varphi + N_4y = L_{\max} \sin pt, \quad (36c)$$

$$y'' + N_5y + N'_1\varphi' + N'_2\varphi' + N_6y = 0. \quad (36)$$

Так же как и для случая колебаний системы с одной степенью свободы следует предположить, что вынужденные колебания будут иметь некоторый сдвиг по отношению к возмущающей силе.

Поэтому решение должно быть представлено в следующем виде:

$$\varphi = B_{\varphi 1} \sin pt + B_{\varphi 2} \cos pt. \quad (56a)$$

$$y = B_{y 1} \sin pt + B_{y 2} \cos pt. \quad (56b)$$

Для нахождения $B_{\varphi 1}$, $B_{\varphi 2}$, $B_{y 1}$ и $B_{y 2}$ подставим (56a) и (56b) в уравнения (36a) и (36b).

После подстановок имеют место следующие выражения:

$$\begin{aligned} -B_{\varphi 1}p^2 \sin pt - B_{\varphi 2}p^2 \cos pt + N_1B_{\varphi 1}p \cos pt - N_1B_{\varphi 2}p \sin pt + \\ + N_2B_{y 1}p \cos pt - N_2B_{y 2}p \sin pt + N_3B_{\varphi 1} \sin pt + N_4B_{\varphi 2} \cos pt + \\ + N_5B_{y 1} \sin pt + N_6B_{y 2} \cos pt = L_{\max} \sin pt. \end{aligned} \quad (57a)$$

$$\begin{aligned} -B_{y 1}p^2 \sin pt - B_{y 2}p^2 \cos pt + N'_1B_{\varphi 1}p \cos pt - N'_2B_{\varphi 2}p \sin pt + \\ + N'_1B_{\varphi 1} \cos pt - N'_2B_{\varphi 2} \sin pt + N_5B_{y 1} \sin pt + N_6B_{y 2} \cos pt + \\ + N_6B_{y 1} \sin pt + N_6B_{y 2} \cos pt = 0. \end{aligned} \quad (57b)$$

Для того чтобы написанные равенства тождественно выполнялись для любого момента времени t , необходимо равенство коэффициентов соответственно при $\sin pt$ и $\cos pt$ в обеих частях уравнений (57a) (57b).

Следовательно, имеют место следующие соотношения:

$$B_{\gamma_1}(N_4 - p^2) - B_{\gamma_2}N_1p + B_{\gamma_1}N_0 - B_{\gamma_2}N_2p = L_{I \max} \quad (58)$$

$$B_{\gamma_2}N_1p + B_{\gamma_2}(N_4 - p^2) + B_{\gamma_1}N_2p + B_{\gamma_2}N_0 = 0. \quad (59)$$

$$B_{\gamma_1}N_0' + B_{\gamma_2}N_2'p + B_{\gamma_1}(N_0 - p^2) - B_{\gamma_2}N_3p = 0. \quad (60)$$

$$B_{\gamma_1}N_2'p + B_{\gamma_2}N_0' + B_{\gamma_1}N_3p + B_{\gamma_2}(N_0 - p^2) = 0. \quad (61)$$

Из написанных выше уравнений можно определить B_{γ_1} , B_{γ_2} , B_{γ_1} и B_{γ_2} . Определитель 4-го порядка, при помощи которого находятся искомые коэффициенты, имеет следующий вид:

$$\Delta = \begin{vmatrix} N_4 - p^2 & -N_1p & N_0 & -N_2p \\ N_1p & N_4 - p^2 & N_2p & N_0 \\ N_0' & +N_2'p & N_0 - p^2 & -N_3p \\ N_2'p & N_0 & N_3p & N_0 - p^2 \end{vmatrix}$$

Постараемся избежать чрезвычайно громоздкого выражения развернутого определителя 4-го порядка путем введения в рассмотрение комплексных величин. Именно, будем искать решение вынужденных колебаний в комплексной форме:

$$\varphi = B_{\varphi}e^{jpt}, \quad (62a)$$

$$y = B_{\psi}e^{jpt}, \quad (62b)$$

предполагая, что свободный член в уравнении (36с) имеет вид $L_{\max}e^{jpt}$.

После нахождения решения в виде формул (62a) и (62b), необходимо отделить мнимую часть, которая и будет решением уравнений (36с) и (36).

Подставляя выражения (62a) и (62b) в уравнения (36a) и (36b) и сокращая на e^{jpt} , будем иметь:

$$-B_{\varphi}p^2 + B_{\varphi}jpN_1 + B_{\psi}jpN_2 + B_{\varphi}N_0 + B_{\psi}N_0 = L_{I \max} \quad (63a)$$

$$-B_{\psi}p^2 + B_{\psi}jpN_3 + B_{\varphi}jpN_2' + B_{\psi}N_0' + B_{\varphi}N_0 = 0. \quad (63b)$$

или

$$B_{\varphi}(N_0 - p^2 + jpN_1) + B_{\psi}(N_0 + jpN_2) = L_{I \max} \quad (63c)$$

$$B_{\psi}(N_0' + jpN_3) + B_{\varphi}(N_0 - p^2 + jpN_2) = 0. \quad (63d)$$

Для нахождения B_{φ} и B_{ψ} имеем следующие определители:

$$\Delta = \begin{vmatrix} N_0 - p^2 + jpN_1 & N_0 + jpN_2 \\ N_0' + jpN_3 & N_0 - p^2 + jpN_2 \end{vmatrix} \quad (64a)$$

$$\Delta_{\varphi} = \begin{vmatrix} L_{I \max} & N_0 + jpN_2 \\ 0 & N_0 - p^2 + jpN_2 \end{vmatrix} \quad (64b)$$

$$\Delta_{\psi} = \begin{vmatrix} N_0 - p^2 + jpN_1 & L_{I \max} \\ N_0' + jpN_3 & 0 \end{vmatrix} \quad (64c)$$

$$B_x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{L_{J \max} (N_0 - p^2 + jpN_3)}{(N_4 - p^2 + jpN_1)(N_0 - p^2 + jpN_3) - (N_1 + jpN_2)(N_0 + jpN_2)} \quad (65a)$$

$$B_y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = - \frac{L_{J \max} (N_0' + jpN_2')}{(N_4 - p^2 + jpN_1)(N_0 - p^2 + jpN_3) - (N_1 + jpN_2)(N_0 + jpN_2)} \quad (65b)$$

Коэффициенты искоемых решений B_x и B_y оказались комплексными. Этого и следовало ожидать, так как вынужденные колебания имеют некоторый сдвиг фаз по отношению к возмущающей силе. Этот сдвиг находится делением полученных амплитуд на мнимую и вещественную части.

Рассмотрим полученные выражения для B_x и B_y , причем для удобства анализа будем оперировать с величинами, обратными B_x и B_y , т. е. исследуем

$$B_x' = \frac{1}{B_x} \quad \text{и} \quad B_y' = \frac{1}{B_y}, \quad (66)$$

как это следует из формул (65a) и (65b),

$$B_x' = \frac{N_4 - p^2 + jpN_1}{L_{J \max}} \frac{N_1 N_0' - p^2 N_0 N_0' + jp(N_2 N_0' + N_2' N_0)}{L_{J \max} (N_0 + p^2 + jpN_3)}, \quad (66a)$$

$$B_y' = - \frac{(N_4 - p^2 + jpN_1)(N_0 - p^2 + jpN_3)}{L_{J \max} (N_0' + jpN_2')} + \frac{N_1 + jpN_2}{L_{J \max}}. \quad (66b)$$

Из формул 66a и 66b следует, что при отсутствии несимметрии цепи, т. е. когда $N_2 = N_2' = N_3 = N_3' = 0$, получается обычное выражение для амплитуды вынужденных колебаний системы с одной степенью свободы.

В наших обозначениях мы будем иметь для этого случая:

$$B_x' = \frac{N_4 - p^2 + jpN_1}{L_{J \max}} \quad \text{и} \quad B_y' = \frac{L_{J \max}}{N_4 - p^2 + jpN_1} = \frac{L_{J \max}}{\sqrt{(N_4 - p^2)^2 + p^2 N_1^2}} e^{-\arctg \frac{pN_1}{N_4 - p^2}} \quad (67)$$

и

$$B_y' = \infty, \quad \text{следовательно,} \quad B_y = 0. \quad (68)$$

Если выражения (66a) и (66b) написать, пользуясь показательной формой комплексного числа, то для B_x' и B_y' будем иметь следующие выражения

$$B_x' = \frac{\sqrt{(N_4 - p^2)^2 + p^2 N_1^2} e^{j\beta_1}}{L_{J \max}} - \frac{\sqrt{(N_1 N_0' - p^2 N_0 N_0')^2 + p^2 (N_2 N_0' + N_2' N_0)^2}}{L_{J \max} \sqrt{(N_0 - p^2)^2 + p^2 N_3^2}} e^{j(\beta_2 - \beta_0)}, \quad (69a)$$

где

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \delta_1 &= \frac{pN_1}{N_4 - p^2}, \\ \operatorname{tg} \delta_2 &= \frac{p(N_2N_2' + N_1'N_2)}{N_2N_2' - pN_2N_1'}, \\ \operatorname{tg} \delta_3 &= \frac{pN_2}{N_4 - p^2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_{\varphi'} &= \frac{V[(N_4 - p^2)^2 + p^2N_1'^2][(N_2 - p^2)^2 + p^2N_2'^2] e^{j(\delta_1 + \delta_2 - \delta_3)}}{L_{f \max} V N_2'^2 + p^2N_2'^2} + \\ &+ \frac{V N_2^2 + p^2N_2'^2}{L_{f \max}} e^{j\delta_3}, \end{aligned} \quad (69b)$$

где

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \delta_4 &= \frac{pN_2'}{N_4'}, \\ \operatorname{tg} \delta_5 &= \frac{pN_2}{N_4}. \end{aligned}$$

Рассмотрим величину $B_{\varphi'}$ для некоторых частных случаев.

Пусть натяжения полосок равны: $T_1 = T_2$. Тогда $N_2 = N_2' = 0$ и формула (69a) имеет вид:

$$B_{\varphi'} = \frac{V(N_4 - p^2)^2 + p^2N_1'^2 e^{j\delta_1}}{L_{f \max}} - \frac{p^2N_2N_2' e^{-j(N_2 + \pi)}}{L_{f \max} V(N_4 - p^2)^2 + p^2N_2'^2}. \quad (70)$$

Если

$$\operatorname{arctg} \frac{pN_1}{N_4 - p^2} = \operatorname{arctg} \frac{pN_2}{p^2 - N_4} - \pi,$$

то

$$B_{\varphi'} = \frac{1}{L_{f \max}} \left[V(N_4 - p^2)^2 + p^2N_1'^2 - \frac{p^2N_2N_2'}{V(N_4 - p^2)^2 + p^2N_2'^2} \right] e^{j\delta_1}. \quad (71)$$

Пусть зеркальце наклеено симметрично, тогда $N_2 = N_2' = 0$

и

$$B_{\varphi'} = \frac{V(N_4 - p^2)^2 + p^2N_1'^2 e^{j\delta_1}}{L_{f \max}} - \frac{N_2N_2' e^{-j\delta_3}}{L_{f \max} V(N_4 - p^2)^2 + p^2N_2'^2}.$$

Если шлейф работает на частоте, лежащей между двумя собственными частотами колебания, то может иметь место соотношение $\delta_1 = -\delta_3$.

Тогда

$$B_{\varphi'} = \left[\frac{V(N_4 - p^2)^2 + p^2N_1'^2}{L_{f \max}} - \frac{N_2N_2'}{L_{f \max} V(N_4 - p^2)^2 + p^2N_2'^2} \right] e^{j\delta_1}. \quad (72)$$

¹ $\delta_3 \rightarrow -\pi$ при $N_2 = 0$.

Правда, в этом случае шлейф работал бы со спадающей частотной характеристикой, как это следует из формулы (72). Решение вынужденных колебаний в соответствии с обозначениями (62a), (62b), (65a) и (65b) имеет вид:

$$\varphi = \frac{\Delta_{\varphi}}{\Delta} \sin pt, \quad (73a)$$

$$y = \frac{\Delta y}{\Delta} \sin pt, \quad (73b)$$

где Δ_{φ} , Δy и Δ в общем случае являются величинами комплексными. Этим обстоятельством и характеризуется наличие сдвига по фазе между внешним воздействием и вызываемыми им вынужденными колебаниями.

Автором были произведены опыты по определению фазового сдвига между током, проходящим через шлейф, и вызываемыми им колебаниями. Для этой цели была использована схема, изображенная на рис. 11 (стр. 45).

Идея предложенной Уиттрофт¹ схемы заключается в том, что от зеркала колеблющейся петли направляется пучок света на фотоэлемент.

Ток фотоэлемента появляется мгновенно, как только пучок света попадает на зеркало фотоэлемента. Попадание пучка света на зеркальце синхронно с поворотом колеблющейся петли. Уравневав потенциалом ток шлейфа и ток фотоэлемента, мы из элементарных подсчетов получим угол сдвига между током шлейфа и током фотоэлемента, а, следовательно, и между током шлейфа и вызываемыми им колебаниями. Рассмотрим момент равновесия по схеме (рис. 11). В момент компенсации должно иметь место уравнение равновесия электродвижущих сил и падений напряжения в уравновешиваемой части потенциометра.

Можно, следовательно, написать следующее уравнение равновесия:

$$\frac{I_2}{\frac{1}{R_2} + j\omega C} = I_1 (R_1 + j\omega C). \quad (74)$$

Здесь I_2 — ток фотоэлемента; $j = \sqrt{-1}$; I_1 — ток шлейфа; R_1 , R_2 , C и M — сопротивления, емкость и взаимная индукция, показанные на схеме.

Как это следует из уравнения (74),

$$\begin{aligned} \frac{I_2}{I_1} &= (R_1 + j\omega M) \left(\frac{1}{R_2} + j\omega C \right) = \\ &= \sqrt{(R_1^2 + \omega^2 M^2) \left(\frac{1}{R_2^2} + \omega^2 C^2 \right)} e^{j \left(\arctg \frac{\omega M}{R_1} + \arctg \omega C R_2 \right)}. \end{aligned} \quad (75)$$

¹ Wheateroff, „Journal of Scientific Instruments“, 1931.

Результаты измерений приведены в нижеследующей таблице:

ω	R_1	$M \text{ mH}$	$C \text{ }\mu\text{F}$	R_2	ε_1
Шлейф с постоянным магнитом № 133 в масле					
800	5	-2,90	1,50	500	31
1000	5	-2,40	1,00	460	39
1200	6	-1,90	0,80	300	51
1400	6	-1,80	0,50	250	62
1600	7	-1,75	0,33	250	72
1800	7	-1,75	0,20	250	80
2000	7	-1,25	0,18	250	83
2200	8	-1,20	0,14	290	86
2400	8	-1,10	0,12	350	83
2600	8	-1,00	0,11	440	80
Шлейф № 133 с воздушным демпфированием					
800	8	3,25	1,05	500	47
1200	9	2,50	0,79	400	48
1600	9	1,70	0,69	400	47
2000	7	1,50	0,60	400	39
2400	6	1,30	0,53	380	35
2800	4	0,70	0,30	300	50

Кривые, построенные по этим данным (рис. 12), не имеют того характера, который соответствовал бы уравнению

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{2c\omega}{k^2 - p^2}$$

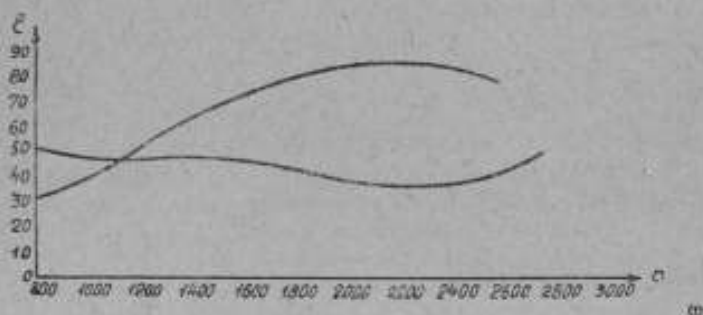


Рис. 12.

Наиболее характерным обстоятельством, на которое следует обратить внимание является то, что разность углов сдвига или соответственных частот при демпфировании маслом и воздушном меняет свои знаки. В произведенных измерениях наиболее достоверными являются не сдвиги ε_1 и ε_2 при демпфировании маслом и воздушном, а их разности. Дело

в том, что ток фотозлемента усиливался, а усилитель, благодаря наличию емкостей, мог внести некоторые искажения. Эти искажения при вычитании углов уничтожаются.

Из формулы $\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{2c\rho}{k^2 - p^2}$ следует, что

$$\operatorname{tg} \varepsilon_1 = \frac{2c_1\rho}{k^2 - p^2} \quad \text{и} \quad \operatorname{tg} \varepsilon_2 = \frac{2c_2\rho}{k^2 - p^2}.$$

где ε_1 и c_1 соответствуют воздушному демпфированию, ε_2 и c_2 — демпфированию маслом.

Отсюда, вычитая, имеем

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \operatorname{arctg} \frac{2\rho(c_1 - c_2)}{(k^2 - p^2)(1 + \operatorname{tg} \varepsilon_1 \operatorname{tg} \varepsilon_2)}. \quad (76)$$

Из формулы (76) следует, что до резонанса $\varepsilon_1 - \varepsilon_2 > 0$. Таким образом имеет место расхождение экспериментальных кривых с положениями теории колебаний системы с одной степенью свободы, подобно тому, как это мы имели и для резонансной кривой (см. рис. 12).

Это расхождение может быть объяснено только гораздо более сложными зависимостями сдвигов от частоты в случае несимметричного шлейфа, как это, впрочем, видно из выражений амплитуд колебаний системы с двумя степенями свободы.

АНАЛИЗ ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ ГЕНЕРАТОРОВ КОЛЬПИТСА И ГАРТЛЕЯ, СТАБИЛИЗОВАННЫХ ПЬЕЗО-КВАРЦЕМ

Среди схем ламповых генераторов эталонной частоты встречаются схемы с емкостной (Кольпитса) и индуктивной (Гартлея) связью, в которых применена стабилизация по частоте при помощи пьезо-кварца.

Общей характерной чертой обеих схем является способ включения кварца: пьезо-кварцевая пластинка в держателе включается вместо конденсатора сетки.

Задачей настоящей работы является вывод формул угловой частоты и условия самовозбуждения обеих схем.

Ввиду некоторой сложности схем установление точной формулы генерируемой частоты затруднительно. Как мы увидим далее, полученные формулы даже при известных допущениях при их выводе несколько сложны. Они могут быть названы приближенными, поскольку они учитывают лишь влияние наиболее существенных элементов схемы.

Приводимые ниже выводы сделаны нами в рамках квазилинейной теории в предположении отсутствия в схеме сеточного тока и при пренебрежении активными сопротивлениями анодного контура и контура, эквивалентного пьезо-кварцу.

Рассмотрим сперва схему Кольпитса (Colpitts) с кварцевой стабилизацией (рис. 1). Ввиду того, что колеблющаяся кварцевая пластинка эквивалентна индуктивной нагрузке, предположим при составлении эквивалентной схемы кварцевую пластинку включенной параллельно катушке самонадукции колебательного контура в анодной цепи лампы.

На эквивалентной схеме (рис. 2) обозначены: R_l — среднее внутреннее сопротивление лампы, $\bar{Z}_a = jX_a = -\frac{j}{\omega C_a}$, где C_a — емкость конденсатора контура, включенная между анодом и катодом, $\bar{Z}_g = -jX_g = -\frac{j}{\omega C_g}$, где C_g — емкость контура между сеткой и катодом,

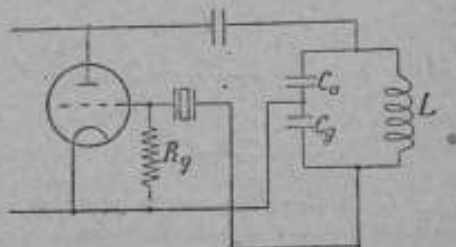


Рис. 1.

$\bar{Z}_m' = jx_m' = j \frac{x_L \cdot x_q}{x_L + x_q}$, где x_L — индуктивное сопротивление катушки контура, x_q — реактивное сопротивление кварца.

Написав для эквивалентной схемы систему трех уравнений Кирхгофа в комплексной форме, составив по коэффициентам при силах тока в этих уравнениях определитель и приравняв его нулю, находим условие самовозбуждения и угловую частоту.

Первое имеет вид:

$$(\mu + 1)x_g + x_m' = 0. \quad (1)$$

Для его удовлетворения необходимо, чтобы x_g и x_m' были разных знаков, как это и имеется в рассматриваемой схеме.

Угловая частота определится из уравнения

$$x_g + x_m' + x_a = 0, \quad (2)$$

которое после подстановки в него значений реактивных сопротивлений приобретает вид:

$$\omega^4 - \frac{b}{a} \omega^2 + \frac{c}{a} = 0, \quad (3)$$

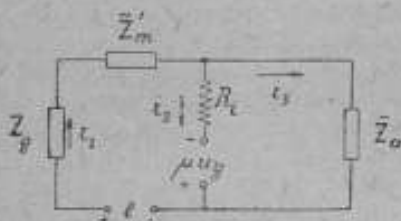


Рис. 2.

где:

$$a = C_2 C_a + C_2 C_g + C_a C_g,$$

$$b = LC_a C_1 + LC_a C_2 + LC_g C_1 + LC_g C_2 + L_1 C_a C_1 + L_1 C_1 C_g + LC_a C_g,$$

$$c = C_a + C_g,$$

L_1 , C_1 и C_2 — параметры контура, эквивалентного кварцу.

Определив коэффициент связи между колебательным контуром и контуром, эквивалентным кварцу,

$$k = \sqrt{\frac{C_{ag}^2}{(C_{2g} + C_2) \left[C_{ag} \left(1 + \frac{C_2}{C_1} \right) + \frac{C_a C_g}{C_a + C_g} \left(1 + \frac{C_2}{C_1} + \frac{C_{ag}}{C_1} \right) \right]}}, \quad (4)$$

и введя его в уравнение (3), представим (3) в виде:

$$\omega^4 - (\omega_a^2 + \omega_q^2) \omega^2 + \omega_a^2 \omega_q^2 (1 - k^2) = 0. \quad (5)$$

В этом последнем уравнении обозначены: угловая частота анодного контура

$$\omega_a = \frac{1}{\sqrt{LC_a}}, \quad (6)$$

где

$$C_a' = \frac{C_a C_g}{C_a + C_g} + \frac{C_2 C_{ag}}{C_2 + C_{ag}},$$

и угловая частота кварца

$$\omega_q = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1'}} \quad (7)$$

где

$$C_1' = \frac{C_1 C_2 (C_a C_g + C_g C_{ag} + C_a C_{ag}) + C_1 C_a C_g C_{ag}}{(C_1 + \frac{1}{2} C_2) (C_a C_g + C_g C_{ag} + C_a C_{ag}) + C_a C_g C_{ag}}$$

В уравнении (5) следует отбросить два отрицательных корня, как не имеющие физического смысла для угловой частоты.

Рассматриваемая схема представляет систему из двух связанных колебательных контуров: кварц и анодный контур. Легко показать, что в этой системе возбуждается быстрая частота связи.

Тогда получаем формулу генерируемой угловой частоты в виде:

$$\omega = \sqrt{\frac{\omega_a^2 + \omega_q^2}{2}} + \sqrt{\left(\frac{\omega_a^2 + \omega_q^2}{2}\right)^2 - \omega_a^2 \omega_q^2 (1 - k^2)} \quad (8)$$

с приведенными выше обозначениями.

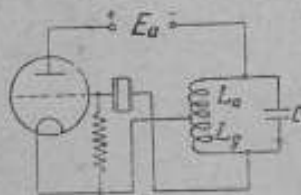


Рис. 3.

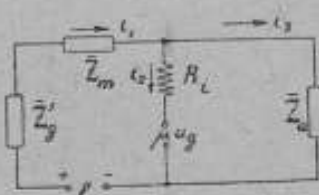


Рис. 4.

Далее рассмотрим схему Гартлея (Hartley), стабилизированную кварцем (рис. 3). Теперь при составлении эквивалентной схемы полагаем, что кварц включен параллельно части L_g катушки самоиндукции контура, что между анодом и катодом включена индуктивность, а между анодом и сеткой — емкость C . Обозначения, относящиеся к эквивалентной схеме (рис. 4), будут:

$$\bar{Z}_g' = jx_g' = \frac{j\omega L_g (1 - \omega^2 L_1 C_1)}{(1 - \omega^2 L_1 C_1) (1 - \omega^2 L_g C_g) - \omega^2 L_g C_1}$$

$$\bar{Z}_m = -\frac{j}{\omega C},$$

$$\bar{Z}_a = jx_a = j\omega L_a.$$

Применение описанного выше метода анализа дает в случае схемы Гартлея условие самовозбуждения в виде

$$(\mu + 1)x_g' + x_m = 0, \quad (9)$$

указывающее на возможность возбуждения колебаний.

Для определения угловой частоты получаем уравнение 6-й степени:

$$a\omega^6 - b\omega^4 + c\omega^2 - 1 = 0, \quad (10)$$

где

$$a = L_1 L_a L_g C_1 C_2 C,$$

$$b = L_1 L_g C_1 C + L_1 L_a C_1 C_2 + L_a L_g C_1 C + L_a L_g C_2 C + L_1 L_g C_1 C_2,$$

$$c = L_1 C_1 + L_2 C + L_a C + L_g C_1 + L_g C_2.$$

Обозначив ω^2 через y , приводим (10) к виду

$$y^3 - \frac{b}{a} y^2 + \frac{c}{a} y - \frac{1}{a} = 0.$$

Решая это уравнение, находим:

$$\omega = \sqrt{x + \frac{b}{3a}}, \quad (11)$$

где

$$x = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} - \frac{p}{3\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}},$$

где

$$p = \frac{c}{a} - \frac{b^2}{3a^2}$$

$$q = \frac{b^3}{9a^2} - \frac{b^3}{9a^3} + \frac{bc}{3a^2} - \frac{1}{a}.$$

Полное решение требует введения в (10) коэффициента связи. Из произведенного анализа следует, что в схеме Гартля со стабилизирующей кварцем возможно возникновение одной из трех частот (три отрицательных корни отбрасываем как неудовлетворяющие физическому смыслу). Ввиду большей склонности к многочастотности применение кварцевой схемы Гартля следует признать менее желательным, чем кварцевой схемы Кольпитса.

При анализе неустойчивости частоты обеих рассматриваемых схем, мы исходим из влияния на частоту гармонических составляющих анодного тока и напряжения. По условию стабильности частоты, сумма реактивных мощностей гармонических составляющих должна быть равна нулю, что приводит к известному уравнению:

$$\left| \frac{1}{Z_1} \right| + \sum_{k=2}^{k=\infty} \left| \frac{k}{Z_k} \right| \frac{U_{mk}^2}{U_{m1}^2} = 0, \quad (12)$$

где через k обозначен порядок гармоник, U_{m1} и U_{mk} — амплитуды напряжения основного колебания и гармоник, Z_1 и Z_k — полные сопротивления для основной частоты и k -той гармоники, знак $||$ означает мнимые части полных проводимостей.

Решая (12) для рассматриваемых здесь схем, находим относительное отклонение угловой частоты стабилизированных кварцем схем:

1) генератора Кольпитса

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \approx \frac{1}{2\mu} \sum_{k=2}^{k=\infty} \left\{ \frac{2k^4 + (\mu-1)k^2}{2k^2 - 1} \right\} \frac{U_{mk}^2}{U_{m1}^2}, \quad (13)$$

2) генератора Гартлея

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \approx -\frac{1}{\mu} \frac{2C}{C_1} \sum_{k=2}^{k=\infty} \left\{ \frac{k^2(\mu-1) + 1}{k^2 - 1} \right\} \frac{U_{mk}^2}{U_{m1}^2}, \quad (14)$$

где C — емкость конденсатора контура и C_1 — эквивалентная емкость кварца.

Сравнение (13) и (14) указывает на лучшую стабильность частоты генератора Кольпитса.

ИЗМЕРЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ ОБРАЗЦОВЫХ КАТУШЕК МЕТОДОМ ЗАМЕЩЕНИЯ В СХЕМЕ МОСТА ВИТСТОНА

Метод замещения в схеме моста Витстона позволяет измерять с высокой степенью точности сопротивление, близкие по своему значению к $10^6 \Omega$, при $n = 0; 1; 2; 3; 4; 5$, и может быть с успехом применен для проверки или подгонки образцовых катушек сопротивления, сопротивлений образцовых лабораторных приборов и т. п.; при этом, чем ближе действительное значение измеряемого сопротивления к его номинальному значению, тем выше получается точность измерения. Кроме сравнительно высокой точности, этот метод обладает еще рядом положительных качеств, а именно:

- 1) Измерительная схема проста и может быть собрана из аппаратуры, имеющейся налицо в любой электроизмерительной лаборатории, так как высокой точности от аппаратуры не требуется.
- 2) Процесс измерения и подсчет результата требуют малой затраты времени и настолько просты, что могут быть выполнены поверителем, не имеющим высокой квалификации.
- 3) Результат измерения в очень малой степени зависит от температуры окружающего воздуха.

1. Теория

В основу метода положена схема моста Витстона с плечами, равными между собой по номинальному значению и равными номинальному значению измеряемого сопротивления.

Принципиальная схема соединений приведена на рис. 1 и представляет собою схему моста Витстона, в которой плечи a, b, c постоянные; в четвертое же плечо d , в точках k и k' включаются попеременно образцовое сопротивление R_N и измеряемое сопротивление R_x , причем каждый раз равновесие моста достигается регулировкой сопротивления, шунтирующего в первом случае образцовое сопротивление и во втором — измеряемое сопротивление. Соответствующие значения шунтирующего сопротивления, необходимые для равновесия моста, назовем $R_{шN}$ и $R_{шx}$.

Сопротивления, составляющие плечи моста, имеют равные номинальные значения, т. е. $R_a = R_b = R_c = R_N = R_x$. Если и действительные значения их равны между собою, т. е. $[R_a] = [R_b] = [R_c] = [R_N] = [R_x]$ то шунтирующие сопротивления, необходимые для равновесия моста

$R_{шN}$ и $R_{шX}$ также равны между собою и имеют значение бесконечности, т. е. $R_{шN} = R_{шX} = \infty$. Если действительные значения сопротивлений плеч таковы, что

$$\frac{[R_b]}{[R_a]} > \frac{[R_N]}{[R_c]}$$

или

$$\frac{[R_b]}{[R_a]} > \frac{[R_x]}{[R_c]},$$

то равновесие моста вообще не может быть достигнуто шунтированием R_N или R_x . Таким образом, соотношения между действительными зна-

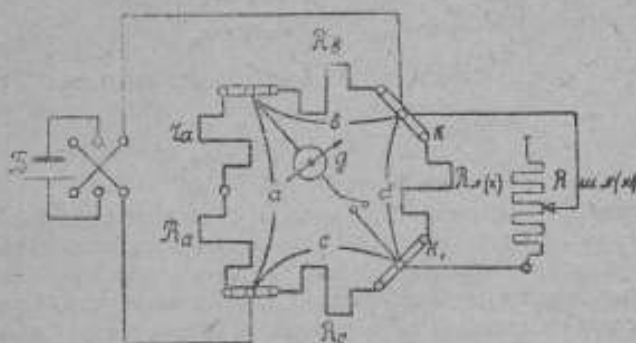


Рис. 1.

чениями сопротивлений плеч моста необходимо подбирать так, чтобы всегда

$$\frac{[R_b]}{[R_a]} < \frac{[R_N]}{[R_c]}$$

или

$$\frac{[R_b]}{[R_a]} < \frac{[R_x]}{[R_c]}.$$

Для того чтобы равновесие моста всегда могло быть достигнуто шунтированием R_x и R_N , на схеме (рис. 1) последовательно с сопротивлением R_a включено добавочное сопротивление r_a . Соответствующим выбором сопротивления r_a всегда можно получить для шунтирующих сопротивлений величину желаемого порядка. С той же целью можно соответствующим образом уменьшить сопротивление плеч b или c . Измерение по схеме (рис. 1) заключается в следующем: к контактам k и k_1 присоединяется образцовая катушка сопротивления R_N и находится значение шунтирующего сопротивления $R_{шN}$, необходимое для равновесия моста. Затем на место образцового сопротивления включается измеряемое сопротивление R_x и снова находится значение шунтирующего сопротивления, которое теперь назовем $R_{шX}$, устанавливающее равновесие моста.

Первое измерение дает:

$$\frac{R_b}{R_c + r_a} = \frac{R_N \cdot R_{wN}}{R_N + R_{wN}} \cdot \frac{1}{R_c} \quad (1)$$

Второе измерение дает:

$$\frac{R_b}{R_c + r_a} = \frac{R_x \cdot R_{w_x}}{R_x + R_{w_x}} \cdot \frac{1}{R_c} \quad (2)$$

Сопоставляя оба равенства, получаем:

$$\frac{R_N \cdot R_{wN}}{R_N + R_{wN}} = \frac{R_x \cdot R_{w_x}}{R_x + R_{w_x}}$$

откуда, путем соответствующих преобразований, получаем:

$$\frac{1}{R_x} = \frac{1}{R_N} + \frac{1}{R_{wN}} - \frac{1}{R_{w_x}} \quad (3)$$

Как видно из равенства (3), плечи a , b и c не входят в результат измерения, при основном условии постоянства сопротивлений этих плеч при первом и втором измерении. Это условие может быть достигнуто, во-первых, постоянством всех соединительных контактов, которые должны быть сделаны надежно и в процессе измерения не должны подвергаться никаким изменениям; во-вторых, постоянством температуры. Если первое и второе измерения следуют непосредственно друг за другом, то в лабораторных условиях можно считать, что температура в процессе измерения остается постоянной. Все же медные провода, соединяющие плечи между собою, должны быть большого сечения и короткие (медные шинки), в особенности при измерении небольших сопротивлений (в 10 Ω и 1 Ω), во избежание влияния температурного изменения их сопротивлений.

Из числа сопротивлений соединительных проводов измерительной схемы в результат измерения входят только соединительные провода к шунтирующему сопротивлению в виде слагаемых к R_{wN} и R_{w_x} , но так как последние входят в расчетную формулу с разными знаками и представляют собою сопротивления одного и того же порядка, то на окончательный результат они большого влияния не оказывают, имея по сравнению с R_{wN} и R_{w_x} ничтожно малые сопротивления.

Сопротивления переходных контактов k и k_1 входят слагаемыми к сопротивлениям R_N и R_x . Эти контакты переменные. Если значения их сопротивлений при включении R_N и R_x различны, то результат измерения искажается на величину разности между сопротивлениями контактов при первом и втором измерениях. Если переходные сопротивления k и k_1 представляют собою ртутные контакты или медные пластинки с тщательно вычищенными контактными поверхностями, плотно зажимающиеся при помощи винтов, то разность в сопротивлениях переходных контактов можно принять, во всяком случае, не превосходящей 0,00001 Ω , так

как в практике лаборатории электрических токов и напряжений ВНИИМ сопротивления такого рода не превосходят 0,000005 Ω .

В качестве сопротивлений плеч моста R_a , R_b , R_c и r_a могут служить образцовые катушки или же соответствующие катушки из магазина сопротивлений (штупельного). В последнем случае вместо увеличения сопротивления плеча a удобнее плечо c уменьшать на соответствующую величину, выключая из магазина ту или иную катушку малого сопротивления. В качестве шунтирующего магазина удобнее всего употребить рычажный магазин сопротивлением в 100 000 Ω с последовательно включенным магазином, состоящим из десяти катушек по 100 000 Ω (при измерении больших сопротивлений).

2. Погрешности измерения

Определим наибольшую относительную погрешность измерения, для чего вернемся к равенству (3):

$$\frac{1}{R_x} = \frac{1}{R_N} + \frac{1}{R_{wN}} - \frac{1}{R_{wx}}$$

Наибольшая абсолютная погрешность

$$\Delta_a \left(\frac{1}{R_x} \right) = \frac{\Delta_a(R_N)}{R_N^2} + \frac{\Delta_a(R_{wN})}{R_{wN}^2} + \frac{\Delta_a(R_{wx})}{R_{wx}^2};$$

наибольшая относительная погрешность

$$\Delta \left(\frac{1}{R_x} \right) = \frac{\Delta_a \left(\frac{1}{R_x} \right)}{\frac{1}{R_x}} = \frac{\Delta_a(R_N) \cdot R_x}{R_N^2} + \frac{\Delta_a(R_{wN}) \cdot R_x}{R_{wN}^2} + \frac{\Delta_a(R_{wx}) \cdot R_x}{R_{wx}^2};$$

по условию,

$$R_x \cong R_N,$$

следовательно:

$$\Delta \left(\frac{1}{R_x} \right) = \frac{\Delta_a(R_N)}{R_N} + \frac{\Delta_a(R_{wN}) \cdot R_N}{R_{wN}^2} + \frac{\Delta_a(R_{wx}) \cdot R_x}{R_{wx}^2}$$

или, так как

$$\Delta_a(R_{wN}) = \Delta(R_{wN}) \cdot R_{wN};$$

$$\Delta_a(R_{wx}) = \Delta(R_{wx}) \cdot R_{wx}$$

и

$$\Delta_a(R_N) = \Delta(R_N) \cdot R_N,$$

то

$$\Delta \left(\frac{1}{R_x} \right) = \Delta R_N + \frac{\Delta(R_{wN}) \cdot R_N}{R_{wN}} + \frac{\Delta(R_{wx}) \cdot R_x}{R_{wx}}. \quad (4)$$

Из равенства (4) видно, что $\Delta\left(\frac{1}{R_x}\right)$ тем меньше, чем меньше отношения $\frac{R_N}{R_{wN}}$ и $\frac{R_x}{R_{wx}}$; следовательно нужно стараться, чтобы шунтирующие сопротивления были возможно больше.

Образцовая катушка R_N представляет собою рабочий эталон и действительное значение ее сопротивления известно с точностью до 0,0001% (по свидетельству эталонной электрической лаборатории ВНИИМ).

Погрешности сопротивлений шунтирующего магазина можно положить не превышающими 0,1%. Таким образом

$$\Delta\left(\frac{1}{R_x}\right) = \pm \left(0,0001 + \frac{0,1R_N}{R_{wN}} + \frac{0,1R_x}{R_{wx}} \right) \% \quad (5)$$

Формула (5) дает для величины $\Delta\left(\frac{1}{R_x}\right)$ сильно преувеличенное значение. Действительно: R_{wN} и R_{wx} представляют собою сопротивления одного и того же магазина и входят в расчетную формулу (3) с обратными знаками, следовательно погрешности тех катушек магазина, которые входят в состав шунтирующего сопротивления при обоих этапах измерения взаимно уничтожаются.

Таким образом, в формуле (4) под $\Delta(R_{wN})$ и $\Delta(R_{wx})$ следует понимать 0,1% от значения тех катушек магазина, которые в обоих случаях различны. Если сопротивление этих катушек составляет $\frac{1}{k}$ от сопротивления шунта, то ΔR_{wN} или ΔR_{wx} равны $\frac{0,1\%}{k}$. Таким образом, формула (5) принимает вид:

$$\Delta\left(\frac{1}{R_x}\right) = \pm \left(0,0001 + \frac{0,1 \cdot R}{k \cdot R_{wN}} + \frac{0,1 \cdot R_x}{k \cdot R_{wx}} \right) \% \quad (6)$$

В дальнейшем при вычислении наибольшей относительной погрешности будем пользоваться формулой (4), как соответствующей более общему случаю.

При заданных значениях ΔR_N и $\Delta R_{wx} = \Delta R_{wN}$ точность результата измерения определяется отношениями $\frac{R_N}{R_{wN}}$ и $\frac{R_x}{R_{wx}}$. Если погрешность измерения не должна превосходить десятитысячных долей процента, то очевидно R_{wN} и R_{wx} должны быть порядка 1000 R_N . При равных действительных значениях сопротивлений плеч моста, т. е. при

$$[R_a] = [R_b] = [R_c] = [R_N],$$

для соблюдения этого условия необходимо плечо b или плечо c уменьшить на 0,1%, или же плечо a увеличить на ту же величину. Таким образом, r_a должно быть равно 0,001 R_a . На практике действительные

значения сопротивлений плеч всегда более или менее отличаются друг от друга. Шунтирующее сопротивление достигает наибольшего значения (при прочих равных условиях), когда: $\left[\frac{R_b}{R_a + r_a} \right]$ достигает наибольшего, а $\left[\frac{R_N}{R_c} \right]$ — наименьшего значения. Погрешности сопротивлений плеч моста предполагаем не превосходящими $\pm 0,1\%$.

Погрешность сопротивления R_N , представляющего собой образцовую катушку первого класса точности, не превосходит $\pm 0,02\%$ (ОСТ № 7271). При данных предельных значениях погрешностей:

$$\left[\frac{R_N}{R_c} \right] = \text{минимуму при } \begin{cases} [R_N] = R_N(1 - 0,0002) \\ [R_c] = R_N(1 + 0,001) \end{cases}$$

$$\left[\frac{R_b}{R_a + r_a} \right] = \text{максимуму при } [R_b] = [R_b],$$

так как при $[R_b] > [R_a]$ их можно переставить местами. Для того чтобы $R_{шN}$ было порядка $1000 R_N$, необходимо следующее равенство:

$$\left[\frac{R_b}{R_a + r_a} \right] = \frac{[R_N] \cdot 1000 R_N}{[R_c] ([R_N] + 1000 R_N)}$$

$[R_a] = [R_b]$ предполагаем равным R_N , тогда

$$1 + \frac{r_a}{R_N} = \frac{R_N(1 - 0,0002) \cdot 1000 R_N}{R_N(1 + 0,001) [R_N(1 - 0,0002) + 1000 R_N]}$$

$$\frac{R_N}{R_N + r_a} = \frac{999,8 \cdot R_N^2}{1,001 R_N^2 \cdot 1000,9998} \cong \frac{999,8}{1001}$$

$$1001 R_N = 999,8 \cdot R_N + 999,8 r_a$$

$$r_a = \frac{1,2 R_N}{999,8} \cong 0,0012 R_N$$

Шунтирующее сопротивление $R_{шN}$ достигает наименьшего значения при

$$\left[\frac{R_N}{R_c} \right] = \text{максимуму,}$$

т. е. при

$$\begin{cases} [R_N] = R_N(1 + 0,0002), \\ [R_c] = R_N(1 - 0,001) \end{cases}$$

и при

$$\left[\frac{R_b}{R_a + r_a} \right] = \text{минимуму,}$$

т. е. при

$$[R_b] = [R_a] = R_N.$$

Для того чтобы $R_{w_N} = 1000R_N$, необходимо чтобы r_a удовлетворяло следующему равенству:

$$\frac{R_N}{R_N + r_a} = \frac{R_N \cdot 1,0002 \cdot 1000R_N}{R_N 0,999 (R_N 1,0002 + 1000R_N)};$$

$$\frac{R_N}{R_N + r_a} = \frac{1000,2}{1001}; 1001R_N = 1000,2R_N + 1000,2r_a.$$

$$1000,2r_a = 0,8R_N; r_a = \frac{0,8R_N}{1000,2} \approx 0,0008R_N.$$

Практически при заданных максимальных значениях плеч моста $r_a = 0,001R_N$ обеспечивает для R_{w_N} величину порядка $1000R_N$.

Определим теперь значения шунтирующих сопротивлений R_{w_x} в зависимости от величины измеряемого сопротивления R_x , в предположении что $[R_a] = [R_b] = [R_c] = [R_N] = R_N$; $r_a = 0,001R_N$. За наибольшую величину R_x принимаем $R_x = R_N(1 + 0,001)$, что соответствует действительности, так как R_x представляют собою сопротивления образцовых аппаратов, погрешности которых не должны превышать 0,1%.

Предположим, что $R_x = R_N + R$, тогда

$$\frac{(R_N + R) \cdot R_{w_x}}{R_N(R_N + R + R_{w_x})} = \frac{1}{1,001}.$$

$$(1,001R_N + 1,001R) \cdot R_{w_x} = (R_N + R + R_{w_x}) \cdot R_N,$$

$$1,001R_N \cdot R_{w_x} + 1,001R \cdot R_{w_x} = R_N^2 + R \cdot R_N + R_{w_x} \cdot R_N,$$

$$0,001R_N R_{w_x} + 1,001R \cdot R_{w_x} = R_N^2 + R \cdot R_N,$$

$$R_{w_x} = \frac{R_N^2 + R \cdot R_N}{1,001R + 0,001R_N} = \frac{R_N(R_N + R)}{0,001R_N + 1,001R}. \quad (5)$$

Разберем следующие случаи:

I. $R_x = R_N + 0,001R_N$; $R = 0,001R_N = 0,1\%$ от R_N ,

$$R_{w_x} = \frac{R_N(R_N + 0,001R_N)}{0,001R_N + 0,001001R_N} = \frac{1,001R_N}{0,002001} \approx 500R_N.$$

II. $R_x = R_N + 0,0005R_N$; $R = 0,0005R_N = 0,05\%$ от R_N ,

$$R_{w_x} = \frac{R_N(R_N + 0,0005R_N)}{0,001R_N + 0,0005005R_N} = \frac{1,0005R_N}{0,0015005} \approx 700R_N.$$

III. $R_x = R_N + 0,0001R_N$; $R = 0,0001R_N = 0,01\%$ от R_N .

$$R_{w_x} = \frac{R_N(R_N + 0,0001R_N)}{0,001R_N + 0,0001001R_N} = \frac{1,0001R_N}{0,0011001} \approx 900R_N.$$

$$\text{IV. } R_x = R_N; R_{w_x} \approx 1000R_N.$$

$$\text{V. } R_x = R_N - 0,0001R_N; R = -0,0001R_N,$$

$$R_{w_x} = \frac{R_N(R_N - 0,0001R_N)}{0,001R_N - 0,0001001R_N} = \frac{0,9999}{0,0009} \approx 1111R_N.$$

$$\text{VI. } R_x = R_N - 0,0005R_N; R = -0,0005R_N,$$

$$R_{w_x} = \frac{R_N(R_N - 0,0005R_N)}{0,001R_N - 0,0005005R_N} = \frac{0,9995R_N}{0,0004995} \approx 2000R_N.$$

$$\text{VII. } R_x = R_N - 0,001R_N; R = -0,001R_N,$$

$$R_{w_x} = \frac{R_N(R_N - 0,001R_N)}{0,001R_N - 0,001001R_N} = -\frac{0,999R_N}{0,000001} = \text{отрицательной величине,}$$

т. е. равновесие не может быть достигнуто шунтированием R_x . В этом предельном случае r_a должно быть увеличено до $0,002R_N$.

$$R_{w_x} = \frac{R_N(R_N - 0,001R_N)}{0,002R_N - 1,002R} = \frac{R_N(R_N - 0,001R_N)}{0,002R_N - 0,001002R_N} = \frac{0,999R_N}{0,000998} \approx 1001R_N; R_{w_N} \approx 500R_N.$$

Имея ориентировочные значения шунтирующих сопротивлений R_{w_N} и R_{w_x} и пользуясь формулой (3), при заданных $\Delta R_N = 0,0001\%$ и $\Delta R_{w_N} = \Delta R_{w_x} = 0,1\%$, получаем следующие наибольшие относительные погрешности измерения, в зависимости от действительной величины измеряемого сопротивления R_x .

$$\text{I. } R_x = R_N + 0,001R_N; \Delta(R_x) = \pm \left(0,0001 + \frac{0,1R_N}{1000R_N} + \frac{0,1R_x}{500R_N} \right) \% \approx \pm 0,0004\%.$$

$$\text{II. } R_x = R_N + 0,0005R_N; \Delta(R_x) = \pm \left(0,0001 + \frac{0,1R_N}{1000R_N} + \frac{0,1R_N}{700R_N} \right) \% \approx \pm 0,0003\%.$$

$$\text{III. } R_x = R_N + 0,0001R_N; \Delta(R_x) = \pm \left(0,0001 + \frac{0,1R_N}{1000R_N} + \frac{0,1R_N}{900R_N} \right) \% \approx \pm 0,0003\%.$$

$$\text{IV. } R_x = R_N; \Delta(R_x) = \pm \left(0,0001 + \frac{0,1R_N}{1000R_N} + \frac{0,1R_N}{1000R_N} \right) \% \cong \\ \cong \pm 0,0003\%.$$

$$\text{V. } R_x = R_N - 0,0001R_N; \Delta(R_x) = \pm \left(0,0001 + \frac{0,1R_N}{1000R_N} + \right. \\ \left. + \frac{0,1R_N}{1111R_N} \right) \% \cong \pm 0,0003\%.$$

$$\text{VI. } R_x = R_N - 0,0005R_N; \Delta(R_x)\% = \pm \left(0,0001 + \frac{0,1R_N}{1000R_N} + \right. \\ \left. + \frac{0,1R_N}{2000R_N} \right) \% \cong \pm 0,0003\%.$$

$$\text{VII. } R_x = R_N - 0,001R_N; \Delta(R_x)\% = \pm \left(0,0001 + \frac{0,1R_N}{500R_N} + \right. \\ \left. + \frac{0,1R_N}{1001R_N} \right) \% \cong \pm 0,0004\%.$$

Приведенные здесь погрешности увеличиваются еще, вследствие влияния переходного сопротивления переменных контактов, как было указано выше, а именно на $\pm 0,00001 \Omega$, что для сопротивлений в 10Ω составляет $\pm 0,0001\%$, в 1Ω — $\pm 0,001\%$.

Приведенные выше наибольшие относительные погрешности измерения представляют собою систематические погрешности. Чтобы случайные погрешности наблюдения не исказили результат, необходимо значения шунтирующих сопротивлений R_{wN} и R_{wx} определять с точностью до $0,01\%$, для чего необходимо иметь соответствующую чувствительность самого измерения. Кроме того, так определенные погрешности соответствуют действительности и являются преувеличенными лишь в том случае, если уравнивание образцового и измеряемого сопротивлений следуют непосредственно друг за другом, т. е. исключены малейшие изменения температуры плеч моста и сопротивлений соединительных контактов. При измерении ряда сопротивлений, когда уравнивание образцового сопротивления производится до и после уравнивания ряда измеряемых сопротивлений и величина R_{wN} принимается равной среднему из двух полученных значений, погрешность измерения надо принимать равной $\pm 0,001\%$.

Как было вычислено выше, шунтирующие сопротивления равны, примерно, $1000R_N$. При измерении сопротивлений в $10\ 000$ и $100\ 000 \Omega$, шунтирующие сопротивления настолько велики, что оперировать с ними оказывается неудобным, поэтому, в этих случаях приходится отказаться от схемы (см. рис. 1) и перейти к другой схеме замещения, где регу-

лировочное сопротивление следует включать последовательно с образцовым и измеряемым сопротивлениями, согласно схеме, изображенной на рис. 2. Здесь: a, b, c — постоянные плечи; $r_{N(x)}$ — регулировочный магазин; $R_a = R_b = R_c$ — постоянные сопротивления, по номинальной величине равные между собой и равные номинальному значению измеряемого сопротивления; R_N — образцовая катушка сопротивления первого класса точности, по номинальному значению также равная номинальному значению измеряемого сопротивления.

К зажимам k и k_1 присоединяются попеременно образцовая катушка R_N и измеряемое сопротивление R_x , причем каждый раз достигается

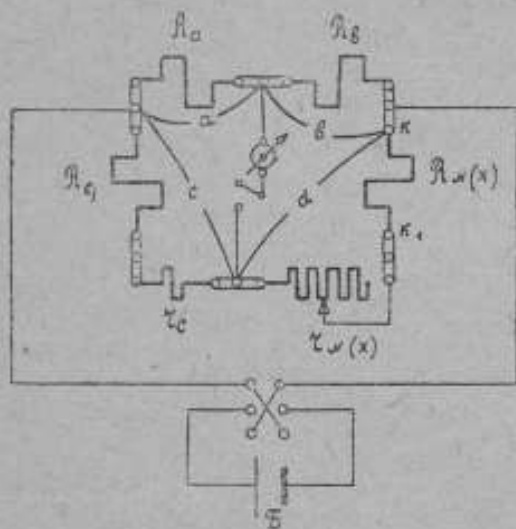


Рис. 2.

равновесие моста путем регулировки сопротивления магазина. Значение сопротивления регулировочного магазина в первом случае назовем r_N и во втором — r_x .

Чтобы равновесие моста могло быть достигнуто прибавлением некоторого сопротивления $r_{N(x)}$ при всяких значениях измеряемого сопротивления в пределах $R_x = R_N(1 \pm 0,001)$, очевидно необходимо плечо c увеличить на сопротивление r_c .

Первое измерение дает:

$$\frac{R_N + r_N}{R_c + r_c} = \frac{R_b}{R_a}.$$

Второе измерение дает:

$$\frac{R_x + r_x}{R_c + r_c} = \frac{R_b}{R_a}.$$

Сопоставляя оба уравнения, получаем:

$$R_N + r_N = R_x + r_x$$

или

$$R_x = R_N + r_N - r_x \quad (6)$$

Очевидно величина сопротивления r_c должна удовлетворять следующему неравенству:

$$\left[\frac{R_b}{R_a} \right]_{\max} > \frac{[R_x]_{\max}}{[R_c + r_c]_{\max}};$$

полагаем

$$[R_a] = [R_b];$$

$$\frac{R_N(1+0,001)}{0,999R_N + r_c} < 1; \quad 1,001R_N < 0,999R_N + r_c$$

$$r_c > 0,002R_N.$$

Положив $r_c = 0,01R_N$, вычислим наибольшее и наименьшее ориентировочные значения r_x .

$$r_x = \text{минимуму при: } \begin{cases} [R_x] = \max = R_N(1+0,001) \\ [R_c] = \min = R_N(1-0,001) \\ [R_a] = [R_b]. \end{cases}$$

Значение r_x (min) должно удовлетворить следующему равенству:

$$1 = \frac{[R_x]_{\max} + r_x}{[R_c]_{\min} + r_c} = \frac{R_N(1+0,001) + r_x}{R_N(1-0,001) + 0,01R_N}.$$

$$r_x + R_N + 0,001R_N = R_N - 0,001R_N + 0,01R_N.$$

$$(r_x)_{\min} = -0,002R_N + 0,01R_N = 0,008R_N.$$

$$r_x = \text{максимуму при: } \begin{cases} [R_x] = \min = R_N(1-0,001) \\ [R_c] = \max = R_N(1+0,001) \\ [R_a] = [R_b]. \end{cases}$$

$$1 = \frac{[R_x]_{\min} + r_x}{[R_c]_{\max} + r_c} = \frac{R_N(1-0,001) + r_x}{R_N(1+0,001) + 0,01R_N}.$$

$$r_x + R_N - 0,001R_N = R_N + 0,001R_N + 0,01R_N.$$

$$(r_x)_{\max} = 0,002R_N + 0,01R_N = 0,012R_N.$$

Возвращаясь к равенству (6), находим наибольшую относительную погрешность измерения $\Delta(R_x)$. Наибольшая абсолютная погрешность

$$\Delta a(R_x) = \Delta a(R_N) + \Delta a(r_N) + \Delta a(r_x).$$

и относительная погрешность

$$\Delta(R_x) = \frac{\Delta a(R_N)}{R_x} + \frac{\Delta a(r_N)}{R_x} + \frac{\Delta a(r_x)}{R_x}.$$

Так как $R_x \cong R_N$, то

$$\Delta(R_x) = \Delta R_N + \frac{\Delta(r_N) \cdot r_N}{R_N} + \frac{\Delta(r_x) r_x}{R_x}. \quad (7)$$

Так же как и при измерении по схеме рис. 1 эта формула дает сильно преувеличенные значения для $\Delta(R_x)$, так как при R_x , близком к R_N , $r_N \cong r_x$ вследствие чего погрешности $\Delta(r_N) = \Delta(r_x)$ взаимно уничтожаются. Полагая r_N и r_x близкими к $0,01R_N$, получаем для $\Delta(R_x)$ следующее значение:

$$\Delta(R_x) = \pm \left(0,0001 + 2 \frac{0,1 \cdot 0,01 R_N}{R_N} \right) \% \cong \pm 0,002 \%,$$

так как $[R_N] - [R_x] \leq \pm 0,0012 R_N$, то $(r_N - r_x)$ можно полагать $\leq \pm 0,0012 R_N$; таким образом формула (6) примет вид:

$$R_x = R_N \pm 0,0012 r_N. \quad (8)$$

Тогда наибольшая относительная погрешность

$$\Delta(R_x) \cong \pm \left(\Delta R_N + \frac{0,001 \Delta r_N \cdot r_N}{R_N} \right) \%. \quad (9)$$

$$\Delta(R_x) = \pm \left(0,0001 + \frac{0,001 \cdot 0,1 \cdot 0,01 R_N}{R_N} \right) \% \cong \pm 0,0001 \%.$$

Формула (9) дает несколько преуменьшенное значение для ΔR_x : практически погрешность измерения оказывается порядка $\pm (0,0002 - 0,0005) \%$.

Для достижения этой точности значения r_N и r_x , необходимые для равновесия носта, приходится определять с точностью до $\pm 0,01 \%$, во избежание влияния случайной погрешности наблюдения.

Данные методы измерения применяются в лаборатории электрических токов и напряжений ВНИИМ при проверке сопротивлений образцовых аппаратов, принадлежащих как лаборатории, так и другим учреждениям; кроме того, данный метод рекомендован Геологическому институту для измерения сопротивлений полевого компаратора.

Пользуясь данным методом измерения, лаборатория электрических токов и напряжений ведет наблюдения за своими рабочими эталонами сопротивлений (образцовые катушки), путем сравнения между собой образцовых катушек одинакового номинального значения.

Ниже приводятся примеры сравнения образцовых катушек сопротивления в 100, 10, 1 и 100 000 Ω , принадлежащих электроизмерительной лаборатории ВНИИМ и служащих ее рабочими эталонами.

А) Результаты сравнения катушек сопротивления в $100\ \Omega$ № 1900 и № 4048 фирмы Вольф

В качестве сопротивлений плеч моста были взяты соответствующие катушки из штепсельного магазина до $100\ 000\ \Omega$ фирмы Вольф № 1873. Схема соединений для сравнения сопротивлений в $1000\ \Omega$ представлена на рис. 3. Аналогичная схема будет и для катушек в $100\ \Omega$. В этом случае $R_b = R_a = 100\ \Omega$; $R_c = 99,0\ \Omega$, т. е. в магазине вставлен штепсель I.

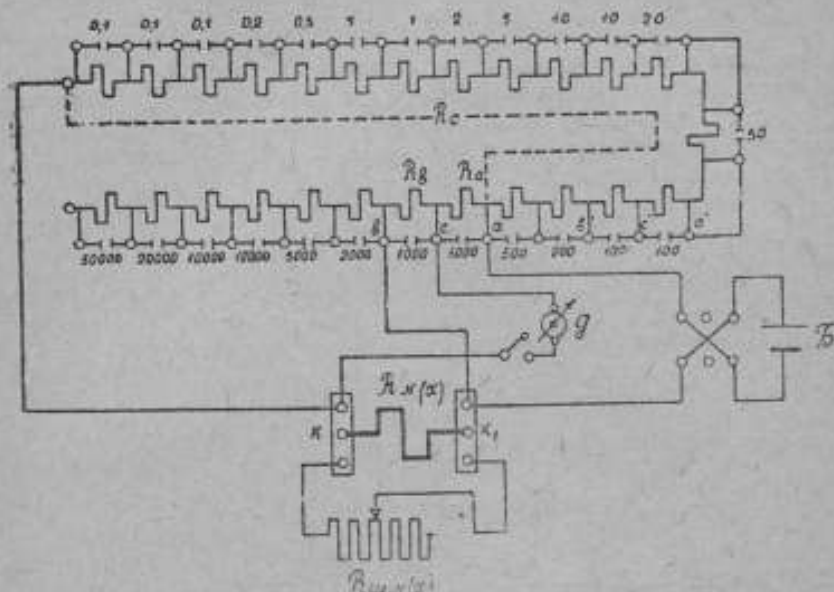


Рис. 3.

Напряжение батареи B было равно 4 V . Шунтирующее сопротивление $R_{шN(x)}$ представляет собою сопротивление в $10^5\ \Omega$ № 2180081 фирмы Сименс и Гальске.

При указанном выше напряжении батареи B чувствительность зеркального гальванометра G обеспечивала возможность улавливать изменения шунтирующих сопротивлений в $0,01\%$ от $R_{шN(x)}$.

Температура катушек измерялась с точностью в $0,2^\circ\text{C}$. Значения шунтирующих сопротивлений определялись каждый раз дважды при двух взаимнопротивоположных направлениях тока.

I серия наблюдений

8 II 1939 г.

$$R_{ш\ 1900} = \begin{array}{l} 9910\ \Omega \\ 9912\ \Omega \end{array} \qquad R_{ш\ 4048} = \begin{array}{l} 10\ 079\ \Omega \\ 10\ 081\ \Omega \end{array}$$

$$t = 20^\circ,8 \quad 9911\ \Omega \qquad t = 20^\circ,8 \quad 10\ 080\ \Omega$$

$$\frac{1}{R_{w 1900}} = 0,00010089 \quad \frac{1}{R_{w 4048}} = 0,00009921$$

$$\frac{1}{R_{4048}} - \frac{1}{R_{1900}} = 0,00010089 - 0,00009921 = 0,00000168,$$

$$R_{1900} - R_{4048} = +0,0168$$

при $t = 20^{\circ},8 \text{ C}$.

II серия наблюдений

21 II 1939 г.

$$R_{w 1900} = \begin{array}{l} 11\ 010 \ \Omega \\ 11\ 000 \ \Omega \\ \hline 11\ 005 \ \Omega \end{array} \quad R_{w 4048} = \begin{array}{l} 13\ 610 \ \Omega \\ 13\ 580 \ \Omega \\ \hline 13\ 595 \ \Omega \end{array}$$

$$t = 22^{\circ},9 \quad \frac{1}{R_{w 1900}} = 0,00000909, \quad \frac{1}{R_{w 4048}} = 0,00000735.$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{R_{4048}} - \frac{1}{R_{1900}} = 0,00000909 \\ \qquad \qquad \qquad - 0,00000735 \end{array} \right\} = 0,00000174$$

$$R_{1900} - R_{4048} = +0,0174 \ \Omega$$

при $t = 22^{\circ},9 \text{ C}$.

Температурные формулы:

$$R_{t 1900} = R_{20} + [1,11(t-20) - 0,031(t-20)^2] \cdot 10^{-3},$$

$$R_{t 4048} = R_{20} + [0,79(t-20) - 0,038(t-20)^2] \cdot 10^{-3},$$

$$(R_{1900} - R_{4048})_{t=20^{\circ},0} = (R_{1900} - R_{4048})_{t=20^{\circ},8} - 0,32 \cdot 0,8 \cdot 10^{-3} =$$

$$= 0,0168 - 0,0003 = 0,0165 \ \Omega,$$

$$(R_{1900} - R_{4048})_{t=20^{\circ},9} = (R_{1900} - R_{4048})_{t=22^{\circ},9} - 0,32 \cdot 2,9 \cdot 10^{-3} =$$

$$= 0,0174 - 0,0009 = 0,0165 \ \Omega.$$

По данным эталонной электрической лаборатории, $R_{1900} - R_{4048} = +0,0166 \ \Omega$ при $t = 20^{\circ},0$, что практически совпадает с полученными результатами.

Б) Результаты сравнения катушек сопротивления в $10 \ \Omega$
№ 1904 и № 4017 фирмы Вольф

25 II 1939 г.

В качестве сопротивлений R_a и R_b были взяты катушки в $10 \ \Omega$ из того же штепсельного магазина № 1873; к сопротивлению R_c была присоединена последовательно катушка в $0,01 \ \Omega$ № 4041 фирмы Вольф. Сопротивление R_c представляла собою катушка в $10 \ \Omega$ № 1864982 фирмы Сименс и Гальске.

В остальном схема та же, что и на рис. 3.

I серия измерений

$$\begin{array}{r}
 R_{ш\ 1904} = 9320 \ \Omega \\
 \underline{9340 \ \Omega} \\
 t = 22^{\circ},7 \quad 9330 \ \Omega
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 R_{ш\ 4047} = 9170 \ \Omega \\
 \underline{9170 \ \Omega} \\
 t = 22^{\circ},7 \quad 9170 \ \Omega
 \end{array}$$

$$\frac{1}{R_{ш\ 1904}} = 0,0001072; \qquad \frac{1}{R_{ш\ 4047}} = 0,0001091$$

$$\frac{1}{R_{1904}} - \frac{1}{R_{4047}} = 0,0001091 - 0,0001072 = +0,0000019$$

$$R_{4047} - R_{1904} = 0,00019 \ \Omega$$

при $t = 22^{\circ},7 \text{ C}$.

II серия измерений

$$\begin{array}{r}
 R_{ш\ 1904} = 9420 \ \Omega \\
 \underline{9440 \ \Omega} \\
 t = 22^{\circ},9 \quad 9430 \ \Omega
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 R_{ш\ 4047} = 9260 \ \Omega \\
 \underline{9240 \ \Omega} \\
 t = 22^{\circ},9 \quad 9250 \ \Omega
 \end{array}$$

$$\frac{1}{R_{ш\ 1904}} = 0,0001060; \qquad \frac{1}{R_{ш\ 4047}} = 0,0001081$$

$$\frac{1}{R_{1904}} - \frac{1}{R_{4047}} = 0,0001081 - 0,0001060 = 0,0000021$$

$$R_{4047} - R_{1904} = 0,00021 \ \Omega$$

при $t = 22^{\circ},9 \text{ C}$.

Температурные формулы:

$$R_{t\ 1904} = R_{20} + [189(t-20) - 4,6(t-20)^2] \cdot 10^{-6}$$

$$R_{t\ 4047} = R_{20} + [271(t-20) - 4,3(t-20)^2] \cdot 10^{-6}$$

(данные эталонной электрической лаборатории ВНИИМ). В результате по I серии наблюдений:

$$\begin{aligned}
 (R_{4047} - R_{1904})_{t=20^{\circ},0} &= (R_{4047} - R_{1904})_{t=22^{\circ},7} - 82 \cdot 24 \cdot 10^{-6} \ \Omega = \\
 &= 0,00019 \ \Omega - 0,00020 \ \Omega = -0,00001 \ \Omega
 \end{aligned}$$

и по II серии наблюдений:

$$\begin{aligned}
 (R_{4047} - R_{1904})_{t=20^{\circ},0} &= (R_{4047} - R_{1904})_{t=22^{\circ},9} - 82 \cdot 2,9 \cdot 10^{-6} = \\
 &= 0,00021 \ \Omega - 0,00024 \ \Omega = -0,00003 \ \Omega
 \end{aligned}$$

или

$$(R_{4047} - R_{1904})_{t=20^{\circ},0} = \begin{cases} -0,0001 \\ -0,0003 \end{cases}$$

среднее $-0,0002$

По свидетельству эталонной электрической лаборатории,

$$R_{4047} \text{ (при } t = 20^{\circ},0) = 10,00167 \Omega,$$

$$R_{1904} \text{ (при } t = 20^{\circ},0) = 10,00171 \Omega,$$

откуда

$$(R_{4047} - R_{1904})_{t = 20^{\circ},0} = -0,00004 \Omega.$$

В) Результаты сравнения катушек сопротивления в 1Ω № 1365 и № 1366 фирмы Вольф

Для сравнения катушек в 1Ω , в качестве сопротивлений R_a и R_b были взяты катушки в 1Ω из магазина № 1873. Последовательно с сопротивлением R_a в плечо a была включена катушка в $0,01 \Omega$ № 4041 фирмы Вольф (r_a); сопротивление R_c представляла собою катушка в 1Ω № 1985494 фирмы Сименс и Гальске.

I серия наблюдений

3 III 1939 г.

$$R_{w 1365} = \frac{164,2 \Omega}{164,2 \Omega} \quad R_{w 1366} = \frac{162,7 \Omega}{162,8 \Omega}$$

$$t = 21^{\circ},5 \quad 164,2 \Omega \quad t = 21^{\circ},5 \quad 162,8 \Omega$$

$$\frac{1}{R_{w 1365}} = 0,006090; \quad \frac{1}{R_{w 1366}} = 0,006142$$

$$\frac{1}{R_{1365}} - \frac{1}{R_{1366}} = 0,006142 - 0,006090 = +0,000052$$

$$R_{1366} - R_{1365} = +0,000052 \Omega$$

при $t = 21^{\circ},5 \text{ C.}$

II серия наблюдений

$$R_{w 1365} = \frac{164,3 \Omega}{164,9 \Omega} \quad R_{w 1366} = \frac{163,0 \Omega}{163,4 \Omega}$$

$$t = 21^{\circ},7 \quad 164,6 \Omega \quad t = 21^{\circ},7 \quad 163,2 \Omega$$

$$\frac{1}{R_{w 1365}} = 0,006075; \quad \frac{1}{R_{w 1366}} = 0,006124$$

$$\frac{1}{R_{1365}} - \frac{1}{R_{1366}} = 0,006124 - 0,006075 = 0,00049,$$

$$R_{1366} - R_{1365} = +0,00049 \Omega$$

при $t = 21^{\circ},7.$



Температурные формулы, данные эталонной электрической лабораторией
ВНИИМ

$$R_{t_{1365}} = R_{20} + [17,5 (t - 20) - 0,45 (t - 20)^2] \cdot 10^{-6},$$

$$R_{t_{1366}} = R_{20} + [14,7 (t - 20) - 0,23 (t - 20)^2] \cdot 10^{-6},$$

откуда:

$$(R_{1366} - R_{1365})_{t=20^{\circ},0} = (R_{1365} - R_{1365}) + (17,5 - 14,7) \cdot (t - 20) =$$

$$= (R_{1366} - R_{1365}) + 2,8 (t - 20),$$

или по I серии наблюдений:

$$(R_{1366} - R_{1365})_{t=20,0} = +0,000052 + 0,000004 = +0,000056 \Omega,$$

или по II серии наблюдений:

$$(R_{1366} - R_{1365})_{t=20,0} = +0,000049 + 0,000005 = +0,000054 \Omega.$$

В среднем $(R_{1366} - R_{1365})_{t=20^{\circ},0} = +0,000055 \Omega$.

По данным эталонной электрической лаборатории ВНИИМ:

$$\left. \begin{aligned} R_{1366} &= 1,000135 \Omega \\ R_{1365} &= 1,000077 \Omega \end{aligned} \right\} \text{ при } t = 20^{\circ},0,$$

$$(R_{1366} - R_{1365})_{t=20^{\circ},0} = 0,000058 \Omega.$$

В данном случае r_a взято равным $0,01 \Omega$, а не $0,001 \Omega$, как бы следовало для получения шунтирующего сопротивления порядка $1000 R_N$. Это объясняется тем, что при $r_a = 0,001 \Omega$ сопротивления соединительных проводов представляют собою величину одного порядка с r_a , вследствие чего $r_a = 0,001 \Omega$ может быть недостаточно для обеспечения возможности шунтирования R_N или R_x .

Г) Результаты сравнения катушек сопротивления в $100\,000 \Omega$ № 1747 и 3747

Сравнение катушек в $100\,000 \Omega$ производилось по схеме рис. 2. Расположение измерительной аппаратуры изображено на рис. 4. Здесь сопротивления плеч R_a, R_b, R_c представляют собою катушки по $100\,000 \Omega$ из магазина № 855, изготовленного мастерскими ВИМС.

К сопротивлению R_c присоединена катушка в 1000Ω (r_c) из магазина № 1873 фирмы Вольф. Последовательно со сравниваемыми катушками $R_{N(x)}$ включен регулировочный магазин № 2180081 фирмы Сименс и Гальске $r_{N(x)}$.

29 XII 1938 г.

$$\begin{array}{r} r_{1747} = 965,3 \Omega \\ \quad \quad \quad 965,3 \Omega \\ \hline t = 20^{\circ},5 \quad 965,3 \Omega \end{array} \qquad \begin{array}{r} r_{3747} = 965,4 \Omega \\ \quad \quad \quad 965,2 \Omega \\ \hline t = 20^{\circ},5 \quad 965,3 \Omega \end{array}$$

$$R_{3747} - R_{1747} = 0 \text{ при } t = 20^{\circ},5 \text{ C.}$$

30 XII 1938 г.

$$r_{1747} = \frac{965,0 \Omega}{964,6 \Omega} \quad r_{2747} = \frac{963,9 \Omega}{963,9 \Omega}$$

$$t = 21^{\circ},0 \quad 964,8 \Omega \quad t = 21^{\circ},0 \quad 963,9 \Omega$$

$$R_{2747} - R_{1747} = 964,8 - 963,9 = +0,9 \Omega \text{ при } t = 21^{\circ},0 \text{ C}$$

Температурные формулы:

$$\begin{aligned} R_{1747} &= R_{20} + 0(t-20) - 0(t-20)^2; & R_{20} &= R_t \\ R_{2747} &= R_{20} + 1,3(t-20) - 0,08(t-20)^2; & R_{20} &= R_t - 1,3(t-20) \\ (R_{2747} - R_{1747})_{t=21^{\circ},0} &= (R_{2747} - R_{1747}) - 1,3(t-20) \end{aligned}$$

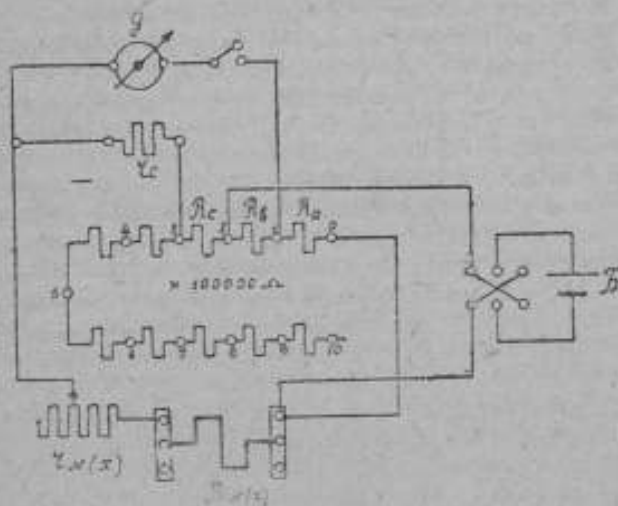


Рис. 4.

$$(R_{2747} - R_{1747})_{t=20^{\circ},0} = 0 - 1,3 \cdot 0,5 = -0,6 \Omega$$

$$(R_{2747} - R_{1747})_{t=20^{\circ},0} = +0,9 - 1,3 = -0,4 \Omega$$

$$\text{В среднем } (R_{2747} - R_{1747})_{t=20^{\circ},0} = -0,5 \Omega$$

По данным эталонной электрической лаборатории,

$$R_{1747} = 100\,005,5 \Omega,$$

$$R_{2747} = 100\,005,5 \Omega, \text{ при } t = 20^{\circ},0,$$

откуда

$$R_{2747} - R_{1747} = -0,5 \Omega.$$

Заключение

Из приведенных выше результатов измерений получаются следующие выводы.

Наибольшее расхождение результатов отдельных измерений не превышает $0,0002\%$, что вполне согласуется с приведенным выше расчетом наибольшей погрешности измерений. Результаты измерений совпадают с данными эталонной электрической лаборатории в пределах указанной точности. Таким образом, из всего вышеизложенного следует, что данный метод позволяет измерять сопротивления образцовых катушек с точностью в $0,0001 - 0,0002\%$. Однако эта точность может быть достигнута лишь при строгом постоянстве температуры всей установки, т. е. когда определения R_{wN} и R_{wx} (или r_N и r_x) непосредственно следуют одно за другим, температура окружающего воздуха достаточно постоянна.

Если необходимо определить сопротивления катушек какой-либо декады образцового потенциометра или магазина, то для экономии времени можно определения R_{wN} (или r_N) производить до и после определения ряда R_{wx} (или r_x) соответствующих различным катушкам поверяемой декады. За действительное значение R_{wN} (или r_N) следует в этом случае принимать среднее из двух полученных значений. Если в процессе проверки температура успеет несколько измениться, то значения, полученные до и после измерений, оказываются более или менее различными, и введение в расчеты их арифметического среднего вносит в результат некоторую погрешность. В этом случае при достаточном постоянстве температуры окружающего воздуха может быть гарантирована точность измерений в $0,001\%$, т. е. точность, требуемая ОСТом № 7271 для определения сопротивления образцовых катушек I класса точности.

Благодаря высокой точности измерений и простоте выполнения, предлагаемый метод может быть очень полезен для практики электроизмерительных лабораторий.

Е. С. ЧУРАЕВА

СОСТОЯНИЕ ЭТАЛОНА МЕЖДУНАРОДНОГО ВОЛЬТА СССР С 1932 ПО 1937 Г.

Консультативный комитет по электричеству и Международный комитет мер и весов заняты в течение последних лет весьма важным вопросом единообразия электрических мер. В связи с этим лаборатория электрических мер Всесоюзного научно-исследовательского института метрологии, так же как и метрологические лаборатории других стран, уделяет большое внимание поддержанию электрических мер и их сравнению. Хранение и поддержание единицы электродвижущей силы СССР осуществляется эталоном международного вольта. Нормальные элементы Вестона, служащие этим эталоном, представляют собой чрезвычайно точную и чувствительную меру, требующую исключительно бережного обращения. Из-за колебания электродвижущей силы нормальных элементов и необходимости иметь точную и надежную меру для сравнения электродвижущих сил, в лаборатории электрических мер ВНИИМ производится периодическое сличение прежде всего своих первичной (главной) и вторичной (рабочей) эталонных групп, а затем и вспомогательных групп и эталонов других лабораторий ВНИИМ, МГИМИП и ХГИМИП.

В виду важности затронутого вопроса, лаборатория электрических мер ВНИИМ (бывшая эталонная электрическая лаборатория) неоднократно сообщала Консультативному комитету по электричеству результаты своих работ по поддержанию единицы электродвижущей силы и освещала этот вопрос в печати. Последнее сообщение о состоянии эталона международного вольта СССР относится к концу 1931 г.¹ Между тем за промежуток времени с 1931 г. по настоящее время эталон электродвижущей силы подвергался неоднократным сличениям в лаборатории ВНИИМ со всей возможной тщательностью; значение его представлялось, согласно постановлению Консультативного комитета, при посредстве особых нормальных элементов в лабораторию Международного бюро мер и весов, откуда после ряда сличений эталонов СССР с эталонами других стран, получалось извещение о соотношениях единиц электродвижущей силы метрологических учреждений, участвовавших в этих сличениях. На основании постановлений Консультативного комитета, утвержденных Международным комитетом мер и весов, и распоряжений Научно-технического совета ВНИИМ, значение международного

¹ Е. С. Чураева. Состояние эталона международного вольта СССР за время 1928—1931 гг., Издание ВИС № 127, 1933, стр. 114—119.

№ элемент	Время приготовления	Внутреннее сопротивление в омах	Электродвижущая сила при 20° С							в международных вольтах									
			XII 1931 г.	IV 1932 г.	VI 1932 г.	X 1932 г.	XI 1932 г.	II 1933 г.	IX 1933 г.	I 1934 г.	IX 1934 г.	II 1935 г.	V 1935 г.	XI 1935 г.	II 1936 г.	IX 1935 г.	I 1937 г.	IX 1937 г.	XII 1937 г.
			201	14 I 1927	—	1,018265	1,018269	1,018269	1,018268	1,018273	1,018271	1,018275	1,018278	1,018285	1,018294	1,018292	1,018297	1,018309	1,018316
202	566	265	269		268	252	260	261	259	267	268	274	276	251	—	—	—	—	—
205	725	254	259		256	257	259	256	260	265	268	270	266	251	—	—	—	—	—
207	965	253	257		256	243	253	254	254	259	227	—	—	—	—	—	—	—	—
242	16 VI 1927	—	250	249	256	252	258	257	265	269	280	280	282	292	301	314	309	326	328
290	3 IV 1928	511	262	258	244	221	231	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
294		611	242	221	219	208	220	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
296		580	257	258	255	257	251	256	266	260	260	266	264	275	265	247	—	—	—
297		477	269	267	260	237	248	246	217	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
437	11 III 1929	513	274	270	270	286	275	254	247	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
438		516	258	283	262	281	265	253	262	250	252	—	—	—	—	—	—	—	—
440		511	278	286	290	313	307	295	304	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
441		623	258	259	260	279	264	256	261	257	249	—	—	—	—	—	—	—	—
444		548	270	277	284	305	296	288	296	279	281	272	263	253	—	—	—	—	—
445		632	258	264	270	287	282	276	283	281	282	274	272	263	281	280	268	254	242
448		564	254	247	253	261	254	255	258	252	266	252	256	253	267	262	257	248	236
449	519	283	271	288	266	254	257	251	230	161	—	—	—	—	—	—	—	—	
467	16 IX 1929	513	246	245	247	241	246	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
481		808	236	234	233	230	227	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
483		534	247	248	247	242	248	249	246	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
485		534	245	253	243	240	252	247	274	235	—	—	—	—	—	—	—	—	—
486		—	241	245	244	239	248	247	244	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
487		543	247	248	247	245	250	248	246	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
490		516	245	246	246	239	249	239	206	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
492		488	235	237	233	231	230	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1150	10 V 1932	572	1,018256	1,018256	1,018256	1,018256	1,018256	—	—	248	250	250	248	253	263	266	266	276	277
1153		530	—	—	—	—	—	—	—	247	250	248	243	242	238	241	173	—	—
1155		496	—	—	—	—	—	—	—	248	247	247	239	242	239	240	246	220	—
1156		552	—	—	—	—	—	—	—	248	238	—	—	—	—	—	—	—	—
1158		546	—	—	—	—	—	—	—	244	250	250	251	252	250	245	262	263	258
1143		569	—	—	—	—	—	—	—	1,018256	1,018256	245	245	—	—	—	—	—	—
1161	531	—	—	—	—	—	—	—	—	—	252	254	252	248	252	257	259	255	
1163	532	—	—	—	—	—	—	—	—	—	257	254	255	253	250	261	257	254	
1168	529	—	—	—	—	—	—	—	—	—	254	264	260	264	264	261	313	—	
1170	566	—	—	—	—	—	—	—	—	—	256	261	258	258	255	270	271	267	
1171	679	—	—	—	—	—	—	—	—	—	264	260	258	258	258	273	282	277	
1174	538	—	—	—	—	—	—	—	—	—	254	275	266	268	262	280	295	284	
1175	638	—	—	—	—	—	—	—	—	—	254	259	264	266	268	281	301	288	
											1,018256	1,018256							

№ элемент	Время приготовления	Внутреннее сопротивление в омах	Электродвижущая сила при 20° С					
			XII 1931 г.	IV 1932 г.	VI 1932 г.	X 1932 г.	XI 1932 г.	II 1933 г.
1613	10 IV 1934	597	—	—	—	—	—	—
1614		568	—	—	—	—	—	—
1615		578	—	—	—	—	—	—
1616		520	—	—	—	—	—	—
1617		532	—	—	—	—	—	—
1618		520	—	—	—	—	—	—
2471		5 I 1936	276	—	—	—	—	—
2472	276		—	—	—	—	—	—
2473	596		—	—	—	—	—	—
2474	541		—	—	—	—	—	—
2533	29 III 1936	640	—	—	—	—	—	—
2535		640	—	—	—	—	—	—
2536		560	—	—	—	—	—	—

вольта подвергалось некоторым изменениям. Первое и самое существенное изменение значения международного вольта последовало в результате определения во ВНИИМ величины электродвижущей силы нормальных элементов Вестона при помощи серебряного вольтметра и ртутных образцов международного ома.¹ Это изменение, согласно постановлению Научно-технического совета ВНИИМ относится к январю 1934 г., когда значение международного вольта, а следовательно, и каждого элемента в отдельности, входящего в состав этого группового эталона, были уменьшены на 132 μ V, вследствие того, что единица электродвижущей силы СССР оказалась меньше единицы электродвижущей силы, определенной по серебряному вольтметру, на 132 μ V.

В результате сличения наших эталонов в Международном бюро мер и весов в 1935 г., с января 1936 г. значение эталона электродвижущей силы подверглось второму изменению, будучи увеличено на 13 μ V, согласно постановлению Научно-технического совета ВНИИМ от 25 января 1936 г., и, таким образом, приведено к согласию с „средним международным вольтом“, установленным в этом году Консультативным комитетом по электричеству.

В табл. 1 приведены все данные, касающиеся первичной (главной) эталонной группы нормальных элементов, служащей в качестве эталона

¹ А. К. Колосов. Определение электродвижущей силы международного нормального элемента Вестона посредством серебряного вольтметра. Издание ВИМС № 127, 1933, стр. 82—94.

в международных вольтах

I 1934 г.	IX 1934 г.	II 1935 г.	V 1935 г.	XI 1935 г.	II 1936 г.	IX 1936 г.	I 1937 г.	IX 1937 г.	XII 1937 г.
—	—	1,018307	1,018307	1,018314	1,018325	1,018323	1,018323	1,018318	1,018317
—	—	304	306	314	321	317	311	296	304
—	—	304	305	314	322	326	303	292	299
—	—	302	303	312	320	322	326	303	309
—	—	304	305	316	323	327	330	321	322
—	—	303	305	315	324	334	332	343	345
—	—	1,018272	1,018272	1,018272	1,018285	1,018285	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	305	311	321
—	—	—	—	—	—	—	304	315	323
—	—	—	—	—	—	—	302	316	325
—	—	—	—	—	—	—	279	276	284
—	—	—	—	—	—	—	304	309	312
—	—	—	—	—	—	—	305	315	319
—	—	—	—	—	—	—	303	306	301
—	—	—	—	—	—	—	1,018293	1,018293	1,018293

электродвижущей силы СССР, начиная с декабря 1931 г. В этой таблице, как и в следующей, значения элементов до 1936 г. выражены в единице, установленной по серебряному вольтметру; начиная с 1936 г. эти значения выражены в среднем международном вольте. Из табл. 1 видно прежде всего, что количество первичной группы — 25 элементов — поддерживается неизменно тем же, как это указывалось в прежних работах, за исключением 1936 г., когда количество элементов было временно уменьшено на три, т. е. до 22 элементов в группе. Состав же элементов меняется из года в год вследствие того, что элементы с падающими электродвижущими силами в каждом первом квартале нового года заменяются новыми элементами. Эталонная группа в настоящее время состоит из элементов, приготовленных в период с 1927 (элементы № 201—242) по 1936 г. (элементы 2471—2536). Из этих элементов к настоящему времени сохранились с 1927 г. только два — № 201 и 242, на обнаруживающие падения электродвижущих сил; большая же часть элементов относится ко времени приготовления последних лет (1932—1936 гг.) Элемент № 445 (приготовленный в 1929 г.) уже, повидимому, имеет тенденцию к уменьшению электродвижущей силы. Состав группы, таким образом, менялся пять раз: в феврале 1933 г., вместо элементов № 290, 294, 467, 481 и 492, в группу включены элементы № 1150, 1153, 1155, 1156 и 1158, приготовленные в 1932 г.; в январе 1934 г., вместо элементов № 297, 437, 440, 483, 486, 487, 490 и 1156, в группу включены элементы № 1143, 1161, 1163, 1168, 1170, 1171, 1174 и 1175, также

приготовленные в 1932 г.; в феврале 1935 г. вместо элементов № 207, 438, 441, 449, 485 и 1143 в группу включены элементы № 1613, 1614, 1615, 1616, 1617 и 1618, приготовленные в апреле 1934 г.; в феврале 1936 г. количество элементов группы, как это уже указывалось выше, было уменьшено до 22, вследствие исключения из группы трех элементов — № 202, 205 и 444; наконец, в январе 1937 г. из группы были исключены четыре элемента — № 295, 1153, 1155 и 1168, и вся группа была снова доведена до состава 25 элементов включением элементов № 2471, 2472, 2473, 2474, 2533, 2535 и 2536, приготовленных в 1936 г.

Все приведенные выше замены не влияли на величину эталона, найденную серебряным вольтметром — 1,018256 международного вольта до 1935 г.¹ В 1935 г. это значение изменилось и стало равным 1,018272 международного вольта, в 1936 г. оно, как это уже указывалось, было увеличено на 13 μ V и стало равным — 1,018285 международного вольта, а в 1937 г. значение группового первичного эталона электродвижущей силы было определено в 1,018293 международного вольта.

Сравнение горизонтальных рядов последних граф таблицы показывает, что в 1938 г. состав первичной группы предстоит изменить, заменив элементы № 445, 448, 1158, 1163 и 1616 с упавшими электродвижущими силами новыми элементами из запасной эталонной группы.

Необходимо отметить, что все сличения нормальных элементов во ВНИИМ производятся компенсационным методом, уже описывавшимся раньше,² при помощи элементов-копий, и что значение группы и электродвижущей силы каждого элемента в отдельности, помещенные в таблице, являются средними значениями результатов, полученных при независимом эталонировании элементов-копий, служащих для установления величины электродвижущей силы вторичной эталонной группы нормальных элементов Вестона.

Вторичная (рабочая) эталонная группа к последнему сообщению (1931 г.) состояла из 19 нормальных элементов Вестона. В период времени с 1932 г. несколько элементов этой группы были употреблены на другие работы лаборатории и пришли в негодность. В настоящее время группа состоит из 13 элементов. В отличие от первичной эталонной группы, работающей только для эталонирования элементов-копий два-три раза в год, вторичная группа является рабочей, служащей для повседневных сличений. Она разбита на следующие три подгруппы: 1) элементы установочные (4 штуки), 2) элементы-копии (3 штуки) и элементы рабочие (6 штук). В последнюю подгруппу включены элементы-свидетели, о которых говорилось в 1931 г. и которые, как показал опыт, не оказались необходимыми, ввиду большого количества элементов вторичной группы и возможности постоянного контроля.

Данные, касающиеся вторичной группы, помещены в табл. 2.

¹ М. Ф. Маликов. Эталон международного вольта. „Временник Главной палаты“. Вып. 1 (13) 1925, стр. 130—156.

² Е. С. Чуралева. Метод и оборудование для сравнения нормальных элементов. Изд. ВИМС № 100 1932, стр. 95—104.

Таблица 2

№ элемент	Назначение	Время приемо-передачи	Выдержка в макс. направлении	Электродвижущая сила при 20° С в международных вольтгах								
				III 1932	IV 1932	IX 1932	X 1932	II 1933	IV 1933	VI 1933	IX 1933	XII 1933
305		6 IV 1928	1,018269	1,18765	1,018274	1,018263	1,018267	1,018269	1,018269	1,018269	1,018266	1,018256
524		27 XII 1929	233	226	235	242	242	242	240	244	239	239
731	ЕС I Установочные	30 IX 1930	249	252	287	268	272	272	274	280	278	276
1053		31 XII 1931	284	276	283	285	288	288	282	285	272	269
464		16 IX 1929	247	245	245	240	—	—	—	—	228	—
494		16 IX 1929	290	247	247	247	—	—	—	—	257	—
1054	ЕС II Кольца	31 XII 1931	283	276	276	273	251	251	230	228	217	223
2290		31 V 1935	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2291		31 V 1935	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
732		30 IX 1930	253	248	259	262	263	263	266	271	270	267
733		30 IX 1930	255	252	246	264	270	270	274	279	278	284
735		30 IX 1930	260	258	271	270	275	275	276	282	280	274
1051	ЕС III Рабочие	31 XII 1931	285	276	282	280	270	270	247	248	240	241
1055		31 XII 1931	294	245	238	243	248	248	250	255	248	248
1057		31 XII 1931	296	279	248	240	232	232	233	236	240	235

Таблица 2а

№ элемент	Название	Время приготовления	Внутренняя сопротивление, в оммах	Электродающая сила при 20° С в международных вольтгах						
				I 1934	IV 1934	IX 1934	XII 1934	II 1935	V 1935	XI 1935
305		6 IV 1928	—	1,018263	1,018265	1,018264	1,018260	1,018261	1,018268	1,018266
524		27 XII 1929	597	244	248	248	248	248	246	261
731	ЕСI Уст. востановление	30 IX 1930	205	282	291	291	284	288	288	291
1053		31 XII 1931	410	272	273	268	262	258	258	255
461		16 IX 1929	—	231	—	219	—	225	221	222
494		16 IX 1929	—	235	—	—	—	263	267	224
1054	ЕСII Компа	31 XII 1931	369	232	—	262	248	248	249	278
2290		31 V 1935	595	—	—	—	—	—	—	—
2291		31 V 1935	605	—	—	—	—	—	—	—
732		30 IX 1930	193	275	284	—	310	305	296	298
733		30 IX 1930	219	286	295	293	287	290	292	295
735		30 IX 1930	264	282	289	287	284	286	289	295
1051	ЕСIII Рабочие	31 XII 1931	200	248	253	250	266	254	261	272
1055		31 XII 1931	296	253	259	254	258	258	260	278
1057		31 XII 1931	305	242	246	243	246	248	251	272

Таблица 26

№ записки	Наименование	Время приготовления вала	Внутренн. контрактна, в омак	Электродвижущая сила при 20° С в международных вольтгах											
				II 1936	V 1936	IX 1936	XII 1936	I 1937	V 1937	VI 1937	IX 1937	XII 1937			
305		6. IV 1928	—	1,018268	1,018271	1,018274	1,018268	1,018274	—	—	1,018278	1,018284			
524		27 XII 1929	597	261	263	267	256	270	—	—	275	289			
731	ЕСI Устано- почвые	30 IX 1930	205	296	297	310	299	299	306	294	302	300			
1053		31 XII 1931	410	271	273	278	276	280	285	280	287	293			
461		16 IX 1929	—	229	234	228	—	—	—	—	—	—			
494		16 IX 1929	—	200	201	192	—	—	—	—	—	—			
1054	ЕСII Копия	31 XII 1931	369	272	271	282	—	289	—	—	299	320			
2290		31 V 1935	595	302	—	308	—	309	—	—	—	—			
2291		31 V 1935	605	302	—	307	—	301	—	—	296	—			
732		30 IX 1930	198	305	304	329	286	307	318	311	330	315			
733		30 IX 1930	219	304	304	316	295	304	313	300	312	306			
735		30 IX 1930	264	301	301	317	301	308	317	309	324	319			
1051	ЕСIII Работы	31 XII 1931	200	273	272	281	285	282	288	281	285	303			
1055		31 XII 1931	295	277	278	283	285	286	292	287	293	302			
1057		31 XII 1931	305	271	271	276	282	284	293	287	292	304			

Из табл. 2 видно, что все элементы группы, за исключением элементов-копий № 464 и 494, приготовленных в 1929 г., несмотря на большую работу, производимую ими, сохранились довольно хорошо. Элементы-копии № 464 и 494, ввиду уменьшения их электродвижущих сил, были заменены в феврале 1936 г. элементами № 2290 и 2291. Часть элементов № 524, 731, 732, 733 и 735 (последние четыре элемента большой катодной поверхности) увеличили электродвижущие силы, значение же элементов № 305, 1053, 1054, 1051, 1055 и 1057 осталось без изменений в пределах 10—17 μV .

Для замены элементов первичной эталонной группы с падающими электродвижущими силами лаборатория электрических мер приготовила в 1937 г. запасную эталонную группу в составе 30 элементов Вестона № 2686—2716, которая в настоящее время изучается с тем, чтобы установить лучшие элементы этой группы для включения в первичную группу взамен выбывающих.

Ввиду того, что при всех предыдущих описаниях состояния эталона международного вольта известная доля внимания уделялась группе нормальных элементов Вестона, приготовленной в 1910 г., служившей основным эталоном до 1929 г., а в настоящее время являющейся музейной, и в этот раз не обойдем ее молчанием. В различные моменты времени значение этой группы, выраженной в первичной группе с учетом работы с серебряным вольтметром, было равно при 20° С в международных вольтах:

XII 1931 г.	X 1932 г.	XI 1933 г.	III 1936 г.
1,01816	1,01816	1,01815	1,01805

при среднем отклонении электродвижущих сил отдельных элементов от значения группы в 1936 г. на $\pm 172 \mu\text{V}$ с $\pm 70 \mu\text{V}$ в 1931 г. Это указывает на большие изменения электродвижущих сил элементов группы за рассматриваемый промежуток времени.

Такое состояние эталона электродвижущей силы СССР ко времени окончания второго и начала третьего пятилетнего плана народного хозяйства Советского Союза.

СОСТОЯНИЕ ЭТАЛОНОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ВНИИМ ЗА ВРЕМЯ С 1933 ПО 1938 г.

В конце 1932 г. закончилась работа по установлению эталонов электрического сопротивления вида 10^n всех значений n — от 2 до +5. В результате работы эталонная электрическая лаборатория ВНИИМ располагала следующими эталонами.

1. Первичные эталоны: 6 ртутных образцов международного ома.

2. Основные копии: 2 марганциновые катушки сопротивления М 4044 и М 4046.

3. Рабочие эталоны: 18 катушек в 1 Ω , 3 катушки в 10 Ω , 3 катушки в 100 Ω , 3 катушки в 1000 Ω , 2 катушки в 10 000 Ω , 2 катушки в 100 000 Ω , 4 катушки в 0,1 Ω , 3 катушки в 0,01 Ω .

4. Эталоны специального назначения: 6 переходных катушек сопротивления.

Так как эталоны с течением времени меняют свое электрическое сопротивление в большей или меньшей степени, необходимо все время следить за их поведением, выявляя изменения и устанавливая их значения периодическими эталонированиями.

В настоящей статье даны результаты работы, являющейся частью большой плановой работы и охватывающей период времени с 1933 г. по 1 января 1938 г. Решение Международного бюро мер и весов ввести среднее значение международного ома, основываясь на эталонах национальных лабораторий 5 государств, с 1 января 1936 г. внесло следующие изменения:

1) Величина сопротивления единицы СССР увеличена на $0,00106\%$.

2) Порядок хранения единицы сопротивления. Раньше единицу сопротивления СССР выражало среднее значение 2 катушек в 1 Ω М 4044 и М 4046, величины которых определялись сравнением с ртутными образцами. После введения среднего значения международного ома единица сопротивления СССР, выраженная в международных омах, определяется средним значением группового эталона, состоящего из 4 катушек: М 4044, М 4046, № 6 и № 8. Последние две непосредственно участвовали в сравнениях в Париже, результатом которых и явилось установление международного ома.

Для подразделений и кратных 1 Ω также установлены групповые эталоны. После слияния двух лабораторий ВНИИМ (эталонной электриче-

ской и образцовых электрических мер) в одну, а групповые эталоны были выбраны лучшие катушки обеих лабораторий.

До 1 января 1936 г. значение каждой эталонной катушки определялось при эталонировании и считалось неизменным в промежутке между двумя эталонированиями.

С введением групповых эталонов состояние катушек проверяется взаимными сравнениями их. Пользуясь результатами последних и средним значением группового эталона, определяем новые значения их и изменения.

Таким образом, суммируя сказанное, различаем две стадии работы:

1. С 1933 г. по 1 января 1936 г. — повторное эталонирование катушек всех значений по методам, описанным в статье „Эталонные катушки сопротивления Всесоюзного института метрологии и стандартизации“, Сборник № 127, 1933 г.

2. За 1936 и 1937 гг. — установление групповых эталонов с их средними значениями и взаимные сравнения катушек, входящих в групповые эталоны.

Новое эталонирование производится в случае заметных изменений катушек, входящих в групповой эталон, что, например, потребовалось в настоящий момент в связи с сильным изменением катушки в 0,01 Ω , входящей в групповой эталон.

Единица сопротивления СССР

Манганиновые катушки сопротивления М 4044 и М 4046 до 1 января 1936 г., как было сказано выше, хранили величину международного ома СССР. Табл. 1 позволяет судить об их поведении до образования группового эталона.

Таблица 1

Основные копии международного ома М 4044 и М 4046

Дата сравнения	Сопротивление при 20° С М 4044	Δ в $\mu\Omega$	Сопротивление при 20° С М 4046	Δ в $\mu\Omega$	Разность М4044 М4046 в $\mu\Omega$		Примечание
					Δ в $\mu\Omega$	Δ в $\mu\Omega$	
XII 1932 г.	1,0000686	0	1,0000324	0	+36,2	0	19/IX 1933 г. катушки залиты свежим сухим трансформаторным маслом
II 1933 г.	1,0000686	-0,7	1,0000324	+0,7	+36,2	-1,4	
IX 1933 г.	1,0000679	+0,1	1,0000331	-0,1	+34,8	+0,2	
XII 1933 г.	1,0000680	+1,1	1,0000330	-1,1	+35,0	+2,2	
II 1934 г.	1,0000691	-0,1	1,0000319	+0,1	+37,2	-0,2	
VII 1934 г.	1,0000690	+0,4	1,0000320	-0,4	+37,0	+0,8	

Дата сравнения	Сопротивление при 20° С М 4044	Δ в $\mu\Omega$	Сопротивление при 20° С М 4046	Δ в $\mu\Omega$	Разность М4044 М4046 в $\mu\Omega$	Δ в $\mu\Omega$	Примечание
XII 1934 г.	1,0000694	+0,5	1,0000316	-0,5	+37,8	+1,0	
II 1935 г.	1,0000699	+1,1	1,0000311	-1,1	+38,8	+2,2	
IV 1935 г.	1,0000710	+0,2	1,0000300	-0,2	+41,0	+0,4	
V 1935 г.	1,0000712	-0,2	1,0000298	+0,2	+41,4	-0,4	
VI 1935 г.	1,0000710	-0,4	1,0000300	+0,4	+41,0	-0,8	2/VI 1935 г. катушка М 4044 высушена и залита свежим сухим маслом
IX 1935 г.	1,0000706	-3,8	1,0000304	+3,8	+40,2	-7,6	
XII 1935 г.	1,0000668		1,0000342		+32,6		
	1,0000774		1,0000448		+32,6		В новых международных единицах

Из табл. 1 видно, что разница между катушками (оставшаяся в течение многих лет неизменной) растет и к маю 1935 г. достигает максимального значения. По многим наблюдениям подозрение в изменении падало на катушку М 4044; она была высушена и залита свежим сухим трансформаторным маслом. Затем разница стала изменяться в другую сторону, что можно проследить по табл. 2. Наблюдения показывают, что сильнее стала теперь изменяться катушка М 4046. Однако с достоверностью определить изменение катушек по их взаимным сравнениям нельзя.

Табл. 2 рисует нам, главным образом, основной групповой эталон в 1 Ω . Катушки № 6 и 8 (новой формы) выбраны были как лучшие из целой серии подобных, специально для международной работы, и, как показывает таблица, на протяжении нескольких лет ведут себя прекрасно. В сентябре 1933 г. они впервые были отправлены в Париж для международных сравнений, а с началом 1936 г. вошли в групповой эталон, хранящий единицу сопротивления СССР.

Рабочие эталоны в 1 Ω

По табл. 3 можно проследить за изменением катушек в 1 Ω , считавшихся до середины 1937 г. рабочими эталонами. К существовавшим прежде 16 катушкам прибавились еще 5 катушек новой формы, изготовленные в июне 1935 г. заводом „Эталон“ по специальному заказу лаборатории.

Табл. 4 дает нам возможность судить об изменениях катушек с течением времени. Через R_{20} обозначено сопротивление катушки при 20° С.

Таб
Эталонная группа

№ катушек	R_{20} IX 1933		R_{20} 23 II 1934		R_{20} 15 V 1935		
	Δ в $\mu\Omega$	R_{20} в $\mu\Omega$	Δ в $\mu\Omega$	R_{20} в $\mu\Omega$	Δ в $\mu\Omega$	R_{20} в $\mu\Omega$	
6- 8	Изготовлены в 1932 г.	0,9999610	-1,3	0,9999597	-5,4	0,9999543	+0,4
		0,9999498	-1,6	0,9999482	-5,5	0,9999428	+1,3
[6]—[8]		+11,2 $\mu\Omega$		+11,5 $\mu\Omega$		+11,5 $\mu\Omega$	
M 4044		—	—	—	—	—	—
M 4046		—	—	—	—	—	—
[M 4044]—[M 4046]		—	—	—	—	—	—
Среднее значение группового эталона из 4 катушек		—	—	—	—	—	—

№ катушек	R_{20} 8 VI 1936		R_{20} 16 X 1936		R_{20} 26 X 1936		
	Δ в $\mu\Omega$	R_{20} в $\mu\Omega$	Δ в $\mu\Omega$	R_{20} в $\mu\Omega$	Δ в $\mu\Omega$	R_{20} в $\mu\Omega$	
6 8	+0,5	0,9999666	-1,3	0,9999549	+0,2	0,9999651	-0,4
	+0,2	0,9999554	-1,7	0,9999539	+0,3	0,9999542	-0,4
[6]—[8]	—	+11,2 $\mu\Omega$	—	+11,0 $\mu\Omega$	—	+10,9 $\mu\Omega$	—
M 4044	-2,0	1,0000774	+0,8	1,0000782	-0,4	1,0000775	+1,1
M 4046	+1,2	1,0000446	+2,3	1,0000469	+0,1	1,0000470	-0,4
[M4044]—[M4046]	—	+32,8 $\mu\Omega$	—	+31,3 $\mu\Omega$	—	+30,8 $\mu\Omega$	—
Среднее значение группового эталона		1,0000110	—	1,0000110	—	1,0000110	—

табл 2
сопротивлений в 1 Ω

R_{20} 15 VI 1935	Δ в $\mu\Omega$	R_{20} 7 IX 1935 в единицах СССР	R_{20} 7 IX 1935 в новых междуна- родных омах	Δ в $\mu\Omega$	R_{20} 27 III 1936		R_{20} 27 V 1936
					Δ в $\mu\Omega$	R_{20} в $\mu\Omega$	
0,9999547	+2,0	0,9999567	0,9999673	-1,8	0,9999655	+0,6	0,9999661
0,9999441	+1,7	0,9999458	0,9999564	-1,7	0,9999547	+0,5	0,9999552
	+10,6 $\mu\Omega$		+10,9 $\mu\Omega$	+10,9 $\mu\Omega$		+10,8 $\mu\Omega$	+10,9 $\mu\Omega$
—	—	—	—	—	1,0000786	+0,8	1,0000794
—	—	—	—	—	1,0000452	-1,8	1,0000434
—	—	—	—	—	+33,4 $\mu\Omega$	—	+36,0 $\mu\Omega$
—	—	—	—	—	1,0000110	—	1,0000110

R_{20} 11 II 1937	Δ в $\mu\Omega$	R_{20} 21 II 1937	Δ в $\mu\Omega$	R_{20} 5 V 1937		R_{20} 4 XII 1937
				Δ в $\mu\Omega$	R_{20} в $\mu\Omega$	
0,9999547	-0,2	0,9999645	-0,1	0,9999644	-1,6	0,9999528
0,999938	+0,2	0,9999540	+0,3	0,9999543	-1,3	0,9999530
	+10,9 $\mu\Omega$		+10,5 $\mu\Omega$		+10,1 $\mu\Omega$	+9,8 $\mu\Omega$
1,0000789	+0,5	1,0000794	+1,3	1,0000807	+0,3	1,0000810
1,0000466	-0,5	1,0000461	-1,5	1,0000446	+2,5	1,0000471
	+32,3 $\mu\Omega$		+33,1 $\mu\Omega$		+36,1 $\mu\Omega$	+33,9 $\mu\Omega$
1,0000110	—	1,0000110	—	1,0000110	—	1,0000110

Таблица 3
Катушки сопротивления в 1 Ω типа PTR

№ катушек	Δ XII 1933 — VI 1932 в μΩ	Сопротивлен. при 20° С XII 1933	Δ в μΩ	Сопротивлен. при 20° С IV 1935	Δ в μΩ	Сопротивлен. при 20° С VI 1936, в еди- ницах СССР	Сопротивлен. при 20° С VI 1936, в междунар.омах	Δ в μΩ	Сопротивлен. при 20° С V 1937
4042	+ 4	1,000087	- 6	1,000081	+11	1,000092	1,000102	- 4	1,000098
4043	- 3	1,000066	- 3	1,000063	+12	1,000075	1,000086	+ 3	1,000089
4045	- 6	1,000074	+ 1	1,000075	+ 3	1,000078	1,000089	- 2	1,000087
6897	+ 7	1,000034	-21	1,000013	+16	1,000029	1,000040	+ 3	1,000043
6610	-13	1,001209	+ 4	1,001213	+11	1,001224	1,001234	+ 2	1,001236
6697	-16	1,000956	+ 1	1,000957	+10	1,000967	1,000978	+ 6	1,000984
7093	-10	1,000023	-11	1,000012	+ 9	1,000021	1,000031	+10	1,000041
7095	+ 4	1,000067	-20	1,000047	+11	1,000058	1,000069	+ 4	1,000073
49	-10	0,999944	- 1	0,999943	+ 1	0,999944	0,999955	+ 3	0,999958
50	- 5	0,999908	+ 1	0,999909	+ 2	0,999911	0,999921	+ 2	0,999923

Катушки сопротивления в 1 Ω новой формы

№ катушек	Δ I 1934 — V 1932 в μΩ	R ₂₀ I 1934	Δ в μΩ	R ₂₀ IV 1935	Δ в μΩ	R ₂₀ VI 1936 в едини- цах СССР	R ₂₀ VI 1936 в между- народных омах	Δ в μΩ	R ₂₀ V 1937
1	-23	0,999964	+ 4	0,999968	0	0,999968	0,999978	0	0,999978
2	-21	0,999889	- 4	0,999885	+13	0,999898	0,999908	-14	0,999894
3	-48	0,999868	-13	0,999855	- 6	0,999849	0,999860	- 6	0,999854
4	-21	0,999977	- 5	0,999972	+ 4	0,999976	0,999987	- 3	0,999984
	I 1934 — XII 1932								
7	- 1	1,000241	+ 5	1,000246	+9	1,000255	1,000266	+4	1,000270
9	-25	0,999930	- 6	0,999924	0	0,999924	0,999934	-3	0,999931

Таблица 4

№ катушек	R ₂₀ X 1935	Δ в μΩ	R ₂₀ XII 1935	Δ в μΩ	R ₂₀ VI 1936 в едини- цах СССР	R ₂₀ VI 1936 в между- народных омах	Δ в μΩ	R ₂₀ V 1937
5	1,000039	-2	1,000028	+6	1,000034	1,000045	-4	1,000041
10	1,000199	-4	1,000195	+5	1,000200	1,000211	-2	1,000209
11	1,000004	-3	1,000001	+2	1,000003	1,000014	-7	1,000007
12	1,000005	-6	0,999999	-1	0,999998	1,000009	-9	1,000000
13	0,999989	-4	0,999985	0	0,999985	0,999995	-5	0,999990

Достигнутая при измерениях катушек в 1Ω точность очень высока. Вероятная погрешность ряда измерений

$$0,2 \mu\Omega < 2 < 0,4 \mu\Omega, \text{ т. е. } < 0,0001\%.$$

После слияния в 1937 г. двух лабораторий в одну все катушки были пересмотрены и из одноимных катушек обеих лабораторий в качестве рабочих эталонов были выбраны следующие:

№ 4042, 4043, 4045, 7095, 49, 50 — типа PTR,

№ 9, 5, 10, 11, 12 и 13 — новой формы,

№ 4, 22 — типа PTR, изготовленные в бывшей лаборатории образцовых электрических мер.

Остальные, вследствие неблагоприятных электрических свойств, были изъяты из числа рабочих эталонов и употребляются в различных измерительных цепях в качестве вспомогательных.

Переходные катушки типа 1×10

Лаборатория имеет 4 таких катушки. Как уже указывалось в упомянутой выше статье, в сборнике ВИС № 127, переходные катушки являются лишь вспомогательными эталонами, для перехода от значения в 1Ω к большим — до 100Ω , и меньшим — до $0,01 \Omega$, и сопротивления их определяются перед самым эталонированием катушек, подлежащих измерению. Поэтому, несмотря на большие изменения, наблюдаемые у сопротивлений переходных катушек, они продолжают играть роль эталонов.

В следующих табл. 5, 6, 7 и 8 указаны результаты эталонирования переходных катушек.

Таблица 5

Переходная катушка № 90 (10×10)

№ секций	R_{20}	Δ	R_{20}	Δ	R_{20}	R_{20}
	IX 1931	в $\mu\Omega$	XII 1934	в $\mu\Omega$	II 1935 в едн. СССР	II 1935 в межд. омах
1	0,999715	-48	0,999667	-6	0,999661	0,999672
2	0,999530	-64	0,999466	-4	0,999462	0,999472
3	0,999494	-64	0,999430	-8	0,999422	0,999432
4	0,999558	-54	0,999484	-7	0,999477	0,999488
5	0,999409	-116	0,999293	0	0,999293	0,999304
6	0,999542	+ 5	0,999547	-8	0,999539	0,999559
7	0,999539	-137	0,999402	-2	0,999400	0,999411
8	0,999629	-48	0,999581	-5	0,999576	0,999587
9	0,999530	-61	0,999469	-7	0,999462	0,999473
10	0,999693	-43	0,999650	-6	0,999644	0,999654
Σ_{10}	9,99562	- 630 \approx -0,006%	9,99499	-53 \approx -0,0005%	9,99494	9,99504

Вероятная погрешность ряда измерений $\varepsilon = 0,7 \mu\Omega$, вероятная погрешность результата измерений каждой секции $F = 0,5 \mu\Omega$, а всей катушки $E_{10} = 1,5 \mu\Omega$.

Как видно из табл. 5, изменения катушки заметно уменьшились. Если с ноября 1929 г. по сентябрь 1931 г. катушка в среднем в год изменялась на $400 \mu\Omega$, то за время с 1931 по 1934 г. среднее годовое изменение ее уже составляет $\sim 200 \mu\Omega$, и дальнейшее изменение еще меньше.

Таблица 6
Переходная катушка № 91 ($10 \times 10\Omega$)

№ секций	R_{20} IX 1931	Δ в $\mu\Omega$	R_{20} V 1935 в единицах СССР	R_{20} V 1935 в междуна- родных омах
1	9,99986	+3,73	10,00359	10,00369
2	9,99881	+4,67	10,00348	10,00358
3	10,00009	+5,00	10,00509	10,00519
4	9,99952	+3,58	10,00310	10,00321
5	10,00724	+4,28	10,01152	10,01162
6	10,00845	+3,38	10,01183	10,01193
7	9,99991	+5,13	10,00504	10,00515
8	10,00017	+5,47	10,00554	10,00575
9	9,99963	+4,71	10,00434	10,00444
10	9,99955	+3,09	10,00264	10,00275
$\Sigma_{10\text{сек}}$	100,0132	+43,04 \cong +0,04%	100,0563	100,0573

В работе с этой катушкой была достигнута высокая точность. Вероятная погрешность результата при нахождении значений секций меньше $0,0001\%$. Что касается изменения катушки, то оно в среднем за год составляет $0,013\%$, и, судя по знаку изменения, процесс старения в ней прекратился.

В 1937 г., при эталонировании катушки № 92, установить изменение двух секций, 1-й и 10-й, а следовательно и всей катушки, не представилось возможным вследствие порчи во время работы потенциального столбика конца 10-й секции и необходимости из-за этого измерять как всю катушку, так и указанные секции от токовых зажимов катушки. Все же из табл. 7 по изменениям отдельных секций видно, что сопротивление катушки уже не так сильно уменьшается за период от февраля 1934 г. до декабря 1937 г., как от мая 1931 г. до февраля 1934 г. Изменение секций 6-й и 7-й в 4-й графе табл. 7, сильно отличающиеся от остальных этого столбика, обнаружены после ремонта потенциального столбика между 6-й и 7-й секциями, испортившегося во время работы с катушками.

Повидимому, этот ремонт сильно сказался на сопротивлении обеих секций.

Таблица 7

Переходная катушка № 92 ($10 \times 0,1\Omega$)

№ секции	R_{20} V 1931	Δ в $\mu\Omega$	R_{20} II 1934	Δ в $\mu\Omega$	R_{20} XII 1937 в единицах СССР	R_{20} XII 1937 в междуна- родных омах
1	0,0999591	-8,0	0,0999511	—	0,1000072	0,1000082
2	0,0999587	-7,7	0,0999510	-3,5	0,0999475	0,0999485
3	0,0999633	-9,4	0,0999539	-4,3	0,0999496	0,0999507
4	0,0999354	-9,9	0,0999255	-5,5	0,0999200	0,0999210
5	0,0999526	-7,6	0,0999450	-5,2	0,0999398	0,0999408
6	0,0999584	-6,9	0,0999515	+0,9	0,0999524	0,0999535
7	0,0999709	-5,1	0,0999658	+0,6	0,0999664	0,0999675
8	0,0999720	-4,1	0,0999679	-2,5	0,0999654	0,0999664
9	0,0999534	-6,8	0,0999466	-2,9	0,0999437	0,0999448
10	0,0999478	-7,5	0,0999403	—	0,0999988	0,0999999
$\Sigma_{\text{пол}}$	0,9999572	-73,0 \approx -0,007%	0,999499	—	0,999591	0,999601

Таблица 8

Переходная катушка № 93 ($10 \times 0,01\Omega$)

№ секции	R_{20} I 1931	Δ в $\mu\Omega$	R_{20} VI 1934 в единицах СССР	R_{20} VI 1934 в междуна- родных омах
1	0,01001518	-1,38	0,01001380	0,01001391
2	0,01000889	-0,79	0,01000810	0,01000820
3	0,01000646	-0,60	0,01000586	0,01000596
4	0,01000618	-0,45	0,01000573	0,01000584
5	0,01001737	+0,18	0,01001755	0,10001766
6	0,01000685	-0,90	0,01000595	0,01000606
7	0,01000924	-0,44	0,01000880	0,01000891
8	0,01001567	-0,63	0,01001504	0,01001515
9	0,01000931	-0,59	0,01000872	0,01000882
10	0,01001132	-0,28	0,01001104	0,01001114
$\Sigma_{\text{пол}}$	0,1001065	-5,89 \approx -0,006%	0,1001006	0,1001017

Эталонные катушки в 10, 100, 0,1 и 0,01 Ω

По ранее установленному порядку вслед за эталонированием декадных катушек производилось эталонирование катушек в 10, 100, 0,1 и 0,01 Ω .

Таблица 9
Эталонные катушки сопротивления в 10 Ω

№ катушек	R_{90} X 1931	R_{20} IX 1932	Δ в pΩ	R_{30} III 1935	Δ в pΩ	R_{90} IV 1936 в единицах СССР	R_{90} IV 1936 в междуна- родных омах	Δ в pΩ	R_{50} III 1937
6704	10,00107		-0,12	10,00095	+0,05	10,00100	10,00111	+0,01	10,00112
6705	10,00085		-0,10	10,00079	0	10,00079	10,00090	0	10,00090
6902	10,00060		-0,07	10,00053	0	10,00053	10,00064	-0,02	10,00062
7032	10,0021	10,0021	-0,04	10,00017	-0,02	10,00015	10,00026	-0,02	10,00024
7033	10,00026	10,00026	-0,05	10,00021	-0,04	10,00017	10,00028	0	10,00028
					$\pm 0,02 \approx \pm 0,0002\%$		Среднее	$\pm 0,01 \approx \pm 0,0001\%$	
	Среднее значение группы эталонов			10,00053	-	10,00053	10,00064	-	10,00064

Вероятная погрешность результата сравнений катушек в 10 Ω , достигнутая в марте 1935 г., благодаря большой чувствительности установки и большому количеству тщательно проделанных измерений, равна 0,00002—0,00003%.

Для катушек в 10 Ω была выработана схема эталонирования, состоящая из следующих этапов: 1) взаимные сравнения катушек в 10 Ω между собой, 2) эталонирование катушки № 90, 3) сравнение катушек в 10 Ω с катушкой № 90, 4) взаимное сравнение катушек в 10 Ω между собой.

Наличие первого и последнего этапов контролировало поведение катушек во время всего процесса эталонирования, который продолжался месяц. Этой схемы придерживались и при последующих подобных эталонированиях.

В 1936 г. все 5 катушек табл. 9 образовали групповой эталон со средним значением, полученным в марте 1935 г. Отмечается прекрасное состояние катушек.

В качестве рабочей эталонной катушки выбрана катушка № 7, изготовленная бывшей лабораторией образцовых электрических мер. Ее функция — сравнение образцовых катушек сопротивления.

Таблица 10

Эталонные катушки сопротивления в 100 Ω

№ катушек	R_{20}	Δ	R_{20}	Δ	R_{20}	R_{20}
	II 1932	в $\mu\Omega$	VI 1935	в $\mu\Omega$	V 1936 в единиц. СССР	V 1936 в между- народн. омах
6904	100,0039	+0,5	100,0014	-0,7	100,0007	100,0017
7039	100,0089	-2,1	100,0110	0	100,0110	100,0121
7040	100,0058	+1,2	100,0070	+0,8	100,0078	100,0089
	Среднее	+1,3 \approx +0,001%	Среднее	+0,5 \approx \pm 0,0005%		
	Среднее значение группового эталона				100,0065	100,0075

Вероятная погрешность результата измерений в 1935 г. $\pm 0,0001\%$. До настоящего времени групповой эталон состоит из 3 катушек табл. 10, состояние которых хорошее. При следующем эталонировании в групповой эталон предполагается включить катушку № 39, изготовленную бывшей лабораторией образцовых электрических мер. В качестве рабочей эталонной катушки остается № 8, изготовленная той же лабораторией.

Таблица 11
 Эталонные катушки сопротивлений в 0,1 Ω

№ катушек	R_{20} V 1931	Δ в $\rho\Omega$	R_{20} II 1934	Δ в $\rho\Omega$	R_{20} II 1935 в единицах СССР	R_{20} II 1936 в междуна- родных омах	Δ в $\rho\Omega$	R_{20} XII 1937
6735	0,1000054	-2,7	0,1000027	-0,1	0,1000026	0,1000037	+0,7	0,1000044
6736	0,1000061	-2,1	0,1000040	0	0,1000040	0,1000051	+0,9	0,1000060
6898	0,1000017	-1,2	0,1000005	+0,1	0,1000006	0,1000016	+1,1	0,1000027
7097	0,0999976	-3,0	0,0999946	+0,2	0,0999948	0,0999958	+0,4	0,0999962
7098			VI 1934 0,0999970	-0,2	0,0999963	0,0999979	+0,9	0,0999987
—	Среднее зна- чение группо- вого эталона		Среднее 0,0999958	$\pm 0,1 \approx \pm 0,0001 \%$			$+0,8 \approx +0,001 \%$	0,1000015

Таблица 12

Эталонные катушки сопротивлений в 0,01 Ω .

№ катушек	R_{93} II 1931	Δ в $\mu\Omega$	R_{93} VI 1934	Δ в $\mu\Omega$	R_{93} X 1934	Δ в $\mu\Omega$	R_{93} II 1936 в единицах СССР	R_{93} II 1936 в междуна- родных омах
7017	0,01000059	-0,69	0,00999990	-0,06	0,00999964	-0,06	0,00999976	0,00999987
7018	0,01000038	-0,70	0,00999968	-0,06	0,00999962	-0,11	0,00999951	0,00999961
6899	0,01000225	+0,35	0,01000260	+0,13	0,01000273	+0,18	0,01000291	0,01000302
—	Среднее	$\pm 0,56 \cong \pm 0,06\%$	—	$\pm 0,08 \cong \pm 0,001\%$	—	$\pm 0,12 \cong \pm 0,001\%$	—	—
—	Среднее зна- чение группо- вого эталона	—	0,01000073	—	0,01000073	—	0,01000073	0,01000083

Последняя графа табл. 11 есть результат нового эталонирования катушек в 0,1 Ω , цель которого — установить через декадную катушку № 93 значения катушек в 0,01 Ω .

Групповой эталон в 0,1 Ω состоит из 5 катушек, указанных в табл. 11, сравнения которых производится с вероятной погрешностью результата в 0,0001 %.

Рабочей эталонной катушкой выбрана катушка № 21, изготовленная бывшей лабораторией образцовых электрических мер.

Что касается катушек в 0,01 Ω , то в групповой эталон, состоящий из 3 катушек табл. 12, необходимо ввести еще хотя бы одну с возможной заменой ею катушки № 6899, в зависимости от результатов будущих сравнений. Последняя показала за 4 месяца 1934 г. довольно сильное изменение сопротивления и продолжает изменяться. Новая катушка для введения в групповой эталон, как и рабочая эталонная, будут выбраны из имеющихся в отделении образцовых мер лаборатории.

Точность сравнений катушек в 0,01 Ω в настоящее время, после произведенного ремонта гальванометра, судя по предварительным экспериментам, много ниже той, которую возможно получить при работе с другими значениями.

Переходная катушка типа 1:10

Таких катушек в лаборатории две, но для эталонирования катушек в 1000, 10 000 и 100 000 Ω служила только катушка № 89 с секциями в 100 и 10 Ω , соединенными последовательно. Каждая секция отдельно сравнивалась с катушками в 100 и 10 Ω . Результаты приведены в табл. 13.

Таблица 13
Катушка № 89

Секции	R_{20} III 1932	Δ в %	R_{20} VI 1935 в единицах СССР	R_{20} VI 1935 в международных омах
100	99,9979	+0,0003	99,9982	99,9993
10	9,99860	-0,0037	9,99823	9,99834
100 10	10,00119	+0,004	10,00159	10,00159

Катушки в 1000, 10 000 и 100 000 Ω

Катушки сравниваются методом мостика Витстона в отношении 1:1, а эталонируются в отношении 1:10.

Две катушки № 7044 и 7045 на протяжении нескольких лет мало изменяются и остаются близкими по значению. Катушка же № 6906 изменяется гораздо сильнее; поэтому в групповой эталон в сентябре 1937 г. включена катушка № 302, изготовленная бывшей лабораторией образцовых электрических мер.

Таблица 14
Эталонные катушки сопротивления в 1000 Ω

	R_{90} III-1932	Δ в $m\Omega$	R_{90} VI-1935	Δ в $m\Omega$	R_{90} IX-1936 в единицах СССР	R_{90} IX-1936 в междунациональных родинках	Δ в $m\Omega$	R_{90} IX-1937
№ катушки								
6906	1000,121	+47	1000,168	+19	1000,187	1000,198	+12	1000,210
7044	1000,226	0	1000,226	-9	1000,217	1000,227	-9	1000,218
7045	1000,222	+4	1000,226	-10	1000,216	1000,226	-3	1000,223
302								1000,266
Среднее		$+17 \approx$ $\approx 0,002\%$		$\pm 15 \approx$ $\pm 0,001\%$			$\pm 0,001\%$	
Среднее значение группового эталона			1000,207	-	1000,207	1000,217	+50	1000,237

Таблица 15
Эквивалентные катушки сопротивления в 10 000 Ω

№ катушек	R_{93} III 1932	Δ в Ω	R_{25} IX 1935	Δ в Ω	R_{93} IX 1936 в единицах СССР	R_{93} IX 1936 в между- народных омах	Δ в Ω	R_{93} III 1937	Δ в Ω	R_{25} IX 1937
7050	10001,58	-0,13	10001,85	-0,05	10001,80	10001,91	0	10001,91	-0,04	10001,87
7051	10002,51	+0,03	10002,54	+0,05	10002,59	10002,70	0	10002,70	+0,04	10002,74
277	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10001,02
Среднее		$\pm 0,08 \approx$ $\pm 0,001\%$		$\pm 0,05 \approx$ $\pm 0,0005\%$			0		$\pm 0,0001\%$	—
Среднее значе- ние группового эталона		—	10002,20	—	10002,20	10002,30	—	10002,30	-0,42	10001,58

Таблица 16
Эталонные катушки сопротивления в 100 000 Ω

№ катушек	R_{20} IV 1932	Δ в Ω	R_{20} IX 1935	Δ в Ω	R_{20} IX 1936 в странах СССР	R_{20} IX 1936 в между- народных омах	Δ в Ω	R_{20} III 1937	Δ в Ω	R_{20} X 1937
6943	100005,4	+1,8	100007,2	-0,5	100006,7	100007,7	-0,4	100007,3	-0,5	100006,8
6944	100007,9	+4,7	100012,6	+0,5	100013,1	100014,2	+0,4	100014,6	+0,5	100015,1
207	—	—	—	—	—	—	—	—	—	100002,8
	Среднее	+3,2% +0,003%		+0,5% ±0,005%			+0,4% ±0,0004%		+0,5% ±0,0005%	
Среднее зна- чение группо- вого эталона		—	100009,9	—	100009,9	100011,0	—	100011,0	-2,8	100009,2

Вероятная погрешность результата с 1935 г., при сравнении катушек в 1000 Ω , учитывая погрешность при определении значений эталона и секций катушки № 89, составляет 0,0003%, взаимные сравнения производятся с большей точностью ($< 0,0001\%$).

В 1937 г. в групповой эталон в 10 000 Ω вошла еще одна катушка № 277, изготовленная бывшей лабораторией образцовых электрических мер. Обрабатываться результаты измерений по способу наименьших квадратов не могли вследствие малого количества их. Данные табл. 15 получены сравнением отношения каждой катушки по очереди с двумя эталонами в 1000 Ω по методу мостика в отношении 1:10, при чем оба полученные значения отклоняются от среднего не больше, чем на 0,0001%. Катушки сохраняются в прекрасном состоянии (табл. 16).

В 1937 г. в групповой эталон, состоящий всего из двух катушек, включена еще одна — № 267, изготовленная бывшей лабораторией образцовых электрических мер. Точность, определяющаяся так же, как и для катушки в 10 000 Ω , лежит в пределах между 0,0002%—0,0001%. Она, по крайней мере, в 5 раз больше той, которая была получена при сравнениях в 1932 г.

В качестве рабочих эталонных катушек в лаборатории были выбраны:

для 1 000 Ω № 74	} изготовленные также бывшей лабораторией электрических образцовых мер
10 000 Ω № 85	
100 000 Ω № 105	

Среди перечисленных эталонных катушек сопротивления находятся вошедшие в работу впервые в указанный период времени. Предварительно определенные температурные формулы для них, в дополнение к таблицам, помещенным в статье сборника № 127, приводим в табл. 17.

Как видно из изложенного материала, эталонное хозяйство в области электрических сопротивлений в лаборатории электрических мер ВНИИМ находится в удовлетворительном состоянии. В настоящее время лаборатория столкнулась с необходимостью ввести еще по одной катушке в групповые эталоны в 0,01 Ω и 100 Ω . Для этого надо произвести новое эталонирование катушек с самого начала, т. е. от 1 Ω через переходные катушки типа 10×1 . Сравнение катушек в 1 Ω и полное эталонирование катушек в 0,1 Ω в декабре 1937 г. уже произведено.

Параллельно с главной задачей темы — изучения эталонных катушек сопротивления — в течение последних лет велась работа в направлении увеличения точности измерений. Вызывалось это не только общим стремлением повысить точность, но и ремонтом одного из гальванометров (сменой нити и зеркала), сильно понизившим его чувствительность, а также и переносом установки в другое помещение. Последние два обстоятельства и заставляли постоянно следить за чувствительностью установки, выбирать условия для достижения лучшего значения ее, тщательно измерять сопротивления и обрабатывать математически измерения для определения точности. Увеличение точности достигалось, главным образом, увеличением пропускаемого через катушки тока.

В результате можно утверждать, что для всех значений от 0,1 Ω до 100 000 Ω включительно обеспечена точность в 0,0001%, а для 1 Ω и

Таблица 17

№ катушек	Температурные формулы
Катушки в 1 Ω	
5	$R_t = R_{20} + [23,76 (t - 20) - 0,593 (t - 20)^2] \times 10^{-6}$ $\pm 0,08 \quad \pm 0,015$
10	$R_t = R_{20} + [22,48 (t - 20) - 0,588 (t - 20)^2] \times 10^{-6}$ $\pm 0,20 \quad \pm 0,034$
11	$R_t = R_{20} + [25,14 (t - 20) - 0,583 (t - 20)^2] \times 10^{-6}$ $\pm 0,07 \quad \pm 0,012$
12	$R_t = R_{20} + [20,62 (t - 20) - 0,548 (t - 20)^2] \times 10^{-6}$ $\pm 0,19 \quad \pm 0,033$
13	$R_t = R_{20} + [22,59 (t - 20) - 0,543 (t - 20)^2] \times 10^{-6}$ $\pm 0,05 \quad \pm 0,008$
Катушки в 10 Ω	
7032	$R_t = R_{20} + [182,9 (t - 20) - 4,95 (t - 20)^2] \times 10^{-6}$ $\pm 3,0 \quad \pm 0,37$
7033	$R_t = R_{20} + [192,4 (t - 20) - 7,31 (t - 20)^2] \times 10^{-6}$ $\pm 5,3 \quad \pm 0,68$
Катушка в 0,1 Ω	
7038	$R_t = R_{20} + [1,938 (t - 20) - 0,0505 (t - 20)^2] \times 10^{-6}$ $\pm 0,007 \quad \pm 0,0011$

Примечание. Числа, стоящие под коэффициентами формул, дают вероятные погрешности результатов.

10 Ω она значительно выше. По сравнению же с точностями, достигнутыми до 1933 г., сильно увеличена точность для значений 1, 10 и 100 000 Ω. Остается одно значение сопротивления, а именно 0,01 Ω, которое в настоящих условиях можно измерять с точностью даже не 0,001%, как было до 1933 г., а меньше, т. е. 0,002—0,003%, ибо для получения прежней точности надо пропускать ток не меньше 4 А, что является невозможным при длительной работе с аккумуляторами. Дальше придется искать новые условия, при которых нужная точность будет достигнута.

В целях приведения всего эталонного хозяйства в порядок, по другим лабораториям ВНИИМ, УНИИМ и МГИМВ были также выбраны рабочие эталоны сопротивления, для которых установлен определенный порядок хранения. Все они внесены в журнал рабочих эталонов, заведенный в лаборатории электрических мер ВНИИМ, и подвергаются периодическому контролю в последней.

Е. С. ЧУРАЕВА

ВЛИЯНИЕ НА ЭЛЕКТРОДВИЖУЩУЮ СИЛУ НОРМАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ВЕСТОНА СИЛЫ ТОКА И ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ ИХ ВКЛЮЧЕНИЯ В ЦЕПЬ

Широко развившееся в последние годы в науке и в промышленности применение нормальных элементов Вестона вызывает необходимость более детального ознакомления с физической их природой и влиянием на электродвижущую силу элементов различных факторов.

Одним из неприятных и предных для элементов фактором, с которым неизбежно приходится сталкиваться при применении нормальных элементов, является пропускание через элемент, хотя и слабого, тока.

В связи с этим эталонная электрическая лаборатория Всесоюзного научно-исследовательского института метрологии произвела экспериментальное исследование влияния на электродвижущую силу элемента тока определенной силы и продолжительности.

В просмотренной иностранной литературе, посвященной экспериментальному изучению нормальных элементов, найдено несколько работ, частично освещающих рассматриваемый вопрос, именно: С. И. Барнетт и Ф. Е. Смит (S. J. Barnett¹ и F. E. Smith²) производили опыты, выясняющие влияние на электродвижущую силу элементов коротких замыканий, происходящую вследствие этого их поляризацию и следовавшее затем восстановление электродвижущей силы, благодаря обратимости рассматриваемого элемента. В лаборатории Бюро стандартов Америки³ испытывались переносные насыщенные элементы Вестона в отношении падения электродвижущих сил элементов, служивших источником тока в 5, 50 и 100 μ A в течение шести минут и замыканий этих элементов накоротко.

Эталонная электрическая лаборатория взяла на себя задачу исследовать электродвижущую силу международных нормальных элементов Вестона с насыщенным электролитом, изготовленных этой лабораторией, при условии их продолжительного включения в цепь, как при полной компенсации, т. е. при теоретическом отсутствии в цепи нормального элемента какого бы то ни было тока (в действительности, как известно,

¹ S. J. Barnett. Some Experiment on the Polarization and Recovery of Cadmium cells. The Phys. Rev. Vol. XVIII 1904, № 2, p. 104—115.

² Fr F. E. Smith. On the Normal Weston Cadmium cell. Collector Researches National Physical Laboratory. Vol. IV 1908, p. 108.

³ International Standard of Electromotive Force and its low Temperature coefficient. By Marion E p l e y. Transactions A. J. E. E. 1931. December, p. 1300

и как это будет показано ниже, через элемент все же проходит весьма слабый ток), так и в случаях, когда нормальный элемент, будучи включен на заранее выбранное сопротивление, сам является источником тока.

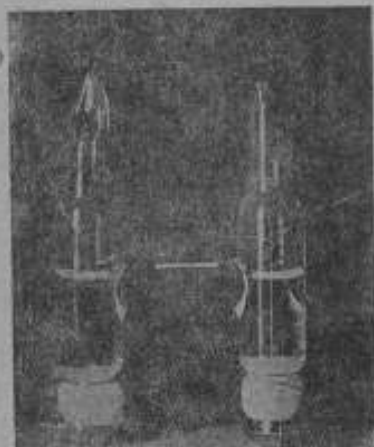


Рис. 1. Элемент обычного типа с диаметром ветвей 14 мм.



Рис. 2. Элемент с диаметром ветвей 20 мм.

Для выполнения этой работы эталонной электрической лабораторией была образована группа нормальных элементов, изготовленных, согласно принятой лабораторией спецификации, ¹ В. В. Мюллер. В эту группу вошли 15 нормальных элементов Вестона, приготовленных в разное время и различных размеров, т. е. с различными катодными поверхностями (рис. 1, 2 и 3). Данные, характеризующие эти элементы, помещены в табл. 1.

Внутреннее сопротивление элементов, помещенное в третьей графе табл. 1, измерялось методом Нернста. ²



Рис. 3. Элемент с диаметром ветвей 26 мм.

¹ А. К. Колосов. Международный нормальный элемент Вестона. „Временник Главной палаты мер и весов“. Вып. 3 (15) 1929.

² Е. С. Чурова. Эталонные группы нормальных элементов Вестона. „Временник Главной палаты мер и весов“. Вып. 3 (15) 1929, стр. 108.

Таблица 1¹

№ элем-та	Диаметр в КК	Время пригот-вления	Среднее значение в КК	Электродвижущая сила при 20,0°С, в международных вольтах												
				14 VI 1932	21 XI 1932	2 XII 1932	13 III 1933	14 III 1933	15 III 1933	30 IV 1933	3 VI 1933	2 XI 1933	13 XI 1933			
1137	14	8 V 1932	532	1,018238	1,018252	1,018249	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1138	14	8 V 1932	549	258	249	254	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1139	14	8 V 1932	631	267	246	253	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1140	14	8 V 1932	480	268	254	258	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1141	14	8 V 1932	492	288	272	279	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1324	14	XII 1932	507	—	—	—	1,018308	1,018304	1,018299	1,018299	—	—	—	—	—	—
1325	14	XII 1932	586	—	—	—	300	297	294	—	—	—	—	—	1,018288	1,018283
1322	14	1 1933	955	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1347	14	IV 1933	673	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	321	324
1448	14	X 1933	720	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	325	326
1476	14	X 1933	775	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1056	20	XII 1931	292	289	255	251	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1320	20	IV 1933	415	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1333	20	IV 1933	441	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1050	26	XII 1931	189	264	240	242	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

¹ В табл. 1, как и во всех остальных таблицах, значения элементов выражены в единице, установленной по серебряному вольтметру в 1932 г. (см. А. К. Колосов. Сообщения ВИМС Консультативному комитету по электричеству и фотометрии. Вып. 127. Изд. «Стандартизация и рационализация», 1933 г.).

Электродвижущая сила элементов измерялась при помощи потенциометра О. Вольфа сопротивлением $20\,000 \Omega$,¹ а время включения элементов на сопротивление — по секундомеру. Гальванометр фирмы Симеис и Гальске имел сопротивление 300Ω ; все нормальные элементы сравнивались с рабочими эталонами № 732 и 733 по принятой в лаборатории схеме.²

Первые эксперименты были произведены в декабре 1932 г. с элементами № 1137 и 1138, включенными в цепь потенциометра при хорошей компенсации в течение 1 часа. Полученные значения электродвижущих сил этих элементов для различных моментов времени указаны в табл. 2.

Таблица 2

Время, прошедшее с момента включения элемента в цепь потенциометра, в минутах	Электродвижущая сила элементов при 20°C , в милливольтах	
	№ 1137	№ 1138
1	1,018246	1,018248
2	247	248
3	246	248
5	245	248
10	243	249
20	246	249
30	246	249
45	—	248
60	249	247
	1,018246 $\pm 1 \mu\text{V}$	1,018248 $\pm 0,4 \mu\text{V}$

Отклонения электродвижущих сил испытанных элементов от среднего значения составляют для № 1137 $\pm 1,0 \mu\text{V}$ и для № 1138 $\pm 0,4 \mu\text{V}$, т. е. в среднем лежат в пределах точности измерения.

Отсюда следует, что при хорошей компенсации элементов электродвижущая сила их не меняется от включения в цепь потенциометра даже в течение целого часа.

Сила тока, циркулировавшая в цепи нормального элемента при его включении в цепь потенциометра по приведенной выше схеме, вычислялась по формуле:

$$I_c = \frac{E - IR_N}{R_N + R}$$

¹ Е. С. Чураева. Метод и оборудование для сравнения нормальных элементов. Вып. 100, ВИС, 1932.

² М. Ф. Маликов. Эталон международного вольта. „Временник Главной палаты мер и весов“. Вып. 1 (13) 1925.

где: I_e — сила тока в цепи гальванометра, R — общее сопротивление цепи нормального элемента, E — электродвижущая сила нормального элемента и R_N — сопротивление между подвижными контактами потенциометра.

R_e в свою очередь, суммируется следующим образом:

$$R = R_k + R_l + R_{np}.$$

В этом уравнении R_g — сопротивление гальванометра, равное 300Ω , R_l — внутреннее сопротивление нормального элемента и R_{np} — сопротивление контактов и проводов цепи, равное $2,307 \Omega$.

Для элемента № 1137 сила тока I_e получилась порядка 10^{-10} А, а для элемента № 1138 сила тока I_e совсем ничтожна.

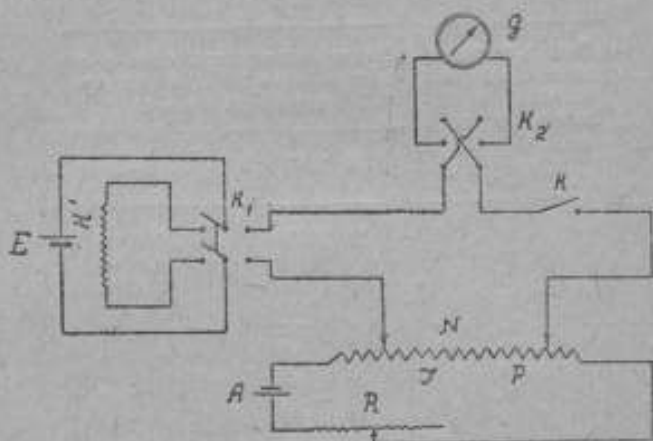


Рис. 4. Схема включения элемента в качестве источника тока и переключения на потенциометр для определения его электродвижущей силы.

Следующие эксперименты произведены в несколько приемов в период декабрь 1932 г.—декабрь 1933 г. над нормальными элементами, включенными в качестве источников тока на различные сопротивления, значения которых предварительно вычислялись по формуле:

$$R' = \frac{E - IR_l}{I},$$

где I — заданная сила тока, E — электродвижущая сила элемента и R_l — внутреннее его сопротивление.

Наблюдения производились по схеме (рис. 4). Они разбивались на две части: 1) определение падения электродвижущей силы элементов под влиянием проходящего через элемент тока и 2) определение восстановления электродвижущей силы.

При выполнении первой части наблюдений один из элементов группы включался при помощи ртутного переключателя K_1 на определенное

сопротивление R' (левое положение переключателя — рис. 4) на 60—90 мин. — время, достаточное для большинства работ с нормаль-

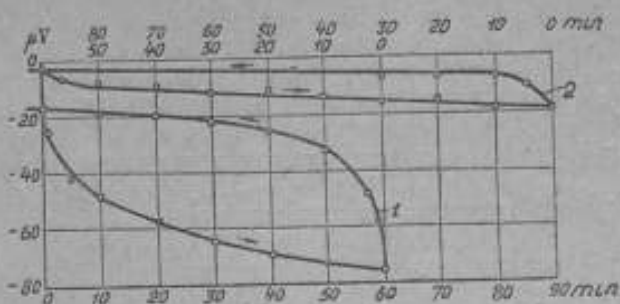


Рис. 5. Сила тока $0,3 \times 10^{-6}$ А

- 1) Элемент обычного типа с диаметром ветвей 14 мм, 2) Элемент с диаметром ветвей 20 мм.

ными элементами. При определении электродвижущей силы элемента в различные моменты времени, последний быстро переключался на по-

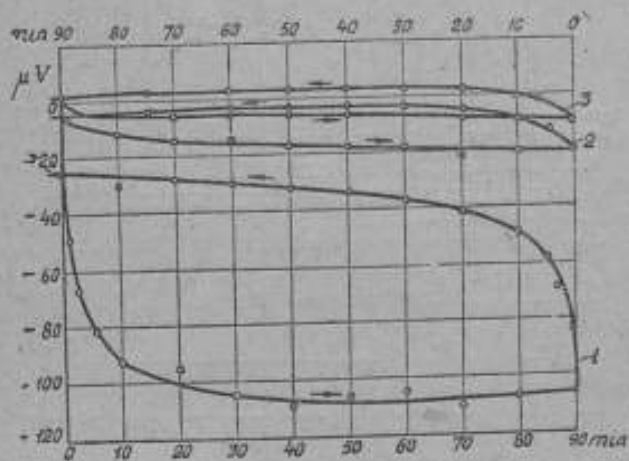


Рис. 6. Сила тока 1×10^{-6} А

- 1) Элемент обычного типа с диаметром ветвей 14 мм, 2) Элемент с диаметром ветвей 20 мм, 3) Элемент с диаметром ветвей 26 мм.

тенциометр (правое положение коммутатора K_1 — рис. 4) и, по выполнении серии отсчетов, снова приводился в первое положение.

Измерения электродвижущей силы элемента производились через 1, 3, 5, 10 и затем через каждые последующие 10 мин, после начала испытания. По истечении 60—90 мин. элемент окончательно переключался на потенциометр, и с этого момента начиналась вторая часть

наблюдений над восстановлением электродвижущей силы в течение 60—90 мин, и через те же промежутки времени (1, 3, 5, 10 мин.) и т. д.

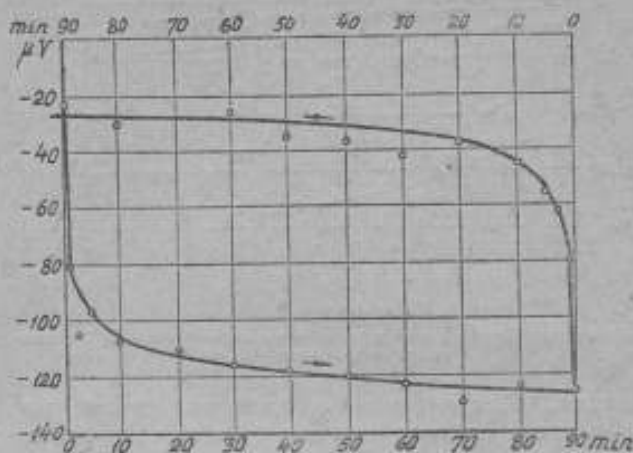


Рис. 7. Сила тока 5×10^{-6} А.

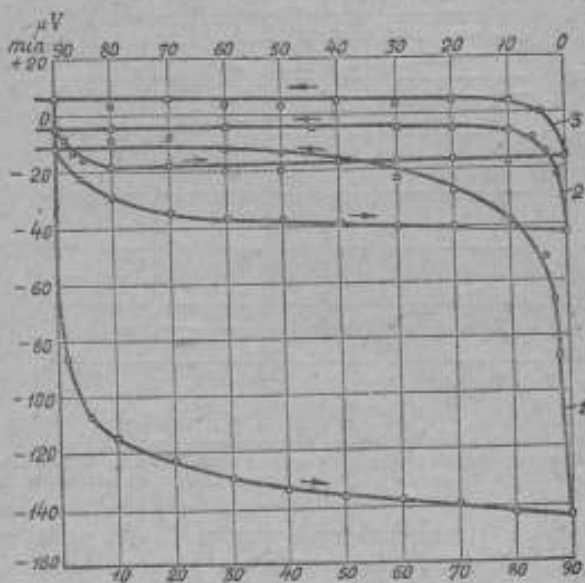


Рис. 8. Сила тока 5×10^{-5} А.

1) Элемент обычного типа с диаметром ветвей 14 мм. 2) Элемент с диаметром ветвей 25 мм. 3) Элемент с диаметром ветвей 25 мм. 4) Элемент с диаметром ветвей 26 мм.

Принимая во внимание, что время установления зеркальца гальванометра составляло от 8 до 12 сек. и что производилось три отсчета показаний гальванометра, можно считать, что элемент выключался из цепи на 25—40 сек., а значения электродвижущей силы относились к моменту, следующему через 15—25 сек. после его выключения.

Элементы обычного типа (диаметром ≈ 14 мм), наиболее широко распространенные в измерительной практике СССР, были исследованы

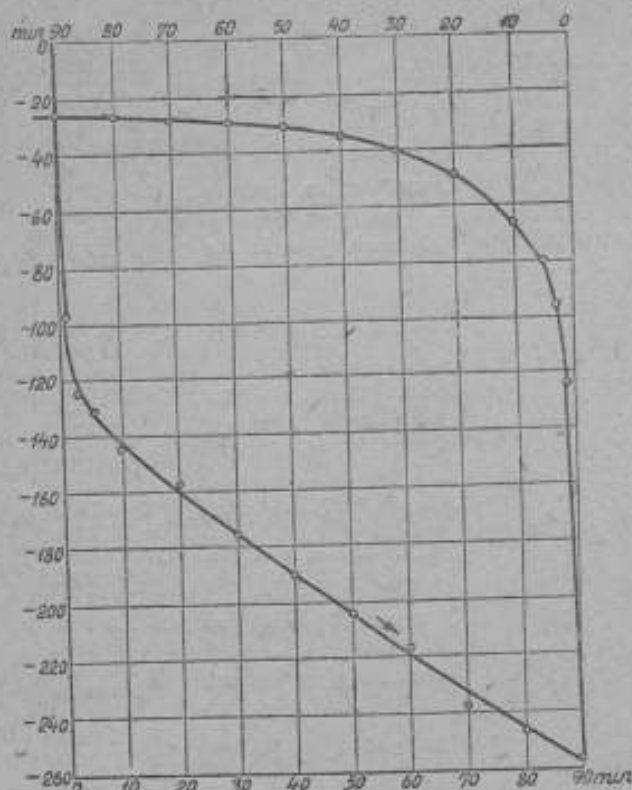


Рис. 9. Сила тока 5×10^{-5} А

при силах токов (кроме случаев достижения полной компенсации элементов) 0,2; 0,3; 0,7; 1,0; 1,5; 2,0; 5,0; 10,0; 20,0; 50,0 и 100,0 μ А, а элементы с большими катодными поверхностями (диаметром ≈ 20 и 26 мм), применяемые лишь в лабораториях ВНИИМ, исследованы при силах тока 0,2; 1,0; 10,0 и 100,0 μ А.

Результаты этих исследований приведены в табл. 3.

Из табл. 3 видно, что сила тока в 0,2 μ А в цепи нормального элемента почти не повлияла на значение электродвижущей силы элементов обычного типа, но уже действие тока в 0,3 μ А заметно сказыв-

№ элемент- тон	Сила тока в амперах	Тип элемента	Дата опыта	Электродвижу- щая сила до опыта при 20° С в междуэлектрод- ных полях	Изменения электродвижущих сил элементов, в микровольтах, через													
					1	3	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90		
					минут после включения элемента в цепь													
1139	$0,2 \times 10^{-6}$	Обычный ($\varnothing = 14$ мм) Средн. катодн. поверхн. ($\varnothing = 20$ мм)	1 I 1933	1,018254	- 2	- 3	- 3	- 2	- 2	- 2	0	+ 2	+ 2	-	-	-		
1140			2 I 1933	254	0	+ 2	+ 3	+ 3	+ 6	+ 5	+ 3	+ 2	+ 2	- 1	-	-	-	
1329			16 VI 1933	308	- 6	- 5	- 0	- 9	- 8	- 8	- 9	- 9	- 9	- 10	- 11	- 13	- 12	-
1333			17 VI 1933	306	- 4	- 3	- 2	- 5	- 6	- 10	- 13	- 9	- 15	- 13	- 13	- 13	- 15	-
1138	$0,3 \times 10^{-6}$	Обычный ($\varnothing = 14$ мм) Средн. катодн. поверхн. ($\varnothing = 20$ мм)	1 I 1933	272	- 31	- 45	- 46	- 48	- 56	- 64	- 68	- 68	- 72	-	-	-		
1324			17 III 1933	297	- 21	- 28	- 37	- 47	- 58	- 65	- 72	- 75	- 73	-	-	-	-	
1141			8 VI 1933	286	- 60	- 76	- 88	- 101	- 114	- 119	- 124	- 124	- 126	- 126	- 127	- 130	- 128	- 134
1141 ¹			26 VI 1933	288	- 49	- 71	- 86	- 91	- 120	- 126	- 126	- 126	- 126	- 127	- 127	- 131	- 133	-
1329	$0,7 \times 10^{-6}$	Обычный ($\varnothing = 14$ мм)	9 VI 1933	310	- 9	- 7	- 9	- 8	- 9	- 11	- 11	- 13	- 15	- 15	- 19	- 19		
1137			8 XII 1932	246	- 24	- 53	- 54	-	-	-	-	- 62	-	- 68	- 68	-	-	
1138			21 II 1933	251	- 45	- 53	- 57	- 61	- 67	- 72	- 75	- 78	- 79	-	-	- 82	- 83	
1140			22 II 1933	258	- 79	- 92	- 104	- 108	- 113	- 116	- 119	- 121	- 122	- 124	- 126	- 126	- 126	-
1327	1×10^{-6}	Обычный ($\varnothing = 14$ мм) Средн. катодн. поверхн. ($\varnothing = 20$ мм)	19 III 1933	293	- 32	- 70	- 79	- 90	- 91	- 95	-	- 96	- 97	- 95	-	-		
1137 ¹			10 VI 1933	263	- 158	- 188	- 199	- 203	- 194	- 206	- 212	- 201	- 206	- 204	- 208	- 212	-	
1322			14 XI 1933	291	- 42	- 42	- 61	- 78	- 79	- 101	- 99	- 98	- 93	- 99	- 99	- 99	- 95	-
1347 ¹			11 VI 1933	303	- 12	- 16	- 15	- 20	- 18	- 24	- 28	- 31	- 29	- 32	- 37	- 40	-	
1056	$1,5 \times 10^{-6}$	Бол. кат. пов. ($\varnothing = 26$ мм)	29 XII 1932	241	- 5	- 5	- 4	- 3	- 5	- 7	- 10	- 11	- 12	- 11	- 14	-		
1329			27 VI 1933	310	- 9	- 12	- 14	- 16	- 19	- 22	- 24	- 26	- 27	- 30	- 28	- 27	-	
1050			27 XII 1932	238	- 5	- 2	- 1	- 1	- 5	- 5	- 5	- 6	- 4	- 6	- 8	- 8	-	
1138			10 XII 1932	242	- 43	- 44	- 44	- 46	- 46	- 47	-	- 46	- 50	-	-	-	-	
1140	2×10^{-6}	Обычный ($\varnothing = 14$ мм) Средн. катодн. поверхн. ($\varnothing = 20$ мм)	11 XII 1932	269	- 58	- 68	- 70	- 73	- 76	- 81	- 84	- 85	- 89	-	-	-		
1137			23 II 1933	257	- 106	- 113	- 127	- 139	- 150	- 156	- 155	- 154	- 159	- 157	- 167	- 164	-	
1324			20 III 1933	291	- 69	- 75	- 82	- 86	- 90	- 98	- 97	- 97	- 98	-	-	-	-	
1139			13 VI 1933	250	- 45	- 43	- 43	- 42	- 42	- 47	- 47	- 31	- 30	- 32	-	- 33	- 30	
1333	5×10^{-6}	Обычный ($\varnothing = 14$ мм)	14 VI 1933	306	- 11	- 19	- 17	- 24	- 22	- 27	- 31	- 30	- 32	-	-	-		
1140			12 XII 1932	254	- 65	- 79	-	- 84	- 91	- 92	- 91	- 89	- 93	- 95	- 97	- 96	-	
1141			13 XII 1932	280	- 50	- 56	- 62	- 68	- 73	- 76	- 80	- 81	- 83	- 84	- 86	- 87	-	
1325			25 III 1933	289	- 63	- 89	- 101	- 100	- 100	- 99	- 98	- 98	- 99	- 98	- 98	- 98	- 97	-
1137	1×10^{-6}	Обычный ($\varnothing = 14$ мм) Средн. катодн. поверхн. ($\varnothing = 20$ мм)	14 XII 1932	246	- 79	-	- 89	- 103	- 105	- 111	- 114	- 116	- 118	-	- 118	- 120		
1141			25 II 1933	279	- 83	- 104	- 107	- 113	- 116	- 119	- 122	- 124	- 128	- 128	- 130	- 131	-	
1139			26 XII 1932	255	- 48	-	- 60	- 64	- 70	- 76	- 80	- 85	- 87	- 91	- 95	- 95	-	
1139			27 II 1933	250	- 52	- 55	- 55	- 60	- 65	- 68	- 71	- 74	- 75	- 76	- 79	- 80	-	
1141	2×10^{-5}	Обычный ($\varnothing = 14$ мм) Средн. катодн. поверхн. ($\varnothing = 20$ мм)	28 II 1933	272	- 129	- 134	- 135	- 138	- 140	- 144	- 140	- 144	- 150	- 150	- 150	- 161		
1448			16 XI 1933	329	- 39	- 57	- 75	- 79	- 89	- 90	- 102	- 98	- 99	- 100	- 108	- 97	-	
1056			29 XII 1932	243	- 17	- 21	- 22	- 25	- 29	- 30	- 34	- 33	- 34	- 34	- 36	- 35	-	
1329			19 VI 1933	310	- 20	- 26	- 27	- 33	- 41	- 45	- 41	- 43	- 46	- 47	- 45	- 49	-	
1050	5×10^{-5}	Бол. кат. пов. ($\varnothing = 26$ мм)	28 XII 1932	234	- 11	- 17	- 18	- 19	- 19	- 20	- 20	- 18	- 16	- 16	- 17	- 18		
1139			17 XII 1932	245	- 69	- 69	- 72	- 81	- 94	- 102	- 106	- 112	- 116	- 120	- 130	- 131	-	
1141			18 XII 1932	274	- 94	- 102	- 108	- 115	- 118	- 119	- 120	- 122	- 124	- 125	- 127	- 126	-	
1137			23 XII 1932	252	- 117	- 122	- 130	- 135	- 158	- 176	- 195	- 214	- 229	- 252	- 262	- 277	-	
1141	1×10^{-4}	Обычный ($\varnothing = 14$ мм) Ср. кат. пов. ($\varnothing = 20$ мм) Бол. кат. пов. ($\varnothing = 26$ мм)	24 XII 1932	275	- 77	- 125	- 130	- 149	- 160	- 175	- 184	- 197	- 206	- 222	- 229	- 239		
1138			25 XII 1932	262	- 112	- 136	- 142	- 151	- 180	- 200	- 222	- 245	- 264	- 286	- 302	- 327	-	
1140			25 XII 1932	252	- 107	- 120	- 128	- 144	- 184	- 211	- 239	- 272	- 305	- 333	- 385	- 418	-	
1476			26 XI 1933	333	- 100	- 130	- 146	- 184	- 215	- 242	- 265	- 280	- 279	- 280	- 311	- 313	-	
1056	1×10^{-4}	Ср. кат. пов. ($\varnothing = 20$ мм) Бол. кат. пов. ($\varnothing = 26$ мм)	31 XII 1932	244	- 40	- 50	- 54	- 65	- 82	- 89	- 92	- 98	- 99	- 104	- 107	- 109		
1050			31 XII 1932	241	- 31	- 37	- 36	- 43	- 51	- 61	- 62	- 66	- 69	- 72	- 75	- 74	-	

¹ Элементы не участвуют в выводе среднего значения для построения кривых.

№ элемент- тов	Сила тока в амперах	Тип элемента	Дата опыта	Электродвижу- щая сила до опыта при 20° С в международ- ных вольтах
1139	$0,2 \times 10^{-6}$	Обычный ($\varnothing = 14$ мм) Средн. катодн. поверхн. ($\varnothing = 20$ мм)	1 I 1933	1,018254
1140			2 I 1933	254
1329			16 VI 1933	308
1333	$0,3 \times 10^{-6}$	Обычный ($\varnothing = 14$ мм) Средн. катодн. поверхн. ($\varnothing = 20$ мм)	17 VI 1933	306
1138			1 I 1933	272
1324			17 III 1933	297
1141	$0,7 \times 10^{-6}$	Обычный ($\varnothing = 14$ мм) Средн. катодн. поверхн. ($\varnothing = 20$ мм)	8 VI 1933	286
1141 ¹			26 VI 1933	388
1329			9 VI 1933	310
1137	1×10^{-6}	Обычный ($\varnothing = 14$ мм) Средн. катодн. поверхн. ($\varnothing = 20$ мм)	8 XII 1932	246
1138			21 II 1933	251
1140			22 II 1933	258
1327	$1,5 \times 10^{-6}$	Обычный ($\varnothing = 14$ мм) Средн. катодн. поверхн. ($\varnothing = 20$ мм)	19 III 1933	293
1137			10 VI 1933	263
1322			14 XI 1933	291
1347	2×10^{-6}	Обычный ($\varnothing = 14$ мм) Средн. катодн. поверхн. ($\varnothing = 20$ мм)	11 VI 1933	303
1056			29 XII 1932	241
1329			27 VI 1933	310
1050	5×10^{-6}	Бол. кат. пов. ($\varnothing = 26$ мм) Обычный ($\varnothing = 14$ мм)	27 XII 1932	238
1138			10 XII 1932	242
1140			11 XII 1932	260
1137	1×10^{-5}	Обычный ($\varnothing = 14$ мм) Средн. катодн. поверхн. ($\varnothing = 20$ мм)	23 II 1933	257
1324			20 III 1933	291
1139			13 VI 1933	250
1333	2×10^{-5}	Обычный ($\varnothing = 14$ мм) Средн. катодн. поверхн. ($\varnothing = 20$ мм)	14 VI 1933	306
1140			12 XII 1932	254
1141			13 XII 1932	280
1325	5×10^{-5}	Обычный ($\varnothing = 14$ мм) Средн. катодн. поверхн. ($\varnothing = 20$ мм)	25 III 1933	289
1137			14 XII 1932	246
1141			26 II 1933	279
1139	1×10^{-4}	Обычный ($\varnothing = 14$ мм) Средн. катодн. поверхн. ($\varnothing = 20$ мм)	26 XII 1932	255
1139			27 II 1933	250
1141			28 II 1933	272
1448	2×10^{-4}	Обычный ($\varnothing = 14$ мм) Средн. катодн. поверхн. ($\varnothing = 20$ мм)	16 XI 1933	329
1056			29 XII 1932	243
1329			19 VI 1933	310
1050	5×10^{-4}	Бол. кат. пов. ($\varnothing = 26$ мм) Обычный ($\varnothing = 14$ мм)	28 XII 1932	234
1139			17 XII 1932	245
1141			18 XII 1932	274
1137	1×10^{-3}	Обычный ($\varnothing = 14$ мм) Средн. катодн. поверхн. ($\varnothing = 20$ мм)	23 XII 1932	252
1141			24 XII 1932	275
1138			25 XII 1932	262
1140	1×10^{-4}	Обычный ($\varnothing = 14$ мм) Ср. кат. пов. ($\varnothing = 20$ мм) Бол. кат. пов. ($\varnothing = 26$ мм)	25 XII 1932	252
1476			26 XI 1933	333
1056			31 XII 1932	244
1050			31 XII 1932	241

¹ Элементы не участвуют в выводе среднего значения для построения кривых.

Изменения электродвижущих сил элементов, в милливольтгах, через											
1	3	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90
минут после выключения элемента из цепи											
-	+ 1	-	- 2	- 3	- 1	- 2	0	+ 2	-	-	-
-	- 1	0	0	- 1	- 1	- 1	-	+ 1	-	-	-
- 11	- 8	- 6	- 2	- 3	- 3	- 2	-	- 3	- 2	- 2	- 4
- 12	- 12	- 9	- 7	- 7	- 6	- 3	-	- 2	- 4	-	- 3
- 54	- 45	- 37	- 32	- 26	- 21	- 21	- 20	- 18	-	-	-
- 63	- 51	- 42	- 32	- 26	- 21	- 18	- 17	- 15	-	-	-
- 97	- 78	- 72	- 60	- 51	- 46	- 36	-	- 33	-	- 30	- 30
- 101	- 82	- 74	- 62	-	- 50	-	-	- 42	- 37	- 36	- 29
- 17	- 13	- 11	- 8	- 8	- 6	-	- 4	-	-	-	- 3
-	- 41	-	- 26	- 22	-	-	-	- 8	-	-	-
- 52	- 42	- 36	- 29	- 22	- 21	- 19	- 17	- 16	- 15	- 14	- 12
- 88	- 68	- 59	- 49	- 40	- 35	- 33	- 32	- 32	- 30	- 27	- 27
- 81	- 64	- 56	-	- 39	- 33	- 26	-	- 21	-	- 16	- 16
- 120	-	- 81	- 65	- 53	- 53	- 45	-	- 44	- 39	-	- 38
- 83	- 79	- 60	- 56	- 50	- 40	- 35	- 32	- 31	- 32	- 33	- 29
- 26	- 18	- 16	- 11	- 4	- 4	-	-	-	- 1	-	- 2
- 9	- 4	- 3	- 2	- 1	- 1	- 3	- 2	- 1	- 2	+ 1	- 1
- 21	- 18	- 15	- 12	- 7	- 8	- 5	- 5	- 5	-	- 4	- 6
- 4	-	- 2	0	+ 1	+ 1	+ 2	+ 2	+ 2	-	+ 2	+ 1
- 42	- 41	- 19	- 11	- 7	- 5	- 5	- 5	- 2	-	-	-
- 61	- 47	- 41	- 35	- 28	- 24	- 22	- 20	- 19	-	-	-
- 103	- 73	- 64	- 51	- 42	- 38	- 36	- 33	- 30	- 30	- 30	- 28
- 76	- 60	- 51	- 40	- 29	- 22	- 16	- 18	- 16	-	-	-
-	- 24	- 19	- 14	- 11	- 6	- 7	-	- 3	- 3	- 2	+ 1
- 24	- 17	- 16	- 13	- 3	- 5	-	-	-	- 7	- 6	- 7
- 64	- 50	- 44	- 39	- 29	- 27	- 23	- 22	- 20	-	-	- 18
- 65	- 53	- 48	- 40	- 32	- 29	- 25	- 23	- 22	-	-	- 19
- 78	- 62	- 42	- 46	- 36	- 29	- 26	- 23	- 21	- 18	- 17	- 16
- 70	- 50	- 44	- 35	- 29	-	- 23	-	- 18	-	-	- 16
- 90	- 73	- 64	- 55	- 47	- 42	- 38	- 36	- 33	-	- 30	- 29
- 64	- 49	- 39	- 28	- 18	- 11	- 6	- 4	- 1	- 1	+ 1	+ 1
- 43	- 30	- 22	- 13	- 5	- 2	+ 6	+ 3	+ 7	+ 7	+ 5	+ 8
- 95	- 75	- 68	- 58	- 47	- 42	- 36	- 33	- 30	- 28	- 27	- 29
- 53	- 40	- 30	- 21	- 14	- 12	- 14	- 14	- 10	-	- 11	- 18
- 14	8	- 6	- 2	- 1	- 2	0	- 1	- 1	- 1	-	0
- 31	- 24	- 17	- 12	- 6	- 5	-	- 6	- 6	-	- 7	- 7
-	+ 3	0	+ 4	+ 5	+ 6	+ 6	+ 5	+ 5	+ 7	+ 4	+ 6
- 86	- 67	- 59	- 30	- 18	- 9	- 5	-	- 2	-	+ 2	+ 6
- 78	- 64	- 57	- 47	- 37	- 33	- 28	- 25	- 24	- 21	- 21	- 19
- 128	- 93	- 78	- 61	- 46	- 39	- 34	- 32	- 31	- 28	- 27	- 26
- 129	- 97	- 83	- 67	- 51	- 42	- 35	- 30	- 27	- 23	- 23	- 20
- 172	- 118	- 87	- 65	- 40	- 25	- 15	- 6	- 3	0	+ 2	+ 6
- 191	-	- 144	- 113	- 85	- 71	- 59	- 53	- 44	- 40	- 39	- 38
- 184	- 106	- 89	- 52	- 26	- 19	- 14	- 13	- 12	- 13	-	- 5
- 59	- 33	- 22	- 11	- 3	0	+ 1	+ 2	+ 2	+ 2	+ 2	+ 1
- 36	- 21	- 11	- 6	0	+ 4	+ 6	+ 5	+ 5	+ 4	+ 6	+ 5

вается, причем это влияние прямо пропорционально времени нахождения элемента под током.

По мере увеличения силы тока в цепи элемента, падение электродвижущей силы увеличивается; оно больше для элементов с малыми катодными поверхностями и меньше для элементов с большой поверхностью.

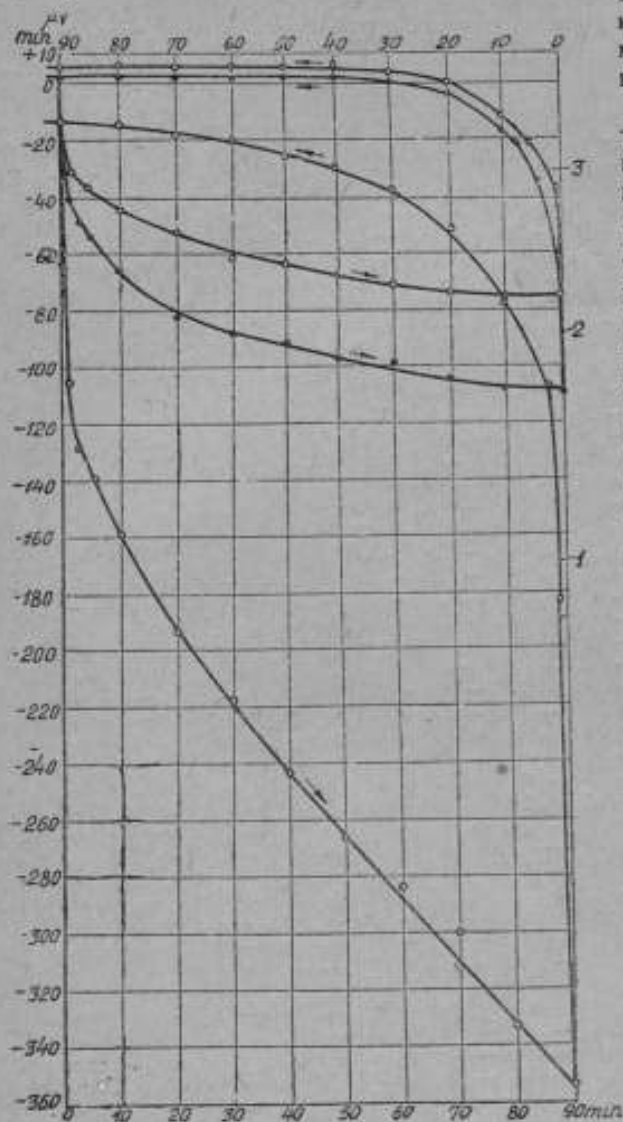


Рис. 10. Сила тока 1×10^{-4} А

1) Элемент обычного типа с диаметром ветвей 14 мм. 2) Элемент с диаметром ветвей 20 мм. 3) Элемент с диаметром ветвей 26 мм.

Контрольные опыты, произведенные в июне 1933 г., показали, что вновь приготовленные элементы устойчивее элементов, уже бывших в работе, как это видно из сравнения результатов испытания элементов № 1324 (вновь изготовленного) и № 11 (уже работавшего) при силе тока $0,3 \mu\text{A}$ и элементов № 1137 (работавшего) и № 1347 (нового) при силе тока в $1 \mu\text{A}$. Далее обращают на себя внимание элементы № 1137 и 1140. Эти элементы при испытании их на токах меньшей силы по сравнению с токами, которым они были подвергнуты при предшествовавших исследованиях, дали изменения электродвижущих сил большие, чем можно было ожидать в связи с предыдущими опытами (см. элемент № 1137 при 1 и $5 \mu\text{A}$ и элемент № 1140 при 1 и $2 \mu\text{A}$).

Приведенные в правой половине табл. 3 данные, относящиеся к восстановлению элек-

тродвижущих сил элементов, показывают большую восстанавливаемость электродвижущих сил элементов, что обнаруживается уже в первые моменты после окончательного переключения элемента на потенциометр. За время, соответствующее разряду, они восстанавливаются почти полностью.

На рис. 5—10 изображены кривые изменения электродвижущих сил элементов под влиянием проходящих через них токов и восстановления электродвижущих сил элементов после выключения их из цепи. Эти кри-

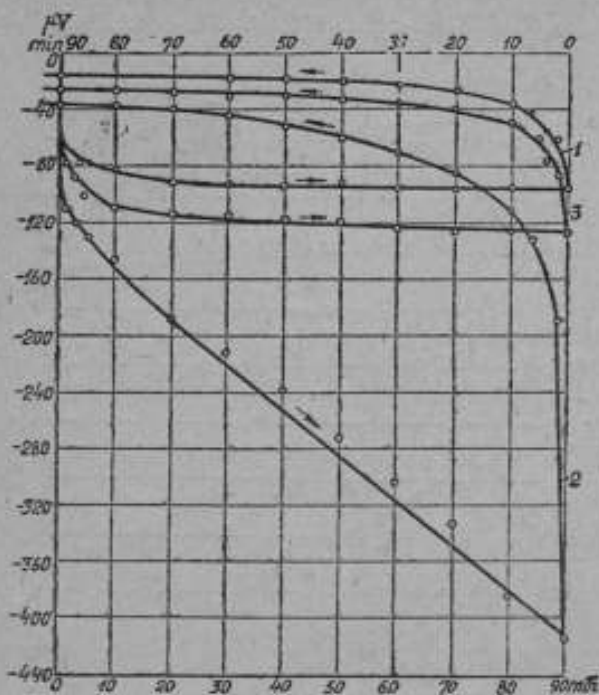


Рис. 11. Кривые исследования электродвижущей силы элемента № 1140 в различное время и при различных токах.

1) Сила тока 2×10^{-6} А 12 декабря 1932 г. 2) Сила тока 1×10^{-4} А 25 декабря 1932 г. 3) Сила тока 1×10^{-6} А 22 февраля 1933 г.

вые построены по средним значениям¹ ряда однотипных испытаний; причем рис. 6, 8 и 10, содержащие по три кривых (1, 2 и 3 соответственно: обычного типа, средней катодной поверхности и большой), наглядно показывают различное влияние одних и тех же нагрузок на элементы различных катодных поверхностей. Рис. 11 и 12 содержат кривые результатов испытания элементов № 1140 и 1141 при различных

¹ Элементы № 1141, 1137 и 1347, отмеченные в табл. 3,⁷ по причинам, изложенным выше, в выводе среднего не принимались.

нагрузках. Рассмотрение этих кривых в связи с датами опыта, подтверждает сделанные ранее выводы о худшей сопротивляемости действию токов элементов, уже подвергавшихся предварительным нагрузкам. На рис. 13 сделана попытка построения диаграммы падения электродвижущих сил нормальных элементов всех трех типов под влиянием различных нагрузок в течение 90 мин., отнесенных именно к этому последнему моменту опыта.

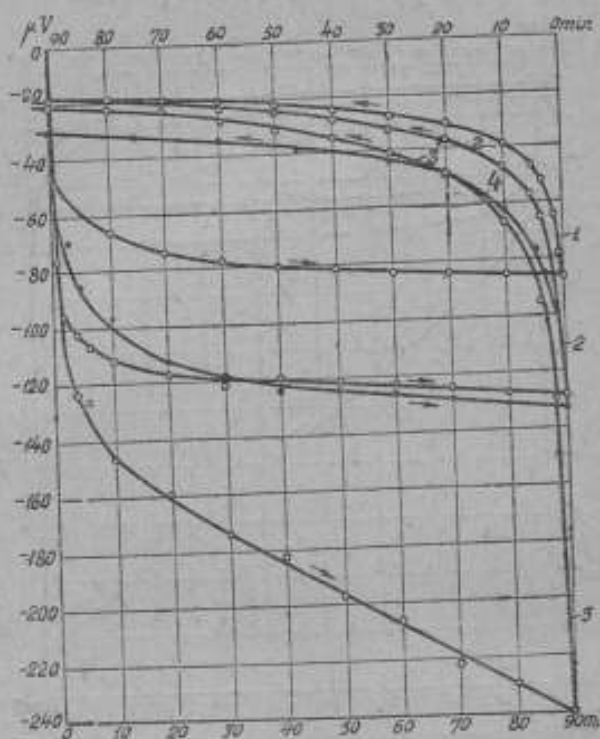


Рис. 12. Кривые исследования электродвижущей силы элемента № 1141 при различных токах.

- 1) Сила тока 2×10^{-6} А 13 декабря 1932 г. 2) Сила тока 3×10^{-6} А 15 декабря 1932 г. 3) Сила тока 5×10^{-6} А 24 декабря 1932 г. 4) Сила тока $0,3 \times 10^{-6}$ А июль 1933 г.

В табл. 4 помещены данные сравнения 12 элементов исследованной группы с рабочими эталонами лаборатории в различные моменты как до начала опытов, так и в процессе их.

Из сравнения приведенных результатов видно, что, несмотря на вредное, изнашивающее влияние на элементы нагрузочных токов, они все же являются весьма надежными приборами, так как после некоторого необходимого отдыха колебание их электродвижущих сил не превышает $0,001\%$.

Таблица 4

№ эле- ментов	Электродвижущая сила при 20° С, в международных вольтах					
	До начала опытов	В процессе опытов				
	2 XII 1932	19 II 1933	22 III 1933	30 IV 1933	3 VI 1933	10 VII 1933
1137	1,018249	1,018259	1,018249	1,018257	1,018264	1,018258
1138	254	258	248	257	265	272
1139	253	260	252	260	261	268
1140	258	261	250	258	259	258
1141	279	284	274	280	288	289
1056	251	248	262	255	253	250
1050	242	248	233	243	243	254
1324	—	—	285	290	293	291
1325	—	—	288	295	295	299
1329	—	—	—	306	305	313
1333	—	—	—	308	305	312
1347	—	—	—	301	302	311

Следующий опыт был произведен 10 июня 1933 г. с элементом № 1137, который вновь был включен после ряда испытаний в цепь потенциометра, при хорошей компенсации, в течение часа. Результаты опыта помещены в табл. 5. Колебания электродвижущей силы этого элемента от среднего ее значения не превосходят в течение 1 часа $\pm 2 \mu\text{V}$, что характеризует большую устойчивость нормальных элементов.

Таблица 5

Время, прошедшее с момента включения элемента в цепь потенциометра, в минутах	Электродвижущая сила при 20° С в международных вольтах
0	1,018270
5	272
10	272
20	271
30	270
40	267
50	275
60	273
	Среднее 1,018271

В декабре 1933 г. три нормальных элемента: № 1137 (подвергавшийся нескольким исследованиям), № 1322 (до этого времени не работавший совершенно) и № 1329 (уже работавший, но отличающийся от первых двух увеличенной поверхностью) были испытаны на длительную разрядку их током в $1 \mu\text{A}$ в течение 3 суток. Данные о падении электродвижущих сил этих элементов под влиянием нагрузок и о дальнейшем восстановлении этих электродвижущих сил помещены в табл. 6.

Табл

№ элемент- тов	Сила тока	Тип эле- мента	Дата опыта	Электродви- жущая сила до опыта при 22°C и между- катоде, вольт	Изменение электродвижущих сил после включения элементов на сопроти							
					после включения элементов на сопроти							
					5 мин.	20 мин.	1 час	2 часа	3 часа	5 часов	9 часов	24 часа
1137	1×10^{-6}	Обычный ($\varnothing=14$ мм)	1933 г. 28-XI-1 XII	1,018242	-228	-215	-205	-209	-296	-380	-398	-470
1322	1×10^{-6}	То же	15-17 XII	260	-68	-74	-79	-78	-80	-	-90	-
1329	1×10^{-6}	Средн. катодн. поверхн. ($\varnothing=20$ мм)	10-13 XII	261	-35	-43	-50	-55	-56	-	-	63

Как и следовало ожидать, на основании всех предыдущих испытаний, наибольшее падение электродвижущей силы и наихудшую восстанавливаемость обнаруживает элемент обычного типа № 1137, подвергнутый

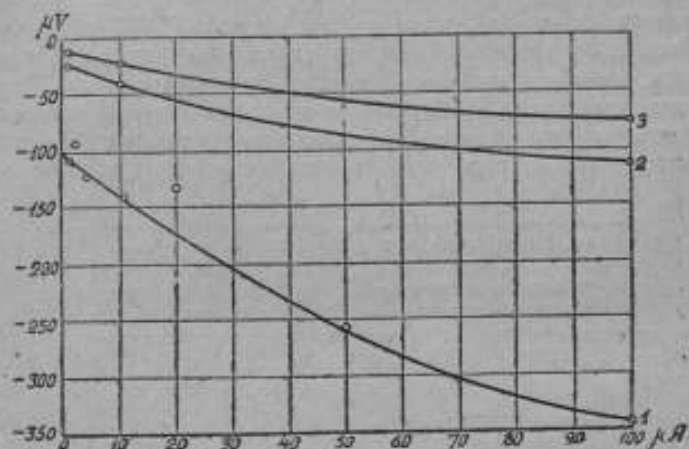


Рис. 13. Кривые падения электродвижущей силы элементов под влиянием проходящих через них токов в течение 90 минут.

Элементы обычного типа с диаметром ветвей: 1) 14 мм, 2) 20 мм и 3) 26 мм.

большим предварительным экспериментам и несколько от них пострадавший, и наименьшее падение и наилучшую восстанавливаемость — элемент № 1329 со средней катодной поверхностью, сообщившей элементу большую выносливость.

¹ Через 48 часов.

та 6

сил элементов, в микровольтах															
влияние через				после выключения элементов из цепи через											
20 часов	34 час	45 часов	72 час	2 мин.	5 мин.	10 мин.	20 мин.	40 мин.	1 час.	2 часа	3 часа	5 часов	10 часов	24 часа	30 часов
-581	-600	-	-621	-417	-197	-138	-103	-67	-58	-40	-33	-27	-18	-18	-15
-	-	-111	-	-	-73	-58	-50	-49	-47	-	-	-20	-	-	-11
-	-	-	-72	-50	-39	-31	-25	-22	-17	-12	-10	-21	-	-	+2

На основании всей работы можно сделать следующие выводы:

1) Нормальные элементы Вестона, являются приборами высокой чувствительности, немедленно реагирующими на всякое пропускание через них токов.

2) Хорошая компенсация нормальных элементов на потенциометре и пропускание через них токов порядка 10^{-7} А не оказывают заметного влияния на электродвижущую силу нормальных элементов, находящихся в хорошем состоянии. Токи, превосходящие по своей величине 1 мкА, вызывают падение электродвижущей силы нормальных элементов, обнаруживающееся уже через 1 мин. после включения элемента в цепь.

3) Элементы с большой катодной поверхностью являются более устойчивыми, нежели элементы обычного типа.

4) Элементы обычного типа восстанавливают свои электродвижущие силы приблизительно в тот же промежуток времени, в течение которого они подвергались действию тока, а элементы с большой катодной поверхностью — в более короткий срок.

5) Устойчивость элемента и постоянство его электродвижущей силы зависят в значительной степени от сохранности элемента, т.е. от продолжительности его предшествовавшей работы и аккуратности обращения с ним.

Эти выводы находят свое отражение в п. 18 Общесоюзного стандарта на нормальный международный элемент Вестона (ОСТ ВКС 7457), утвержденного 2 октября 1934 г., о ежегодной периодической поверке нормальных элементов, и в п. 14 и 15 Инструкции для приготовления и пользования нормальными элементами (ОСТ ВКС 7457) о невозможности пропускания через элемент или получения от элементов токов более $0,000001$ А.

В заключение следует добавить, что автор настоящей работы производил опыты замыкания нормальных элементов Вестона накоротко. Результаты этой работы изложены в особой статье.¹

¹ Е. С. Чураева. Влияние коротких замыканий на электродвижущую силу нормальных элементов. „Электрические измерения“. Вып. ВИСМС 11/27 „Стандартгиз“, 1936.

ВЫБОР ГАЛЬВАНОМЕТРА ДЛЯ ЗАДАННОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ

При работе на потенциометрах необходимо выбирать гальванометр, постоянные которого гарантируют требования точности, предъявляемые при измерении. Прежде предъявлявшееся требование равенства сопротивления гальванометра и сопротивления цепи потенциометра, как показали исследования Брукса¹ (H. V. Brooks, Бюро стандартов в Вашингтоне), не является обязательным. При сопротивлении гальванометра, равном 100 Ω , рабочая чувствительность будет наибольшей при условии, что сопротивление потенциометра плюс сопротивление соединительных проводов, нити подвеса гальванометра и других его неподвижных частей также равно 100 Ω . Однако, если тот же гальванометр перемотать с тем же пространственным фактором так, чтобы сопротивление катушки было равно либо 20, либо 500 Ω , уменьшение его чувствительности в обоих случаях не превысит 26%. Поэтому для окончательного выбора гальванометра должны иметь значение не только его сопротивление, но и другие факторы, как то: его токовая и вольтовая постоянные и его критическое сопротивление.

При всяком измерении, производимом при участии гальванометра, желательно, чтобы он был замкнут на свое критическое сопротивление. Величина же сопротивления, на которое замкнут гальванометр в обычном потенциометре как большого, так и малого сопротивления, изменяется при перемещении рычагов магазинов. Величина этой вариации может быть определена из следующих простых соображений.

Обозначим через R общее сопротивление цепи питающей батареи; R_g действительное сопротивление потенциометра в цепи гальванометра; r_1 сопротивление части рабочей цепи между контактами гальванометра; r_2 сопротивление, шунтирующее r_1 .

Имеем: $R = r_1 + r_2$.

$$R_g = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} = \frac{R r_1 - r_1^2}{R}; \quad \frac{dR_g}{dr_1} = \frac{R - 2r_1}{R}.$$

R_g имеет максимум при $\frac{R - 2r_1}{R} = 0$, т. е. тогда, когда

$$R = 2r_1; \quad R_{g \max} = \frac{R}{4}.$$

¹ H. V. Brooks, "Sensitivity of a galvanometer as a function of its resistance" Bureau of Standards, "Journal of Research", Vol. 4 1930, стр. 297.

Отсюда, видно, что обычный потенциометр большого сопротивления (Вольф, Рапс, Карпантье), имеющий полное сопротивление 20 000 Ω , включает в цепь гальванометра переменное сопротивление, равное от 0 до 5000 Ω .

Потенциометр же малого сопротивления (Лидс и Нортруп, О'Брайан и др.), с сопротивлением порядка 100—150 Ω , имеет переменное сопротивление только порядка от 0 до 25 или до 40 Ω .

Таким образом, если в одном из крайних положений рычагов гальванометр оказывается замкнутым на свое критическое сопротивление, в другом крайнем положении он будет либо недостаточно демпфирован, либо переусвоен. Для того чтобы эти оба состояния не слишком влияли на производство измерения, сопротивление цепи гальванометра, в которое входят и сопротивление измеряемого объекта и всей проводки, не должно быть очень мало. Однако, увеличение этого сопротивления ограничивается требованиями чувствительности гальванометра.

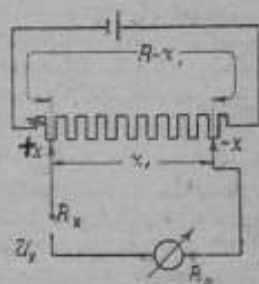
Всякий гальванометр фактически является токовым прибором, так как момент вращения, действующий на подвижную систему, создается проходящим по его катушке током.

Чтобы определить, удовлетворит ли данный гальванометр предъявляемому к нему требованию чувствительности для данного потенциометра, необходимо подсчитать, будет ли ток, возникающий в подвижной системе гальванометра, вследствие расстройки компенсации на один последний знак отсчета, больше его чувствительности. Величина этого тока зависит от величины сопротивления всей цепи гальванометра.

Это сопротивление состоит из переменного сопротивления цепи потенциометра между точками присоединения концов измеряемой цепи R_g , т. е. между рычагами $+x$ и $-x$ (см. рисунок), из сопротивления цепи гальванометра R_x (кроме самого гальванометра) и, наконец, из сопротивления гальванометра R_g . При полной компенсации сила тока в цепи гальванометра равна нулю, и, следовательно, подвижная система отклонения не дает. При расстройке компенсации, иначе, изменении напряжения на величину Δu , по цепи гальванометра пройдет ток силой $\Delta i = \Delta u : (R_g + R_x + R_g)$.

Если пропорциональное этому току отклонение подвижной системы равно $\delta \alpha$, то отношение $\frac{\delta \alpha}{\Delta u}$ является вольтовой чувствительностью всего устройства. Сила рабочего тока потенциометра I всегда равна частному от деления электродвижущей силы питающей батареи на все сопротивление цепи батареи потенциометра $I = \frac{E}{R}$.

Как известно, эта сила тока остается постоянной при перемещении всех рычагов магазинов между точками $+x$ и $-x$. Величина Δu , соответствующая перемещению рычага последнего магазина на один контакт или перемещению движка реохорда на одно деление, равна $\Delta u = \pm Ir$, где r сопротивление одной катушки данного магазина или части,



соответствующей калиброванной проволоки реохорда. При расстройстве компенсации на величину Δi величина тока в цепи гальванометра $\Delta i = \frac{\Delta u}{\Sigma R}$. Для того чтобы чувствительность гальванометра гарантировала отсчет последнего знака на потенциометре, величина Δi должна быть больше его токовой постоянной во столько раз, сколько делений шкалы гальванометра желательно получить при расстройстве компенсации на величину Δi . Подсчет чувствительности компенсационного устройства различен в зависимости от компенсации потенциометра и от сопротивления измеряемого объекта.

Для лучшего уяснения вопроса произведем подсчет чувствительности потенциометра при измерении электродвижущей силы термопары на потенциометре постоянного сопротивления цепи гальванометра.

Предположим, что измеряется электродвижущая сила термопары „железо — константан“ на потенциометре Уайта. Сопротивление потенциометра Уайта (W. P. White)¹ постоянно и равно 40 Ω . Сопротивление термопары железо — константан приблизительно равно 5 Ω . Компенсация производится при посредстве гальванометра, сопротивление которого равно 12 Ω . Термопара железо — константан развивает термо-электродвижущую силу, около 50 μV на разность температур обеих спаев в один градус (при нормальной температуре). Общее сопротивление цепи гальванометра $\Sigma R = (40 + 5 + 12) = 57 \Omega$. Откуда $\Delta i_0 = \frac{50}{57} = 0,88 \mu A$. Если применен гальванометр фирмы Лидс и Нортруп № 2235 тип HS, имеющий чувствительность около 60 делений на 1 μA , разности температур в 1° соответствует отклонение подвижной системы гальванометра на 53 деления миллиметровой шкалы. Критическое сопротивление этого гальванометра, по указанию изготовляющей его фирмы, равняется 40 Ω . Как видно из произведенного подсчета, сопротивление, на которое замкнут гальванометр, больше его критического сопротивления, и прибор не вполне демпфирован.

Произведем аналогичный подсчет для измерения термо-электродвижущей силы той же термопары с тем же гальванометром, но на потенциометре Диссельхорста постоянное сопротивление которого равно 14 Ω , имеем:

$$\Sigma R = (14 + 5 + 12) = 31 \Omega$$

$\Delta i_0 = \frac{50}{31} = 1,61 \mu A$. Число делений шкалы гальванометра, приходящиеся на разность температур в 1°, в этом случае равно 97. Ввиду того что в этом случае сопротивление цепи гальванометра меньше критического его сопротивления, прибор является несколько „перуспокоенным“. Ввиду того, что значительно удобнее производить измерения с гальванометром „недоуспокоенным“, чем с прибором „перуспокоенным“, — выбранный гальванометр более пригоден к потенциометру Уайта,

¹ W. P. White. Einige neue Doppelkompensatoren. „Zeitschrift für Instrumentenkunde“. 1914, стр. 71, 107, 142.

чем к потенциометру Диссельхорста (H. Diesselhorst),¹ несмотря на большую его чувствительность в последнем случае.

Рассмотрим пригодность гальванометра с точки зрения величины отклонения, приходящегося на одно деление последнего магазина. В потенциометре Уайта, изготовленном фирмой Лидс и Нортруп, последний магазин имеет падение напряжения, приходящееся на одну катушку, равное $1 \mu V$. Выбранный гальванометр имеет вольтовую постоянную $0,2 \mu V$ на одно деление шкалы. Таким образом, при расстройстве компенсации, соответствующем одному контакту последнего магазина, отклонение подвижной системы гальванометра равно 5 делениям шкалы (на расстоянии 1 м). Производя то же рассуждение для потенциометра Диссельхорста, получаем, что выбранный гальванометр дает достаточную чувствительность при рабочем токе потенциометра $0,01 A$, т. е. при цене последнего деления в $1 \mu V$, и недостаточную чувствительность при цене деления $0,1 \mu V$, т. е. при рабочем токе, равном $0,001 A$.

При выборе гальванометра для потенциометра большого сопротивления предпочтительнее остановиться на гальванометре, имеющем критическое сопротивление, меньшее наибольшей величины замыкающего гальванометр сопротивления.

Чувствительность измерения силы тока при посредстве потенциометра большого и малого сопротивления (порядка 100Ω) зависит от сопротивления потенциометра и самого гальванометра, так как величина сопротивления образцового сопротивления относительно очень мала. При определении же чувствительности измерения напряжения выше предела измерения потенциометра сопротивление делителя относительно велико и должно быть принято во внимание.

Для примера произведем подбор гальванометра для потенциометров большого и малого сопротивления, изготавливаемых на заводе „Эталон“.

При выборе гальванометра для потенциометра Рапса (A. Raps)² необходимо руководствоваться следующими соображениями. Рабочий ток потенциометра Рапса $0,1 mA$. Ток, проходящий в цепи гальванометра, при расстройстве компенсации на один контакт последней декады не является величиной постоянной и зависит от всего сопротивления в цепи гальванометра, т. е. от положения всех остальных рычагов или, иначе, от величины измеряемой разности потенциалов. Наименьший ток в цепи гальванометра будет при измерении наибольшей возможной измеряемой электродвижущей силы, равной $1,1 V$

$$I_z = \frac{\Delta u}{\Sigma R} = \frac{\Delta u}{R_z + R_x + R_g},$$

где R_z — сопротивление самого гальванометра, R_x — сопротивление измеряемого объекта и $R_g = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$ — действительное сопротивление потен-

¹ H. Diesselhorst. Thermokraftfreier Kompensationsapparat mit fünf Dekaden und konstantem kleinem Widerstand. „Zeitschrift für Instrumentenkunde“. Heft 1. 1908 § 1.

² A. Raps. Ueber einen neuen Kompensationsapparat der Firma Siemens und Halske. „Zeitschrift für Instrumentenkunde“. Heft 6 1895, стр. 215.

циометра в цепи гальванометра. Как было выше указано, величина R_g непостоянна и для отсчета 1,1 V

$$R_g = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2} = \frac{(40000 - 11000) \cdot 11000}{40000} = 8000 \Omega,$$

так как сопротивление потенциометра Рапса завода „Эталон“ равно 40000 Ω и сопротивление между контактами гальванометра, при $u_x = 1,1$ V, $r_1 = 11000 \Omega$. Ввиду того, что Δu на последнем магазине равно 0,00001 V (10 μ V), ток гальванометра

$$I_z = \frac{0,00001}{R_g + R_x + 8000} \text{ A.}$$

Если выбрать гальванометр, имеющий $R_g = 400 \Omega$,

$$I_z = \frac{0,00001}{8400 + R_x} \text{ A.}$$

Если возможно пренебречь значением R_x по сравнению с величиной $(R_g + R_g)$, имеем:

$$I_z = \frac{0,00001}{8400} = 1,19 \cdot 10^{-9} \text{ A,}$$

т. е. чувствительность выбранного гальванометра должна быть не меньше 840 mm/μ A. Однако, если принять во внимание, что точность отсчета на потенциометре Рапса не превышает 0,01%, возможно остановиться на более грубом гальванометре, например, на гальванометре завода „Эталон“, имеющем собственное сопротивление 403 Ω (см. таблицу гальванометров, изготовляемых заводом „Эталон“) и чувствительность 310 mm/μ A. Критическое сопротивление этого гальванометра равно 4400 Ω , благодаря чему при измерении напряжений свыше 0,45 V гальванометр будет недостаточно успокоен; при напряжении, меньшем 0,45 V, он будет переуспокоен. Ток в гальванометре при измеряемом напряжении 0,45 V (гальванометр замкнут на критическое сопротивление)

$$I_z = \frac{0,00001}{4500} = 2,2 \cdot 10^{-9} \text{ A.}$$

Производя аналогичный подсчет для гальванометра, также изготовленного заводом „Эталон“, но имеющего сопротивление 153 Ω , чувствительность 400 mm/μ A и критическое сопротивление 1250 Ω , получим:

$$I_z = \frac{0,00001}{8153} = 1,23 \cdot 10^{-9} \text{ A,}$$

что соответствует чувствительности гальванометра 813 mm/μ A. По соображениям, аналогичным вышеуказанным, возможно остановиться на гальванометре выбранной чувствительности. Гальванометр замкнут на свое критическое сопротивление при измерении разности потенциалов 0,10 V.

При измерении больших величин гальванометр недостаточно успокоен, при измерении меньших — переуспокоен.

Как видно из приведенных расчетов, применение обоих гальванометров возможно при производстве обычных измерений, не требующих точности, большей $0,01\%$.

При требованиях более высокой точности, например, при сравнении нормальных элементов, упомянутые выше гальванометры имеют недостаточную чувствительность, и необходимо применить гальванометр, имеющий значительно большую чувствительность. Например, можно применить гальванометр Гартманн и Браун, с сопротивлением 245Ω , чувствительностью $11\,000 \text{ мт/}\mu\text{А}$ и критическим сопротивлением $11\,000 \Omega$.

При измерении эдс нормальных элементов E_x порядка $1,018 \text{ В}$, гальванометр будет замкнут на сопротивление, близкое к критическому (сопротивление нормального элемента R равно около 500Ω), и работа с ним будет протекать в хороших условиях.

При выборе гальванометра для потенциометра малого сопротивления, например, для потенциометра типа О'Брайан (Bobler and O'Bryan),¹ изготовляемого заводом „Эталон“, необходимо выбирать гальванометры значительно меньшего сопротивления, чем выбранные для потенциометра Рапса.

Сопротивление потенциометра равно около 400Ω . Наибольшее сопротивление потенциометра в цепи гальванометра при $r_1 = 200 \Omega$

$$R_g = \frac{200 \cdot (400 - 200)}{400} = 100 \Omega;$$

одно деление на последней декаде соответствует $10 \mu\text{В}$. Ток в цепи гальванометра при расстройстве компенсации на $10 \mu\text{В}$

$$I = \frac{1 \cdot 10^{-5}}{R_s + R_x + R_g} \text{ А}$$

при $R_{g \text{ макс}} = 100 \Omega$ и при сопротивлении гальванометра, равном 36Ω , имеем:

$$I_2 = \frac{10 \cdot 10^{-5}}{136 + R_x} \text{ А.}$$

В этом случае пренебречь сопротивлением R_x , ввиду малости $R_s + R_g$, возможно только при измерении разности потенциалов на образцовых сопротивлениях не более 10Ω .

В этом случае, при $R \leq 10 \Omega$,

$$I_2 = \frac{1 \cdot 10^{-5}}{146} = 0,7 \cdot 10^{-7} \text{ А.}$$

Желательная чувствительность гальванометра $14,0 \text{ мт/}\mu\text{А}$. Если остановиться на гальванометре, изготовленном заводом „Эталон“ (сопротивление 36Ω , чувствительность $50 \text{ мт/}\mu\text{А}$, критическое сопротивление 50Ω), то он будет вполне удовлетворять по чувствительности.

¹ Bobler and O'Bryan. A Precision Potentiometer of Improved Design. „General Electric Review“. March 1932, № 3, стр. 185.

При измерении электродвижущей силы нормального элемента, а также при установлении рабочего тока потенциометра, гальванометр замкнут на сопротивление около 600 Ω ; он будет недостаточно успокоен, и чувствительность его будет недостаточна.

Таким образом, гальванометр завода „Эталон“ (с сопротивлением 36 Ω , чувствительностью 50 $mm/\mu A$, критическим сопротивлением 50 Ω) непригоден, и необходимо взять гальванометр с таким же критическим сопротивлением, но, при желании гарантировать достаточную чувствительность при отсчете на последней декаде потенциометра, большей чувствительностью, например, порядка 500—600 $mm/\mu A$.

Таблица параметров гальванометров, изготовляемых заводом „Эталон“

Сопротивление гальванометров в омах	Критическое сопротивление в омах	Чувствительность в $mm/\mu A$	Период колебаний в секундах
46	550	410	3,0
75	550	70	2,6
81	1400	730	6,8
36	250	102	4,2
9	240	250	9,6
403	4400	310	3,0
153	1250	400	7,2
30	100	88	8,0
35	75	78	8,0
36	50	50	7,2

Н. А. МАРЕНИН

СТРОБОСКОПИЧЕСКИЙ МЕТОД МАССОВОЙ ПОВЕРКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЧЕТЧИКОВ

Обычный (классический) способ поверки электрических счетчиков при помощи образцовых приборов или образцовых счетчиков, заключающийся в отсчете числа оборотов подвижной части поверяемого счетчика-диска — за некоторый промежуток времени, в условиях массовой поверки, требует чрезвычайно большого числа поверителей при соответствующем дорогом и громоздком оборудовании лаборатории. Действительно, на поверку одного счетчика однофазного тока, по инструкции для поверки счетчиков, потребуется не менее 9 минут, считая по одной минуте для просчета оборотов при трех нагрузках — 100, 50 и 10% — по два раза и 3 минуты для определения чувствительности и проверки передачи. Таким образом, один поверитель может за 8 часов поверить не более 50 счетчиков, а, принимая во внимание утомительность работы счета оборотов, — и того меньше. Является необходимостью увеличить пропускную способность поверителя, однако так, чтобы при этом точность поверки оставалась в пределах полупроцента, получаемого при поверке обычным способом. Здесь можно наметить два пути: либо уменьшить время, необходимое одному поверителю для поверки одного счетчика, либо дать возможность поверителю одновременно следить за большим числом счетчиков, сняв с него утомительную обязанность считать обороты диска и возложив ее на счетчик. Последний путь приводит к устройству поверительных станций, где большое число счетчиков включается в сеть вместе с тщательно поверенным образцовым счетчиком на столь продолжительное время, чтобы отсчет по счетному механизму счетчиков мог быть произведен, по крайней мере, с точностью до полупроцента. Так, например, при массовой поверке наиболее ходовых счетчиков на номинальную мощность 600 W, необходимо при нагрузке в 100% для счетчиков, имеющих счетные механизмы с десятками и сотнями частями киловатт-часа, произвести второй отсчет по ним через такой промежуток времени, чтобы счетчик отметил прохождение по крайней мере 2,00 kWh, для чего требуется

$$t = \frac{2 \times 1000}{600} = 3 \text{ часа } 20 \text{ мин.};$$

при нагрузках 50 и 10%, потребуются соответственно 6 час. 40 мин. и 33 часа; на всю же поверку — около 44 часов. Если счетный меха-

низм позволяет отсчитывать и тысячные доли киловатт-часа, как это обычно делается в современных счетчиках, время поверки значительно уменьшается и может быть сведено до 10—12 часов, включая и время, необходимое для развески счетчиков, включения, записи показаний и проч. Здесь возможно введение различных усовершенствований, упрощающих и облегчающих различные стадии поверки, например, подвес с одновременным автоматическим включением в сеть, запись показаний отчетных механизмов путем фотографирования, автоматические перемены нагрузки и т. д. Ценным преимуществом этого способа является то, что счетчики находятся под нагрузкой продолжительное время, за которое

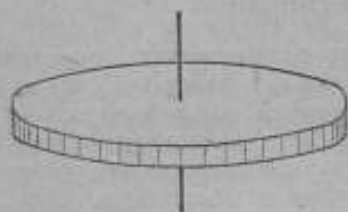


Рис. 1.

могут выясняться возможные дефекты счетчика, механизмов и зацепления. Этот метод применяет лаборатория Ленэнерго. Увеличение пропускной способности поверителя путем ускорения операции поверки может быть достигнуто многими способами. Очевидно, что больше всего тратится времени на счет оборотов, так как для получения точности определения погрешности счетчиков до полупроцента, необходимо считать число оборотов за время не менее одной минуты. Применение в качестве контрольного прибора образцового счетчика позволяет совершенно устранить утомительную и длительную операцию счета числа оборотов, применяя методы, при которых непосредственно сравниваются угловые скорости поверяемого и образцового счетчика. Наиболее лучшие результаты дает стробоскопический метод, при котором поверяемые счетчики должны иметь на диске специальные стробоскопические значки (рис. 1), состоящие из некоторых количеств равноотстоящих друг от друга черточек, нанесенных на видимой, через окно, части

диска. При рассматривании таких значков в прерывистом свете наблюдается известный стробоскопический эффект, заключающийся в том, что если промежутки между моментами освещения как раз равны времени прохождения последующих стробоскопических значков, то диск покажется наблюдателю неподвижным, так как моменты освещения и, следовательно, моменты видимости диска, всегда будут заставать значки в одном и том же положении по отношению к наблюдателю. При невыполнении этого условия диск покажется наблюдателю медленно движущимся в ту или другую сторону, смотря по тому, будет ли промежуток времени между вспышками света больше или меньше промежутка времени, необходимого для поворота диска на один значок. Если сделать так, что прерывистое освещение регулируется образцовым счетчиком, имеющим на своем диске столько же отверстий, сколько значков имеет поверяемый счетчик (рис. 2), то совершенно ясно, что если наблюдается

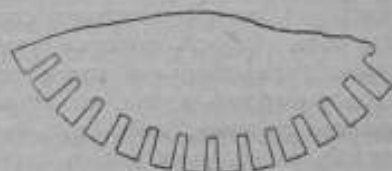


Рис. 2.

кажущаяся неподвижность стробоскопических значков, то отсюда необходимо заключить о равенстве угловых скоростей поверяемого счетчика и образцового и, следовательно, о равенстве погрешностей того и другого. Наоборот, картина медленного перемещения значков в ту или другую сторону свидетельствует о разных погрешностях, и нетрудно, измерив кажущуюся скорость перемещения значков, вычислить погрешность поверяемого счетчика по отношению к образцовому.

Все опубликованные до настоящего времени работы по стробоскопической проверке электрических счетчиков можно разбить на следующие категории:

а) Методы, при которых наблюдение производится невооруженным глазом [Ганц (Ganz), Аронев и Юнг (Aronoff & Young) и Шпаркс (Sparkes)].

б) Методы, осуществляющие проверку при наблюдении через специальную зрительную трубу [Фихтер (Fichter) и др.].

Хотя некоторые из указанных методов и дают удовлетворительные результаты по достигаемой точности (Аронев, Фихтер), но применяемая при этом аппаратура сложна, громоздка и хрупка.

Предлагаемый новый метод стробоскопической проверки свободен от указанных недостатков, так как наблюдение производится при обычном освещении и применяемая аппаратура чрезвычайно проста.¹

Представим себе зрительную трубу, в фокальной плоскости которой находится диск образцового счетчика, имеющий щели, форма которых указана на рис. 2.

При помощи этой зрительной трубы наблюдают стробоскопические значки на боковой поверхности поверяемого счетчика, причем кожух его может остаться закрытым и запломбированным. Оба счетчика — поверяемый и образцовый — включены вместе в общую сеть, с некоторой только разницей в присоединении шунтовой обмотки образцового счетчика, о чем будет сказано ниже.

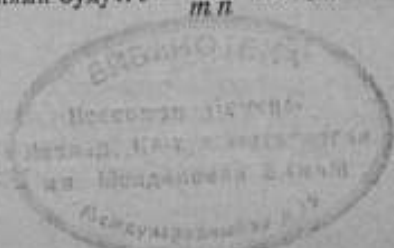
На рис. 1 изображен вид диска поверяемого счетчика и на рис. 3 — общее расположение (схематическое) приборов.

Таким образом, стробоскопический эффект будет наблюдаться без применения сложных схем с усилителями, неоновыми лампами, фотоэлементами, высоковольтными батареями и проч.

Положим, что образцовый счетчик имеет m щелей на своем диске, столько же значков имеют и поверяемые счетчики. Пусть n_1 — скорость вращения образцового счетчика в оборотах в секунду и n — скорость поверяемого. В таком случае в течение одной секунды пройдет $m \cdot n_1$ значков поверяемого счетчика и $m \cdot n_1$ образцового и соответствующие промежутки времени между прохождениями будут: $t = \frac{1}{m \cdot n_1}$ поверяемого и

$$t_1 = \frac{1}{m \cdot n_1} \text{ образцового.}$$

¹ Авторское свидетельство № 26383.



Если R — радиус диска счетчика, то расстояние между значками $l = \frac{2\pi R}{m}$ ограничивает выбор числа m , так как слишком малое расстояние l затрудняет наблюдение. Окружная скорость диска поверяемого счетчика $V = 2\pi Rn$; так как наблюдатель видит диск только в момент прохождения щели образцового счетчика, то за промежуток времени t_k между прохождением соседних прорезов значки передвинутся на расстояние $d = V \cdot t_k$, наблюдаться же будет кажущееся перемещение $d_s = d - l = V \cdot t_k - l$; кажущаяся скорость этого перемещения

$$V_s = \frac{d_s}{t_k} = \frac{V \cdot t_k - l}{t_k} = V - \frac{l}{t_k}.$$

Подставляя соответствующие величины, получаем окончательно для выражения кажущейся стробоскопической скорости:

$$V_s = 2\pi R (n - n_k).$$

Как и следовало ожидать, при равенстве скоростей вращения $n = n_k$, скорость перемещения равна нулю, т. е. диск кажется неподвижным. Чрезвычайно важно, что кажущаяся скорость совершенно не зависит от числа значков m , и выбор этого числа необходимо согласовать с условием получения хорошего стробоскопического эффекта.

Для счетчика типа B_1 , радиус диска $R \approx 4$ см, следовательно $V_s \approx 25 (n - n_k)$; при 100% нагрузке счетчик делает 40 об/мин. или $n_k \approx 0,7$ об/сек. Ограничивая точность поверки полупроцентом, найдем, что следует заметить стробоскопическую скорость при скорости поверяемого счетчика, отличающейся от скорости образцового n_k на 0,005, т. е. $n - n_k = \pm 0,005 n_k$, т. е. $n = (1 \pm 0,005) n_k$.

Отсюда $V_s = \pm 25 \cdot 0,005 n_k = \pm 0,125 n_k$ см/сек. Если увеличение зрительной трубы обозначим через N , то стробоскопическая скорость при наблюдении через трубу будет

$$V_{sN} = V_s \cdot N = \pm 0,125 N n_k \text{ см/сек.}$$

При 100% нагрузке счетчика типа B_1 получаем, при $N = 1$:

$$V_s 100\% = \pm 0,125 \cdot 0,7 = \pm 0,09 \text{ см/сек} \approx 1 \text{ мм/сек}$$

при полупроцентной разности коэффициентов образцового и поверяемого счетчика.

При 10% нагрузке $V_s 10\% = \pm 0,125 \cdot 0,07 \approx 0,1$ мм/сек при той же полупроцентной разности.

Скорость 1 мм/сек обнаруживается чрезвычайно легко — при кратковременном взгляде в трубу, для обнаружения же скорости в 0,1 мм/сек необходимо наблюдать за перемещением значков более продолжительное

время (20—30 сек.). Применяя зрительную трубу с увеличением N , большим единицы, можно исправить этот органический недостаток, свойственный стробоскопическому методу, по существу, — независимо от применяемой аппаратуры, однако, вряд ли можно применять увеличение больше 3. Таким образом, сравнительно кратковременного взгляда на поверяемый счетчик достаточно, чтобы вывести заключение, имеет ли счетчик коэффициент, равный образцовому, больше или меньше его. Однако, чтобы найти величину разности коэффициентов, казалось бы, нужно измерить каким-либо способом величину скорости V_s , что снова потребует применения секундомера и утомительного счета числа прохождений значков. Преимущество стробоскопического метода заключается в том, что он позволяет производить проверку нулевым способом, каждый раз приводя стробоскопическую картину к положению $V_s = 0$, т. е. заставляя образцовый счетчик замедлять или ускорять свою скорость

вращения до достижения этого состояния стробоскопической картины так, чтобы изменение его коэффициента было наперед известно. Применявшийся автором метод Ганца (Ganz), заключающийся в том, что шунтовая обмотка образцового счетчика питается через ступенчатый автотрансформатор со ступенями напряжения $\pm 0,5\%$ от номинального, позволяет быстро привести стробоскопическую картину либо к состоянию $V_s = 0$, либо поймать ее в „вилку“, т. е. видеть при некотором напряжении U_k медленное движение в одну сторону, при напряжении же $U_k \pm 0,5\%$ — уже в обратную сторону, из чего можно заключить, с точностью до полупроцента, о величине коэффициента образцового счетчика, а следовательно, и поверяемого. Схема включения счетчиков указана на рис. 4.

С достаточной степенью точности можно принять, что скорость образцового счетчика изменяется прямо пропорционально подведенному к нему напряжению U_k , откуда следует, что положение рукоятки автотрансформатора непосредственно дает величину разности погрешностей поверяемого счетчика и образцового при данной нагрузке, которая предполагается известной.

Расчет оптической системы не представляет затруднений. При выбранном расстоянии между образцовым счетчиком и поверяемым ставится объектив с таким фокусным расстоянием, чтобы действительное изображение всей видимой части диска поместилось в прорезе диска образцового счетчика, причем следует заметить, что для получения четкой стробоскопической картины, ширина щели прореза не должна быть

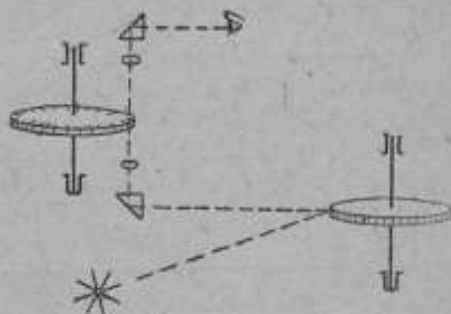


Рис. 3.

больше 1 мм. Как видно, форма щели как нельзя лучше соответствует тому изображению, которое должно в ней поместиться, т. е. плоске, вследствие чего в трубу очень хорошо виден весь доступный наблюдению диск. Окуляр выбирается согласно желаемой степени увеличения. Само собой разумеется, что оптика должна быть светосильна, хорошо подобрана и свободна от хроматической и сферической аберрации. При этих условиях наблюдатель видит отчетливую, хорошо освещенную картину. Чрезвычайно важным является вопрос о числе стробоскопических значков, а также и числе щелей m . Совершенно ясно, что в смысле увеличения точности проверки, чрезмерное увеличение числа значков ничего не даст, так как было указано, что кажущаяся скорость V_s от m не зависит. Между тем нанесение недостаточного числа знач-

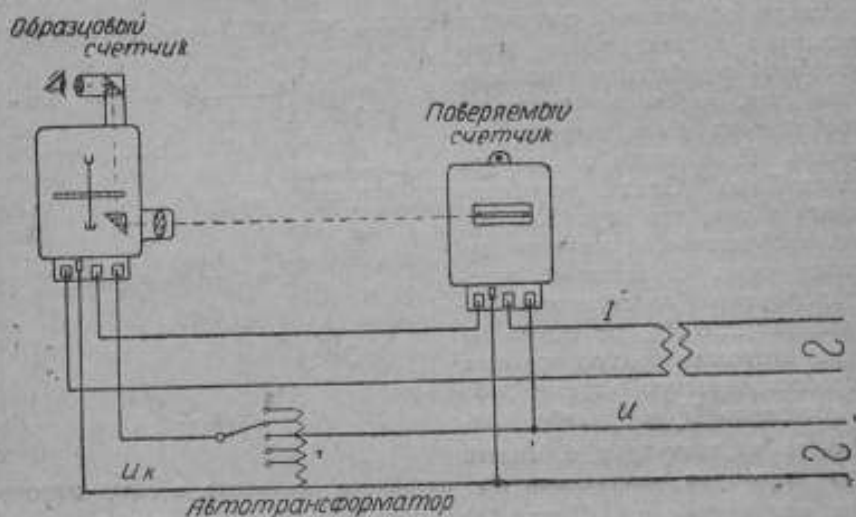


Рис. 4.

ков ухудшает стробоскопическую картину, особенно при проверке на малых нагрузках — 10% и менее. Согласно результатам произведенных опытов с различным числом значков, можно заключить, что даже при $m = 50$ получаются вполне удовлетворительные результаты. При 100- и 50-процентной нагрузке получается устойчивая и мало мерцающая стробоскопическая картина, так как число зрительных впечатлений в секунду будет равно $50 \cdot 0,7 = 35$ при 100-процентной нагрузке и 17,5 — при 50-процентной, т. е. будет выше принятых в кинематографии (15 в секунду). При 10-процентной нагрузке и ниже дело обстоит хуже, так как число зрительных впечатлений в секунду будет только 3,5 и стробоскопического эффекта, конечно, не получится. Однако, оказалось, что это обстоятельство совершенно не существенно, и глаз отлично замечает среди этих отдельных появлений изображения диска его кажущийся покой или перемещение значков в ту или другую сторону,

что, в сущности, и требуется. Остается только возражение против утомления глаза чередованием яркого освещения и полной темноты; однако этот недостаток, повидимому, можно устранить путем соответствующего освещения фона диска образцового счетчика внутренней лампочкой.

Между тем, применение дисков с небольшим числом значков имеет громадные преимущества по сравнению с дисками с большим (200 и даже 400) количеством значков, так как в первом случае значки хорошо видны, они большие, обходятся гораздо дешевле маленьких и могут быть нанесены с большей точностью, что существенно необходимо для получения устойчивой стробоскопической картины.

При массовой проверке счетчиков этим способом возможно применить конвейерную систему, при которой проверяемые счетчики проходят операции включения, прогрева и наблюдения на соответствующей установке с применением непрерывного процесса.

Стробоскопический метод проверки счетчиков, независимо от применяемого способа, дает значительную экономию во времени проверки, однако, для возможности применения его необходим счетчик с нанесенными стробоскопическими значками. Весьма желательно поэтому, чтобы советские заводы, производящие счетчики, обратили на это внимание и снабжали счетчики стробоскопическими значками, так как без них невозможно внедрение этого продуктивного способа проверки и регулировки счетчиков.

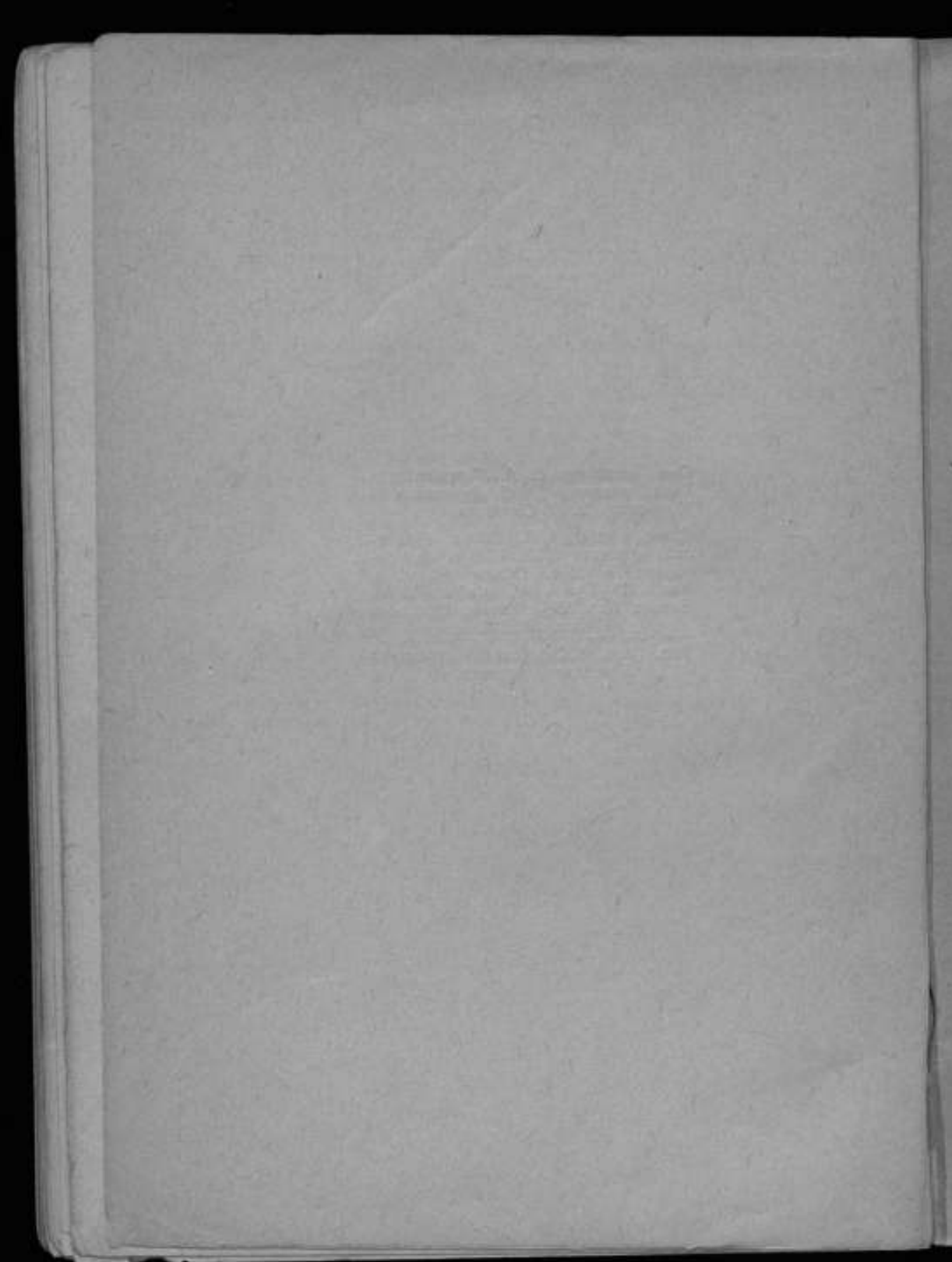
СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
А. А. Чечулин. Метод трех вольтметров для измерения реактивных сопротивлений с повышенной точностью	3
С. В. Горбачевич. Анализ колебаний несимметричного шлейфа осциллографа	32
Г. А. Кьяндский. Анализ частоты колебаний генераторов Кольпитца и Гартлея, стабилизированных пьезо-кварцем	65
А. А. Павлова. Измерение сопротивления образцовых катушек методом замещения в схеме моста Витстона	70
Е. С. Чураева. Состояние эталона международного вольта СССР с 1932 по 1937 г.	89
Е. К. Вессо-Адо. Состояние эталонов электрического сопротивления ВНИИМ за время с 1933 по 1938 г.	99
Е. С. Чураева. Влияние на электродвижущую силу нормальных элементов Вестона силы тока и продолжительности их включения в цепь.	118
В. И. Кротова. Выбор гальванометра для заданной чувствительности измерения	136
Н. А. Маренин. Стробоскопический метод массовой поверки электрических счетчиков	143

Отв. редактор *Н. А. Маренин*
Техн. редактор *П. В. Дворников*
Корректор *Н. П. Сарбаева*

Сдано в набор 4/VII 1939 г. Подпи-
сано к печати 2/XII 1939 г. Ленин-
градхит № 5614. Объем $9\frac{1}{2}$ п. л.
Авт. л. $11\frac{1}{2}$ Бум. л. $4\frac{3}{4}$ экз. в 1 п. л. 48,00
Бумага $62 \times 88\frac{1}{16}$ Тираж 1000 экз.
Зак. № 5650.

Тип. арт. „Советский печатник“
Ленинград, Моховая, 40.



1880

THE UNIVERSITY OF CHICAGO
LIBRARY

Цена 10 руб.

СКЛАД ИЗДАНИЙ:
Ленинград, Международный, 19.
ВНИИМ