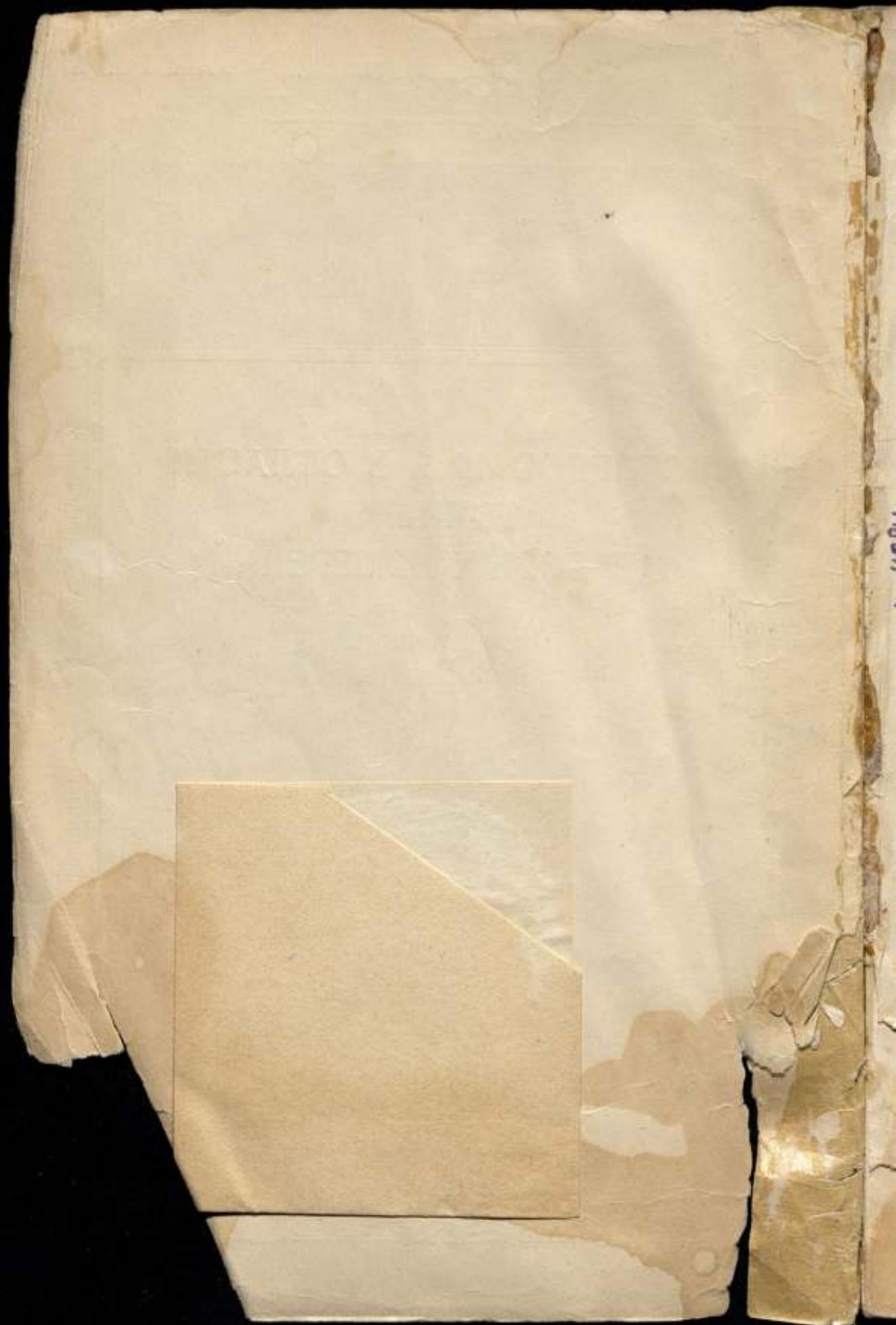


КОМИТЕТ СТАНДАРТОВ, МЕР И ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ
ПРИ СОВЕТЕ МИНИСТРОВ СССР
ВСЕСОЮЗНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ИНСТИТУТ МЕТРОЛОГИИ
ИМ. Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА

ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ
ТОЧНЫХ
ТЕПЛОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

ТРУДЫ ВНИИМ
ВЫПУСК 25 (85)

МАШГИЗ • 1955



КОМИТЕТ СТАНДАРТОВ, МЕР И ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ
ПРИ СОВЕТЕ МИНИСТРОВ СССР
ВСЕСОЮЗНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
МЕТРОЛОГИИ имени Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА

ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ ТОЧНЫХ ТЕПЛОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

ТРУДЫ ВНИИМ
ВЫПУСК 25 (85)

Под редакцией
проф. Г. М. КОНДРАТЬЕВА

БИБЛИОТЕКА
Всесоюзного научно-исследова-
тельного института метрологии
имени Д. И. Менделеева



ГОСУДАРСТВЕННОЕ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МАШИНОСТРОИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
МОСКВА 1965 ЛЕНИНГРАД

м. 11084

Настоящий сборник содержит исследования сотрудников тепловых лабораторий ВНИИМ, имеющие целью повышение точности воспроизведения температурной шкалы и точности температурных измерений. Одновременно отмечается приоритет Д. И. Менделеева в вопросе о „шкале с одной точкой“.

Сборник предназначен для научных работников, занимающихся исследованиями метрологического характера в области тепловых измерений, и работников заводских лабораторий.

Ответственный редактор директор ВНИИМ
канд. техн. наук *М. Ф. ЮДИН*

ЛЕНИНГРАДСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ МАШГИЗА
Редакция литературы по конструированию и эксплуатации машин
Зав. редакцией техн. *Ф. И. ФЕТИСОВ*

ПРЕДИСЛОВИЕ

В статьях настоящего сборника нашли отражение различные направления исследований тепловой группы лабораторий ВНИИМ, относящиеся преимущественно к метрологии температурных измерений.

Начиная с 1939 г. на международных совещаниях, в научно-исследовательских институтах и различных научных организациях обсуждался вопрос о целесообразности введения в практику точной термометрии новой термодинамической шкалы температур, в которой выбирается в качестве основной лишь одна постоянная точка (а не две — 0 и 100 — как до сих пор). Ей и приписывают определенное численное значение.

9-я Генеральная конференция по мерам и весам в 1948 г. принципиально избрала новую термодинамическую шкалу — „шкалу с одной основной точкой“, а на недавней сессии Консультативного комитета по термометрии (в 1954 г.) было вынесено постановление о рекомендации в качестве такой точки — тройной точки воды, приписав ей численное значение 273,16.

В связи с этим особый интерес представляет статья Б. И. Пилипчука, в которой автор показывает, что еще в 1873 г. Д. И. Менделеев не только внес аналогичное предложение, но и указал конкретные пути реализации шкалы с одной точкой, о возможности чего до него только вскользь упомянул Кельвин (в 1854 г.), не сделав из этой идеи никаких практических выводов. Наряду с историческими данными в статье Б. И. Пилипчука содержатся комментарии автора, имеющие самостоятельное значение.

Две следующие статьи — А. Н. Гордова и И. И. Киренкова: „Азотный газовый термометр постоянного объема“ и „Определение температурного коэффициента давления азота“ — содержат изложение работ, проведенных авторами на первой построенной ими модели газового термометра, предназначенного для исследований в области температур выше 0°, преимущественно в области высоких температур. В первой статье дано описание конструкции и исследование газового термометра № 1, причем особенно тщательно изучены все возможные источники систематических погрешностей, во второй — авторы сообщают итоги своих опытов с азотом.

Статьи Ф. З. Алиевой содержат результаты нового исследования, проведенного ею в лаборатории высоких температур ВНИИМ, которые приводят к двум важным заключениям: во-первых, есть полное основание полагать, что низкоомные платиновые термометры сопротивления, сконструированные недавно ВНИИМ, при соответствующей доработке будут более пригодны для воспроизведения международной шкалы температур в интервале от 630 до 1063°С, нежели применяемые согласно „Положения о шкале 1948 г.“ в качестве эталонных платинородий — платиновые термометры; во-вторых, что система реперных точек, служащих для воспроизведения шкалы в этом интервале, принятая „Положением о шкале 1948 г.“ (сурьма, серебро и золото), может быть с успехом заменена новой, лучшей системой с реперными точками плавления

льда, затвердевания цинка, затвердевания золота, с применением квадратичной интерполяционной формулы.

Статья Э. А. Лапиной имеет важное значение для метрологии и по своей направленности близка к двум предыдущим статьям. В результате исследований Э. А. Лапина установлена, что посредством заново сконструированного ею спектрального пирометра в лаборатории высоких температур шкала в области $1000-1800^{\circ}\text{C}$ воспроизводится достаточно надежно с высокой точностью. Особенного внимания заслуживает новая экспериментальная методика, разработанная автором, позволившая повысить точность градуирования спектрального пирометра.

Работа Э. И. Лапиной имеет важное значение и для другой области — точного измерения цветовой температуры по так называемому методу красно-синего отношения. Описание же самого процесса измерения цветовой температуры при помощи градуированного вышеуказанным методом спектрального пирометра составляет содержание второй статьи того же автора.

Актуальной проблеме практической метрологии — методам поверки — посвящена статья А. Н. Гордова, И. И. Киренкова и Э. А. Лапиной „Новый метод поверки оптических пирометров“.

В статье „Схема фотоэлектрического цветового пирометра со встроенной лампой накаливания“ И. И. Киренков дает оригинальную схему фотоэлектрического пирометра „красно-синего отношения“, на показания которого по заложенной в нем идее не влияет отсутствие совершенной стабильности фотоэлементов и усилителей фототоков.

В статье „Физические предпосылки теории теплопроводности“ Г. М. Кондратьев подробно анализирует физическую сторону современной теории теплопроводности, которая отсутствует в работах по этой теории, вследствие чего иногда даже специалист по тепловым измерениям упускает эту сторону из виду.

Большой практический интерес представляет статья А. Н. Гордова „Применение теории теплообмена к исследованию калориметрического опыта“. Она носит новаторский характер: автор рассматривает с точки зрения теплофизики процесс теплообмена внутри калориметра смешения — между бомбой и жидкостью калориметра (вопрос, до сих пор оставленный калориметристами без изучения), выводит уравнение кривой изменения температуры калориметра со временем и рассматривает далее влияние тепловой инерции термометра на точность калориметрического опыта. Отсюда получают важные для практики точных технических измерений общие выводы относительно теплового режима калориметра и роли тепловой инерционности термометра.

К этой же группе относится и другая статья А. Н. Гордова „О регулярном тепловом режиме 2-го рода“. В ней впервые излагается вопрос о различии термической инерции тел при регулярных тепловых режимах 1 и 2-го рода.

Важные вопросы практического значения затрагивает статья Б. И. Пилипчука „Шкала платиновых термометров сопротивления на основе отношения интервалов“. В ней автор обрабатывает опытные данные, полученные Ф. З. Алневой с пятью низкоомными платиновыми термометрами сопротивления, о которых сообщается в статье настоящего сборника.

Этим исследованием Б. И. Пилипчука намечается новый метод воспроизведения международной шкалы температур, при котором чистота платины не имеет уже столь существенного значения как в методе, установленном „Положением о международной температурной шкале“.

Последняя статья сборника „Вспомогательные таблицы для платиновых термометров сопротивления“ Б. И. Пилипчука содержит не только самые таблицы и описание их употребления, но и сопровождается подробным обоснованием метода их построения и анализом точности.

Б. И. ФИЛИПЧУК

ТЕМПЕРАТУРНАЯ ШКАЛА Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА¹

1. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ ШКАЛА ТЕМПЕРАТУР

В основе всех современных тепловых измерений лежит термодинамическая шкала температур, не зависящая от каких-либо частных свойств веществ, применяемых для изготовления термометров.

Теоретическое определение этой шкалы, предложенное в 1848 г. В. Кельвином [10], опирается на второй закон термодинамики и основано на рассмотрении обратимого кругового процесса идеальной тепловой машины — цикла Карно.

По замечательной характеристике Ф. Энгельса: „Сади Карно... сконструировал идеальную паровую машину (или газовую машину), которую, правда, так же нельзя осуществить, как нельзя, например, осуществить геометрическую линию или геометрическую плоскость, но которая оказывает, по-своему, такие же услуги, как эти математические абстракции: она представляет рассматриваемый процесс [речь идет о получении механического движения за счет теплоты, Б. П.] в чистом, независимом, неискаженном виде“ [26].

Теорема, установленная Сади Карно в 1824 г., утверждает, что коэффициент полезного действия идеальной тепловой машины является функцией только температур нагревателя и холодильника и не зависит ни от природы рабочего вещества, ни от рода применяемых механизмов [9]. При доказательстве Карно исходил, однако, из ошибочной теории теплорода, несостоятельность которой была убедительно показана М. В. Ломоносовым еще в 1744 г. [13]. В. Кельвин дал новое доказательство теоремы Карно, согласующееся с представлением о теплоте, как о форме энергии.

Любая однозначная монотонная функция к. п. д. идеальной тепловой машины с постоянной температурой холодильника может служить для определения термодинамической температуры нагревателя. Выбор вида функции является по существу произвольным и поэтому можно построить бесчисленное множество различных термодинамических шкал. В. Кельвин в 1848 г. предложил считать, что отношение абсолютных температур T_1 и T_2 двух тел равно отношению количества тепла Q_1 , отданного одним телом, к количеству тепла Q_2 , полученному другим телом, когда эти тела служат, соответственно, нагревателем и холодильником обратимой машины Карно, т. е.

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{Q_1}{Q_2} \quad (1)$$

¹ Считаю своей обязанностью поблагодарить И. Ф. Лепина, сообщившего мне в 1936 г. идею шкалы с одной опорной точкой.

Абсолютным нулем, понятие о котором было впервые научно установлено М. В. Ломоносовым [13] на основе молекулярно-кинетических представлений, является тогда та температура холодильника, при которой идеальная тепловая машина не отдает ему никакого тепла, а все полученное от нагревателя тепло полностью превращает в работу.

В курсах термометрии [23] доказывается, что термодинамическая температура совпадает с показаниями газового термометра постоянного объема, наполненного идеальным газом, т. е. газом строго подчиняющимся формуле Д. И. Менделеева [4; 18]. Можно поэтому вместо (1) написать

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{p_1}{p_2} \text{ при } v = \text{const}, \quad (2)$$

где p_1 и p_2 — давления идеального газа в термометре при температурах T_1 и T_2 ; v — удельный объем газа.

Формулы (1) и (2) определяют абсолютную температуру с точностью до постоянного множителя. Величина градуса остается неопределенной. Для того, чтобы окончательно установить шкалу, т. е. выбрать величину градуса, достаточно приписать условное числовое значение какой-либо одной точке шкалы, отличной от абсолютного нуля.

Такой точкой — основной опорной точкой шкалы — могла бы служить хорошо воспроизводимая температура равновесия фаз какого-либо чистого вещества, например, точка плавления льда при нормальном давлении¹. Обозначим принятое числовое значение этой температуры буквой T_0 . Для определения любой температуры T надо измерить:

давление газа при этой температуре — p ;

давление газа при температуре плавления льда — p_0 .

Абсолютная температура T вычисляется затем по формуле, являющейся следствием выражения (2), а именно:

$$T = \frac{p}{p_0} \cdot T_0. \quad (3)$$

Вместо такого естественного способа установления шкалы в термометрии до сих пор принят иной путь: требуют, чтобы разность абсолютных температур T_{100} и T_0 двух основных опорных точек — точки кипения воды и точки плавления льда² — составляла сто градусов. Это требование приводит к следующему уравнению для определения значения T_0 , которое теперь является величиной неизвестной заранее:

$$\frac{T_{100}}{T_0} = \frac{T_0 + 100}{T_0} = \frac{p_{100}}{p_0},$$

где p_{100} — давление газа в термометре при температуре паров воды, кипящей при нормальном давлении.

Отсюда

$$T_0 = \frac{100p_0}{p_{100} - p_0}. \quad (4)$$

¹ В настоящее время имеются сведения о том, что воспроизводимость тройной точки воды несколько выше воспроизводимости точки плавления льда. При сопоставлении температурных шкал с одной и двумя опорными точками для простоты рассуждений мы оставим в стороне самостоятельный вопрос о целесообразном выборе единственной опорной точки.

² На основании существующего соглашения все опорные точки (кроме тройных точек) должны воспроизводиться при одинаковом нормальном давлении — $1\,013\,250 \text{ даН/см}^2$. На необходимость уточнения понятия „нормальное давление 760 мм рт. ст.“ путем введения поправки на изменение силы тяжести с широтой обратил внимание Д. И. Менделеев. См. об этом подстрочное примечание № 915 в монографии Камерлинга Оннеса и Кeesома [6].





Абсолютная температура и в этом случае вычисляется по прежней формуле (3), однако, теперь величина T_0 не является точным числом, назначаемым по произволу, а определяется из результатов наблюдений в двух опорных точках по формуле (4).

Сопоставление обоих способов установления термодинамической шкалы температур приводит к следующим выводам:

1. Способ установления шкалы с одной опорной точкой соответствует общепринятому приему задания связи между пропорциональными величинами.

Способ установления шкалы с двумя опорными точками является пережитком прошлого, сохраняемым по привычке. На заре развития термометрии нанесение двух отметок на шкале жидкостных термометров было необходимо для обеспечения совпадения показаний приборов, изготовленных разными мастерами, однако, оно излишне для термодинамической шкалы¹.

2. На шкале с одной опорной точкой значение T_0 является точным числом, значение T_{100} должно быть найдено опытным путем.

На шкале с двумя опорными точками значение разности $T_{100} - T_0$ установлено заранее, а значение T_0 определяется опытным путем с некоторой погрешностью.

3. По шкале с одной опорной точкой для определения температуры по формуле (3) необходимо два измерения — p и p_0 ; по шкале с двумя опорными точками — три измерения — p , p_0 и p_{100} .

4. Воспроизводимость точки кипения воды (0,002—0,01° C) значительно уступает воспроизводимости точки плавления льда (0,0001—0,001° C) и поэтому применение второй опорной точки является источником существенных погрешностей при измерениях с газовым термометром.

5. Шкала с одной опорной точкой позволяет определить абсолютную температуру точнее, чем шкала с двумя опорными точками.

Относительная средняя погрешность будет:
в первом случае

$$\frac{\Delta_1 T}{T} = \sqrt{\left(\frac{\Delta p}{p}\right)^2 + \left(\frac{\Delta p_0}{p_0}\right)^2};$$

во втором случае

$$\frac{\Delta_2 T}{T} = \sqrt{\left(\frac{\Delta p}{p}\right)^2 + \left(\frac{\Delta p_0}{p_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta T_0}{T_0}\right)^2}.$$

Необходимость опытного нахождения числового значения абсолютной температуры плавления льда вызывает во втором случае появление дополнительного члена $\left(\frac{\Delta T_0}{T_0}\right)^2$ под корнем.

6. Стоградусная термодинамическая температура определяется выражением

$$t = T - T_0 = \frac{p - p_0}{p_0} \cdot T_0. \quad (5)$$

При использовании одной опорной точки погрешность измерения t опять-таки будет меньше, чем при применении двух опорных точек, так как в первом случае значение T_0 не содержит погрешности.

Во избежание недоразумений следует помнить, что в п. 5 и 6 речь идет исключительно о погрешностях числовых значений термодинамических температур, для установления которых до настоящего времени существует только один способ — измерение при помощи газового термометра. Измерения температур

¹ Следует, однако, вспомнить, что ртутные термометры И. Н. Делиля, которыми в 1759 г. воспользовался М. В. Ломоносов для определения температуры затвердевания ртути, имели шкалу с одной постоянной точкой — точкой кипения воды, принимаемой за начало отсчета (0° D). Один градус соответствовал уменьшению объема ртути на одну десятитысячную долю первоначального значения объема при температуре кипения воды. В точке плавления льда эти термометры показывали 150° D [2].

и их разностей при помощи вторичных приборов (например, термометров сопротивления или термодпар) возможно производить со значительной точностью, однако расхождения между показаниями этих приборов и термодинамической шкалой нам заранее неизвестны и могут быть найдены только опытным путем — сравнением с газовым термометром.

При измерении температур при помощи газового термометра постоянного объема, наполненного идеальным газом, применяются, таким образом, следующие формулы:

шкала с одной опорной точкой

$$T = \frac{P}{P_0} \cdot T_0 \quad (6a)$$

$$t = \frac{P - P_0}{P_0} \cdot T_0 \quad (7a)$$

шкала с двумя опорными точками

$$T = \frac{100P}{P_{100} - P_0} \quad (6b)$$

$$t = \frac{P - P_0}{P_{100} - P_0} \cdot 100. \quad (7b)$$

Формулы (6b) и (7b) являются результатом подстановки в (6a) и (7a) значения T_0 из формулы (4).

2. МЕТРИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ИЗМЕРЕНИЯ ТЕМПЕРАТУР Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА

На 9-й Генеральной конференции по мерам и весам в октябре 1948 г. была принята 3-я резолюция, содержащая следующий пункт:

„2. Консультативный комитет [речь идет о комитете по термометрии и калориметрии, подготовившем текст проекта резолюции, Б. П.] признает принцип (admet le principe) абсолютной термодинамической шкалы, основанной на единственной опорной точке — в настоящее время на тройной точке чистой воды, абсолютная температура которой будет приписана впоследствии.

Введение этой новой шкалы не отражается на применении международной шкалы, которая остается рекомендуемой практической шкалой“ [11].

Несколько ранее, в июле 1948 г., почти такая же резолюция были приняты Международным союзом чистой и прикладной физики [24].

В 1952 г. 12-й технический комитет („Величины, единицы, обозначения, переводные множители и переводные таблицы“) Международной стандартной организации в Копенгагене включил в подготавливаемые им материалы новое определение температуры.

Выбор числового значения абсолютной температуры тройной точки был предметом обсуждения 10-й Генеральной конференции по мерам и весам.

Заслугу введения нового определения температурной шкалы зарубежная печать приписывает Джоюку, опубликовавшему по этому вопросу статью в английском журнале „Природа“ в 1939 г. [5].

На самом же деле температурная шкала, основанная на одной опорной точке, была впервые предложена великим русским ученым Д. И. Менделеевым еще в 1873 г. под названием „метрической системы измерения температур“ и явилась одним из результатов его капитальной работы по изучению упругости газов.

Первое сообщение „о необходимости и пользе“ предлагаемой новой системы Д. И. Менделеев сделал на заседании Русского химического общества 13 декабря 1873 г., второе сообщение — „О том, что сделано им по поводу его работы над упругостью газов, для точного измерения температур“ — на 14-м очередном собрании физического общества при С.-Петербургском университете, состоявшемся 20 декабря 1873 г. Протоколы заседаний были опубликованы в Журнале

Русского химического общества и Финансового общества в 1874 г. [15; 17]. Перевод первого сообщения в том же году появился в „Отчетах немецкого химического общества“ [12].

Известный русский термодимик В. Ф. Лугинин поместил в 1874 г. в Бюллетене Парижского химического общества реферат о работе Д. И. Менделеева [14].

Внимательное чтение протоколов убеждает нас в том, что Д. И. Менделеев совершенно отчетливо понимал и сформулировал преимущества предлагаемой им новой температурной шкалы.

а) Д. И. Менделеев считал наличие двух опорных точек шкалы причиной, затрудняющей повышение точности термометрических измерений:

„... Рассматривая ныне употребляемые системы определения температур, где две точки определяются таянием льда и кипением воды, а подразделения воздушным термометром, г. Менделеев указал на то, что такая система не только затрудняет все термометрические определения, но и делает их мало точными и сомнительными...“ [17]

б) Д. И. Менделеев предложил шкалу, осуществляемую газовым термометром с единственной опорной точкой:

„... Менделеев предлагает, по крайней мере, для чисто научных работ, новую „метрическую“ систему определения температур. Приняв водород под давлением в 1000 граммов на кв. сантиметр при температуре таяния льда за исходную точку, должно назвать метрическим градусом $\left(\frac{0}{m}\right)^\circ$ такое повышение температуры, которое увеличивает упругость этого газа на 1 грамм на кв. сантиметр площади“ [17].

В примечании Д. И. Менделеев разъясняет:

„* Один градус Цельсия = 3,667 такого метрического градуса; $0^\circ \text{C} = 1000 \frac{0}{m}$; $100^\circ \text{C} = 1366,7 \frac{0}{m}$. (Возможны и другие метрические системы температур)“.

Это лаконичное примечание особенно ценно для правильного понимания предложения Д. И. Менделеева. Из примечания становится ясно:

во-первых, что

в) метрическая система должна быть отнесена к числу абсолютных шкал, так как начало отсчета у нее совпадает с абсолютным нулем: $0 \frac{0}{m} = -T_0^\circ \text{C}$

(для T_0 тогда Д. И. Менделеев принимал число $272,8^\circ$, вместо современного значения $273,2^\circ$);

во-вторых, что

г) один метрический градус равен $\frac{T_0}{1000}$ ($= 0,2728^\circ \text{C}$ в соответствии с принятым значением T_0 . Ср. [15]);

в-третьих, что

д) не настаивая на обязательном выборе приращения давления на 1 Г/см^2 для определения других метрических шкал, Д. И. Менделеев тем самым высказывает мысль о возможности приписать любое условное числовое значение единственной опорной точке своей системы. (Второй опорной точкой служит, очевидно, абсолютный нуль.)

е) В конце сообщения Д. И. Менделеев перечисляет преимущества своей шкалы:

„... При этой системе облегчаются все расчеты с газами [она отвечает механической теории* газов, как сказано было в первом сообщении Б. П.], избегается другая точка (кипения воды) внешних систем [подчеркнуто мной, Б. П.] и термометрия вводится в общую для измерений метрическую систему. Практическое значение предлагаемой системы очевидно для точного определения обыкновенных температур, что особенно важно при точных физических определениях и особенно в калориметрии“.

Д. И. Менделеев придавал своему предложению большое значение, как это показывает следующая выписка из „Списка моих сочинений“ [1]:
„... Два и три раза подчеркнуто то, что я считаю более важным...

Заметки

1874. Считаю эту формулу (мною данную) существенно важною в физико-химическом смысле. Особого оттиска не имею — надо смотреть в журнале.

1874. Считаю эту свою работу многозначительной, но нигде ее не развивал, а потому предполагаю к ней возвратиться — когда успею (14 февраля 1899 г. писал).

Список

78. Общая формула газов [4, 18]

$$APV = KM(C + t)$$

Протоколы Физического общества 17 сентября 1874 г., Журн. Русск. Ф.-Х. Общ., т. 6—12.

80. О водородном и нефтяном — метрических термометрах, 1874. См. в „Журнале Русского Химического общества“. Химический отдел, т. 6, page 8. См. „Журнал Физического Общества“, т. 6, page 10 — еще лучше*.

Помещая в сборнике метрологических трудов Д. И. Менделеева, изданном ВНИИМ в 1936 г. [16], первое сообщение о метрической шкале термометра, редакция снабдила текст заметки примечанием: „Мы имеем сведения, что Д. И. Менделеев придавал впоследствии большое значение этому вопросу“. В редактировании книги принимали участие: акад. А. А. Байков, А. Н. Доброхотов, М. Ф. Маликов, И. Д. Менделеев, М. Н. Младенцев и В. Е. Мурашкинский. Можно предполагать, что примечание было составлено Иваном Дмитриевичем Менделеевым (1883—1936), сыном Дмитрия Ивановича, руководителем лаборатории низких температур ВНИИМ. В биографии И. Д. Менделеева, составленной М. Н. Младенцевым [22] в списке его трудов под № 20 значится статья „Об абсолютной температурной шкале. Сдана в печать“. Статья эта, насколько нам известно, нигде не была опубликована. Рукопись статьи до сих пор не обнаружена.

3. ПОПРАВКИ ГАЗОВОГО ТЕРМОМЕТРА ПОСТОЯННОГО ОБЪЕМА

Существуют два основных типа газовых термометров:

- газовый термометр постоянного объема;
- газовый термометр постоянного давления.

В новейшее время пользуются исключительно газовым термометром постоянного объема, который является прибором более точным, а также и более удобным в обращении. Устройство этого термометра общеизвестно: газ заключен в сосуд, внутреннее пространство которого при помощи капиллярной трубки соединено с коротким коленом ртутного манометра. Уровень ртути в коротком колене при измерениях всегда поддерживается на одинаковой высоте.

В любом осуществленном газовом термометре:

- 1) уравнение состояния реального газа, применяемого для наполнения сосуда, в большей или меньшей степени отличается от формулы Д. И. Менделеева;
- 2) объем, занимаемый газом при измерениях различных температур, не остается в действительности постоянным, а несколько изменяется, потому что объем сосуда неизбежно зависит как от измеряемой температуры, так и от давления заключенного в нем газа;

3) некоторая доля газа (именно заключенная в так называемом „вредном объеме“, т. е. внутри капиллярной трубки, а также в пространстве над ртутью в коротком колене манометра) находится при температуре, отличной от измеряемой.

Благодаря отмеченным трем обстоятельствам отсчеты по ртутному манометру газового термометра нуждаются в введении некоторых поправок. В 1947 г. советским ученым А. С. Боровику-Романову и П. Г. Стрелкову удалось создать замечательную новую модель газового термометра без вредного объема, которая была ими успешно применена для измерения температур ниже 90°K , в частности для определения температуры кипения водорода при нормальных условиях [25].

В настоящем параграфе мы рассмотрим формулы поправок газового термометра, связанных с отступлением газа от уравнения состояния идеального газа.

Подставляя в формулы (6) и (7) вместо давлений p_0 , p_{100} и p величины отсчетов по ртутному манометру, уже исправленные с учетом теплового расширения сосуда, а также влияния вредного пространства, мы получим „показания газового термометра“, не совпадающие с термодинамической температурой, поскольку для наполнения служит не идеальный газ, а газ реальный. Будем иметь:

шкала с одной опорной точкой

$$T'_v = \frac{p}{p_0} \cdot T_0 \quad (8a)$$

$$t'_v = \frac{p - p_0}{p_0} \cdot T_0 \quad (9a)$$

шкала с двумя опорными точками

$$T''_v = \frac{100p}{p_{100} - p_0} \quad (8b)$$

$$t''_v = \frac{p - p_0}{p_{100} - p_0} \cdot 100. \quad (9b)$$

Индекс „v“ напоминает, что речь идет о показаниях газового термометра постоянного объема, число штрихов справа сверху отвечает числу опорных точек.

В настоящее время общепризнано, что эмпирические уравнения состояния реальных газов при малых давлениях имеют тот вид

$$pV = A + Bp + Cp^2, \quad (10)$$

который был указан Д. И. Менделеевым при обсуждении вопроса о величине поправок показаний барометра за счет давления остаточного газа.

Д. И. Менделеев в § 46 своего сочинения „Об упругости газов“ писал:

„Дело в том, что истинного закона сжимаемости газов при столь малых давлениях, какие они имеют в барометрической пустоте, мы совершенно не знаем... Не зная истинного закона, мы конечно не можем решить вопроса, не задавшись некоторой гипотезой. Гипотеза эта и состоит в том, что газ, находящийся в барометре, следует или Мариоттову закону, или уравнению $pV = A + Bp$... Проверка этих гипотез может быть произведена... применяя ту и другую из них (или еще более сложную, полагая $pV = A + Bp + Cp^2$) к вычислению наблюдений над данным барометром“...

„Наблюдения над газами при давлениях гораздо более высоких, чем такие, которые встречаются в барометрических камерах [т. е. в пространстве над ртутью в закрытом колене барометра, Б. П.], показывают, однако, что отступления от закона [Бойля-Мариотта, Б. П.], не очень велики, а потому при расчете данных наблюдения можно допустить для второго приближения, что произведения из объемов на давления изменяются таким образом, что

$$pV = A + Bp, \quad (11)$$

где p и V суть давление и объем, A и B постоянные коэффициенты (для данной массы газа), на основании которых и можно сделать поправку. Их надо найти из данных опыта¹ [19] (написано в ноябре 1874 г.).

В уравнениях (10) и (11) постоянные A , B и C — так называемые вириальные коэффициенты — являются функциями только температуры. В ряде случаев целесообразно поэтому снабжать их индексом „ t “.

При давлении, стремящемся к нулю, т. е. при предоставлении газу неограниченно увеличивающегося объема, произведение pV стремится к конечному пределу A_t .

$$pV = A_t. \quad (12a)$$

Это — уравнение состояния идеального газа. Как известно, Д. И. Менделеев в 1874 г. [4; 18] установил, что

$$A_t = \frac{M}{\mu} RT, \quad (12b)$$

где M — масса газа;

μ — молекулярный вес газа;

R — универсальная газовая постоянная;

T — абсолютная температура.

Отношение $\nu = \frac{M}{\mu}$ равно числу грамм-молекул в данной массе газа.

Выбирая в качестве единицы массы — грамм, единицы объема — кубический сантиметр, единицы давления — нормальную атмосферу, будем иметь:

$$R = 82,0567 \left[\frac{\text{см}^3 \cdot \text{атм}}{\text{моль} \cdot \text{град}} \right] \quad A_0 = 22414,6 \cdot \nu \text{ [см}^3 \cdot \text{атм]}.$$

Если объем газа измерять в относительных единицах (полагая $V = 1$, при $p = 1 \text{ атм}$ и температуре 0°C), то

$$A_0 = 1 - B_0 \text{ [отн. ед.} \times \text{атм]}.$$

В этом случае для гелия, например, $A_0 = 0,999488$, так как $B_0 = 5,12 \cdot 10^{-4}$.

Зная A_0 , можно найти значение A_t для любой температуры, пользуясь формулой

$$A_t = A_0 \frac{t + 273,16}{273,16} = A_0 \frac{T}{T_0}.$$

На основании формулы (11) второй вириальный коэффициент B является производной произведения pV по давлению, т. е.

$$B = \frac{d}{dp} pV. \quad (13)$$

При использовании эмпирических уравнений состояния, содержащих в правой части более высокие степени давления, соотношение (13) будет справедливо при $p \rightarrow 0$.

¹ Хотя Д. И. Менделеев в дальнейшем на основании результатов своих опытов при малых давлениях склонялся к мысли о том, что „нельзя выражать отступления от закона Мариотта простым допущением линейных от него отступлений“ (§ 93), т. е. что формула (11) является недостаточной, однако неоспоримый факт применения им этой формулы и более сложной (10) для практических расчетов, относящихся к реальным газам. Этот факт не нашел отражения в сводке уравнений состояния газов, помещенной в монографии М. П. Вукаловича и И. И. Новикова, вышедшей в 1948 г. [3]. В зарубежной литературе широко распространено убеждение о том, что родоначальником уравнений состояния в форме разложения по степеням $\frac{1}{v}$ и p является Камерлинг Оннес [7; 8].

Рассмотрим сначала наиболее сложную формулу из (8) и (9), именно (9b). Умножая на V_0 числитель и знаменатель правой части этой формулы будем иметь:

$$t_v^* = \frac{pV_0 - p_0V_0}{p_{100}V_0 - p_0V_0} \cdot 100. \quad (14)$$

На основании уравнения состояния (11) можем написать три равенства:

$$\left. \begin{aligned} pV_0 &= A_t + B_t \cdot p \\ p_{100}V_0 &= A_{100} + B_{100} \cdot p_{100} \\ p_0V_0 &= A_0 + B_0 \cdot p_0 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Подставляя значения произведений pV в выражение (14), получим

$$t_v^* = \frac{A_t - A_0}{A_{100} - A_0} \cdot 100 \frac{1 + \frac{B_t p - B_0 p_0}{A_t - A_0}}{1 + \frac{B_{100} p_{100} - B_0 p_0}{A_{100} - A_0}}. \quad (16)$$

При неограниченном уменьшении давления газа в термометре (т. е. при $p_0 \rightarrow 0$, что влечет за собой одновременно выполнение условий $p_{100} \rightarrow 0$ и $p \rightarrow 0$) показание газового термометра постоянного объема будет стремиться к некоторому пределу:

$$\lim_{p_0 \rightarrow 0} t_v^* = \frac{A_t - A_0}{A_{100} - A_0} \cdot 100. \quad (17)$$

Этот предел, т. е. показание термометра, бесконечно большого объема, наполненного газом при бесконечно малом давлении, когда уравнением состояния служит формула Д. И. Менделеева, является искомой термодинамической температурой:

$$\lim_{p_0 \rightarrow 0} t_v^* = t. \quad (18)$$

С учетом (17) и (18) формула (16) получит вид:

$$t_v^* = t \frac{1 + \frac{B_t p - B_0 p_0}{A_t - A_0}}{1 + \frac{B_{100} p_{100} - B_0 p_0}{A_{100} - A_0}}. \quad (19)$$

Во всех случаях применения газового термометра выполняются неравенства:

$$\frac{B_t p - B_0 p_0}{A_t - A_0} \ll 1; \quad \frac{B_{100} p_{100} - B_0 p_0}{A_{100} - A_0} \ll 1,$$

что позволяет упростить дробь в правой части (19), пользуясь тем, что при весьма малых α и β будет

$$\frac{1 + \alpha}{1 + \beta} \cong 1 + \alpha - \beta.$$

Находим

$$t_v^* = t \left[\frac{B_t p - B_0 p_0}{A_t - A_0} - \frac{B_{100} p_{100} - B_0 p_0}{A_{100} - A_0} \right]. \quad (20)$$

Поправка Δt_v^* к показанию газового термометра по определению равна разности $t - t_v^*$. На основании (20) имеем:

$$\Delta t_v^* = t \left[\frac{B_{100} p_{100} - B_0 p_0}{A_{100} - A_0} - \frac{B_t p - B_0 p_0}{A_t - A_0} \right].$$

Вынесем за квадратные скобки дробь $\frac{p_0}{A}$ и заменим отношения $\frac{A_{100}}{A_0}$ и $\frac{A_t}{A_0}$ отношениями соответствующих абсолютных температур $\frac{T_{100}}{T_0}$ и $\frac{T}{T_0}$. Тогда получим:

$$\Delta t'_v = \frac{t p_0}{A_0} \left[\frac{B_{100} \frac{p_{100}}{p_0} - B_0}{\frac{T_{100}}{T_0} - 1} - \frac{B_t \frac{p}{p_0} - B_0}{\frac{T}{T_0} - 1} \right].$$

Отношения давлений внутри скобок без ущерба для точности вычисления поправки могут быть заменены отношениями соответствующих абсолютных температур, т. е. можно положить $\frac{p_{100}}{p_0} \approx \frac{T_{100}}{T_0}$; $\frac{p}{p_0} \approx \frac{T}{T_0}$. Пользуясь значениями A и B , выраженными в относительных единицах, мы можем также положить $A_0 \approx 1$. После замены, приведении подобных членов и группировки найдем:

$$\Delta t'_v = p_0 \left\{ -\frac{T_0}{100} (t - 100) B_0 + \frac{T_{100}}{100} t B_{100} - T B_t \right\}.$$

Подставляя значения $T_0 \approx 273^\circ \text{K}$, $T_{100} \approx 373^\circ \text{K}$, а также значения коэффициентов B на основании (13), получим окончательно:

$$\begin{aligned} \Delta t'_v = t - t'_v = p_0 \left\{ -2,73 (t - 100) \left(\frac{d}{dp} p v \right)_0 + \right. \\ \left. + 3,73 t \left(\frac{d}{dp} p v \right)_{100} - T \left(\frac{d}{dp} p v \right)_t \right\}. \end{aligned} \quad (21)$$

Полученное выражение поправки совпадает с формулой (29), указанной в руководстве по термометрии М. М. Попова на стр. 17 и выведенной им иным путем на основе рассмотрения графика изотерм.

Путем аналогичных рассуждений можно найти поправки для остальных случаев, т. е. для показаний газового термометра постоянного объема, определяемых по формулам (8a), (8b) и (9a). Приводим результаты наших вычислений.

Поправки для перехода от показаний газовых термометров постоянного объема к термодинамической температуре

А. Шкала с одной опорной точкой

$$\Delta T'_v = T - T'_v = p_0 T (B_0 - B_t), \quad (22)$$

$$\Delta t'_v = t - t'_v = p_0 T (B_0 - B_t). \quad (23)$$

Б. Шкала с двумя опорными точками

$$\Delta T''_v = T - T''_v = p_0 T (-2,73 B_0 + 3,73 B_{100} - B_t), \quad (24)$$

$$\Delta t''_v = t - t''_v = p_0 [-2,73 (t - 100) B_0 + 3,73 B_{100} - T B_t]. \quad (25)$$

Сопоставляя приведенные формулы, легко заметить, что признание шкалы с одной опорной точкой упрощает вычисления поправок.

Разыскивая поправки к шкале газового термометра, основанной на двух опорных точках, необходимо знать три величины — B_0 ; B_{100} и B_t ; при вычислении поправок к шкале газового термометра, основанной на одной опорной точке, необходимо знать только две величины — B_0 и B_t . Следует отметить, что в отечественной научной литературе, насколько нам известно, формула (22) была впервые применена в работе А. С. Боровика-Романова и П. Г. Стрелкова [25].

Укажем, наконец, как производится учет теплового расширения резервуара. При температуре T_0 сосуд имеет объем V_0 , газ имеет давление p_0 ; при температуре T сосуд имеет объем V_T , отличающийся от V_0 , газ имеет давление p' . Найдем какое давление p имел бы газ в термометре, если бы сосуд сохранил свой первоначальный объем. Уравнение состояния реальных газов при малых давлениях (11) позволяет написать два равенства:

$$\begin{aligned} p'V_T &= A_t + B_t p'; \\ pV_0 &= A_t + B_t p. \end{aligned}$$

Отсюда искомое давление равно

$$p = p' \frac{V_T - B_t}{V_0 - B_t}. \quad (26)$$

При всех измерениях с газовым термометром выполняются неравенства¹

$$B_t \ll V_T; \quad B_t \ll V_0.$$

Разлагая правую часть выражения (26) в ряд и используя только первые члены, получим окончательно:

$$p = p' \frac{V_T}{V_0} \left\{ 1 - \frac{B_t}{V_T} + \frac{B_t}{V_0} \right\}. \quad (27)$$

При применении формул (8) и (9) необходимо пользоваться уже исправленными значениями давлений p .²

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В дневниковой записи от 10 июля 1905 г. Д. И. Менделеев писал:

«... Всего более четыре предмета составили мое имя: периодический закон, исследование упругости газов, понимание растворов как ассоциаций и „Основы химии“...»

«... По видимости периодическому закону — будущее не грозит разрушением, а только надстройки и развитие обещает, хотя, как русского — меня хотели затереть, особенно немцы...»

«... Вот об упругости при малых давлениях — еще понинне, хотя прошло 30 лет, говорят мало. Но тут я надеюсь на будущее...»

«... Эти „Основы“ — любимое дитя мое. В них мой образ, мой опыт педагога и мои задушевные научные мысли... В „Основы химии“ вложены мои духовные силы и мое наследство детям...»

Самое поверхностное ознакомление с трудами Д. И. Менделеева, посвященными упругости газов, убеждает в том, что он был глубоко прав в своей оценке. Для нас в настоящее время ценны, конечно, не найденные им числовые

¹ Если пользоваться относительными единицами объема и предполагать, что давление в газовом термометре при 0°С равно 1 атм, будем иметь $V_0 = 1$. Для гелия B_t равно $5,12 \cdot 10^{-4}$, для азота — $4,72 \cdot 10^{-4}$.

² Применение газового термометра без вредных объемов, созданного А. С. Бороником-Романовым и П. Г. Стрелковым, позволяет при вычислении измеряемой температуры, исходя из рассмотрения отношения $\frac{p'V_T}{p_0V_0}$, получить единую формулу, учитывающую и неидеальность газа и тепловое расширение сосуда. Описанный способ отдельного введения поправок является применимым во всех случаях, независимо от особенностей конструкции самого газового термометра (с вредными объемами или без них). Понятие „показание газового термометра постоянного объема“ логически необходимо для того, чтобы иметь право говорить о поправках термометра.

значения отступлений от законов идеальных газов, свидетельствующие о существовании предела расширяемости при малых давлениях, для нас ценны многочисленные идеи, выдвигавшиеся на отдельных этапах исследования, идеи не потерявшие значения до сих пор.

Перечислим в заключение в хронологическом порядке те результаты Д. И. Менделеева, которыми мы воспользовались в предыдущих параграфах.

1. На заседании Русского химического общества 13 декабря¹ 1873 г. Д. И. Менделеев предложил температурную шкалу с одной реперной точкой — „метрическую систему измерения температур“. Построенный им водородный термометр в отличие от термометров Реньо и Жолли не требовал отсчитывания барометрического давления при измерении температуры, так как термометр имел „одну ветвь манометра, устроенную как барометр“ [17].

2. В середине 1874 г., как это можно установить по записной книжке 1874 — 1876 г., расшифрованной А. В. Скворцовым, на стр. 29 Д. И. Менделеев пользуется для воздуха уравнением состояния

$$pV = 1000 - 1,965p + 0,0982p^2.$$

3. На заседании РХО 12 сентября¹ 1874 г. Д. И. Менделеев предложил „общую формулу для газов“ — уравнение состояния идеального газа [18].

4. На заседании РХО 2 декабря¹ 1876 г. Д. И. Менделеев указал на необходимость учета поправки на изменение ускорения силы тяжести в зависимости от географической широты при сравнении температурных коэффициентов расширения и давления газов. Д. И. Менделеев обнаружил, что

„... получается поразительное согласие между данными для изменения упругости x “ воздуха (курсив Д. И. М.), взятого при 0° под нормальным давлением при нагревании до 100°, т. е. до температуры кипения воды при 760 мм, измеренных при широте в 45° ...“ [подчеркнуто мной, Б. П.] [21].

Как известно, Д. И. Менделеев был пламенным патриотом — „большим поклонником русского народа“, энергичным защитником славы и чести русской науки.

Говоря о своем периодическом законе, Д. И. Менделеев подчеркивал то, что он „как русский гордится тем, что участвовал в его установлении“.

Обсуждая вопрос о выборе числа лет, необходимого для внесения календарной поправки на целые сутки, Д. И. Менделеев заявил: „... прибавлю к этим мотивам в пользу числа, что оно найдено и указано русским астрономом...“

Полное признание заслуг гениального русского ученого Д. И. Менделеева, восстановление исторической правды о его приоритете является для советской научной общественности долгом первостепенной важности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сборник „Архив Д. И. Менделеева“, т. I, изд. ЛГУ, Л., 1951, стр. 61.
2. В. Я. Близик, Статья в сб. „Ломоносов“, т. III, изд. АН СССР, 1951, стр. 54.
3. М. П. Вукалович и И. И. Новиков, „Уравнение состояния реальных газов“, ГЭИ, М. — Л., 1948.
4. В. И. Голоушкин, УФН, 45 (4), 616—621 (1951).
5. W. F. Giaquie, Nature, 143, 623—626 (1939).
6. H. Kamerlingh Onnes u. W. H. Keesom, „Die Zustandsgleichung“, Commun. Leiden Suppl. N. 23, перепечатано в Encyclopaedie der Mathematischen Wissenschaften, Art. V 10, p. 615—945, 1912.
7. H. Kamerlingh Onnes, Commun. Leiden, N. 71, 1901.
8. H. Kamerlingh Onnes u. C. Zakrzewsky, Commun. Leiden, N. 92, 1904.

¹ По старому стилю.

9. Sadi Carnot, „Reflexions sur la puissance motrice du feu“, Paris, 1824. Русский перевод „Размышления о движущей силе огня“ в изд. Госиздата „Классики естествознания“, № 7, М — Л, 1923.
10. W. Kelvin, *Phil. Mag.* (3), 33, 313 (1848).
11. *Comptes rendus des séances de la IX Conférence générale des poids et mesures*, p. 55 (1948).
12. A. Kuhlberg, *Ber. Deut. Chem. Ges. zu Berlin*, 7, 126, (1874).
13. М. В. Ломоносов, „Размышления о причине теплоты и холода“, 1744; Диссертация опубликована в *Novi Commentarii Ac. imp. Petropolitanae*, 1, 206—229 (1750). Перепечатана в „Полюс. собр. соч.“ т. II, изд. АН СССР, М — Л, 1951.
14. W. Louguéville, *Bull. Soc. Chim. de Paris*, 21, 302 (1874) (см. приложение 5).
15. Д. И. Менделеев, *ЖРФХО*, часть хим., т. VI, отд. I, вып. 1, 8—9 (1874). Перепечатано „Сочинения“, т. VI, стр. 188—189, изд. АН СССР, М — Л, 1939. Все последующие ссылки на „Соч.“ будут относиться именно к этому тому (см. приложение 3).
16. Д. И. Менделеев, „Труды по метрологии“, Стандартгиз, М — Л, 1936, стр. 260—261.
17. Д. И. Менделеев, *ЖРФХО*, часть физ., т. VI, отд. I, вып. 1, 10—11 (1874). Перепечатано „Соч.“ стр. 190—191 (см. приложение 4).
18. Д. И. Менделеев, *ЖРФХО*, часть хим., т. VI, отд. I, вып. 7, 208—209 (1874). Перепечатано „Соч.“ стр. 211.
19. Д. И. Менделеев, „Об упругости газов“, СПб, 1875, стр. 111 и 112. Перепечатано „Соч.“ стр. 385 и 387.
20. Д. И. Менделеев, *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences, Paris*, 82, 412—415, 1876. Перепечатано „Соч.“ стр. 633—635.
21. Д. И. Менделеев, *ЖРФХО*, часть хим., т. IX, отд. I, вып. 1, 11—12 (1877). Перепечатано „Соч.“ стр. 638. Реферировано *Ber. Deut. Chem. Ges. zu Berlin*, 10, 81—82 (1877).
22. М. И. Младенцев, *ЖПХ*, 10, 603 (1937).
23. М. М. Попов, „Термометрия и калориметрия“, ОНТИ, М — Л, 1934, стр. 13.
24. *Procès-verbaux des séances du Comité international des poids et mesures*, 21, 41, T125 (1948) (см. приложения 1 и 2).
25. П. Г. Сурелков, *ДАН СССР*, 83, 59—61 (1952).
26. Ф. Энгельс, „Диалектика природы“, Госполитиздат, М, 1948, стр. 183.

Выписка из доклада А. Перара (A. Perard), директора Международного Бюро мер и весов, на сессии Международного Комитета мер и весов 5 октября 1948 г. в Париже.

...С 8 по 11 июля в Амстердаме я принимал участие в ассамблее Международного союза чистой и прикладной физики...

Как и Консультативный комитет по термометрии, Союз физики принял (а-аборт) температурную шкалу с единственной опорной точкой. Этой опорной точкой является тройная точка чистой воды...

(перевод с французского)

Протоколы заседаний Международного Комитета мер и весов, 21, 41, 1948.

Выписка из письма И. Де Бура (I. De Boer), секретаря комиссии С. У. Н. (символы, единицы, номенклатура) Международного Союза Физики, в Международное Бюро мер и весов.

Амстердам, 12 января 1948 г.

Мы хотели бы знать ваши критические замечания по поводу следующих предложений, принятых единогласно присутствующими членами, которые будут представлены на утверждение Генеральной ассамблеи Союза физики в июле 1948 г. в Амстердаме.

Предложение II, относительно абсолютной шкалы температур.

а) Комиссия одобряет принцип, предложенный В. Ф. Джюком («Природа», т. 143, 1939, стр. 623—626), по которому абсолютные температуры должны быть отнесены к одной опорной точке (не к двум).

б) Она предлагает, чтобы этой опорной точкой была бы тройная точка чистой воды.

в) Она предлагает, чтобы температура, принятая для этой опорной точки, была бы выбрана раз навсегда Международным комитетом мер и весов, по возможности наилучшим образом согласуясь с современной стотградусной шкалой.

(перевод с французского).

Протоколы заседаний Международного Комитета мер и весов 21, T125—T126, 1948.

Выписка из протокола заседания Русского Химического общества 13 декабря 1873 г.

„2. Д. Менделеев сообщил о необходимости и пользе для точных научных исследований принятия метрической системы измерения температур. Так как воздушный термометр есть единственный абсолютно согласный и постоянный термометр и так как наши градусные выражения всегда должны быть к нему относимы, то от него и должно взять меру градуса. Если будет взят некоторый объем водорода при температуре таяния льда и при нормальном давлении (для коего лучше бы принять давление 1000 гр. на кв. сантиметр, чем 760 мм ртутного столба), то метрическим градусом должно называть такое повышение температуры, которое увеличивает упругость водорода на некоторую метрическую меру, например на 1 мм ртутного столба (норм. давл. = 760 мм) или на 1 грамм на кв. сант. (при норм. давл. 1000 гр. на кв. сант.). В первом случае метрический градус = 0,3590° Ц, а во втором = 0,2728° Ц. Такая система измерения температур не только облегчает все расчеты с газами и отвечает механической теории их, но и доставляет возможность очень простого и точного измерения температур при помощи измененных Менделеевым воздушных термометров“.

(Далее следует описание этих термометров).

Журнал Русского Химического общества и Физического общества, часть химич., т. VI, отд. I, вып. I, стр. 8, 1874 г.

Выписка из протокола 14-го очередного собрания Физического общества при С.-Петербургском Университете 20 декабря 1873 г.

«Б. Д. И. Менделеев сообщает, о том, что сделано им, по поводу его работы над упругостью газов, для точного определения температур. Рассматривая ныне употребляемые системы определения температур, где две точки определяются таянием льда и кипением воды, а подразделения — воздушным термометром, г. Менделеев указал на то, что такая система не только затрудняет все термометрические определения, но и делает их мало точными и сомнительными. Поэтому г. Менделеев предлагает, по крайней мере для чисто научных работ, новую „метрическую“ систему определения температур. Приняв водород под давлением в 1000 грамм на кв. сантиметр при температуре таяния льда за исходную точку, должно назвать метрическим градусом $\left(\frac{0}{m}\right)^1$ такое повышение температуры, которое увеличивает упругость газа на 1 грамм на кв. сантиметр площади. При этой системе облегчаются все расчеты с газами, избегается другая точка (кипения воды) нынешних систем и термометрия вводится в общую для измерений метрическую систему. Практическое значение предлагаемой системы очевидно для точного определения обыкновенных температур, что особенно важно при точных физических определениях и особенно в калориметрии»:

(Далее следует описание термометров Менделеева).

Журнал Русского Химического общества и Физического общества, часть физич., т. VI, отд. I, вып. I, стр. 10—11, 1874 г.

Сообщение В. Лугинина о содержании первого выпуска Журнала Русского Химического общества за 1874 г.

«Г. Менделеев сделал второе сообщение о точном измерении температур, исследованиях, связанных с его большой работой о газах. Современная система определения температур при помощи двух опорных точек: плавления льда и кипения воды, основанная для промежуточных температур на показаниях воздушного термометра, по его мнению является сложной и мало точной. Он предлагает заменить ее системой определения температур, которую называет метрической. Приняв за исходную точку водород при температуре плавления льда под давлением 1000 Г/см², он называет метрическим градусом повышение температуры, которое увеличивает упругость газа на 1 Г/см². Градус стоградусной шкалы будет равен 3,667 метрическим градусам. Г. Менделеев показал обществу воздушный термометр, предназначенный для реализации этого принципа».

(перевод с французского)

Bulletin de la Société chimique de Paris, 21, 392, 1874 г.

¹ Один градус Цельсия = 3,667 такого метрического градуса; $0^{\circ} \text{Ц} = 1000 \frac{0}{m}$;

$100^{\circ} \text{Ц} = 1366,7 \frac{0}{m}$ (возможны и другие метрические системы температур).

² В указатель авторов к 21 тому бюллетеня вкралась опечатка: „Менделеев, точное измерение температур“ отнесено к 392 стр., вместо 302 (Б. П.).

АЗОТНЫЙ ГАЗОВЫЙ ТЕРМОМЕТР ПОСТОЯННОГО ОБЪЕМА

В 1952 году в лаборатории высоких температур ВНИИМ был смонтирован и исследован азотный газовый термометр, в котором температура рабочего резервуара с находящимся в нем при постоянном объеме газом (азотом) определяется по измерению давления азота. Этот газовый термометр предназначается для измерений температур в интервале от 400 до 1100° С с суммарной погрешностью 0,1—0,2° С.

1. ОПИСАНИЕ ГАЗОВОГО ТЕРМОМЕТРА

Газовый термометр имеет следующее устройство.

Рабочий резервуар 1 (рис. 1) изготовлен из сплава Pt 90⁰/₀+10⁰/₀ Ir и имеет форму цилиндра с полусферическими торцами. Диаметр цилиндра 40 мм и высота 170 мм. Рабочий резервуар соединяется с пространством между металлической пробкой, герметично закрывающей короткое колено манометра 3 и мениском ртути в коротком колене посредством платиноиридиевого капилляра (на участке *аб*) с внутренним диаметром 0,79 мм и платинового капилляра (на участке *бв*) с внутренним диаметром 0,4 мм. На нижней поверхности пробки короткого колена по его оси смонтирован конус высотой около 0,5 мм, предназначенный для обеспечения установки уровня ртути в коротком колене на одну и ту же высоту и, следовательно, для обеспечения сохранения постоянного объема газа в рабочей системе термометра. Визирование конуса и поверхности ртути производится с помощью микроскопической системы с 25-кратным увеличением. Короткое 3 и длинное 5 колена манометра изготовлены из частей, отрезанных от одного куска стеклянной трубки с внутренним диаметром 12 мм. Изменение высоты ртутного столба в коротком и длинном коленах манометра осуществляется посредством изменения давления углекислого газа из вспомогательного баллона на поверхности ртути в резервуаре 8. Тонкая регулировка осуществляется с помощью поршенька 7. Наполнение рабочей системы термометра азотом производится с помощью трубки 6 с предварительным опусканием ртути в коротком колене. Пространство над ртутью в длинном колене откачивается вакуумным насосом с измерением остаточного давления с помощью вакуумметра.

Измерение разности высот ртутных столбов в коротком и длинном коленах манометра осуществляется с помощью латунной шкалы 4 длиной 1650 мм с миллиметровыми делениями и катетометрической системы (не изображенной на рисунке).

Катетометрическая система состоит из короткофокусной отсчетной трубы 25-кратного увеличения, снабженной окулярным микрометром. Отсчетная труба закрепляется на нужной высоте на вертикальной штанге. Вертикальность оси

вращения отсчетной трубы выверяется с помощью 20-секундного уровня, жестко смонтированного на тубусе трубы. Горизонтальность оптической оси трубы предварительно была выверена на оптической скамье. Освещение обоих менисков ртути в коротком и длинном коленях манометра осуществляется с помощью двух осветителей, установленных вне кожуха манометра.

Для измерения температуры ртути вдоль трубки длинного колена установлено 7 медь-константановых термопар на расстоянии 200 м.м друг от друга. Их спаи приклеены непосредственно к наружной поверхности трубки длинного колена. Для приближения температуры спаев к температуре стеклянной трубки, а следовательно, и к температуре ртути, а также для сглаживания влияния возмож-

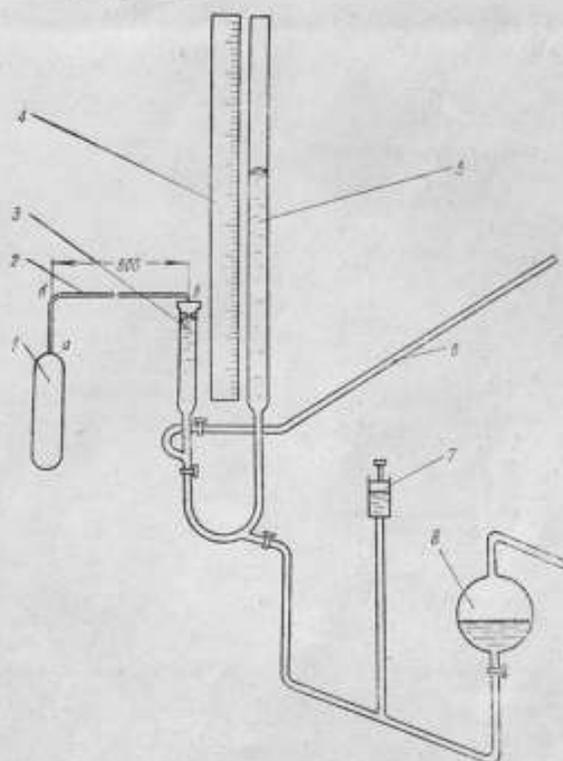


Рис. 1. Принципиальная схема газового термометра постоянного объема.

ных резких колебаний температуры помещения, манометр окружен кожухом, внутреннее пространство которого заполнено ватой. Вторые спаи всех термопар привязаны к резервуару ртутно-стеклянного термометра с ценой деления $0,1^{\circ}\text{C}$ и помещены в резервуар с трансформаторным маслом. Через переключатель термопары поочередно присоединяются к гальванометру типа ГПЗ-2. В термометре предусмотрена также возможность измерения разности температур ртути, в коротком и длинном коленях ниже уровня пробки короткого колена. Определение этой разности, как показал опыт, существенно для определения отношения плотностей столбов ртути, расположенных ниже уровня пробки короткого колена.

Для измерения этой разности температур установлены 3 дифференциальных термопары на расстоянии 200 м.м друг от друга, спаи которых прикреплены непосредственно к стеклянным трубкам длинного и короткого колена и окружены слоем ваты. Измерение т. э. д. с. этих термопар осуществляется также гальванометром ГПЗ-2.

Для надежного измерения температуры газа, находящегося внутри платинового капилляра 2, последний помещен в ванночку с водой. Температура воды измеряется двумя ртутно-стеклянными термометрами. Измерение температур газа, находящегося между пробкой и мениском ртути в коротком колене, осуществ-

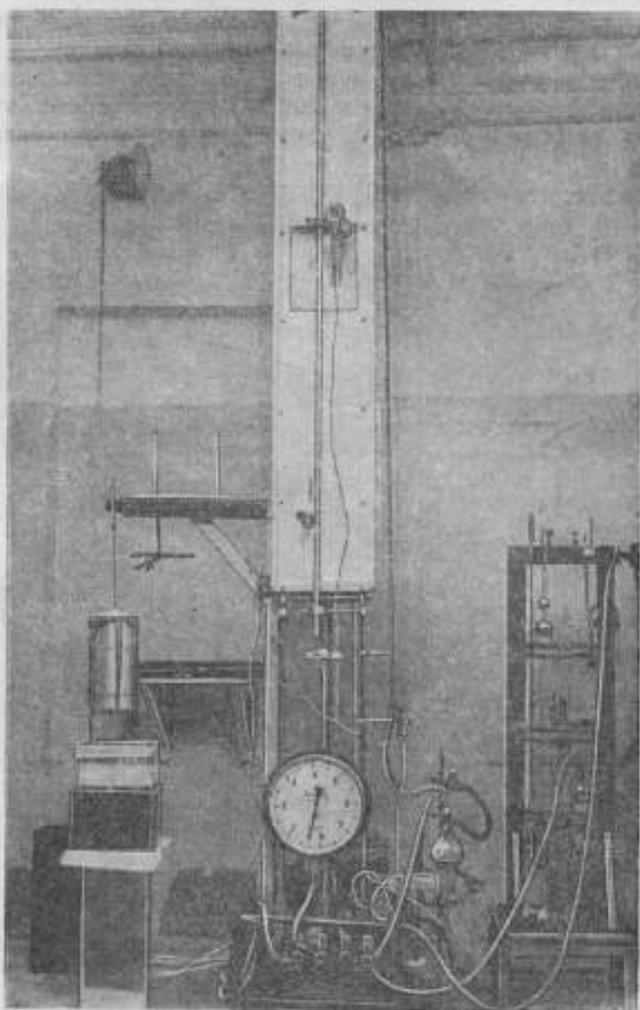


Рис. 2. Общий вид газового термометра.

вляется также ртутно-стеклянным термометром, резервуар которого вмонтирован непосредственно в металлическую пробку короткого колена.

Внешний вид газового термометра представлен на рис. 2.

2. ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ГАЗОВОГО ТЕРМОМЕТРА

Измерение объема рабочего платиноиридиевого резервуара производилось при температуре 20°C путем заполнения его дважды дистиллированной водой и взвешивания до и после заполнения. Четырехкратное определение дало значение $V_{20} = 209,1 \pm 0,2$ мл.

Коэффициент линейного расширения рабочего платиноиридиевого резервуара по литературным данным был принят равным

$$\beta = (8,84 + 0,00131t) \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{град.}} \quad (1)$$

Определение зависимости объема рабочего резервуара от разности внутреннего и внешнего давлений было произведено экспериментально при комнатной температуре. Изменение этой зависимости при высоких температурах, при которых в рабочих условиях будет находиться платиноиридиевый резервуар, было определено расчетным путем, исходя из изменения с температурой модуля упругости платины. В результате этих исследований была получена следующая формула, позволяющая рассчитывать объем рабочего резервуара при его температуре t и внутреннем абсолютном давлении p (в мм рт. ст.):

$$V_{t,p} = [1 + 3(8,84 + 0,00131t) \cdot t \cdot 10^{-6}] \left[V_{0,760} + \frac{p-760}{760} \times \right. \\ \left. \times 0,038 \left(1 + 0,39 \frac{t-800}{400} \right) \right] \text{ м.л.} \quad (2)$$

Непосредственное определение объема „вредного“ пространства, состоящего из объема газа, заключенного в платиновом капилляре (на участке $бв$) и объема газа, заключенного в коротком колене между пробкой и мениском ртути, осуществлялось следующим образом. В точке $в$ при отключенном рабочем резервуаре и платиноиридиевом капилляре присоединялась специальная установка, состоящая из набора калиброванных стеклянных резервуаров, позволяющих осуществлять сжатие или расширение газа в измеряемом „вредном“ объеме с одновременным измерением давления этого газа с помощью манометра газового термометра. Зная давление и температуру газа, а также отступление данного газа от законов идеального газа, можно расчетным путем определить величину объема вредного пространства. Полученное из 24 серий измерений значение V_1 этой части объема вредного пространства оказалось равным

$$V_1 = 387,5 \pm 1,1 \text{ м.л.}^{-1}$$

Зная диаметр платинового капилляра и его длину (540 мм), получим, что из этого количества 214 м.л. приходится на капилляр, а остальные 173,5 м.л. составляют объем газа над мениском ртути в коротком колене.

В рабочем состоянии газового термометра общая величина его вредного объема складывается из V_1 и величины V_2 , определяющей объем газа в части платиноиридиевого капилляра, выступающей из данного термостатного устройства. В зависимости от применяемого термостатного устройства величина V_2 меняется от 120 до 160 м.л. и учитывается особо при каждом измерении. Объем газа, заключенный в остальной части платиноиридиевого капилляра, примыкающей к рабочему резервуару и принимающей внутри термостатного устройства одинаковую температуру с рабочим резервуаром, суммируется с объемом рабочего резервуара термометра.

Таким образом, общая величина $V_1 + V_2$ объема вредного пространства газового термометра составляет около 500 м.л. Отношение объема вредного пространства к объему рабочего резервуара оказывается равным $\gamma \cong 0,0025$.

Исследование отсчетной системы газового термометра показало, что воспроизводимость отсчетов высоты уровня ртути при соблюдении ряда предосторожностей составляет ± 6 мк.

Определение поправок оцифрованных отметок шкалы (через 10 мм) было проведено лабораторией мер длины ВНИИМ с погрешностью около ± 5 мк. Определение равномерности нанесения промежуточных (миллиметровых) отметок шкалы было произведено силами лаборатории высоких температур с помощью отсчетной системы газового термометра.

Учитывая воспроизводимость отсчетов катетометрической системы, получаем, что погрешность определения поправок (из серии в 3 отсчета) миллиметровых отметок шкалы газового термометра может быть оценена величиной ± 6 мк.

3. ТЕРМОСТАТНЫЕ УСТРОЙСТВА

Для определения начального давления газа в рабочей системе газового термометра применялся прозрачный вакуумный сосуд высотой около 350 мм. Этот сосуд с погруженным в него рабочим резервуаром заполнялся размельченным льдом и заливался дистиллированной водой. Перед заполнением сосуда размельченный лед дважды промывался дистиллированной водой. Глубина погружения

рабочего резервуара в вакуумный сосуд была такова, что над верхним концом резервуара находился слой льда в 120—140 мм.

Измерение давления p'_{100} газа в рабочей системе газового термометра при температуре кипения воды производилось с помощью водяного кипятыльника без маностатирования с определением температуры насыщенных паров по величине атмосферного давления, измеряемого ртутно-чашечным барометром с точностью отсчета в $\pm 0,05$ мм рт. ст. Однородность температурного поля кипятыльника проверялась путем погружения рабочего резервуара термометра на различную глубину. Такая проверка показала, что кипятыльник имеет достаточно большую зону однородной температуры.

Значения p_0 и p_{100} , исправленные на влияние вредного пространства, находились с помощью формулы:

$$p_i = p'_i \left[\frac{V_{L,p}}{V_0} + \frac{T}{V_0} \sum \frac{V_i}{T_i} \right], \quad (3)$$

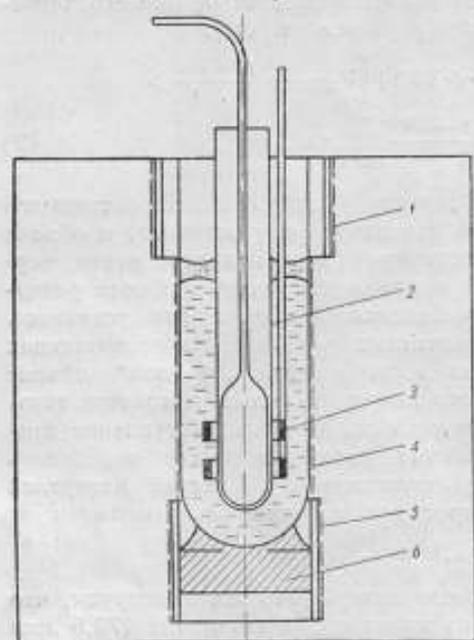


Рис. 3. Схематическое устройство оловянной ванны.

где p'_i — измеренные значения давления; T — абсолютная температура рабочего резервуара; V_i и T_i — отдельные объемы вредного пространства и соответствующие им абсолютные температуры.

Накопленный материал измерений показал, что воспроизводимость значений p_0 и p_{100} характеризуется значениями среднего квадратичного отклонения для p_0 равного ± 9 мк и для p_{100} равного ± 8 мк. Несколько большая величина разброса измеренных значений p_0 , чем p_{100} может быть, повидимому, объяснена недостаточной чистотой применяемого льда.

Для обеспечения вокруг рабочего резервуара достаточно однородного температурного поля в интервале температур от 850 до 1100°С была создана оловянная ванна, имеющая следующее устройство (рис. 3).

На боковую поверхность пробирки 4 из непрозрачного кварца с оттянутым полусферическим дном длиной 450 мм и внутренним диаметром 90 мм наматывалась нихромовая лента (основной нагреватель). Нижним своим концом пробирка входит внутрь фарфоровой трубы 5 диаметром 110 мм и высотой 150 мм, на боковую поверхность которой намотана нихромовая проволока (нижний дополнительный нагреватель). Для улучшения теплоотдачи от допол-

нительного нагревателя к кварцевой пробирке, последняя устанавливается в тепловом контакте с графитовым диском 6, смонтированным внутри фарфоровой трубы. Сужающийся кверху кольцевой зазор между фарфоровой трубой и кварцевой пробиркой плотно забивается размельченным графитом. Ниже графитового диска помещается слой тепловой изоляции. На верхнюю часть кварцевой пробирки надевается тонкостенная кварцевая труба 1 диаметром 115 мм и высотой 140 мм, на боковую поверхность которой намотана нихромовая лента (верхний дополнительный нагреватель).

В кварцевой пробирке 4 под слоем расплавленной поваренной соли плавится олово. Внутри пробирки 4 по ее оси в расплавленное олово погружается пробирка 2 из прозрачного кварца высотой 500 мм и диаметром 50 мм. Пробирка 2 погружается в олово на такую глубину, чтобы ее дно находилось на высоте около 2 см над дном пробирки 4. Концентрично пробирке 2 внутри олова вводится также кварцевая мешалка 3, состоящая из двух колец, приваренных к трем сваренным между собой стержням. Подобная конструкция мешалки оказалась наиболее надежной и удобной из всех многочисленных испытанных вариантов. Собранный в таком виде оловянная ванна окружалась с боков толстым слоем тепловой изоляции.

Подготовка оловянной ванны к работе и весь процесс работы с ней состоит в следующем. На дно холодной пробирки 4, из которой временно вынута мешалка 3 и пробирка 2, насыпается около 250 г мелкой поваренной соли и включается ток в основной и нижний нагреватели. Когда температура внутри пробирки 4 превысит 800°C , в расплавленную соль бросают небольшими порциями кусочки олова, которые плавятся под слоем расплавленной соли, предохраняющей их от окисления. Олова должно быть такое количество, чтобы при погруженной в него пробирке 2 и мешалке, верхний край слоя соли толщиной 1—1,5 см был на высоте около 300 мм над уровнем дна пробирки 2.

Кварцевая пробирка 2 и мешалка вводятся внутрь олова по достижении последней температуры $850\text{--}880^{\circ}\text{C}$. Расположение пробирки 2 внутри пробирки 4 регулируется так, чтобы мешалка могла совершать вертикальные движения без заедания. После этого зазор между пробирками у верхнего их среза плотно закрывается шнуровым асбестом для уменьшения теплоотдачи с поверхности слоя соли и предотвращения проникновения паров соли в окружающее помещение. Затем сила тока в основном нагревателе снижается и одновременно включается питание верхнего дополнительного нагревателя.

При таком режиме оловянная ванна выдерживается в течение 1—2 час. для выравнивания температурного поля. Сила тока в нагревателях при этом

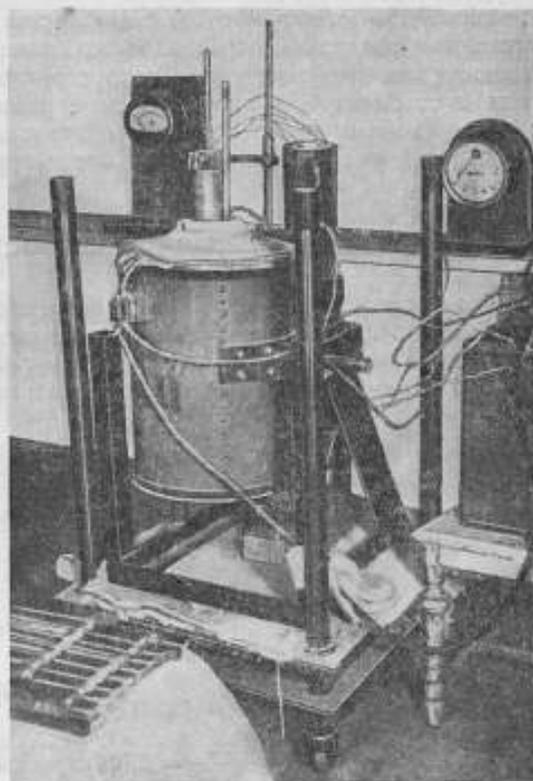


Рис. 4. Общий вид оловянной ванны.

регулируется в зависимости от показаний обычной и дифференциальной терморпар, временно опускаемых внутрь пробирки 2. При приближении температуры оловянной ванны к заданному значению, на дно пробирки 2 насыпается слой мелкого порошка окиси алюминия, на который устанавливается резервуар газового термометра с смонтированными на нем терморпарами. Все пространство внутри пробирки 2 вокруг капилляра резервуара и выводов терморпар от верхнего конца резервуара до среза пробирки заполняется тщательно пережженным шнуровым асбестом.

Терморпары монтируются на резервуаре в трех точках (вблизи его концов и в середине), и, таким образом, по показаниям терморпар можно судить об однородности температурного поля вокруг резервуара. Однородность температурного поля достигается регулировкой силы тока в соответствующих нагревателях с одновременным перемешиванием олова с помощью мешалки.

Внешний вид оловянной ванны представлен на рис. 4.

4. ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ ПОГРЕШНОСТИ ГАЗОВОГО ТЕРМОМЕТРА

Для расчета инструментальных погрешностей газового термометра можно использовать следующие уравнения, связывающие термодинамическую температуру газа в резервуаре термометра с результатами отсчетов показаний термометра и с результатами измерения его параметров:

$$t = \frac{p_t - p_0}{\alpha p_0}; \quad (4)$$

$$\alpha = \frac{p_{100} - p_0}{100 p_0}; \quad (5)$$

$$p_t = h_t \left(\frac{V_t}{V_0} + \frac{T V_1(t)}{V_0 T_1(t)} \right); \quad (6)$$

$$\frac{V_t}{V_0} = 1 + 3\beta t; \quad (7)$$

$$\frac{\partial t_k}{\partial p_{ат}} = 0,037 \text{ град/мм рт. ст.}; \quad (8)$$

$$\frac{1}{h} \left(\frac{\partial h}{\partial t_m} \right) = 1,63 \cdot 10^{-4} \text{ град.}^{-1} \quad (9)$$

Кроме этого, следует применить два уравнения для расчета p_0 и p_{100} . Эти уравнения аналогичны уравнению (6).

В уравнениях (4) - (9), кроме принятых ранее, введены следующие обозначения:

- h_t — давление газа в резервуаре при температуре t , с учетом инструментальных поправок только для манометра газового термометра;
- h_0 и h_{100} — то же при температуре газа, равной 0°C и 100°C ;
- V_1 — объем вредного пространства;
- T_1 — средняя (эффективная) температура вредного пространства;
- $p_{ат}$ — атмосферное давление;
- t_m — средняя (эффективная) температура ртути и шкалы манометра газового термометра.

Приведенные формулы не учитывают отступлений газа от идеального состояния и влияния барометрического коэффициента резервуара. Анализ этого влияния приведен отдельно в формуле (2).

Эти формулы учитывают влияние на показания газового термометра следующих независимо определяемых величин:

$$\left. \begin{array}{l} h_0 \\ h_{100} \\ h_t \\ p_{ат} \\ t_M \end{array} \right\} \begin{array}{l} V_1 \\ T_1 \\ \beta \\ V_{20} \\ t_M \end{array} \quad (10)$$

Здесь V_{20} — объем резервуара при температуре 20°C , т. е. в условиях его измерения.

Преобразование этих формул приводит к следующим выражениям для расчета инструментальных погрешностей газового термометра:

$$\frac{\partial t}{\partial h_0} = \frac{273}{p_0} \left(\frac{t}{100} - 1 \right); \quad (11)$$

$$\frac{\partial t}{\partial h_{100}} = \frac{273}{p_0} \cdot \frac{t}{100}; \quad (12)$$

$$\frac{\partial t}{\partial h_t} = \frac{273}{p_0}; \quad (13)$$

$$\frac{\partial t}{\partial V_1} = \frac{t(t-100)}{V_0 T_1}; \quad (14)$$

$$\frac{\partial t}{\partial V_{20}} = \frac{V_1 t(t-100)}{V_0^2 T_1}; \quad (15)$$

$$\frac{\partial t}{\partial \beta} = 3t(t-100); \quad (16)$$

$$\frac{\partial t}{\partial T_{1(0)}} = -\frac{V_1}{V_0} \cdot \frac{273^2}{T_{1(0)}^2} \left(\frac{t}{100} - 1 \right); \quad (17)$$

$$\frac{\partial t}{\partial T_{1(100)}} = \frac{V_1}{V_0} \cdot \frac{373^2}{T_{1(100)}^2} \cdot \frac{t}{100}; \quad (18)$$

$$\frac{\partial t}{\partial T_{1(t)}} = -\frac{V_1}{V_0} \cdot \frac{T^2}{T_{1(t)}^2}; \quad (19)$$

$$\frac{\partial t}{\partial p_{ат}} = 3,7 \cdot 10^{-4} t; \quad (20)$$

$$\frac{\partial t}{\partial t_M} = 1,63 \cdot 10^{-4} \left[273 \left(\frac{t}{100} - 1 \right) + 3,73t + T \right] = 1,22 \cdot 10^{-3} t. \quad (21)$$

Полученные выражения показывают, что погрешность газотермического определения температуры t зависит, как и следовало ожидать, от погрешностей измерения при этой температуре и при температурах 0 и 100°C .

Поэтому влияние, например, погрешности измерения давления на результат газотермических измерений описывается формулами (11), (12) и (13), а влияние измерения температуры вредного пространства — формулами (17), (18) и (19).

Некоторые параметры газового термометра, указанные в перечне (10), например V_1 , V_0 и β , определяются заранее по результатам отдельных экспериментов.

Погрешность принятого значения этих параметров проявляется при обработке результатов газотермических измерений, как систематическая погрешность. Поэтому для каждого из этих параметров, соответствующие три формулы, учитывающие их влияние, сведены нами в одну путем алгебраического сложения погрешностей. Таким образом получены формулы (14), (15) и (16).

Погрешность измерения атмосферного давления $p_{ат}$, которая для высокотемпературных газотермических измерений имеет значение только при измерении в точке 100°C , выражается формулой (20). Влияние погрешности измерения температуры t_m манометра газового термометра (температуры ртути в стеклянной трубке и температура шкалы манометра) учитываются по формуле (21). Эта погрешность также может быть описана тремя формулами, что выражено трехчленом в квадратных скобках в промежуточном выражении формулы (21). Однако при измерении температуры t_m преобладают систематические погрешности. Поэтому представляется целесообразным выразить рассматриваемую погрешность одной формулой, как сделано в правой части уравнения (21).

Аналогично выражениям (11)–(21) легко могут быть выведены формулы, учитывающие влияние параметров (10) на результат измерения температурного коэффициента α давления газа (азота), заполняющего при постоянном объеме резервуар газового термометра. Такие выражения здесь не приведены для сокращения текста.

Для численного расчета допустимых погрешностей измерения параметров (10) приняты следующие условия измерения, имеющие место при работе с описываемым газовым термометром:

$$t = 1000^\circ\text{C}.$$

$$\alpha = \frac{1}{273} \text{ 1/град.}$$

$$p_0 = 300 \text{ мм рт. ст.}$$

$$V_0 = 200 \text{ мл}$$

$$V_1 = 500 \text{ мкл}$$

$$T_1 = 300^\circ\text{K}.$$

В табл. 1 приведены эти допустимые погрешности, рассчитанные исходя из допустимых частных погрешностей определения α и t , происходящих от ошибки определения каждого исходного параметра, равных соответственно $2 \cdot 10^{-7}$ 1/град, и 0,05 град. Расчет выполнен по формулам (11)–(21) и по соответствующим формулам для температурного коэффициента α .

Экспериментальное исследование газового термометра, описанное выше, а также анализ результатов газотермических измерений показывает, что целый ряд его параметров определяется с погрешностью, в несколько раз меньшей указанной в табл. 1. К таким параметрам относятся h_t , V_{20} .

Измерение величины $p_{ат}$, t_m производится указанным выше методом с погрешностью, приблизительно равной приведенному в табл. 1 допустимому значению.

Измерение температуры вредного пространства (T_1) производилось в ряде точек. Погрешность этого измерения значительно меньше допустимой во всех точках, кроме участка капилляра, непосредственно примыкающего к термостатному устройству и поэтому находящегося в области большого градиента температуры.

Указанные в табл. 1 допустимые значения погрешности относятся к средней эффективной температуре вредного пространства. Вес погрешности измерения температуры отдельных участков вредного пространства следует считать пропорциональным массе заключенного в них газа. Основанный на этом простой расчет показывает, что если температуру примыкающего к термостату участка капилляра длиной 100 мм принять равной среднему значению от температур на концах этого участка с погрешностью, равной $\pm 20\%$, от этого среднего значения, то это вызовет погрешность определения средней температуры всего вредного пространства, равную $\pm 1,5$ град. при температуре термостата 1000°C . При измерениях в точках 0 и 100°C погрешность значительно меньше.

Таблица 1

x	Δx при	
	$\frac{\partial z}{\partial x} \Delta x = 2 \cdot 10^{-7}$ 1/град.	$\frac{\partial t}{\partial x} \Delta x = 0,05$ град.
h_0	4,3 мк рт. ст.	6 мк рт. ст.
h_{100}	6 мк рт. ст.	5,5 мк рт. ст.
h_z	—	50 мк рт. ст.
V_{20}	3,0 мл	1,1 мл
V_1	8,7 мкл	3,3 мкл
β	$0,5 \cdot 10^{-7}$ 1/град.	$0,18 \cdot 10^{-7}$ 1/град.
$T_1(t)$	1,6 град.	2,3 град.
$T_1(100)$	1,2 град.	1,1 град.
$T_1(t)$	—	1,5 град.
$p_{ат}$	0,15 мм рт. ст.	0,14 мм рт. ст.
t_m	0,06 град.	0,04 град.
α	—	$1,8 \cdot 10^{-7}$ 1/град.

Сравнение выражения (1) со значением, приведенным в табл. 1, показывает, что допустимая относительная погрешность коэффициента расширения β материала резервуара составляет $0,2^0/0$. Такое отклонение коэффициента расширения от принятого значения может иметь место при изменении содержания иридия на $0,4^0/0$.

Рассмотрение этих цифр приводит к заключению, что погрешность коэффициента β можно считать приблизительно равной приведенной в табл. 1.

Допустимые значения погрешностей измерения h_0 и h_{100} , приведенные в табл. 1, показывают, что к точности измерения давления азота в резервуаре предъявляются весьма высокие требования. Основными источниками погрешности этого измерения являются:

- 1) точность оптического отсчета уровня ртути;
- 2) переменная капиллярная депрессия ртути в трубке, связанная с возможной неоднородностью диаметра трубки;
- 3) оптические искажения при отсчете сквозь нешлифованную стенку стеклянной трубки.

Погрешность контроля температуры манометра рассмотрена отдельно.

Перечисленные источники погрешностей приводят к разбросу значений, получаемых при различных уровнях ртути.

Разброс значений, полученных при измерении газовым термометром температурного коэффициента давления азота при различных давлениях азота (измерения описаны в отдельной статье в настоящем сборнике), позволяет косвенно судить о величине рассматриваемых погрешностей. Рассмотрение полученных цифр показывает, что погрешности измерения h_0 и h_{100} приблизительно равны приведенным в табл. 1. Однако в такой оценке, вследствие косвенного ее характера, нет полной уверенности, и возможно, что перечисленные источники погрешностей приводят к несколько большим ошибкам.

Если ориентировочно считать, что погрешности определения h_0 и h_{100} в два раза превышают значения, указанные в табл. 1, а погрешности $T_1(t)$, $p_{ат}$, t_m и β равны приведенным в табл. 1 значениям, то сложение этих погрешностей дает:

$$0,05 \sqrt{2 \cdot 2^2 + 5} = \pm 0,18 \text{ град.}$$

Таким образом, можно считать, что суммарная инструментальная погрешность газового термометра лаборатории высоких температур при измерении температуры $t = 1000^\circ \text{C}$, составляет около $\pm 0,2$ град. Расчет, подобный описанному для случая измерения рассматриваемым газовым термометром температуры кипения серы ($t = 444,6^\circ \text{C}$, $p_0 = 600$ мм рт. ст.), дает величину суммарной инструментальной погрешности около $\pm 0,03$ град.

Дальнейшее снижение инструментальных погрешностей описываемого газового термометра следует считать мало эффективным. Повышение его точности требует создания манометра, способного обеспечить существенное повышение точности измерения давления газа в рабочем резервуаре. Для этого необходимо отказаться от узких некалиброванных трубок и от оптического отсчета сквозь нешлифованное стекло.

Для высокотемпературных газотермических измерений большое значение имеют погрешности, зависящие от температурного поля в термостате (оловянная ванна), в который погружается рабочий резервуар термометра, и от метода сравнения температуры, измеряемой газовым термометром, с температурой, определяемой по международной температурной шкале. Эти погрешности при выполнении описываемой работы составили несколько десятых градуса.

В работе по созданию и исследованию газового термометра принимали участие А. С. Аржанов и И. Ф. Фролова.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО КОЭФФИЦИЕНТА ДАВЛЕНИЯ АЗОТА

При воспроизведении термодинамической шкалы температур с помощью созданного в лаборатории высоких температур ВНИИМ газового термометра постоянного объема возникает необходимость в детальном исследовании температурного коэффициента давления азота, заполняющего рабочую систему газового термометра.

Температурный коэффициент давления азота при постоянном объеме, как известно, определяется с помощью формулы:

$$\alpha_v = \frac{P_k - P_0}{t_k P_0}, \quad (1)$$

где P_k и P_0 — давления азота в рабочей системе газового термометра при температурах резервуара, соответственно равных температуре кипения воды (t_k) и плавления льда (0°C). Эти значения давлений получаются как результат измерений с газовым термометром после внесения поправок на влияние вредного объема термометра.

Отступление азота от законов идеального газа приводит к тому, что температурный коэффициент давления азота при постоянном объеме α_v оказывается зависящим от величины начального давления P_0 , возрастая по мере повышения начального давления. Исследование этой зависимости представляет интерес не только для получения надежных данных о величине α_v азота для рабочего начального давления, но и дает возможность определить коэффициент давления идеального газа α_n , исходя из того, что

$$\alpha_n = \lim_{P_0 \rightarrow 0} \alpha_v.$$

Эта последняя величина имеет самостоятельное значение, так как

$$\frac{1}{\alpha_n} = T_0,$$

где T_0 — температура плавления льда в абсолютной термодинамической шкале температур.

Для определения температурного давления азота были использованы две порции газа.

Первая порция была получена химическим путем из смеси насыщенного водного раствора нашатыря и насыщенного водного раствора азотистокислого натрия. Выделившийся газ осушался пятиокисью фосфора и пропускался через печь с медной стружкой, накаливаемой до 900°C с целью удаления примесей кислорода. Удаление остатков влаги и окислов азота производилось пропуском газа через змеевик, погруженный в жидкий азот.

Вторая порция газа была получена путем испарения технического жидкого азота с последующей очисткой от примеси кислорода в двух печах с медной стружкой.

Измерения с газовым термометром производились по следующей программе. Сначала определялось значение P_0 — давления при температуре плавления льда; затем значение P_x — давления при температуре кипения воды (температура кипения воды определялась по величине барометрического давления, измеряемого ртутно-сифонным барометром с ценой деления 0,05 мм рт. ст.); наконец, вновь определялось значение P_0 . Каждая из этих серий определений выполнялась тремя наблюдателями, причем каждый из них делал по 5 отсчетов по манометру газового термометра.

Значение P_0 , используемое для вычисления температурного коэффициента давления азота α_p , находилось как среднее арифметическое из двух значений P_0 , полученных до и после данного значения P_x .

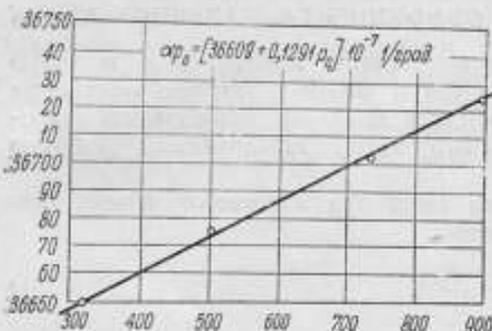


Рис. 1. Средние значения температурного коэффициента давления азота.

Результаты измерений, проведенных с двумя порциями газа при начальном давлении $P_0 = 900$ мм рт. ст., показали, что в пределах ошибок измерений температурные коэффициенты давления азота обеих порций совпадают между собой и поэтому весь цикл исследований по определению температурного коэффициента давления азота производился с одной порцией газа, полученной путем испарения жидкого азота.

Исследования производились при четырех начальных давлениях P_0 : 894; 733; 501 и 317 мм рт. ст. Результаты измерений P_0 (при температуре плавления льда) и P_x (при температуре кипения воды), исправленные на влияние объема вредного пространства, а также соответствующие этим величинам значения температурного коэффициента давления азота α_p даны в табл. 1. В этой таблице даны также величины средних квадратичных погрешностей результата, исправленные (по В. И. Романовскому) на ограниченное число измерений.

Средние значения температурного коэффициента давления азота, нанесенные на график (рис. 1) в зависимости от величины начального давления P_0 хорошо укладываются на прямую. Для нахождения уравнения этой прямой получены следующие исходные уравнения:

	Вес
$x + 894y = 0,00367251$	1,08
$x + 733y = 0,00367026$	1,56
$x + 500,8y = 0,00366752$	1,24
$x + 316,8y = 0,00366486$	0,53

Весы этих уравнений получены как обратные величины дисперсии измерений.

По методу наименьших квадратов с учетом этих весов найдена следующая система нормальных уравнений:

$$\begin{aligned} 4,41x + 3040,9y &= 3,1762 \cdot 10^{-4}; \\ 3040,9x + 219\,341 \cdot 10^2 y &= 0,21354. \end{aligned}$$

Решение этой системы дает

$$x = \alpha_p = 0,0036609; \quad y = 0,1291 \cdot 10^{-7}.$$

Таблица 1

P_0	P_k	t_k	P_{100}	α_p
893,975	1223,013	100,218	1222,299	0,00367261
893,968	1223,048	100,226	1222,307	0,00367281
894,052 *	1223,254	100,269	1222,372	0,00367225
894,058	1223,219	100,257	1222,377	0,00367221
894,022	1222,751	100,121	1222,354	0,00367252
894,025	1222,686	100,097	1222,368	0,00367264
				0,00367251
$\alpha_p = (36725 \pm 0,96) \cdot 10^{-7} \frac{1}{\text{град.}}$				
733,060	1001,857	99,910	1002,099	0,00367008
733,055	1002,486	100,144	1002,101	0,00367016
733,039	1002,484	100,151	1002,079	0,00367018
733,032	1002,447	100,133	1002,090	0,00367046
732,934 *	1001,920	99,995	1001,933	0,00367017
732,930	1001,967	100,005	1001,954	0,00367051
				0,00367026
$\alpha_p = (36702,6 \pm 0,7) \cdot 10^{-7} \frac{1}{\text{град.}}$				
500,848	684,445	99,952	684,533	0,00366748
500,848	687,439	99,944	684,541	0,00366776
500,851	684,453	99,952	684,541	0,00366755
500,843	684,254	99,845	684,538	0,00366772
500,855	684,252	99,843	684,540	0,00366735
500,844	684,625	100,059	684,517	0,00366726
				0,00366752
$\alpha_p = (36675,2 \pm 0,8) \cdot 10^{-7} \frac{1}{\text{град.}}$				
316,831	433,068	100,113	432,937	0,00366459
316,837	432,900	99,947	432,962	0,00366512
316,833	432,912	99,945	432,976	0,00366552
316,832	432,903	99,945	432,967	0,00366550
316,865 *	432,920	99,955	432,972	0,00366425
316,854	433,017	100,048	432,961	0,00366435
316,855	433,042	100,059	432,973	0,00366471
				0,00366486
$\alpha_p = (36648,6 \pm 1,7) \cdot 10^{-7} \frac{1}{\text{град.}}$				

* Изменилась глубина погружения рабочего резервуара.

Следовательно, уравнение прямой, определяющей зависимость изменения температурного коэффициента давления азота α_p от величины начального давления P_0 будет

$$\alpha_p = (0,0036609 + 0,129 \cdot 10^{-7} P_0) \frac{1}{\text{град.}}, \quad (2)$$

где P_0 выражается в мм рт. ст.

Первый (постоянный) член этого уравнения представляет собой температурный коэффициент давления идеального газа, обратная величина которого равна температуре таяния льда в абсолютной термодинамической шкале температур. С помощью этого числа получим

$$T_0 = 273,157^\circ \text{K.}$$

Сравнение значений α_p , вычисленных по уравнению (2) для давления P_0 равного 894; 733; 501 и 317 мм рт. ст. со значениями, экспериментально найденными для тех же величин давления P_0 дает сумму квадратов остаточных отклонений $\sum P_0^2$ равной $760 \cdot 10^{-16}$ или $\sigma = \pm 1,95 \cdot 10^{-7} \frac{1}{\text{град.}}$.

Так как вес первого неизвестного P_x , найденного обычным способом, равен 0,35, то $\sigma_x = 3,3 \cdot 10^{-7} \frac{1}{\text{град.}}$. Это дает для квадратичной погрешности определения T_0 величину $\Delta T_0 = \pm 0,02^\circ$. Следовательно

$$T_0 = 273,16 \pm 0,02^\circ \text{K.}$$

Интересно произвести сравнение полученных средних значений температурного коэффициента давления азота при различных начальных давлениях с наиболее поздними литературными данными.

Битти в 1941 г. были опубликованы результаты измерений температурного коэффициента давления азота и получено следующее уравнение, связывающее значение коэффициента давления с начальными давлениями азота:

$$\alpha_p = (0,0036608 + 0,13212 P_0 \cdot 10^{-7}) \frac{1}{\text{град.}}. \quad (3)$$

Сравнение прямых, выражаемых уравнениями (2) и (3), показывает, что они пересекаются в области давлений 300 мм рт. ст. Прямая, выражаемая уравнением (2), при более низких давлениях проходит несколько выше, а при более высоких давлениях несколько ниже прямой, выражаемой уравнением (3).

Максимальное расхождение значений α_p , вычисленных по уравнениям (2) и (3), имеет место при больших начальных давлениях. При $P_0 = 900$ мм рт. ст. это расхождение составляет $1,6 \cdot 10^{-7} \frac{1}{\text{град.}}$, т. е. не превышает погрешности измерений.

Исходя из полученного им значения $\alpha_p = 0,0036608$, Битти нашел $T_0 = 273,165^\circ \text{K}$ с вероятной погрешностью $\pm 0,015^\circ$.

В работах по определению температурного коэффициента давления азота принимали участие А. С. Аржанов и И. Ф. Фролова.

ПРИМЕНЕНИЕ НИЗКООМНЫХ ТЕРМОМЕТРОВ СОПРОТИВЛЕНИЯ
ДЛЯ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ МЕЖДУНАРОДНОЙ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ШКАЛЫ
В ОБЛАСТИ 630—1063°С

1. ВВЕДЕНИЕ

Современная наука и техника предъявляют все более высокие требования к точности температурных измерений как в лабораторных, так и в заводских условиях. Например, для исследования ползучести металлов в промышленных условиях требуется измерение температуры до 1000°С с точностью до 1°С.

При существующей практике обеспечения единства температурных измерений путем передачи температурной шкалы от эталонов через образцовые к рабочим приборам, повышение точности последних приводит к необходимости значительного повышения точности воспроизведения температурной шкалы с помощью эталонов.

Известно, что точность воспроизведения температурной шкалы с помощью эталонного термометра сопротивления в области от 0 до 630°С составляет в различных участках от 0,005 до 0,04°С. В связи с этим, казалось бы, весьма целесообразным применение термометра сопротивления в качестве интерполяционного прибора и для участка шкалы, ныне осуществляемого платиновыми термопарами. Тем самым создается возможность осуществить воспроизведение всего участка шкалы от -183 до 1063°С одним типом интерполяционного прибора. Однако длительный нагрев платины при температуре выше 600—700°С вызывает ее распыление. При весьма малом диаметре платиновой проволоки (0,07—0,1 мм), обычно применяемой для намотки чувствительного элемента термометра, распыление платины приводит к относительно заметному изменению ее сечения, а следовательно, к нарушению стабильности характеристик термометра. Кроме того, распыленная платина, как это показано в работе П. Г. Стрелкова [1], постепенно покрывает каркас чувствительного элемента проводящей пленкой, шунтирующей витки обмотки, что также приводит к изменению градуировки термометра при высоких температурах.

Несмотря на указанные недостатки, метрологические преимущества термометра сопротивления перед термопарой привели к тому, что некоторые исследователи использовали его для температурных измерений в области „термоэлектрического“ участка шкалы (630—1063°С), применив специальную конструкцию прибора. При этом, однако, не ставилась задача исследования этих термометров с точки зрения применимости для воспроизведения температурной шкалы в области 630—1063°С. Эта задача была поставлена нами при выполнении настоящей работы.

Приведем краткое описание примененных термометров сопротивления. Для исследования были использованы пять термометров сопротивления: № 6; 7; 8; 9; 11.

У чувствительного элемента термометра № 6 платиновая проволока диаметром 0,5 мм бифилярно намотана на зубчатый фарфоровый крест. От каждого конца измерительной проволоки к головке термометра идут по два платиновых вывода.

Конструкция термометров № 7; 8; 9 и 11 отличается от № 6 тем, что измерительная обмотка их элементов из платиновой проволоки диаметром 0,5—0,6 мм закреплена на каркасе только своей верхней и нижней частями. Фарфоровый цилиндр, заменяющий каркас, проходит внутри платиновой спирали и удерживает ее только с двух концов, не касаясь в средних точках (рис. 1). Небольшая длина измерительной проволоки и сравнительно большой ее диаметр придают спирали необходимую жесткость.

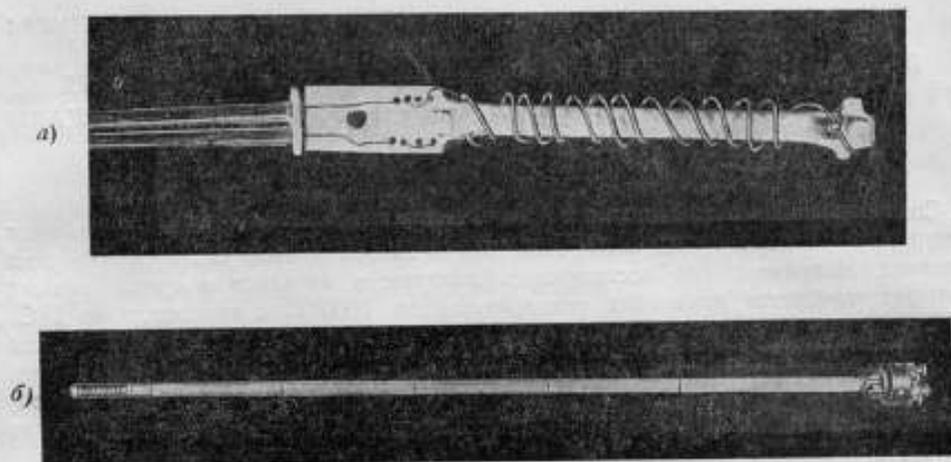


Рис. 1. Чувствительный элемент (а) и общий вид (б) низкоомного термометра сопротивления.

Применение платиновой проволоки увеличенного диаметра (0,5—0,6 мм) объясняется следующим соображением: как показывает опыт, использование в области высоких температур термометров сопротивления, изготовленных из тонкой проволоки, не обеспечивает достаточной стабильности характеристик этих приборов вследствие быстрого распыления платины.

Исходя из общих физических представлений, можно полагать, что влияние распыления на постоянство сопротивления платиновой проволоки будет приблизительно пропорционально отношению площади поверхности к массе на единицу длины проволоки. Тогда при возрастании диаметра платиновой проволоки можно ожидать пропорциональное уменьшение влияния распыления на постоянство сопротивления проволоки.

Непосредственные измерения потерь веса платиновой проволоки диаметром 0,07 и 0,5 мм при различных температурах, произведенные лабораторией эталонов тепловых величин Свердловского филиала ВНИИМ, показали, что распыление платиновой проволоки диаметром 0,5 мм по сравнению с 0,07 мм происходит в меньшей степени, чем это можно было бы ожидать, исходя из разницы площади поверхностей.

Это обстоятельство делает еще более выгодным увеличение диаметра проволоки для повышения стабильности ее электрического сопротивления при высоких температурах.

На показаниях термометров сопротивления № 7; 8; 9; 11 вследствие особенности конструкции их каркаса должно в меньшей степени сказываться влияние

возникающей местной поверхностной проводимости каркаса в результате оседания на нем распыленной платины.

Известно, что стабильность работы термометра сопротивления зависит от чистоты платины, из которой изготовлена обмотка чувствительного элемента. Критерий чистоты платины — величина ее температурного коэффициента электрического сопротивления; обязательным условием является:

$$\alpha = \frac{R_{100} - R_0}{R_0 \cdot 100} > 0,00391.$$

Однако многочисленные исследования показывают, что значение температурного коэффициента определяется не только химическими, но и механическими свойствами платиновой проволоки; в частности, возникающие в проволоке напряжения изменяют ее температурный коэффициент сопротивления. Используемые нами термометры конструктивно устроены так, что возможность изменения температурного коэффициента сопротивления платины термометра вследствие механического напряжения сведена к минимуму.

2. ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОМЕТРОВ

Для определения температурного коэффициента сопротивления каждого термометра были измерены сопротивления их элементов при температурах плавления льда и кипения воды.

Сопротивление термометров при 0°C (R_0) мы определяли, погружая их в стеклянный сосуд с двойными стенками или в вакуумный сосуд, в котором находилась смесь размельченного льда с дистиллированной водой. Предварительно лед был промыт дистиллированной водой.

Сопротивление термометров при температуре 100°C (R_{100}) определялось погружением их в водяной кипящий котел. Температура паров воды определялась по величине атмосферного давления, измеряемого чашечным барометром.

Сопротивления термометров измерялись при помощи пятидесятиградусного лабораторного компенсатора 1-го класса, помещенного в термостатную комнату, температура которой автоматически поддерживалась равной $20 \pm 0,1^\circ\text{C}$.

Результаты измерений для термометров сопротивления № 6; 7; 8; 9; 11, а также вычисленные значения температурных коэффициентов сопротивления платины этих термометров приведены в табл. 1.

Таблица 1

Термометр сопротивления					
№	6	7	8	9	11
R_0 в омах	0,17659	0,13072	0,14280	0,14482	0,11435
R_{100} в омах	0,24577	0,18153	0,19866	0,20131	0,15920
$\alpha \frac{1}{\text{град.}}$	0,003918	0,003886	0,003910	0,003903	0,003925

Испытание стабильности характеристик всех термометров было произведено путем длительного отжига их при температурах от 1100 до 1200°C . Установлено, что термометры после первоначального отжига в течение 3—4 час. несколько изменяют свое сопротивление, а при дальнейшем отжиге при температуре 1090 — 1100° приобретают вполне достаточную стабильность (в пределах $0,02^\circ\text{C}$). Термометры с более высоким значением температурного коэффициента сопротивления обладают большей стабильностью.

Применение термомпар из платиновой марки „Экстра“ (температурный коэффициент сопротивления 0,00339—0,00390) показало, что при использовании для эталонных работ в области 630—1063° С их градуировка изменяется за год работы в среднем на 0,5° С.

Объясняется это тем, что при измерении температуры с помощью термометров сопротивления и термомпар используются различные физические явления. Наличие примесей в платине чувствительного элемента термометра значительно меньше сказывается на изменении сопротивления, чем наличие примесей в платине на изменении т. э. д. с. термомпары.

Для градуировки термометров сопротивления и термомпар были применены образцы следующих металлов: золота, серебра, эвтектического сплава серебра с медью, сурьмы, цинка и кадмия¹.

В основу исследования были положены следующие приписанные значения температур четырех реперных точек:

Температура плавления льда	0° С
Температура кипения воды	100° С
Температура кипения серы	444,6° С
Температура затвердевания золота	1063,0° С

Значения температур затвердевания остальных примененных образцов металлов были определены исходя из указанных четырех постоянных температур с помощью платиновых термометров сопротивления (табл. 2).

Таблица 2

№ по пор.	Наименование реперной точки	Принятое значение температуры в °С
1	Температура плавления льда	0
2	Температура кипения воды при нормальном атмосферном давлении	100
3	Температура затвердевания кадмия	320,9 ± 0,02
4	Температура затвердевания цинка	419,5 ₀ ± 0,03
5	Температура затвердевания сурьмы	630,5 ₁ ± 0,03
6	Температура затвердевания эвтектического сплава Ag-Cu	778,9 ₀ ± 0,03
7	Температура затвердевания серебра	960,8 ₀ ± 0,03
8	Температура затвердевания золота	1063,0

Для плавки каждого металла, находящегося в графитовом тигле, применялась отдельная шахтная печь.

Для каждой печи измерено и периодически проверялось распределение температур вдоль внутренней стенки фарфоровой трубки.

На основе этих измерений тигель с металлом устанавливался в печи так, чтобы чувствительный элемент погружаемой в него термомпары или термометра сопротивления находился в области наименьшего градиента температуры.

Выбор рациональной глубины погружения в металл чувствительного элемента термомпары или термометра сопротивления был проведен на основании результатов специального эксперимента.

¹ Чистота образцов золота и серебра, согласно исследованиям химической лаборатории ВНИИМ соответствовала требованиям, предъявляемым „Положением о международной температурной шкале 1948 года“.

Для градуировки интерполяционных приборов применялась следующая электроизмерительная аппаратура: пятидекадный низкоомный компенсатор первого класса с дополнительным устройством, нормальный элемент первого класса, образцовая катушка первого разряда в 0,1 ом. В качестве нуля прибора применялся зеркальный гальванометр, имеющий постоянную $0,5 \cdot 10^{-6}$ в.м/м.м.

3. МЕТОДИКА ГРАДУИРОВКИ И ВОСПРОИЗВОДИМОСТЬ РЕЗУЛЬТАТОВ

Термометры сопротивления многократно градуировались в перечисленных выше реперных точках.

Для измерений при температурах затвердевания металлов применялась следующая методика: как термопары, так и термометры сопротивления устанавливались в тигле по возможности коаксиально. К токовым и потенциальным выводам термометра сопротивления подключались медные соединительные провода от компенсационной установки, причем для уменьшения паразитных т. э. д. с. головки термометра тщательно защищались от нагревательного действия печи. Термостатирование осуществлялось помещением нескольких асбестовых экранов между головкой термометра и печью и дополнительно обертыванием самой головки ватой.

Измерения в процессе затвердевания металла производились следующим образом.

Расплавленный металл с погруженной в него термопарой или термометром сопротивления охлаждался до температуры, на несколько градусов превышающей температуру его затвердевания, и при этой температуре выдерживался в течение 10—15 мин. Дальнейшее охлаждение металла производилось со скоростью $1-2^\circ\text{C}$ в мин.

В случае термометра сопротивления устанавливался ток в цепи термометра и нормальной катушки приблизительно в 10 ма. Инверсионный переключатель ставился в положение 1, и после окончания выдержки, через каждую минуту, записывалось измеренное падение напряжения на термометре сопротивления при одном направлении тока. Как только прекращалось снижение падения напряжения, начиналась серия измерений в следующем порядке: инверсионный переключатель ставился в положение 2 и измерялось падение напряжения на образцовой катушке при двух направлениях тока; переключатель ставился в положение 1 и измерялось падение напряжения на термометре сопротивления также при двух направлениях тока, затем снова на образцовой катушке до тех пор, пока не начиналось явное уменьшение падения напряжения на термометре сопротивления. При этом на каждую серию измерений затрачивалась приблизительно одна минута. Таким образом, при работе с термометрами сопротивления за время затвердевания металла производилось примерно такое же количество отсчетов, как и с термопарами. По каждому полученному отсчету высчитывалось сопротивление термометра и из значений, отличающихся между собой не более, чем на $2 \cdot 10^{-5} \pm 3 \cdot 10^{-6}$ ом, выводилось среднее, которое и принималось за сопротивление термометра при температуре затвердевания данного металла.

Средние значения т. э. д. с. и отношений сопротивлений в реперных точках к R_0 для используемых термопар и термометров сопротивления приведены в табл. 3 и 3а, где в графе „число измерений“ указано количество полученных площадок затвердевания данного металла с помощью соответствующего термоприемника.

В табл. 4 приведены средние квадратичные величины отклонений от средних значений показаний термопар и термометров сопротивления, полученные по экспериментальным данным и выраженные в градусах.

Табл. 4 показывает, что воспроизводимость показаний термометров сопротивления в большинстве реперных точек выше, чем термопар.

В области средних температур (до $630,5^\circ\text{C}$) у термометров, даже с низким температурным коэффициентом сопротивления платины (№ 7 и 9), среднее

Таблица 3

Термопара		320,9 ₁ °C	Число измерений n	419,5 ₉ °C	Число измерений n	630,5 ₁ °C	Число измерений n	778,9 ₉ °C	Число измерений n	960,8 ₂ °C	Число измерений n	1063,0 °C	Число измерений n
Т. э. д. с. в милливольтах	113	2,500	5	3,428	7	5,525	7	7,092	3	9,111	5	10,294	8
	114	2,498	5	3,426	6	5,522	6	7,089	1	9,107	4	10,289	7

Таблица 3, а

№ термом.	t_{Ni}			t_{Cu}			t_{Cd}			t_{Zn}		
	$\frac{R_t}{R_0}$	n	$\delta \cdot 10^{10}$ °C	$\frac{R_t}{R_0}$	n	$\delta \cdot 10^{10}$ °C	$\frac{R_t}{R_0}$	n	$\delta \cdot 10^{10}$ °C	$\frac{R_t}{R_0}$	n	$\delta \cdot 10^{10}$ °C
6	1	84	4	1,39181	48	4	2,21547	26	4	2,56510	63	4
7	1	50	9	1,38862	54	9	2,20578	52	4	2,55263	62	9
8	1	71	9	1,39101	35	9	2,21343	19	9	2,56208	42	13
9	1	55	13	1,39033	34	13	2,21049	26	9	2,55808	30	13
11	1	77	4	1,39246	70	9	2,21779	59	9	2,56774	63	9

№ термом.	t_{Sb}			t_{Ag-Cu}			t_{Ag}			t_{Au}		
	$\frac{R_t}{R_0}$	n	$\delta \cdot 10^{10}$ °C	$\frac{R_t}{R_0}$	n	$\delta \cdot 10^{10}$ °C	$\frac{R_t}{R_0}$	n	$\delta \cdot 10^{10}$ °C	$\frac{R_t}{R_0}$	n	$\delta \cdot 10^{10}$ °C
6	3,27347	65	9	3,74047	58	13	4,27753	94	13	4,56153	36	9
7	3,25490	55	13	3,71779	46	18	4,24954	42	27	4,58114	34	31
8	3,26896	63	13	3,73538	26	18	4,27112	40	18	4,55493	31	13
9	3,26278	30	27	3,72742	38	27	4,26253	49	22	4,54434	44	31
11	3,27709	52	18	3,74495	43	13	4,28234	58	18	4,56704	48	13

Таблица 4

Разброс данных градуировки в реперных точках в °C							
t °C	Для термометров сопротивления					Для термопар	
	№ 6	№ 7	№ 8	№ 9	№ 11	№ 113	№ 114
0	0,01	0,02	0,02	0,03	0,01	—	—
100	0,01	0,02	0,02	0,03	0,02	—	—
320,9 ₁	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,01	0,03
419,5 ₉	0,01	0,02	0,03	0,03	0,02	0,04	0,08
630,5 ₁	0,02	0,03	0,03	0,06	0,04	0,11	0,09
778,9 ₉	0,03	0,04	0,04	0,06	0,03	0,08	0,10
960,8 ₂	0,03	0,06	0,04	0,05	0,04	0,14	0,13
1063,0	0,02	0,07	0,03	0,07	0,03	0,08	0,12

квадратичное отклонение показаний не превышает $0,06^{\circ}\text{C}$, в то время как у термопар № 113 и 114 оно достигает $0,11^{\circ}\text{C}$.

Значения средних квадратичных погрешностей как здесь, так и в дальнейшем даны с учетом ограниченного числа измерений (для доверительной вероятности $\alpha = 0,68$) по методам, разработанным В. И. Романовским.

В области высоких температур, например в „точке золота“, термометры с низким температурным коэффициентом сопротивления дают отклонение от среднего порядка $0,07^{\circ}\text{C}$, а термопары — порядка $0,08 \div 0,12^{\circ}\text{C}$. При температуре затвердевания серебра это отклонение у термометров сопротивления также меньше, чем у термопар.

Как видно из таблицы, наилучшие результаты дают термометры сопротивления № 6; 8 и 11 с наиболее высоким температурным коэффициентом. Среднее квадратичное отклонение от среднего у этих термометров при температуре затвердевания золота не превышает $0,02-0,03^{\circ}\text{C}$, а у термометров (№ 7 и 9) с низким температурным коэффициентом сопротивления достигает $0,07^{\circ}\text{C}$.

На основании этих данных можно считать, что термометры сопротивления специальной конструкции, вследствие высокой воспроизводимости показаний при градуировке и высокой стабильности их характеристик, могут быть использованы для точных измерений температур в области $630-1063^{\circ}\text{C}$.

Использование термометра сопротивления для воспроизведения температурной шкалы вызывает необходимость произвести выбор системы реперных точек и интерполяционной формулы.

Исследование привело к выводу, что наиболее рациональной является интерполяционная формула в виде полинома 2-й степени, определение постоянных которого целесообразнее всего производить по температурам плавления льда, затвердевания цинка и золота

$$(t_0, t_{\text{Zn}}, t_{\text{Au}})^1.$$

При оценке погрешностей воспроизведения температурной шкалы были исследованы различные источники систематических и случайных погрешностей, которые могут возникнуть при применении термометров сопротивления и термопар.

Анализ этих источников погрешностей показал, что при использовании термопар наибольшее влияние оказывают погрешности теплового характера, обусловленные, главным образом, наличием градиента температур в тигле с затвердевающим металлом, а также неоднородностью термоэлектродов термопар.

При использовании термометров сопротивления наибольшее влияние оказывают погрешности электрических измерений.

Для учета погрешности электрических измерений может быть предложен способ, при котором их влияние оказывается ничтожным. Сущность этого способа состоит в том, что измерение данной температуры с помощью термометра сопротивления при эталонных работах необходимо производить непосредственно после градуировки термометра в выбранных реперных точках ($t_0, t_{\text{Zn}}, t_{\text{Au}}$) в комплекте с определенной электронизмерительной установкой. Тогда можно предположить, что изменение сопротивлений катушек декад компенсатора практически не будет иметь места.

При градуировке термометра сопротивления по температуре затвердевания золота следует устанавливать такую силу рабочего тока компенсатора, при которой падение напряжения на термометре компенсируется падением напряжения на зажимах компенсатора, когда введены все 10 катушек сопротивления

¹ См. статью „Выбор интерполяционной формулы и системы реперных точек для воспроизведения температурной шкалы в интервале от 400 до 1063°C “ в настоящем сборнике.

1-й декады. Погрешности остальных декад меньше по своей величине и поэтому ими можно пренебречь.

При измерении температур, близких к температуре затвердевания золота, переменными будут положения рычагов на 2; 3; 4, 5 и декадах компенсатора. Благодаря этому погрешности показаний компенсаторов практически исключаются. То же самое будет иметь место при измерении температур, близких к температурам плавления льда и затвердевания цинка. Эти погрешности будут иметь некоторое значение только при измерении промежуточных температур. В этом случае погрешности первой декады компенсатора будут оказывать влияние на результат измерений не полностью, а частично.

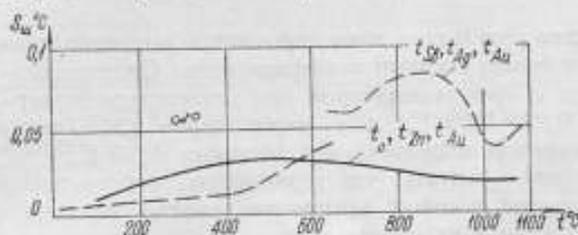


Рис. 2. Распределение абсолютных значений погрешностей воспроизведения международной температурной шкалы и шкалы, построенной по системе $t_0; t_{Zn}; t_{Au}$.

Такая погрешность воспроизведения температурной шкалы с помощью термометров сопротивления, градуированных по температурам плавления льда, затвердевания цинка и золота, обусловлена, главным образом, влиянием погрешности градуировки термометров в указанных реперных точках, а также влиянием погрешности определения температуры затвердевания цинка. Значение температуры затвердевания цинка определялось с помощью одного образцового термометра сопротивления 1-го разряда и одного эталонного термометра.

При этом было получено значение $419,59 \pm 0,03^\circ\text{C}$.

В табл. 5 представлено значение погрешностей воспроизведения температурной шкалы, построенной различными способами.

Таблица 5

Температура в $^\circ\text{C}$	$t_0; t_{Zn}; t_{Au}$ (термометры сопротивления)	$t_{Zn}; t_{AgCu}; t_{Au}$ (термопары)	$t_{Sb}; t_{Ag}; t_{Au}$ (термопары)
400	0,03	—	—
500	0,03	0,03	—
600	0,03	0,05	—
700	0,03	0,06	0,06
800	0,02	0,05	0,08
900	0,02	0,05	0,08
1000	0,02	0,04	0,04
1063	0,02	0,05	0,05

Для сравнения здесь приводятся значения погрешностей воспроизведения шкалы способом, предусмотренным в „Положении о международной температурной шкале 1948 года“.

На рис. 2 приводится распределение абсолютных значений погрешностей воспроизведения международной температурной шкалы на участке $0-444,6^\circ\text{C}$ с помощью термометров сопротивления из тонкой платиновой проволоки с интерполяцией до „сурьмяной“ точки и на участке $630,5-1063^\circ\text{C}$ с помощью термопар

(пунктирная кривая). Сплошная линия характеризует распределение значений погрешностей воспроизведения температурной шкалы с помощью термометров сопротивления специальной конструкции по точкам плавления льда, затвердевания цинка и золота. Как видим, в интересующей области высоких температур погрешность воспроизведения температурной шкалы в последнем случае значительно меньше.

Определение степени согласования температур, найденных с помощью термометров сопротивления с международной температурной шкалой, было проведено в двух точках: при температурах затвердевания сурьмы и эвтектического сплава серебро-медь. Сравнение результатов измерений показало, что значения температур найденных по шкале, осуществленной описанным способом, совпадают со значениями температур по международной шкале в пределах погрешности измерений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стрелков П. Г., „Заводская лаборатория“, том VIII, 10—11, 1939.
2. Пилипчук Б. И., ЖТФ, т. XIX, вып. 6, 1949.
3. Гордов А. Н., Труды ВНИИМ, вып. 5 (65), 1949.
4. Аржанов А. С. и Божовский В. Н., Труды ВИС, № 132, 1933.
5. Маликов М. Ф., Основы метрологии, 1949.
6. Широков К. П., Труды ВНИИМ, вып. 1 (56), 1947.
7. Под ред. Гордова А. Н., „Методы измерения температуры в промышленности“, Металлургиядат, 1952.
8. H. Moseg, Annalen der Physik, Band 6, 852—874, 1930.

ВЫБОР ИНТЕРПОЛЯЦИОННОЙ ФОРМУЛЫ И СИСТЕМЫ РЕПЕРНЫХ ТОЧЕК ДЛЯ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ МЕЖДУНАРОДНОЙ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ШКАЛЫ В ИНТЕРВАЛЕ ОТ 400 ДО 1063° С

В статье „Применение низкоомных термометров сопротивления для воспроизведения международной температурной шкалы в области 630—1063° С“ было показано, что для точного измерения температур в области 630—1063° С могут применяться как термопары, так и термометры сопротивления специальной конструкции и что воспроизводимость показаний последних при градуировке их в реперных точках выше, чем термопар.

Таким образом, возникает возможность при воспроизведении температурной шкалы в широкой области от —183 до 1063° С использовать одно и то же термометрическое свойство — изменение сопротивления платиновой проволоки с температурой. Однако применение во всей этой широкой области температур одного и того же типа термометра сопротивления нецелесообразно из-за очень большого диапазона изменений сопротивления термометра. Значительно целесообразнее в области низких температур использовать более высокоомные термометры сопротивления, изготовленные из платиновой проволоки малого диаметра, но в то же время недостаточно стабильные при измерениях в области высоких температур.

Точкой, разделяющей области применения низкоомных и высокоомных термометров для воспроизведения температурной шкалы имеет смысл выбрать температуру затвердевания цинка или кипения серы. Тем самым будут устранены необходимость применения экстраполированного участка температурной шкалы и имеющая место несогласованность отдельных участков шкалы вблизи температуры затвердевания сурьмы. Однако в качестве нижней точки, используемой для градуировки высокотемпературных термометров сопротивления, нет необходимости применять точку кипения серы или точку затвердевания цинка: как мы увидим, можно выбрать более низкую температуру в качестве реперной, например, легко и надежно воспроизводимую температуру таяния льда.

Для применения термометра сопротивления в качестве интерполяционного прибора в области от 419,6 до 1063° С необходимо выбрать интерполяционную формулу и систему реперных точек.

1. ФОРМУЛА 2-Й СТЕПЕНИ

Рассмотрим, какой вид интерполяционной формулы целесообразно применять для термометров сопротивления в области высоких температур.

Исследуем вопрос о применимости в интервале 0—1063° С формулы 2-й степени, предлагаемой „Положением о шкале“ для воспроизведения температурной шкалы от 0 до 630° С. С этой целью квадратичную формулу

$$R_t = R_0 (1 + At + Bt^2)$$

приведем к виду:

$$R_t = R_1 \varphi_1(t) + R_2 \varphi_2(t) + R_3 \varphi_3(t), \quad (1)$$

где R_1 , R_2 и R_3 сопротивления термометра, измеренные в реперных точках, а $\varphi_1(t)$, $\varphi_2(t)$ и $\varphi_3(t)$ так называемые функции влияния, предложенные Б. И. Пилипчуком [1] и имеющие со значениями реперных точек t_1 , t_2 , t_3 и любой промежуточной температурой t следующую связь:

$$\begin{aligned} \varphi_1(t) &= \frac{(t-t_2)(t-t_3)}{(t_1-t_2)(t_1-t_3)}; \\ \varphi_2(t) &= \frac{(t-t_1)(t-t_3)}{(t_2-t_1)(t_2-t_3)}; \\ \varphi_3(t) &= \frac{(t-t_1)(t-t_2)}{(t_3-t_1)(t_3-t_2)}. \end{aligned} \quad (2)$$

Каждая из этих функций характеризует влияние ошибки градуировки термометра сопротивления в данной реперной точке на измерение температуры t с помощью этого термометра в любой промежуточной точке шкалы внутри интервала t_1-t_3 .

Вопрос о виде интерполяционной формулы связан с вопросом о выборе рациональной системы реперных точек.

Наиболее рациональная система реперных точек должна удовлетворять следующим требованиям:

1) Образующие систему реперные точки должны достаточно легко и надежно воспроизводиться;

2) функция влияния в промежутках между реперными точками не должна принимать значения больше единицы;

3) суммарное влияние погрешностей градуировки приборов в реперных точках на распределение погрешностей для промежуточных температур должно быть минимальным;

4) система должна охватывать по возможности большой интервал температур. Для выбора рациональной системы мы располагали восемью реперными точками, в достаточной степени удовлетворяющими первому условию.

Значения этих реперных точек приведены в табл. 2 статьи «Применение низкоомных термометров сопротивления для воспроизведения международной температурной шкалы в области 630—1063°С».

Для выбора системы точек, удовлетворяющей второму условию, воспользуемся функциями влияния и определим требуемые численные значения температур t_1 , t_2 и t_3 .

Значения температур t_1 и t_3 являются заданными границами рассматриваемого температурного интервала. При этом условимся считать t_1 за наименьшую, а t_3 — за наибольшую температуру данной комбинации реперных точек.

Найдем значение второй реперной точки.

Значение t_2 должно быть таким, чтобы возникающие погрешности между реперными точками не превышали значения погрешностей в ближайших реперных точках. Это требование приближенно может быть выполнено, если

$$\left(\frac{d\varphi_2}{dt} \right)_{t=t_2} = 0. \quad (3)$$

Из условия (3) получаем

$$t_2 = \frac{t_1 + t_3}{2}.$$

Поскольку нас интересует воспроизведение температурной шкалы выше температуры затвердевания цинка, то за нижнюю границу интерполируемого интервала могут быть приняты температуры t_{Zn} или t_{100} или t_0 .

При значениях $t_1 = 419,6^\circ\text{C}$ и $t_3 = 1063^\circ\text{C}$, t_2 равна 741°C — близка к температуре затвердевания эвтектического сплава серебро-медь.

Если значения $t_1 = 0$ и $t_3 = 1063^\circ\text{C}$, то t_2 равна 531°C . Ближайшими реперными точками к этой температуре являются температуры затвердевания цинка и сурьмы.

При $t_1 = 100$, t_2 равна 581°C — близка к температуре затвердевания сурьмы. Следовательно, с точки зрения второго условия наиболее рациональными системами будут:

- 1) $t_{\text{Zn}}, t_{\text{Ag-Cu}}, t_{\text{Au}}$;
- 2) $t_0, t_{\text{Zn}}, t_{\text{Au}}$;
- 3) $t_0, t_{\text{Sb}}, t_{\text{Au}}$;
- 4) $t_{100}, t_{\text{Sb}}, t_{\text{Au}}$.

Необходимо отметить, что система $t_{\text{Zn}}, t_{\text{Ag-Cu}}, t_{\text{Au}}$ представляет наибольший интерес, так как она полностью укладывается в интервал температур, повышение точности воспроизведения которого мы поставили себе задачей.

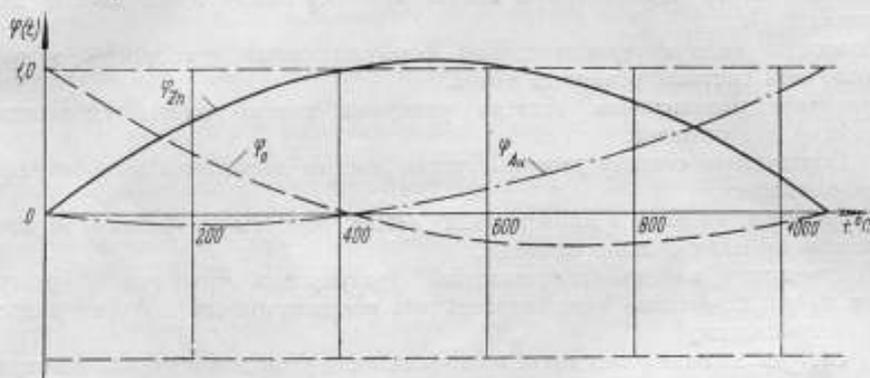


Рис. 1. Функции влияния для квадратичной формулы с реперными точками $t_0, t_{\text{Zn}}, t_{\text{Au}}$.

Все рассматриваемые системы имеют верхней точкой температуру затвердевания золота. Вводить в качестве верхней точки температуру затвердевания меди было нецелесообразно, так как она достаточно близка к температуре затвердевания золота и в то же время имеет сравнительно плохую воспроизводимость.

То обстоятельство, что рассчитанные значения t_2 отличаются на какую-то величину от ближайших реперных точек, не имеет существенного значения и может быть учтено при анализе третьего условия.

Для перечисленных комбинаций реперных точек были рассчитаны и построены графики функций влияния, которые для системы $t_0, t_{\text{Zn}}, t_{\text{Au}}$ представлены на рис. 1. Рассмотрение этих графиков указывает на следующую особенность функций влияния для всех рассмотренных систем реперных точек. Во всем диапазоне температур значения каждой из этих функций практически не превышают единицы. Следовательно, погрешность измерения любой промежуточной температуры с помощью интерполяционного прибора, вызванная погрешностями градуировки в любой реперной точке данной системы, не будет превышать значения этих погрешностей.

На рис. 2. показаны графики функций влияния для системы $t_{\text{Zn}}, t_{\text{Sb}}, t_{\text{Au}}$. Из графика видно, что погрешность градуировки прибора в „сурьмяной“ точке вызовет возникновение большей погрешности при измерении температуры в области 800°C .

Суммарное влияние погрешностей градуировки термометров в реперных точках рассматриваемой системы на изменение температур в интервале от t_1 до t_2 оценивается при помощи следующих соображений.

Как показал Б. И. Пилипчук [1], при известных значениях погрешностей Δt_1 , Δt_2 и Δt_3 градуировки термометров сопротивления в трех реперных точках, погрешность градуировки этого термометра в промежуточной точке может быть определена с помощью выражения

$$\Delta t = \Delta t_1 \varphi_1(t) + \Delta t_2 \varphi_2(t) + \Delta t_3 \varphi_3(t). \quad (4)$$

Эта формула является приближенной: в ней не учитывается изменение производной $\frac{dR}{dt}$ с температурой. Б. И. Пилипчуком дана точная формула. Однако можно показать, что вследствие малой зависимости $\frac{dR}{dt}$ от температуры для платиновых термометров сопротивления, расчет погрешностей по формуле (4) является вполне допустимым.

Разброс показаний каждого термометра сопротивления при градуировке в реперных точках, представленный в табл. 4 статьи «Применение низкоомных термометров...» характеризует случайные погрешности градуировки без учета неточности поправок электроизмерительных приборов. Следовательно, числовым значениям, определяющим этот разброс, не может быть присвоен какой-либо определенный знак. Поэтому формула (4) в данном случае неприменима, и определение погрешности градуировки Δt в промежуточных точках следует проводить методом квадратичного сложения погрешностей по формуле

$$\Delta t = \sqrt{[\varphi_1(t) \Delta t_1]^2 + [\varphi_2(t) \Delta t_2]^2 + [\varphi_3(t) \Delta t_3]^2} \quad (5)$$

По этой формуле были вычислены погрешности Δt для промежуточных значений температур (через каждые 100°C) в интервале от t_1 до t_3 для всех пяти термометров по системам:

- 1) t_0, t_{Zn}, t_{Au} ;
- 2) t_0, t_{Sn}, t_{Au} ;
- 3) t_{100}, t_{Sn}, t_{Au} ;
- 4) $t_{Zn}, t_{Ag-Cu}, t_{Au}$.

Величины суммарных погрешностей в промежуточных температурах для всех этих систем получаются, как и следовало ожидать, меньше погрешностей, возникающих в ближайших реперных точках.

Система t_0, t_{Zn}, t_{Au} сравнительно с остальными тремя имеет следующие преимущества.

Абсолютные значения погрешностей, возникающих во всем интервале температур $0-1063^\circ\text{C}$, вследствие малого разброса данных градуировки при температуре затвердевания цинка меньше, чем для других систем.

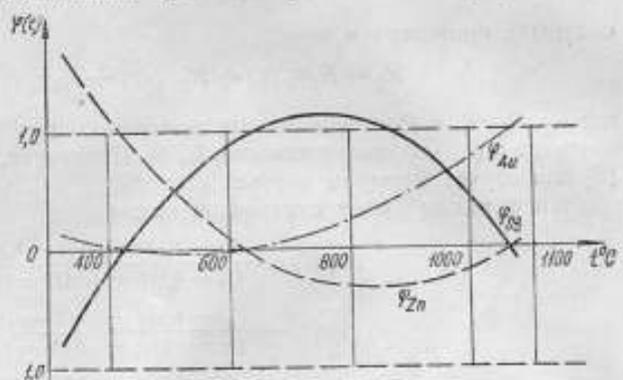


Рис. 2. Функции влияния для квадратичной формулы с реперными точками t_{Zn} , t_{Sn} , t_{Au} .

В эту систему входит температура плавления льда, которую неизбежно приходится использовать при периодической проверке стабильности характеристик термометров сопротивления.

Таким образом, исходя из предыдущих соображений, можно сделать вывод о том, что система t_0, t_{20}, t_{100} является наиболее рациональной при измерениях высоких температур с помощью термометра сопротивления с использованием квадратичной формулы.

Для полноты анализа мы сочли необходимым произвести исследование применимости кубической интерполяционной формулы с соответствующим выбором наиболее рациональной системы реперных точек.

2. ФОРМУЛА 3-Й СТЕПЕНИ

С целью исследования применимости кубической формулы

$$R_t = R_0 (1 + At + Bt^2 + Ct^3)$$

она была приведена к виду:

$$R_t = R_1 \varphi_1(t) + R_2 \varphi_2(t) + R_3 \varphi_3(t) + R_4 \varphi_4(t), \quad (7)$$

где R_1, R_2, R_3 и R_4 — измеренные значения сопротивлений в выбранных реперных точках, а $\varphi(t)$ — функции влияния, Б. И. Филипчука, примененные А. Н. Гордовым [2] для случая формулы третьей степени.

Эти функции имеют следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1(t) &= \frac{(t-t_2)(t-t_3)(t-t_4)}{(t_1-t_2)(t_1-t_3)(t_1-t_4)}; \\ \varphi_2(t) &= \frac{(t-t_1)(t-t_3)(t-t_4)}{(t_2-t_1)(t_2-t_3)(t_2-t_4)}; \\ \varphi_3(t) &= \frac{(t-t_1)(t-t_2)(t-t_4)}{(t_3-t_1)(t_3-t_2)(t_3-t_4)}; \\ \varphi_4(t) &= \frac{(t-t_1)(t-t_2)(t-t_3)}{(t_4-t_1)(t_4-t_2)(t_4-t_3)}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где t_1, t_2, t_3 и t_4 — температуры в выбранных реперных точках, а t — любая промежуточная температура в интервале от t_1 до t_4 .

Проведем анализ наиболее рационального расположения реперных точек при использовании формулы третьей степени.

Система, состоящая из четырех реперных точек, должна удовлетворять тем же четырем условиям, которые мы предъявляли к системе из трех точек.

Примем за границы интервала температур значения t_1 и t_4 .

При установлении численных значений t_2 и t_3 аналогично (3), поставим приближенное условие

$$\left(\frac{d\varphi_2}{dt} \right)_{t=t_2} = \left(\frac{d\varphi_3}{dt} \right)_{t=t_3} = 0, \quad (9)$$

Задачу можно свести к решению одного уравнения, если наложить условие симметрии

$$t_2 - t_1 = t_4 - t_3.$$

Из этих условий получаем:

$$t_2 = \frac{1}{2} \left(t_1 + t_4 + \frac{t_1 - t_4}{\sqrt{5}} \right); \quad (10)$$

$$t_3 = \frac{1}{2} \left(t_1 + t_4 - \frac{t_1 - t_4}{\sqrt{5}} \right). \quad (11)$$

Для интересующего нас участка температур значения t_1 могут быть приняты равными 0; 100; 320,9 и 419,6°С, а t_4 — равным 1063°С.

Значения температур t_2 и t_3 , рассчитанные по формулам (10) и (11), для заданных значений t_1 и t_4 — приведены в табл. 1.

Таблица 1

t_1 °С	t_4 °С	t_2 °С		t_3 °С	
		Рассчитанные значения	Ближайшее значение реперной точки	Рассчитанные значения	Ближайшее значение реперной точки
0	1063	294	320,9	769	779,0
100	1063	366	320,9 419,6	797	779,0
320,9	1063	526	419,6 630,5	857	779,0
419,6	1063	598	630,5	885	960,9

Рассмотрение этой таблицы показывает, что рассчитанные температуры t_2 и t_3 только для t_1 , равному 0 и 100°С, довольно близки по численному значению к реперным точкам.

При этом, когда $t_1 = 0$, за t_2 может быть принята температура затвердевания кадмия, если же $t_1 = 100$, вычисленное значение t_2 близко к точкам затвердевания кадмия или цинка. Значение t_3 для обоих случаев близко к температуре затвердевания эвтектического сплава Ag-Cu.

Для наиболее интересующей нас системы с начальной температурой t_{Zn} , как это вытекает из табл. 1, для третьей реперной точки не удается подобрать температуры равновесия достаточно близкой к расчетному значению t_3 . Следовательно, трудно ожидать, чтобы система реперных точек, содержащая температуру затвердевания цинка в качестве первой точки, была удовлетворительной по распределению погрешностей.

То обстоятельство, что рассчитанные значения t_2 и t_3 отличаются на какую-то величину от ближайших реперных точек, не имеет существенного значения и учтется при анализе третьего условия.

Итак, рациональными системами, удовлетворяющими нашему второму условию, являются системы:

- 1) $t_0, t_{Cd}, t_{Ag-Cu}, t_{Au}$;
- 2) $t_{100}, t_{Cd}, t_{Ag-Cu}, t_{Au}$;
- 3) $t_{100}, t_{Zn}, t_{Ag-Cu}, t_{Au}$.

Суммарное влияние погрешностей всех реперных точек на градуировку в промежуточных температурах было определено по методике, описанной для случая квадратичной формулы.

Кроме указанных выше систем, для сравнения нами был рассмотрен еще целый ряд комбинаций реперных точек, а именно:

- 4) $t_0, t_{Zn}, t_{Ag-Cu}, t_{Au}$;
- 5) $t_0, t_{Cd}, t_{Sb}, t_{Au}$;
- 6) $t_{Cd}, t_{Sb}, t_{Ag}, t_{Au}$;
- 7) $t_{Zn}, t_{Sb}, t_{Ag}, t_{Au}$.

Последняя из этих систем, так же как в случае квадратичной формулы, представляет для нас наибольший интерес, так как она полностью укладывается в интересующий нас интервал температур. Несмотря на то, что как указано выше, эта система удовлетворяет второму условию хуже, чем системы 1; 2 и 3, мы все же считаем возможным включить ее в исследование распределения погрешностей между реперными точками.

Для всех перечисленных комбинаций были рассчитаны и построены графики функций влияния, которые для комбинаций 4; 5; 6 и 7 в некоторых средних точках принимают значения больше единицы.

Суммарное влияние погрешностей градуировки термометров сопротивления в реперных точках для этих систем аналогично (5) рассчитывалось по формуле

$$\Delta t = \sqrt{[\varphi_1(t) \Delta t_1]^2 + [\varphi_2(t) \Delta t_2]^2 + [\varphi_3(t) \Delta t_3]^2 + [\varphi_4(t) \Delta t_4]^2}. \quad (12)$$

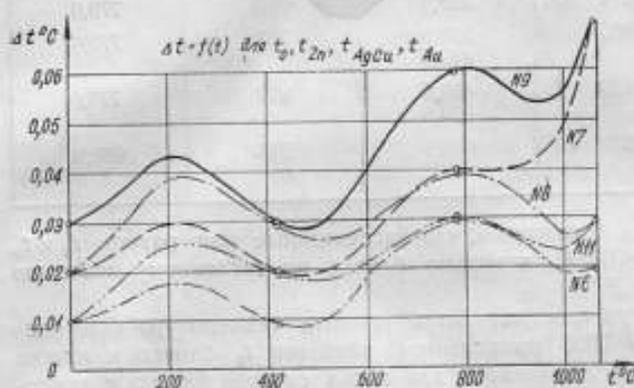


Рис. 3. Распределение абсолютных значений погрешностей градуировки термометров сопротивления в реперных точках t_0 , t_{Zn} , t_{Ag-Cu} , t_{Au} .

Характер кривых $\Delta t = f(t)$ для всех систем реперных точек по всем термометрам сопротивления примерно одинаков; несколько отличаются между собой по величине ординаты Δt и смещены одна относительно другой по оси температур.

Воспроизведение температурной шкалы в случае применения формулы третьей степени с наибольшей точностью осуществляется в областях 500—600° C и 900—1000° C, где влияние ошибок градуировки интерполяционного прибора становится минимальным.

Максимумы кривых $\Delta t = f(t)$ при одних комбинациях точек находятся в области самих реперных точек, при других — между ними.

Одним из условий, предъявляемых к системе реперных точек, как указывалось, является требование, чтобы сумма погрешностей, возникающих при любой промежуточной температуре вследствие погрешности градуировки в реперных точках, не была больше погрешности в ближайшей реперной точке. Поставленному требованию отвечает только такая система, в которой максимумы погрешностей находятся в области самих реперных точек.

Система t_{Zn} , t_{Sb} , t_{Ag} , t_{Au} не отвечает этому требованию, и следовательно, высказанное ранее предположение о неблагоприятном распределении погрешностей в этой системе подтвердилось. Таким образом, системы, у которых максимумы погрешностей находятся между реперными точками, должны быть исключены из дальнейшего рассмотрения и оставлены только следующие комбинации:

$$\begin{aligned} & t_0, t_{Cd}, t_{Ag-Cu}, t_{Au}; \\ & t_{100}, t_{Zn}, t_{Ag-Cu}, t_{Au}; \\ & t_{100}, t_{Cd}, t_{Ag-Cu}, t_{Au}. \end{aligned}$$

По этой формуле были вычислены погрешности Δt для промежуточных значений температур (через каждые 100° C) в интервале от t_2 до t_4 для всех пяти термометров по системам:

- 1) t_0 , t_{Cd} , t_{Ag-Cu} , t_{Au} ;
- 4) t_0 , t_{Zn} , t_{Ag-Cu} , t_{Au} ;
- 5) t_0 , t_{Cd} , t_{Sb} , t_{Au} ;
- 6) t_{Cd} , t_{Sb} , t_{Ag} , t_{Au} ;
- 7) t_{Zn} , t_{Sb} , t_{Ag} , t_{Au} .

Для каждой системы были построены кривые $\Delta t = f(t)$, которые в случае системы 4 представлены на рис. 3.

$$t_{100}, t_{Zn}, t_{Ag-Cu}, t_{Au};$$

$$t_{100}, t_{Cd}, t_{Ag-Cu}, t_{Au}$$

начальной точкой имеют температуру кипения воды и, следовательно, для периодической проверки стабильности термометров сопротивления, кроме этих четырех точек, необходимо периодическое проведение измерений в пятой реперной точке ($t=0$), в то время, как система $t_0, t_{Cd}, t_{Ag-Cu}, t_{Au}$ включает температуру таяния льда в состав основных точек.

Температуры затвердевания кадмия и золота являются надежно и легко осуществимыми реперными точками.

Исследование сплава Ag-Cu с точки зрения применения температуры затвердевания в качестве реперной точки также дало хорошие результаты.

Исходя из общетеоретических соображений и в результате анализа указанных систем из четырех реперных точек приходим к выводу, что комбинация

$$t_0, t_{Cd}, t_{Ag-Cu}, t_{Au}$$

является наиболее рациональной.

Система точек, состоящая из

$$t_0, t_{Zn}, t_{Ag-Cu}, t_{Au}$$

признана нами непригодной по теоретическим соображениям. Вычисленные значения t_2 при $t_1=0$ и $t_4=1063^\circ\text{C}$ не были близки к температуре затвердевания цинка. Эти соображения подтвердились при расчете суммарных погрешностей, возникающих при использовании данной системы. Оказалось, что в области температур 100—300°C значения этих погрешностей несколько превышали значения погрешностей в ближайших реперных точках.

Однако эта разность между суммарной погрешностью в области максимума и погрешностью, возникающей в ближайшей реперной точке, при измерениях с любым термометром меньше чем $0,01^\circ$, что для воспроизведения шкалы высоких температур существенного значения не имеет.

Поэтому можно считать, что система $t_0, t_{Zn}, t_{Ag-Cu}, t_{Au}$ пригодна для воспроизведения температурной шкалы.

3. СРАВНЕНИЕ ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫХ ФОРМУЛ 2-Й И 3-Й СТЕПЕНИ

Преимущество квадратичной или кубической формулы можно установить путем сравнения погрешностей, возникающих при использовании систем из четырех точек $t_0, t_{Cd}, t_{Ag-Cu}, t_{Au}$; $t_0, t_{Zn}, t_{Ag-Cu}, t_{Au}$ и системы из трех точек t_0, t_{Zn}, t_{Au} .

С этой целью нами была вычислена разность абсолютных значений суммарных погрешностей, возникающих в той и другой системе во всем диапазоне температур.

Попутно эта разность была вычислена и для следующих систем

$$(t_0, t_{Cd}, t_{Ag-Cu}, t_{Au}) - (t_0, t_{Sb}, t_{Au});$$

$$(t_0, t_{Cd}, t_{Sb}, t_{Au}) - (t_0, t_{Zn}, t_{Au}).$$

На рис. 4; 5; 6 и 7 приведены кривые, представляющие собой графические зависимости от температуры — разности суммарных погрешностей, возникающих при использовании систем из четырех точек и систем из трех точек. Положительное значение разностей указывает на то, что суммарная погрешность градуировки термометра в данной области температур по кубической формуле больше, чем по квадратичной. Из этого следует, что в области температур, для которой кривая проходит выше оси абсцисс, более выгодным является применение формулы второй степени. Для областей же, в которых ординаты разностей имеют отрицательные значения, лучше применять формулы третьей степени.

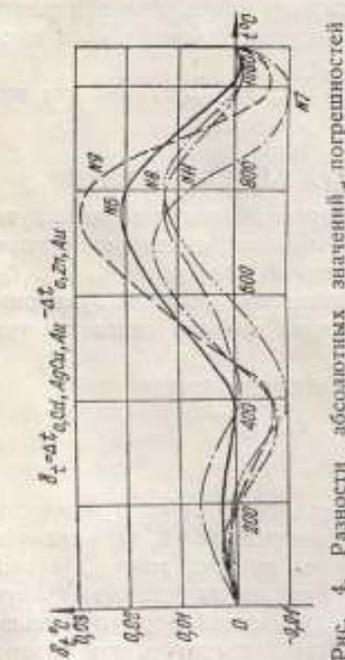


Рис. 4. Разности абсолютных значений погрешностей градуировки термометров сопротивления по системе $t_0, t_{Cu}, t_{Ag-Cu}, t_{Au}$ и по системе t_0, t_{Zn}, t_{Au} .

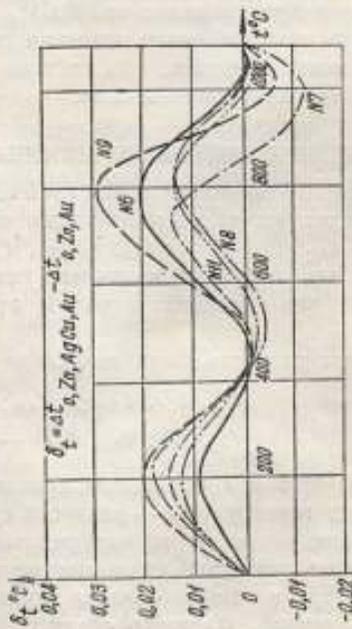


Рис. 5. Разности абсолютных значений погрешностей градуировки термометров сопротивления по системе $t_0, t_{Zn}, t_{Ag-Cu}, t_{Au}$ и по системе t_0, t_{Zn}, t_{Au} .

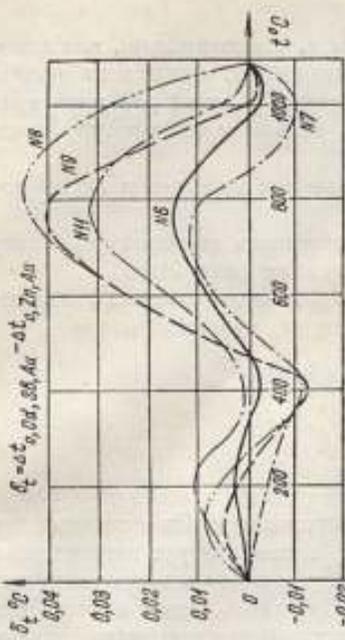


Рис. 6. Разности абсолютных значений погрешностей градуировки термометров сопротивления по системе t_0, t_{Sp}, t_{Au} и по системе t_0, t_{Zn}, t_{Au} .

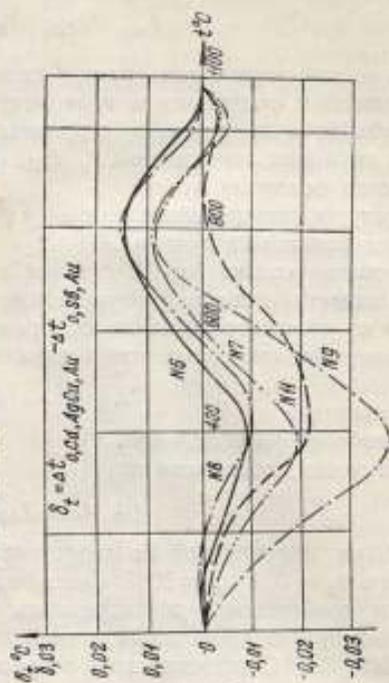


Рис. 7. Разности абсолютных значений погрешностей градуировки термометров сопротивления по системе t_0, t_{Sp}, t_{Au} .

В результате анализа кривых рис. 4 и 5 приходим к выводу, что с точки зрения распределения погрешностей градуировки термометров на участке 419,6 — 1063° С квадратичная формула имеет явное преимущество перед кубической.

Некоторое преимущество четырехчленной системы t_{θ} , t_{Cd} , $t_{\text{Ag-Cu}}$, t_{Au} перед системой t_{θ} , t_{Zn} , t_{Au} в области от 200 до 400° С не представляет существенного значения, поскольку нашей задачей является разработка надежного способа воспроизведения температурной шкалы выше этой области.

Окончательный выбор квадратичной или кубической формулы может быть сделан только после исследования расхождений между измеренными сопротивлениями термометров и рассчитанными по этим системам.

Сопоставление данных показало, что если и имеют место систематические расхождения между шкалами, построенными по системам t_{θ} , t_{Cd} , $t_{\text{Ag-Cu}}$, t_{Au} ; t_{θ} , t_{Zn} , $t_{\text{Ag-Cu}}$, t_{Au} и t_{θ} , t_{Zn} , t_{Au} , то они не превышают 0,02° С.

Учитывая указанные выше преимущества квадратичной формулы с точки зрения распределения погрешностей градуировки термометров, приходим к заключению, что для воспроизведения участка температур от 419,6 до 1063° С наиболее целесообразно применять квадратичную интерполяционную формулу с реперными точками при температурах плавления льда и затвердевания цинка и золота.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. И. Пидличук, Труды ВНИИМ, вып. 4 (64), 1948.
2. А. Н. Гордов, Труды ВНИИМ, вып. 9 (69), 1950.

ВОСПРОИЗВЕДЕНИЕ МЕЖДУНАРОДНОЙ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ШКАЛЫ С ПОМОЩЬЮ СПЕКТРАЛЬНОГО ПИРОМЕТРА

1. ВВЕДЕНИЕ

Международная температурная шкала в области от 1063°C и выше осуществляется согласно „Положению о международной температурной шкале 1948 г.“ по законам монохроматического излучения абсолютно черного тела. При этом выбор длины волны монохроматического излучения, так же как и выбор применяемого прибора положением о шкале не ограничивается.

Выше 1063°C отсутствуют надежно установленные реперные точки, по которым можно проверить правильность показаний прибора, воспроизводящего температурную шкалу. Таким образом, выше 1063°C значение температуры по международной температурной шкале экстраполируется с помощью экспериментально найденных отношений яркости черного тела при двух температурах, в то время как в других областях значение температуры лишь интерполируется между несколькими реперными точками.

Поэтому для надежного воспроизведения температурной шкалы выше 1063°C она должна быть независимо осуществлена несколькими приборами, сравнение которых между собой позволяет выявить и устранить систематические погрешности экстраполяции.

В лаборатории высоких температур ВНИИМ, начиная с 1933 г., температурная шкала воспроизводится с помощью эталонного оптического пирометра для одного значения длины волны монохроматического излучения, близкого к $0,65\ \mu\text{м}$.

Для повышения надежности воспроизведения температурной шкалы необходимо осуществить ее с помощью другой аппаратуры, отличной по свойствам от примененной ранее. Кроме того, для сохранения единства температурных измерений необходимо разработать методы и создать приборы, связывающие измерения цветовой температуры в важном для промышленной пирометрии интервале $1000\text{—}2000^{\circ}\text{C}$ с основными эталонами для измерения температуры. Разработка таких методов возможна только при осуществлении международной температурной шкалы для многих значений длины волны излучения, охватывающих большую часть видимой области спектра, так как измерение цветовой температуры связано с измерениями интенсивности излучения тел при различных значениях длины волны.

В связи с этим в лаборатории высоких температур ВНИИМ была произведена работа по осуществлению международной температурной шкалы от 1000 до 1800°C в спектральном интервале от $0,48$ до $0,69\ \mu\text{м}$.

2. ЭКСТРАПОЛЯЦИОННЫЙ ПРИБОР И ЕГО ИССЛЕДОВАНИЕ

Для воспроизведения международной температурной шкалы в интервале длин волн $0,48\text{—}0,69\ \mu\text{м}$ был использован спектральный пирометр, изготовленный фирмой Шмидт и Генш [1]. Этот прибор обладает следующими существенными

достоинствами: температурная шкала может быть осуществлена с помощью него для любых значений длины волны в пределах видимой области спектра; ширина спектральных участков, используемых в приборе, в 3—5 раз меньше, чем в случае пирометра со стеклянным светофильтром; длина волны центра спектрального интервала и его границы устанавливаются с высокой точностью по спектральным линиям источников монохроматического излучения.

Однако в том виде, в котором прибор был изготовлен фирмой, он не позволял производить точные измерения температуры, так как его оптическая система давала недостаточное увеличение изображения нити пирометрической лампочки, сильно искаженное явлениями дифракции.

В связи с этим спектральный пирометр был подвергнут коренной реконструкции. Вся оптическая система пирометрической насадки была заменена новой, специально изготовленной на заводе „Эталон“. Детали оптической системы были рассчитаны в соответствии с требованиями к пирометру, предназначенному для точных измерений температуры.

Как показали результаты обработки данных наблюдений, погрешность уравнивания яркости нити пирометрической лампочки спектрального пирометра и источника излучения не превышает $0,5-1^0_0$ и, следовательно, позволяет осуществить точные измерения температуры.

При экспериментальном определении ширины спектральных интервалов было установлено, что при выбранной нами величине щелей наибольшая ширина спектрального интервала равна $0,049 \text{ мк}$ для длины волны, равной $0,69 \text{ мк}$, наименьшая — $0,015 \text{ мк}$ для длины волны излучения, равной $0,48 \text{ мк}$.

Экспериментально было проверено, что изменения угла входа и выхода светового потока, попадающего на нить пирометрической лампочки, возможные в процессе измерений, не влияют на результаты сравнения яркости.

Во всех экстраполяционных приборах, как известно, вместо монохроматического излучения применяется широкий спектральный интервал, вследствие чего вводится понятие об эффективной длине волны, устанавливаемой экспериментально или путем расчета и входящей в формулу, по которой производится экстраполяция температурной шкалы выше 1063°C .

Согласно определению эффективной длины волны [2] в случае оптического или спектрального пирометров, она может быть найдена из следующего уравнения:

$$\frac{b_{\lambda_{\text{эф}} T_1}}{b_{\lambda_{\text{эф}} T_2}} = \frac{\int_0^{\infty} b_{\lambda T_1} V_{\lambda} \tau_{\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} b_{\lambda T_2} V_{\lambda} \tau_{\lambda} d\lambda}$$

Здесь $b_{\lambda, T}$ — спектральная яркость источника излучения для длины волны λ при температуре T ;

V_{λ} — видность глаза;

τ_{λ} — коэффициент пропускания стеклянного фильтра или монохроматора спектрального пирометра.

Если источник излучает как черное тело, то, воспользовавшись для $b_{\lambda_{\text{эф}} T_1}$ и $b_{\lambda_{\text{эф}} T_2}$ их выражением по формуле Вина, получим для $\lambda_{\text{эф}}$ следующее выражение:

$$\lambda_{\text{эф}} = \frac{C_2 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)}{\ln \frac{\int_0^{\infty} b_{\lambda T_1}^0 V_{\lambda} \tau_{\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} b_{\lambda T_2}^0 V_{\lambda} \tau_{\lambda} d\lambda}} \quad (1)$$

Для эффективной длины волны спектрального пирометра можно получить достаточно надежные значения расчетным путем, так как величины, входящие в формулу для определения $\lambda_{эф}$, мало зависят от температуры источника излучения, используемый спектральный интервал сравнительно невелик и его граница и центральная часть могут быть точно определены по спектральным линиям.

Было сделано множество попыток упростить формулу (1) [3]. С этой целью обычно выражения для яркости черного тела $b_{\lambda T}^0$, и видности глаза V , раскладывали в ряд по степеням $\lambda - \lambda_0$. (Здесь λ_0 — значение длины волны, соответствующей центру спектрального интервала, пропускаемого пирометром). Для коэффициента спектрального пропускания всеми авторами принята линейная зависимость его от длины волны внутри спектрального интервала $2a$, пропускаемого пирометром. При этом делают предположение, что дисперсия прибора не зависит от длины волны внутри интервала $2a$.

Исходя из вышеприведенных условий, рядом авторов для эффективной длины волны спектрального пирометра была получена следующая упрощенная формула, справедливая для спектральных интервалов $2a < 0,02 \text{ мк}$:

$$\lambda_{эф} = \lambda_0 + \frac{a^2}{b} \left[\left(\frac{1}{\lambda} \frac{\partial V}{\partial \lambda} \right)_{\lambda_0} - \frac{6}{\lambda_0} + \frac{C^2}{2\lambda_0^2} \left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right) \right]. \quad (2)$$

Вычисление эффективной длины волны для спектрального пирометра лаборатории высоких температур произведено по приближенной формуле (2) для спектрального интервала, ширина которого не превышала $0,020-0,025 \text{ мк}$ и по общей формуле (1) для интервала длин волн, большего $0,025 \text{ мк}$. При расчете $\lambda_{эф}$ по формуле (1) коэффициент пропускания пирометра вычислен с учетом зависимости дисперсии призмы от длины волны для используемых спектральных интервалов.

Эффективная длина волны рассчитана для следующих значений температуры T_1 и T_2 , входящих в формулы (1) и (2): $T_1 = 1063^\circ \text{C}$, $T_2 = 1000; 1200; 1300; 1400; 1800$ и 2000°C .

Расчет $\lambda_{эф}$ производится по формуле (1) методом приближенного численного интегрирования $\lambda_0 = 0,69$ и $0,65 \text{ мк}$.

Для видности глаза использовались данные, принятые Международной комиссией по освещению в 1924 г.

При расчетах $\lambda_{эф}$ было найдено, что применение упрощенной формулы при ширине спектрального интервала большей $0,025 \text{ мк}$ приводит к заметной ошибке, даже без учета влияния зависимости дисперсии призмы от длины волны.

В связи с этим была установлена зависимость спектрального коэффициента пропускания пирометра от длины волны внутри интервала $2a$.

При установлении этой зависимости было принято во внимание, что соотношение между длиной волны λ , пропускаемой спектральным пирометром, и показаниями по его шкале длин волн l может быть выражено формулой:

$$\lambda = A + \frac{B}{l - l'}$$

где A , B и l' — постоянные.

Кроме того, было учтено, что диспергирующая призма спектрального пирометра работает в условиях минимума угла отклонения. Для τ_λ было получено выражение:

$$\tau_\lambda = 1 \pm \frac{K'B}{\lambda_0 - A} \cdot \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda - A}$$

где K — постоянная.

Результаты вычисления эффективной длины волны для различных значений λ_0 в интервале температуры 1063—2000° С представлены в табл. 1.

Таблица 1

$\lambda_{эф}$ мк	0,69	0,65	0,60	0,55	0,52	0,48
2σ мк	0,0486	0,0284	0,0234	0,0192	0,0196	0,0146
t °С						
1000	0,6859 ₄	0,6487 ₈	0,6000 ₁	0,5504 ₃	0,5208 ₇	0,4806 ₁
1200	0,6859 ₁	0,6487 ₂	0,5999 ₇	0,5503 ₈	0,5208 ₃	0,4806 ₀
1300	0,6858 ₆	0,6486 ₉	0,5999 ₅	0,5503 ₇	0,5208 ₁	0,4805 ₉
1400	0,6858 ₀	0,6486 ₃	0,5999 ₃	0,5503 ₆	0,5207 ₉	0,4805 ₈
1800	0,6855 ₈	0,6486 ₀	0,5998 ₈	0,5503 ₁	0,5207 ₃	0,4805 ₄
2000	0,6855 ₁	0,6485 ₈	0,5998 ₆	0,5503 ₀	0,5207 ₁	0,4805 ₂

Из данных табл. 1 следует, что эффективная длина волны спектрального пирометра мало изменяется при переходе от $T_2 = 1000^\circ\text{C}$ до $T_2 = 2000^\circ\text{C}$. Эти изменения не превышают 0,0004 мк для λ_0 от 0,48 до 0,69 мк. Поэтому в дальнейшей работе были использованы средние значения для интервала температур 1000—2000° С.

3. ОСУЩЕСТВЛЕНИЕ РЕПЕРНОЙ ТОЧКИ ПРИ ТЕМПЕРАТУРЕ 1063° С

Горизонтальная модель черного тела

Для воспроизведения температуры шкалы, как известно, прежде всего необходимо произвести градуировку экстраполяционного прибора при температуре 1063° С, лежащей в основе дальнейшей экстраполяции температурной шкалы.

Для осуществления реперной точки при 1063° С в лаборатории высоких температур ВНИИМ служит основной пирометрический эталон, воспроизводящий температуру равновесия между жидким и твердым золотом. Основной эталон представляет собой вертикальную модель черного тела, помещаемую в тигель с золотом [4].

Градуировка спектрального или оптического пирометра при температуре 1063° С состоит в установлении значения силы тока пирометрических лампочек при равенстве яркостей их нитей и излучающей полости черного тела, находящейся при температуре равновесия между твердым и жидким золотом.

Использование первичного эталона лаборатории высоких температур для воспроизведения температурной шкалы с помощью спектрального пирометра оказалось нежелательным вследствие необходимости применения призмы полного внутреннего отражения, вызывающей возникновение дополнительной погрешности.

Кроме того, расстояние между излучающей полостью первичного эталона лаборатории высоких температур и объективом спектрального пирометра не может быть сделано меньше 70—80 см. В этом случае нельзя получить величину изображения излучающего отверстия полости, достаточную для точных измерений с помощью спектрального пирометра.

Таким образом, для работы со спектральным пирометром необходимо было создать новую, горизонтальную модель черного тела при температуре 1063° С.

Использованная нами горизонтальная модель черного тела изображена на рис. 1. Она представляет собой плотно закрываемый крышкой А цилиндр из чистого графита, к основанию которого с внутренней стороны примыкает излучающая полость. Наружный диаметр цилиндра 28 мм, высота 40 мм. Излучающая полость цилиндрической формы имеет высоту 13,7 мм, диаметр 5,4 мм и толщину стенок 2,5 мм. Диаметр излучающего отверстия 2,5 мм. Крышка цилиндра А, отверстие которой визируется пирометром, съемная и при обгорании в процессе работы заменяется новой.

Наружный цилиндр, окружающий излучающую полость, служит тиглем для плавки золота. Содержание золота в образцах, использованных для заполнения тигля, равно 99,9986%.

Графитовая модель черного тела устанавливалась в трубчатую горизонтальную печь с платиновым нагревателем. Тигель располагался в области наименьшего градиента температуры.

Для новой горизонтальной модели черного тела было установлено отклонение ее яркостной температуры от 1063° С, вызванное следующими причинами:

- 1) наличием отверстия в излучающей полости, нарушающего ее замкнутость;
- 2) разностью температур между наружной и внутренней поверхностями стенки излучающей полости, возникающей из-за потери энергии полостью путем излучения через отверстие;
- 3) осевым и радиальным градиентами температуры, нарушающими равномерность температуры стенок полости;
- 4) влиянием теплообмена между передней стенкой модели и трубой нагревательной печи, внутри которой помещается модель.

Понижение яркостной температуры, вызванное наличием отверстия в излучающей полости и рассчитанное по формуле

$$\Delta T = - \frac{\lambda T^2 S}{C_2 \pi D (1 - \rho)},$$

оказалось равным $-0,16^\circ \text{C}$ для $\lambda = 0,69 \text{ мк}$ и $-0,11^\circ \text{C}$ для $\lambda = 0,48 \text{ мк}$.

(Здесь: λ — длина волны излучения, S — площадь отверстия излучающей полости, D — ее длина и ρ — коэффициент отражения материала полости).

Величина разности температур между наружной и внутренней стенками излучающей полости была вычислена из условий теплового равновесия между потоком тепла, теряемым полостью путем излучения и получаемым от золота путем теплопроводности.

Величина этой разности равна $0,02^\circ$.

Для установления разности температур в полости по ее радиусу было использовано решение такой же задачи методом теории теплопроводности для бесконечно длинного цилиндра, помещенного в среду, температура которой изменяется с постоянной скоростью. Распределение температуры по оси полости было исследовано экспериментально.

Эти исследования и расчеты показали, что неравномерность температуры стенок излучающей полости не превышает $0,5^\circ$, вследствие чего вызванная этим неопределенность в значении температуры модели не превышает $0,1^\circ \text{C}$.

Для новой модели, как и для основного эталона лаборатории высоких температур, влияние теплообмена с трубой печи вызывает повышение яркости излучающего отверстия при плавлении и понижение ее при затвердевании золота. Изменение яркости приводит к ошибке в данных градуировки, достигающей $0,6^\circ \text{C}$. Для исключения неопределенности результаты измерений, полученные при

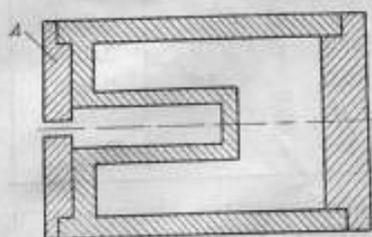


Рис. 1. Схематическое устройство новой горизонтальной модели черного тела при 1063° С.

плавлении и затвердевании, усредняются, а скорость измерения температуры печи в обоих случаях поддерживается по возможности постоянной.

Результаты исследования новой модели и прямого сравнения ее с первичным эталоном лаборатории высоких температур подтвердили равноценность двух моделей черного тела при воспроизведении международной температурной шкалы.

Модель черного тела с регулируемой температурой до 1300°C

Яркость черного тела при температуре 1063°C для длины волны $0,48\text{ мк}$ недостаточна для проведения точных уравниваний яркости с помощью спектрального пирометра. Поэтому для его градуировки при $\lambda_0 = 0,48\text{ мк}$ необходимо пользоваться моделью черного тела при более высокой температуре. Для этого, а также для проверки данных градуировки пирометра при других значениях длины волны, была создана еще одна модель черного тела, температура которой может быть доведена до 1300°C .

Новая модель черного тела (рис. 2) представляет собой внутреннюю полость в толстостенном никелевом цилиндре. Использование в качестве черного тела массивного металлического блока имело целью обеспечить однородную температуру стенок излучающей полости в случае установки блока в температурное поле с небольшим градиентом температуры.

Размеры никелевого цилиндра в излучающей полости совпадают с соответствующими размерами графитовой модели черного тела с золотом. Новая модель устанавливалась в печь, использованную для работы с графитовой моделью.

Приближенные подсчеты отступления новой модели от условий абсолютно черного излучателя, аналогичные проведенным для графитовой модели, показали следующее: если $\lambda_0 = 0,69\text{ мк}$ и $T = 1600^{\circ}\text{K}$, то понижение яркостной температуры, обусловленное отступлением коэффициента поглощения модели от единицы, равно $-0,16^{\circ}\text{C}$ и для $\lambda_0 = 0,48\text{ мк}$ равно $-0,12^{\circ}\text{C}$.

Разность температуры по радиусу полости при медленных изменениях температуры в полости (2° в час) оказалась меньше, чем $0,001^{\circ}\text{C}$.

Разность температуры между передней и задней стенками никелевого цилиндра, исследованная экспериментально при температуре $900-1000^{\circ}\text{C}$, оказалась равной $\pm 0,5^{\circ}\text{C}$.

Градуировка спектрального пирометра при температуре 1063°C

С помощью горизонтальной модели черного тела, воспроизводящей температуру затвердевания золота, были градуированы три пирометрические лампочки Л-1, Л-23 и Л-III для значений эффективной длины волны $0,6856$; $0,6487$; $0,6000$; $0,5504$ и $0,5208\text{ мк}$.

Измерения силы тока в лампочках производились при равенстве яркости ее нити и изображения отверстия излучающей полости черного тела при затвердевании и плавлении золота. В среднем для каждой из лампочек по два раза воспроизводилась температура плавления и температура затвердевания золота для каждого значения эффективной длины волны. При этом было произведено от 100 до 200 измерений. В измерениях принимали участие три наблюдателя.

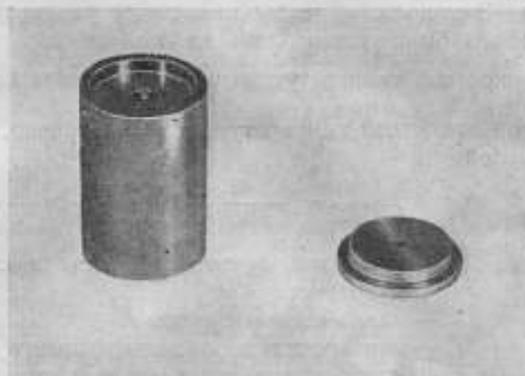


Рис. 2. Внешний вид никелевой модели черного тела с регулируемой температурой до 1300°C .

В большинстве случаев среднее взвешенное значение силы тока при плавлении оказалось выше среднего взвешенного значения силы тока при затвердевании. Значение этой разницы в среднем составляет: для лампочки Л-1 $12 \cdot 10^{-5}$ а или $0,7^\circ$, для лампочки Л-23 — $13 \cdot 10^{-6}$ а или $0,5^\circ$ С и для лампочки Л-III $10 \cdot 10^{-5}$ а или $0,6^\circ$ С. Значения силы тока при плавлении или затвердевании для данной пирометрической лампочки воспроизводятся со средней квадратичной погрешностью, равной $\pm 0,3^\circ$.

Зависимость между яркостной температурой нити и эффективной длиной волны пирометра не может иметь произвольного характера. Она определяется спектральными свойствами вольфрама и оптических деталей спектрального пирометра, расположенных между нитью лампочки и моделью черного тела. Знание этих свойств позволяет уточнить результаты градуировки и уменьшить влияние на них случайных погрешностей.

Зависимость между яркостной температурой нити и эффективной длиной волны была установлена на основе связи, существующей между истинной и яркостной температурой нити и изучения величины $\frac{di}{d\lambda}$ для нити при постоянной яркостной температуре. Было найдено, что величина $\frac{di}{d\lambda}$ выражается формулой:

$$\frac{di}{d\lambda} = -\frac{di}{dt} \frac{S_n}{C_2} \left(1 - \frac{2\lambda}{C_2} \ln \frac{\epsilon_\lambda}{\tau} \cdot S_n \right) \left(\ln \frac{\epsilon_\lambda}{\tau} + \frac{\lambda}{\epsilon_\lambda} \frac{d\epsilon_\lambda}{d\lambda} \right),$$

где S_n — яркостная температура источника, по которому производится градуировка;

λ — длина волны излучения;

ϵ_λ — монохроматический коэффициент черноты излучения нити;

τ_λ — коэффициент пропускания оптических деталей, расположенных между нитью и источником излучения.

По этой формуле была рассчитана величина $\frac{di}{d\lambda}$ для трех лампочек спектрального пирометра, а затем по этим данным вычислена величина $\frac{d^2i}{d\lambda^2}$. Как показали вычисления, величину $\frac{d^2i}{d\lambda^2}$ можно считать не зависящей от длины волны в интервале $0,69 - 0,48$ мк. Это дало основание выразить зависимость силы тока от длины волны квадратичной формулой:

$$i = A + B\lambda + \frac{1}{2} \frac{d^2i}{d\lambda^2} \lambda^2. \quad (3)$$

Для лампочки Л-1 $\frac{d^2i}{d\lambda^2} = 0,03122$ а/мк², для лампочки Л-23 — $0,02950$ а/мк², для лампочки Л-III — $0,03772$ а/мк².

По экспериментальным значениям силы тока i , установленным с помощью графитовой модели черного тела, по методу наименьших квадратов были рассчитаны коэффициенты A и B .

Сила тока i в пирометрических лампочках для различных значений λ в интервале от $0,52$ до $0,69$ мк при яркостной температуре 1063° С может быть вычислена по следующим формулам.

$$\left. \begin{aligned} &\text{Для лампочки Л-1:} \\ &i = 0,27198_8 + 0,00652_5 \lambda + 0,01561 \lambda^2; \\ &\text{для лампочки Л-23:} \\ &i = 0,25222_2 + 0,00686_2 \lambda + 0,01475 \lambda^2; \\ &\text{для лампочки Л-III:} \\ &i = 0,31728_0 + 0,00489_1 \lambda + 0,01886 \lambda^2; \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

(λ выражена в микронах).

Таблица 2

λ , в мк	Значения силы тока в a в пирометрических лампочках, рассчитанные по методу наименьших квадратов при $t = 1063^\circ \text{C}$		
	Л-1	Л-23	Л-III
0,6858	0,29099	0,26352	0,32949
0,6487	0,28988	0,26256	0,32889
0,6000	0,28871	0,26136	0,32700
0,5504	0,28750	0,26020	0,32568
0,5508	0,28680	0,25955	0,32494

Сила тока в лампочках, вычисленная по формуле (4), указана в табл. 2. Эти значения были использованы в дальнейшей работе.

Таким образом, с помощью новой модели черного тела произведена градуировка трех лампочек спектрального пирометра при температуре 1063°C для значений эффективной длины волны от 0,52 до 0,69 мк и тем самым воспроизведена реперная точка при температуре равновесия между жидким и твердым золотом. Результаты градуировки трех лампочек при их сличении с помощью температурной лампы совпадают между собой в пределах $\pm 0,6^\circ \text{C}$.

4. ВОСПРОИЗВЕДЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ШКАЛЫ В ИНТЕРВАЛЕ $1063\text{--}1400^\circ \text{C}$

Существующие методы

Воспроизведение температурной шкалы выше 1063°C с помощью оптического пирометра многократно осуществлялось в лаборатории высоких температур ВНИИМ и методика, применяемая при этом, подробно описана в литературе [4]. Для применения этой методики воспроизведения температурной шкалы к спектральному пирометру нужно полностью повторять все эксперименты для каждого нового значения эффективной длины волны. Кроме того, этот общепринятый метод в случае спектрального пирометра не позволяет непосредственно сличить результаты, полученные при разных значениях эффективной длины волны и тем самым установить величину возможных случайных и систематических погрешностей, возникающих в процессе градуировки.

Вопрос о градуировке спектрального пирометра, а, следовательно, методике воспроизведения с его помощью температурной шкалы, рассматривался в литературе [5].

В основу методики некоторыми авторами положено предположение о справедливости для яркостной температуры вольфрамовой нити следующего равенства:

$$\frac{1}{S_\lambda} = \varphi(t) + K\lambda, \quad (5)$$

где S_λ — яркостная и
 t — истинная температура нити;
 K — постоянная, не зависящая от λ и t .

На основании этого уравнения установлено, что для воспроизведения температурной шкалы с помощью спектрального пирометра достаточно произвести градуировку прибора в нужном интервале температур при одном значении длины волны и изучить зависимость яркостной температуры нити пирометрической лампочки от длины волны при какой-либо одной температуре. Эта методика является упрощенной, так как уравнение (5) приближенное, вследствие зависимости K

от температуры нити, и приводит к систематическим ошибкам в данных градуировки. Таким образом, для воспроизведения температурной шкалы с помощью спектрального пирометра нельзя было ограничиться методикой, применяемой для оптического пирометра или использовать упрощенную методику, известную из литературы.

Описание метода градуировки спектрального пирометра

Для градуировки спектрального пирометра от 1063 до 1400°С был применен метод, в котором опорные точки температурной шкалы получаются частично с помощью секторных дисков и частично с помощью различных моделей черного тела.

Данный метод позволяет осуществить сличение результатов градуировки пирометра при различных величинах длины волны и исключить влияние спектральных свойств источника, применяемого при градуировке. Это достигается применением никелевой модели черного тела до 1300°С и лампы с клиновидной лентой, близость излучения которой к излучению черного тела специально исследовалась.

Помимо того, этот метод позволяет частично упростить процесс градуировки, исключив необходимость использования секторных дисков для получения всех опорных точек температурной шкалы.

Примененный метод градуировки состоит в следующем.

1. С помощью группы секторных дисков и температурной лампы с вольфрамовой лентой по методу, применяемому для оптического пирометра, спектральный пирометр градуируется в интервале 900—1400°С только при двух значениях эффективной длины волны 0,55 и 0,65 мк. Исходной температурой является реперная точка 1063°С, осуществленная с помощью графитовой модели черного тела. Кроме того, для значений эффективной длины волны 0,52; 0,60 и 0,69 мк с помощью секторного диска и температурной лампы устанавливается по одной опорной точке.

2. С помощью лампы с клиновидной лентой осуществляется сличение показаний прибора при двух значениях эффективной длины волны 0,55 и 0,65 мк.

3. С помощью этой же лампы с клиновидной лентой определяются значения силы тока в пирометрических лампочках при температурах 1000, 1200 и 1400°С для эффективной длины волны 0,52; 0,60 и 0,69 мк. Температура лампы устанавливается по данным градуировки прибора при $\lambda_0 = 0,65$ и 0,55 мк.

4. Градуировка прибора при значении эффективной длины волны $\lambda_0 = 0,48$ мк, для которой графитовая модель черного тела не могла быть использована из-за недостаточной яркости, производится с помощью никелевой модели черного тела при 1200°С. Температура черного тела измеряется при этом по данным градуировки спектрального пирометра при других значениях эффективной длины волны.

Так же как при градуировке пирометра при других значениях эффективной длины волны, при температурах 1150, 1200 и 1400°С устанавливаются опорные точки с помощью лампы с клиновидной лентой. С помощью температурной лампы и секторных дисков дополнительно устанавливаются опорные точки выше 1200°С. За исходную температуру при этом принимается 1200°С.

5. По никелевой модели черного тела производится дополнительная градуировка пирометра для шести значений эффективной длины волны от 0,69 до 0,48 мк. Эта дополнительная градуировка служит для проверки результатов, полученных с секторными дисками и лампой с клиновидной лентой и для сличения данных градуировки при разных значениях эффективной длины волны.

По методике, изложенной выше, были градуированы две пирометрические лампочки Л-1 и Л-23, для каждой из которых было получено по 5 опорных точек для 6 значений эффективной длины волны. Каждая опорная точка получена как результат 20—30 измерений, проведенных двумя наблюдателями.

По экспериментально установленным и проверенным опорным точкам в интервале температуры 1000 до 1400° С для λ_0 от 0,48 до 0,69 мк были вычислены значения силы тока пирометрических лампочек через 50° С. Вычисления произведены на основе справедливой в этом случае кубической зависимости силы тока в лампочке от ее температуры. Для промежуточных значений температуры и эффективной длины волны величина силы тока в пирометрических лампочках устанавливается путем линейной интерполяции.

Для сличения данных градуировки пирометра при разных значениях эффективной длины волны была использована лампа с клиновидной вольфрамовой лентой. Эта лампа удобнее в работе при длительных измерениях, чем никелевая модель черного тела. Коэффициент черноты излучения ϵ_λ , зависящий от формы ленты и спектральных характеристик вольфрама без учета влияния стекла баллона, может быть приближенно рассчитан по формуле (4):

$$\epsilon_\lambda = 1 - \rho^{n+1},$$

где ρ — коэффициент отражения ленты лампы;

n — число отражений, претерпеваемых световым лучем внутри угла клина ленты.

Для вольфрама в области от 0,50 до 0,69 мк коэффициент отражения $\rho \cong 0,53$. Число отражений n определяется размерами угла. В нашем случае угол равен 10° и $n \cong 18$. Тогда $\rho^{n+1} = 0,001$ и $\epsilon_\lambda \cong 1$.

Однако коэффициент излучения ϵ_λ рассматриваемой модели черного тела не может быть принят равным единице, вследствие ослабления излучения при прохождении через стеклянный баллон, учет которого дает для ϵ_λ значение 0,91.

В связи с отступлением коэффициента черноты излучения клиновидной лампы от единицы, численное значение яркостной температуры зависит от длины волны, в свете которой производится измерение температуры. Эта зависимость была выведена из формулы, связывающей яркостную и истинную температуру тела.

Исследование черноты излучения лампы с клиновидной лентой позволило установить зависимость яркостной температуры ее ленты от длины волны и тем самым использовать эту лампу для сличения показаний спектрального пирометра при разных значениях эффективной длины волны.

Для подтверждения правильности градуировки данных пирометра вновь была использована никелевая модель черного тела. С ее помощью были получены значения силы тока в пирометрических лампочках для шести значений длины волны при постоянной температуре полости, близкой к 1200 и 1280° С.

Близкое совпадение данных градуировки пирометра, полученных с помощью лампы с клиновидной лентой и никелевой модели при 1200° С, подтверждают правильность расчета коэффициента черноты излучения лампы с клиновидной лентой.

Совпадение данных градуировки пирометра при 1300° С (в пределах погрешности воспроизведения опорных точек), установленных путем расчета по независимым опорным точкам и полученных по никелевой модели черного тела, свидетельствует о правильности выбранной методики градуировки спектрального пирометра в интервале 1063—1400° С.

5. ВОСПРОИЗВЕДЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ШКАЛЫ ВЫШЕ 1400° С

Как показывает практика, для сохранения характеристик пирометрических лампочек постоянными нельзя в процессе измерений нагревать нить накала выше 1400° С. Поэтому при температуре выше 1400° применяют поглощающие стекла.

Применение в спектральном пирометре удобных в обращении поглощающих стекол нерационально, вследствие резко выраженной немонотонной зависимости коэффициента пропускания этих стекол от длины волны излучения в области от 0,48 до 0,69 мк.

Для воспроизведения температурной шкалы с помощью спектрального пирометра при разных значениях длины волны необходимо иметь поглотитель света, у которого коэффициент пропускания не зависит от длины волны, либо монотонно изменяется для используемой в пирометре области спектра.

Для этой цели были использованы платиновые поглотители. Они не являются нейтральными; всегда имеет место монотонное изменение величины коэффициента пропускания при изменении длины волны, характер которого зависит от толщины слоя платины, нанесенного на стекло.

Было изготовлено около 20 платиновых поглотителей. Слой платины наносился методом катодного распыления на тонкие бесцветные хорошо полированные стеклянные пластинки размером 25×25 мм. На слой платины у краев пластинки наклеивалась тонкая полоска черной бумаги, на которую накладывалась вторая стеклянная пластинка. Изготовленные таким образом платиновые поглотители удобны в работе и защищены от механических повреждений. Из 20 поглотителей был выбран один (№ 3), для которого по предварительным измерениям величина пирометрического ослабления оказалась равной $150 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{град}}$ для $\lambda = 0,65$ мк. Для поглотителя № 3 была произведена проверка равномерности по оптической плотности в рабочей области и установлена величина пирометрического ослабления для значений длин волн от 0,48 до 0,69 мк.

Было экспериментально установлено, что наибольшая возможная ошибка в измерении температуры, вызванная неравномерностью плотности поглотителя в пределах его открытой поверхности, равна $\pm 1,7^\circ$. Так как эффективная длина волны спектрального пирометра, так же как и величина коэффициента пропускания платинового поглотителя при сравнительно узких спектральных участках, используемых в спектральном пирометре, не зависит от температуры источника излучения, то величина пирометрического ослабления для платинового поглотителя остается постоянной при температуре $1400-1800^\circ\text{C}$.

Для расчета значений силы тока пирометрических лампочек, соответствующих температуре t_2 в интервале от 1400 до 1800°C , для различных значений λ по формуле (6) была вычислена температура t_1 :

$$t_1 = \frac{1}{\frac{1}{t_2 + 273,16} + A_n} - 273,16. \quad (6)$$

Здесь t_1 — температура в интервале $1000-1400^\circ\text{C}$;

A_n — пирометрическое ослабление платинового поглотителя для данной длины волны.

По таблицам для данных градуировки пирометрических лампочек в интервале $1000-1400^\circ\text{C}$ устанавливаются значения силы тока, соответствующие температуре t_1 , а, следовательно, и температуре t_2 , получаемой при использовании платинового поглотителя.

С помощью спектрального пирометра экстраполяция температурной шкалы может быть произведена и выше 1800°C . Для этого надо применить платиновый поглотитель с большим значением оптической плотности. Методика градуировки прибора выше 1800°C не отличается от методики градуировки для области температур от 1400 до 1800°C .

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Спектральный пирометр лаборатории высоких температур после его реконструкции удовлетворяет требованиям, предъявляемым к приборам для точных измерений температуры и поэтому может служить для воспроизведения температурной шкалы.

2. С помощью спектрального пирометра воспроизведена температурная шкала от 1000 до 1800°C для значений λ от $0,48$ до $0,69$ мк.

3. Для осуществления реперной точки 1063°C создана и исследована новая, горизонтальная модель черного тела, воспроизводящая температуру затвердевания золота и идентичная первичному эталону для измерения высоких температур.

4. Применена новая методика воспроизведения температурной шкалы при различных значениях длины волны, обеспечивающая взаимный контроль яркостных температур при разных значениях эффективной длины волны.

Для осуществления этой методики создана новая модель черного тела с регулируемой температурой в виде никелевого блока и использована температурная лампа с клиновидной лентой.

5. Для воспроизведения температурной шкалы выше 1400°C использован платиновый поглотитель, пиromетрическое ослабление которого монотонно изменяется с изменением длины волны.

ЛИТЕРАТУРА

1. Henning F., Zeitschr. f. Instr., 30, 61, 1910.
2. Рибо Г., Оптическая пиromетрия, ОНТИ, 1934.
3. Hoffmann und Tingwaldt, Zeitschr. f. Instr., 1939, Н. 1, S. 20.
4. Гордов А. Н., Лапина Э. А., Диомидова Т. Г., Труды ВНИИМ, № 5 (65), 1949.
5. Henning und Heuse, Zts. f. Phys., XXIX, 1924, 157.

ИЗМЕРЕНИЕ ЦВЕТОВОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ С ПОМОЩЬЮ
СПЕКТРАЛЬНОГО ПИРОМЕТРА

1. ВВЕДЕНИЕ

Необходимость измерения в промышленности истинной температуры приводит к использованию различных условных температур, получаемых на основе законов теплового излучения тел.

Среди этих условных температур* особое место занимает цветовая температура, позволяющая во многих случаях промышленной практики наиболее точно установить истинную температуру тела.

Существует ряд определений цветовой температуры, в основе которых (как в основе всей оптической пирометрии) лежит сравнение излучения рассматриваемого тела с излучением абсолютно черного тела.

Основные преимущества цветовой температуры перед другими видами условных температур состоят в следующем:

1) для большого числа реальных тел цветовая температура весьма близка к истинной; для многих важных с промышленной точки зрения объектов эта разница составляет $20-30^\circ$ при $1500-2000^\circ\text{C}$;

2) поправки, вводимые при переходе от цветовой температуры к истинной, определяются значительно надежнее, чем поправки, вводимые при переходе к истинной температуре от других условных температур;

3) на величину цветовой температуры поглощение света в среде, окружающей тело, оказывает слабое влияние. Это обстоятельство является важным для измерения цветовой температуры в промышленных условиях.

В связи с принципиальными преимуществами метода цветовой пирометрии становится очевидной важность применения промышленных цветковых пирометров и, следовательно, перед ВНИИМ возникают задачи создания образцовых приборов и разработки методов измерения цветовой температуры в указанном интервале.

Различные определения цветовой температуры, принятые в литературе, приводят к разным методам ее измерения.

Способ определения цветовой температуры по измерению относительного распределения лучистой мощности по спектру отличается большими экспериментальными трудностями и требует сложной, высококачественной аппаратуры.

Способ визуального уравнивания цвета, наиболее широко применяемый для характеристики источника в фотометрии, является экспериментально простым и быстрым, удобным для лабораторной практики. Существенный недостаток этого метода — принципиальная ограниченность его точности вследствие наличия порога чувствительности глаза к различению цветов. Кроме того, данный способ не может быть применен для объективных измерений.

По методу красно-синего отношения необходимо измерение монохроматической яркости источника излучения для двух значений длины волны, либо непо-

средственно отношения этих яркостей. Последний способ измерения цветовой температуры положен в основу ряда промышленных отечественных и иностранных конструкций фотоэлектрических и визуальных цветковых пирометров. Благодаря возможности применения в этом случае объективных методов измерений, точность последнего способа очевидно будет возрастать по мере развития измерительной техники.

Методы измерения цветовой температуры должны быть согласованы с остальными методами измерения температуры. Для обеспечения единства температурных измерений цветовая температура, измеряемая в интервале 1000—2000°С, должна быть связана с осуществленной в лаборатории высоких температур ВНИИМ международной температурной шкалой. Так как измерение цветовой температуры связано с измерениями яркости источников излучения в различных участках спектра, то решение задачи об освоении метода измерения цветовой температуры в интервале 1000—2000°С потребовало предварительного воспроизведения температурной шкалы в широком спектральном интервале, осуществленного с помощью спектрального пирометра. Таким образом, воспроизведение температурной шкалы с помощью спектрального пирометра послужило основой для разработки метода измерения цветовой температуры источников излучения, необходимых для градуировки и проверки цветковых пирометров в интервале 1000—2000°С.

2. ИЗМЕРЕНИЕ ЦВЕТОВОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ И ЦВЕТОВОЙ ИЗЛУЧАТЕЛЬНОЙ СПОСОБНОСТИ ТЕЛ С ПОМОЩЬЮ СПЕКТРАЛЬНОГО ПИРОМЕТРА

Для измерения цветовой температуры в лаборатории высоких температур ВНИИМ был использован спектральный пирометр, градуированный, в соответствии с Положением о температурной шкале, на яркостные температуры в интервале 1000—1800°С для длин волн 0,48—0,69 мк.

Измерения цветовой температуры производятся по методу, основанному на измерении монохроматических яркостей или яркостных температур в разных длинах волн. Связь между яркостной температурой тела в лучах волн разных длин и его цветовой температурой устанавливается из самого определения цветовой температуры T_c и имеет вид:

$$T_c = \frac{\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}}{\frac{1}{\lambda_1 S_1} - \frac{1}{\lambda_2 S_2}} \quad (1)$$

Здесь λ_1 и λ_2 — выбранные значения длины волн монохроматического излучения;

S_1 и S_2 — яркостные температуры тела для длины волн λ_1 и λ_2 ,
 T_c — цветовая температура тела.

Из формулы видно, что цветовую температуру можно определить путем измерения яркостной температуры при двух выбранных значениях длин волн.

При измерении цветовой температуры различных источников с помощью спектрального пирометра измеряется яркостная температура при следующих значениях эффективной длины волны: 0,4806; 0,5208; 0,5504; 0,6000; 0,6487 и 0,6856 мк. Такой выбор длин волн обеспечивает измерение яркостной температуры с наибольшей точностью, так как при этих значениях производилась градуировка спектрального пирометра. Цветовая температура вычисляется по формуле (1), причем для λ_1 и λ_2 принимаются следующие значения:

- 1) 0,4806—0,6000 мк;
- 2) 0,5208—0,6487 мк;
- 3) 0,5504—0,6856 мк;
- 4) 0,4806—0,6856 мк.

Полученные четыре значения цветовой температуры усредняются.

Применяемый способ определения цветовой температуры близок к методу красно-синего отношения, но в нем используются отношения спектральных яркостей не для одной пары значений длины волны, а для четырех пар. Благодаря этому уменьшается влияние погрешностей измерения яркостной температуры и полнее используются возможности прибора. Рассмотренный выше метод расчета близок к методу расчета цветовой температуры при измерении ее в фотометрической лаборатории ВНИИМ по относительному распределению лучистой мощности в спектре.

Так как при определении цветовой температуры могут быть выбраны различные значения длин волн в пределах от 0,48 до 0,69 мк, то при градуировке источников излучения, предназначенных для проверки цветковых пирометров, можно использовать значения длин волн, близкие к используемым в поверяемом приборе.

Кроме цветовой температуры, с помощью спектрального пирометра можно установить цветовую испускательную способность, источников излучения, определяемую уравнением:

$$\varepsilon_c = \frac{b_{\lambda, T}}{b_{\lambda, T_c}^0},$$

где $b_{\lambda, T}$ — монохроматическая яркость тела при температуре T ;
 b_{λ, T_c}^0 — монохроматическая яркость черного тела при температуре T_c .

Цветовая излучательная способность ε_c — величина, не зависящая от длины волны. Для „серых“ тел ($\varepsilon_\lambda = \text{const}$) цветовая испускательная способность равна монохроматическому коэффициенту черноты излучения. Следовательно, определение величины ε_c позволяет установить степень близости к черному телу целого ряда источников излучения.

Значение ε_c любого излучателя можно установить, определив экспериментально его яркостную и цветовую температуры. Величина ε_c связана с яркостной температурой S_λ и цветовой температурой T_c формулой (2):

$$\ln \varepsilon_c = -\frac{C_2}{\lambda} \left(\frac{1}{S_\lambda} - \frac{1}{T_c} \right). \quad (2)$$

Для определения ε_c измеряется яркостная температура для значений длины волны 0,48; 0,52; 0,55; 0,60; 0,65 и 0,69 мк; по этим данным вычисляется цветовая температура по формуле (1) и затем ε_c по формуле (2). При расчете ε_c используются все шесть значений яркостной температуры, полученные для ε_c , значения усредняются.

Таблица 1

T_c °C	Δt °C
1063	±4,5
1000	±12
1400	±13
2000	±20

Таблица 2

°C	S_λ °C
1063	±3,5
1000	±9
1400	±10
2000	±15

Погрешность измерения цветовой температуры с помощью спектрального пирометра вызывается погрешностью измерения двух яркостных температур S_{λ_1} и S_{λ_2} , двух значений эффективной длины волны λ_1 и λ_2 , и силы тока источника излучения i .

Средняя квадратичная погрешность измерения цветовой температуры для одной пары значений эффективной длины волны указана в табл. 1.

Так как при измерении цветовой температуры с помощью спектрального пирометра ее значение определяется как среднее из четырех измерений, три из которых являются независимыми, то средняя квадратичная погрешность результата S_x равна:

$$S_x = \frac{\zeta_\alpha \Delta t}{\sqrt{n}},$$

где $n=3$ и $\zeta_\alpha=1,336$ — поправочный множитель, введенный В. И. Романовским для учета ограниченного числа измерений при $\alpha=0,7$.

Величина S_x в зависимости от температуры указана в табл. 2.

С помощью спектрального пирометра измерена цветовая температура большого числа источников излучения; произведена градуировка на цветовую температуру температурных ламп, использованных в дальнейшем для градуировки цветковых пирометров. Кроме того, с помощью спектрального пирометра была определена величина цветовой испускательной способности ряда моделей черного тела и температурных ламп разной конструкции.

А. Н. ГОРДОВ, И. И. КИРЕНКОВ, Э. А. ЛАПИНА

НОВЫЙ МЕТОД ПОВЕРКИ ОПТИЧЕСКИХ ПИРОМЕТРОВ

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время поверка показаний рабочих оптических пирометров производится двумя методами. Первый состоит в сличении показаний рабочего оптического пирометра с данными градуировки образцового излучателя (температурной лампы). Второй метод заключается в сличении показаний поверяемого оптического пирометра с данными градуировки образцового оптического пирометра 2-го разряда при визировании одного и того же источника излучения [1].

Непосредственное сличение показаний рабочего пирометра с образцовым излучателем или образцовым оптическим пирометром 2-го разряда дает надежные результаты только в промежутке от 900 до 1400° С, т. е. в тех случаях, когда измерение температуры с помощью оптического пирометра производится без введения поглощающего стекла между его лампочкой и измеряемым объектом.

Возможные на практике различия между значениями эффективной длины волны поверяемого пирометра и эффективной длины волны, при которой градуирована температурная лампа или образцовый оптический пирометр 2-го разряда, вносит при поверке систематическую погрешность, не превышающую 1—2° С. Еще меньшее влияние на результаты поверки пирометра в интервале 900—1400° С оказывает изменение эффективной длины волны поверяемого пирометра, вызванное различием в распределении по длинам волн энергии излучения источника, используемого при поверке, и черного тела.

Поверка шкалы второго предела измерений оптических пирометров (с поглощающим стеклом) не может быть произведена непосредственным сличением показаний пирометра с данными градуировки лампы или образцового оптического пирометра 2-го разряда. Это вызвано тем, что величина пирометрического ослабления поглощающего стекла, определяющая данные градуировки шкалы верхней области измерений, зависит от распределения энергии по длинам волн у источника излучения, применяемого при поверке. Пирометрическое ослабление поглощающего стекла для данной температуры (A_T) равно:

$$A_T = \frac{\lambda_{эф} \ln \tau_T}{C_2}$$

Здесь $\lambda_{эф}$ — эффективная длина волны пирометра;

τ_T — суммарный коэффициент пропускания поглощающего стекла при данной температуре.

Эффективная длина волны пирометра $\lambda_{эф}$, так же как и τ_T — величина суммарного коэффициента пропускания селективных стекол, применяемых в оптических пирометрах, зависят от распределения энергии излучения по длинам волн. Это особенно существенно потому, что область пропускания красных стекол, уста-

навливаемых в пирометрах, имеет значительную ширину (0,10 -- 0,15 мк). Таким образом, численные значения величины A , зависящей от спектральных свойств источника излучения, могут изменяться при переходе от черного излучателя к любому другому.

Результаты поверки пирометров по различным излучателям должны быть приведены к результатам поверки, получаемым с помощью черного тела. Это требование является следствием необходимости измерять одним и тем же оптическим пирометром температуру различных объектов, обладающих разными значениями коэффициента черноты излучения [2].

Таким образом, при поверке второй области измерений оптического пирометра для определения величины A необходимо вводить поправку, учитывающую особенности излучателя.

Для этого при поверке оптического пирометра по вольфрамовой лампе экспериментально найденная величина A умножается на так называемый «цветовой коэффициент» K . Этот коэффициент K учитывает влияние отличия излучения температурной лампы с вольфрамовой лентой от излучения черного тела.

Коэффициент K определен экспериментально для многих типов оптических пирометров. Его измерения производились в течение ряда лет в лаборатории высоких температур ВНИИМ [1]. Значение K для приборов разных типов могут быть больше и меньше единицы и обычно отличаются от единицы всего на несколько сотых. Это, казалось бы, небольшое отличие является весьма существенным и им нельзя пренебрегать, не внося существенной систематической погрешности в результаты поверки.

Например, для прибора типа ОППИР коэффициент $K = 1,02$; если же считать K равным 1, то величина A , принятая при поверке, будет меньше истинной на $3,2 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{град}}$. Это вызовет занижение значения температуры, измеряемой с помощью пирометра, равное 10° при 1500°C и 20° при 2000°C . Для приборов этого типа с пределами измерения $1200 - 3000^\circ\text{C}$ погрешность в этом случае при 3000°C может достигать 70° .

Анализ методики определения коэффициента K показывает, что погрешность его определения составляет не менее $\pm 1\%$. Необходимо учесть, что при поверке оптических пирометров используется одно среднее значение K во всем поверяемом диапазоне температуры, в то время, как величина K может зависеть от температуры. Кроме того, для некоторых приборов данного типа K может отличаться от среднего значения больше, чем на 1% , так как спектральные характеристики поглощающих стекол в различных образцах оптических пирометров одного и того же типа могут быть несколько разными, особенно в случае стекол разных плавок.

Таким образом, при использовании температурной лампы для поверки оптических пирометров даже учет коэффициента K не позволяет снизить погрешность определения A до величины, меньшей 1% и соответственно погрешность поверки прибора, вызванную неопределенностью величины A , до $\pm 15^\circ$ при 2000°C и $\pm 30 - 40^\circ\text{C}$ при 3000°C .

Не лучше обстоит дело при поверке оптических пирометров с помощью образцового оптического пирометра 2-го разряда. При этом методе применяются различные источники излучения, например, температурная лампа с вольфрамовой лентой, кинопроекторная лампа и т. д. Поправки, которые следует ввести в величину A при применении этих источников, неизвестны и никогда экспериментально не определялись. Поэтому погрешности, возникающие при такой поверке, во всяком случае, не меньше указанных выше.

Наиболее надежным и простым методом поверки оптических пирометров, очевидно, является такой, при котором образцовый излучатель достаточно близок по свойствам к черному телу в спектральном интервале, используемом в пирометре и может быть применен во всем диапазоне измерений пирометра.

Существующие модели черного тела в виде печей или ламп с клиновидной лентой неудобны в применении и не могут поэтому быть использованы при поверке.

В лаборатории высоких температур ВНИИМ в 1953 г. разработан новый метод поверки оптических пирометров по образцовому излучателю, у которого распределение лучистой энергии по длинам волны в интервале от 0,6 до 0,74 мк достаточно близко к распределению энергии у абсолютно черного тела. При создании нового образцового излучателя были разработаны количественные требования к нему; указан метод, позволяющий приблизить распределение энергии наиболее широко применяемых при поверке источников излучения, к распределению энергии черного тела в спектральном интервале, используемом в оптическом пирометре.

2. РАЗРАБОТКА НОВОГО ОБРАЗЦОВОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ

Основное требование к новому излучателю вытекает из сравнения между собой кривых распределения энергии по длинам волн у образцового излучателя и черного тела. Для того чтобы распределение энергии по спектру у этих источников излучения совпадало, необходимо, чтобы наклон кривых распределения энергии по спектру у образцового излучателя и черного тела были равны при равенстве их яркостных температур (рис. 1).

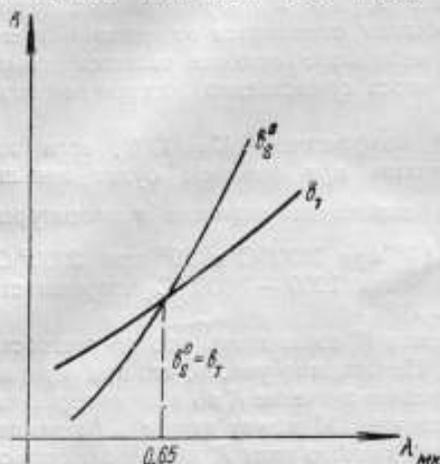


Рис. 1. Зависимость монохроматической яркости от длины волны для черного и нечерного излучателей.

$$\frac{\partial b_S^0}{\partial \lambda} \cong \frac{\partial b_T^0}{\partial \lambda}; \quad b_S^0 = b_T^0, \quad (1)$$

где b_S^0 — яркость черного тела при температуре S' ;

b_T^0 — яркость образцового излучателя при температуре T' ;

Выразим яркость образцового излучателя b_T^0 через его цветовую испускательную способность ϵ_c и яркость черного тела при цветовой температуре образцового излучателя

$$b_T^0 = \epsilon_c b_{T_c}^0. \quad (2)$$

Подставив (2) в (1), выразив b_S^0 и $b_{T_c}^0$ по формуле Вина, и разделив равенства (1) друг на друга, получим после дифференцирования по λ :

$$5 + \frac{C_2}{\lambda S'} \cong 5 + \frac{C_2}{\lambda T_c}$$

или

$$S' \cong T_c. \quad (3)$$

Таким образом, основное требование к образцовому излучателю состоит в совпадении его яркостной температуры при λ , близкой к 0,65 мк и цветовой температуры. Величина допустимого отклонения между S'_λ и T_c , не влияющего на результаты поверки, составляет $\pm 15^\circ$ при 1000°C и $\pm 50^\circ$ при 2000°C .

Эта величина установлена из сравнения расхождений между цветовой и яркостной температурой лампы с вольфрамовой лентой и величины погрешности поверки, вызываемой этим расхождением.

Наменение распределения энергии по длинам волн у излучателей, обычно применяемых при поверке (температурных ламп и вольфрамовых ламп накаливания), согласно основному требованию (3) для нового образцового излучателя, достигается путем установки перед излучателем светофильтра. Кривая светофильтра специально рассчитывается на основании требования (3).

3. РАСЧЕТ КРИВОЙ ПРОПУСКАНИЯ СВЕТОФИЛЬТРА

Уравнение (3) можно написать более подробно, выразив цветовую температуру образцового излучателя T_c через его яркостную температуру S'_λ

$$T_c = \frac{\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}}{\frac{1}{S'_\lambda \lambda_1} - \frac{1}{S'_\lambda \lambda_2}}$$

Так как выражение (3) справедливо при любых значениях λ_1 и λ_2 в пределах используемого спектрального интервала, то при $\lambda_1 \rightarrow \lambda_2$ получим в пределе:

$$\frac{d \frac{1}{\lambda}}{d \frac{1}{\lambda S'}} = S' \quad (4)$$

Заменим выражение для яркостной температуры S' образцового излучателя (со светофильтром) через выражение для яркостной температуры излучателя без светофильтра S . Получим

$$\frac{1}{S'} - \frac{1}{S} = -\frac{\lambda \ln \tau}{C_2} \quad (5)$$

Здесь τ_λ — коэффициент пропускания светофильтра. Уравнение (4) примет вид

$$\frac{d \left(\frac{1}{\lambda S} - \frac{\ln \tau}{C_2} \right)}{d \frac{1}{\lambda}} = \frac{1}{S} - \frac{\lambda \ln \tau}{C_2}$$

После дифференцирования получим:

$$\frac{dS}{d\lambda} \cdot \frac{\lambda}{S^2} + \frac{\lambda^2}{C_2 \tau} \cdot \frac{d\tau}{d\lambda} = -\frac{\lambda \ln \tau}{C_2}$$

или

$$\frac{dS}{d\lambda} \cdot \frac{1}{S^2} + \frac{\lambda}{C_2 \tau} \cdot \frac{d\tau}{d\lambda} = -\frac{\ln \tau}{C_2}$$

Вводя обозначение $\ln \tau = y$, получаем дифференциальное уравнение для y

$$y' + y \frac{1}{\lambda} + \frac{C_2}{\lambda} \cdot \frac{dS}{d\lambda} \cdot \frac{1}{S^2} = 0 \quad (6)$$

Выражение $\frac{dS}{d\lambda}$ может быть найдено из соотношения между яркостной и цветовой температурами источника излучения, для которого подбирается светофильтр.

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_c} - \frac{\lambda}{C_2} \ln \varepsilon_c$$

Здесь ε_c — цветовая испускательная способность источника.

Так как ε_e и T_e не зависят от λ [3], то

$$\frac{dS}{d\lambda} = \frac{S^2}{C_2} \ln \varepsilon_e. \quad (7)$$

Подставляя выражение (7) в уравнение (6), получаем

$$y' + y \frac{1}{\lambda} + \frac{\ln \varepsilon_e}{\lambda} = 0.$$

Интегрируя это уравнение, находим

$$y = \frac{C}{\lambda} - \ln \varepsilon_e; \\ \lambda \ln(\tau \varepsilon_e) = \text{const}. \quad (8)$$

Уравнение (8) позволяет рассчитать кривую пропускания корректирующего светофильтра. Не всегда оказывается возможным подобрать светофильтр точно соответствующий уравнению (8). Это обстоятельство, однако, не снижает практической ценности уравнения (8), так как основное уравнение (3) должно выполняться лишь приближенно.

Постоянная интегрирования, входящая в уравнение (8), теоретически может быть выбрана произвольно. Практически следует исходить из того, чтобы светофильтр по возможности мало понижал яркость источника излучения.

Величина ε_e , входящая в уравнение (8), должна быть определена экспериментально для данного источника с точностью $\pm 5-10\%$. Эта величина может быть определена на основании результатов измерения яркостной и цветовой температуры источника [4].

4. ОСУЩЕСТВЛЕНИЕ НОВЫХ ОБРАЗЦОВ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ

На основании уравнения (8) были рассчитаны корректирующие светофильтры для наиболее распространенных в поверочной практике источников излучения — температурной лампы с вольфрамовой лентой и излучателя установки ХГИМИП для проверки оптических пирометров, состоящего из кинопроекционной лампы с зеркалом и матовым стеклом.

Как показали расчеты и эксперименты, в случае температурной лампы с вольфрамовой лентой в качестве корректирующего светофильтра следует применять цветное стекло сорта ПС-5 толщиной 5 м.м, в случае излучателя ХГИМИП — цветное стекло сорта ПС-9 толщиной 1 м.м. Так как цветовая испускательная способность вольфрама мало изменяется с температурой, то один и тот же корректирующий светофильтр можно применять во всем интервале температур от 900 до 2500°С.

Применение новых излучателей позволяет производить поверку оптических пирометров путем непосредственного сличения с данными градуировки образцовой температурной лампы 2-го разряда в интервале температур от 900 до 2000 или до 2500°С. Применение новых образцовых излучателей избавляет от необходимости введения цветового коэффициента K . В связи с этим отпадает необходимость определения поправок шкалы верхнего предела измерений расчетным путем. Это приводит к повышению точности поверки шкалы верхнего предела оптического пирометра и значительно снижает трудоемкость поверочных работ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Приборы для измерения температур и их поверка, Машгиз, 1955.
2. Методы измерения температуры в промышленности, под ред. А. Н. Гордова Металлургиздат, 1952.
3. Р и б о, Оптическая пирометрия. ОНТИ, 1934.
4. Э. А. Лапина, Измерение цветовой температуры с помощью спектрального пирометра (в этом же сборнике трудов ВНИИМ).

СХЕМА ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЦВЕТОВОГО ПИРОМЕТРА СО ВСТРОЕННОЙ ЛАМПОЙ НАКАЛИВАНИЯ

При измерении температуры в промышленности распространенными оптическими методами, поправки, которые следует вводить для учета неполноты излучения объекта, велики. Кроме того, эти поправки непостоянны, так как зависят от материала объекта, формы и состояния его поверхности, поглощения излучения в воздухе и т. д. В этом отношении существенное преимущество дает измерение цветовой температуры, так как при этом поправки, зависящие от характера излучения объекта и от поглощения лучей в воздухе, во многих случаях меньше и стабильнее. Цветовая температура часто бывает ближе к истинной температуре тела и обеспечивает возможность определения истинной температуры с большей точностью, чем яркостная или радиационная температура.

Измерение цветовой температуры осуществляется обычно по методу „красно-синего отношения“, т. е. путем определения отношения интенсивности излучения в двух участках спектра. Для промышленного применения наиболее удобны фотоэлектрические цветовые пирометры.

Однако, вследствие относительной сложности физического явления, на котором основано измерение, конструирование фотоэлектрического цветового пирометра затруднительно. В связи с этим существующие в настоящее время цветовые фотоэлектрические пирометры обладают рядом недостатков, которые приводят к снижению точности показаний и препятствуют распространению этих приборов.

Основным недостатком, общим для всех осуществленных до сего времени фотоэлектрических цветовых пирометров, является то, что стабильность их показаний зависит от постоянства той или иной характеристики фотоэлемента или усилительной лампы.

На показания некоторых фотоэлектрических цветовых пирометров влияет постоянство отношения чувствительности двух фотоэлементов, из которых один использует красную, а другой синюю часть спектра. В других пирометрах показания зависят от постоянства отношения чувствительности одного фотоэлемента к лучам синей и красной частей спектра, т. е. от стабильности относительной спектральной характеристики фотоэлемента. На показания некоторых пирометров влияет стабильность анодных или сеточных характеристик лампы, форма кривой усиливаемого сигнала (т. е. искажения в усилителе) и т. д. Наконец, во многих случаях показания прибора зависят от постоянства одновременно нескольких характеристик лампы и фотоэлементов.

Между тем, стабильность характеристик лампы и фотоэлементов еще недостаточна для обеспечения требуемой точности цветовой пирометрии. Стабилизация параметров, получаемая путем термостатирования элементов схемы, а также тока и напряжения на отдельных участках ее и т. д., как правило, не

достигает цели и, кроме того, чрезмерно усложняет схему и конструкцию прибора.

Стабильность показаний обычного оптического пирометра с исчезающей нитью зависит не от изменений чувствительности глаза, а только от постоянства

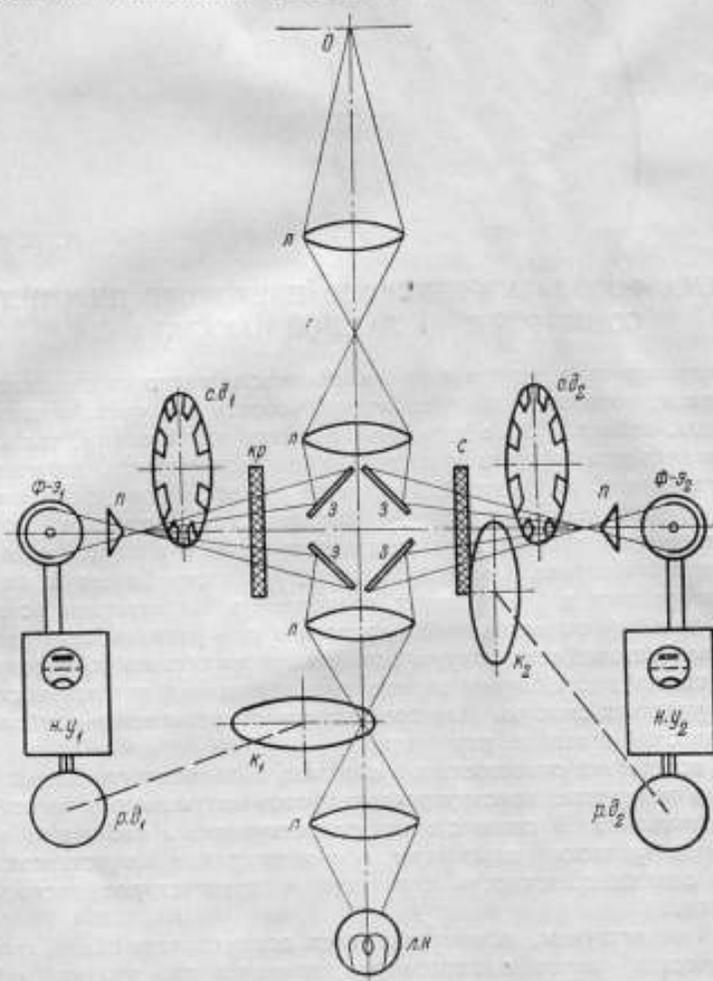


Рис. 1. Принципиальная схема пирометра.

градуировки лампочки пирометра. Лампочка с вольфрамовой нитью весьма стабильна при условии работы без перекала (яркостная температура нити не выше 1500°C).

Предлагаемая схема фотоэлектрического пирометра построена таким образом, что он измеряет цветовую температуру по методу красно-синего отношения, но его градуировка и стабильность показаний зависят только от градуировки и стабильности показаний лампы с вольфрамовой нитью, встроенной в прибор; фотоэлементы же служат только нулевым индикатором равенства яркостей или световых потоков.

На рис. 1 приведена упрощенная принципиальная схема предлагаемого прибора. На схеме введены следующие условные обозначения:

- О — объект, температура которого подлежит измерению;
- Л — линзы (4 шт.);

- з — зеркала или призмы полного внутреннего отражения (4 шт.);
- ф-э — фотозлементы — (2 шт.);
- кр — красный светофильтр;
- с — синий светофильтр;
- л. н. — лампа накаливания;
- н. у. — нулевой усилитель (2 шт.), усиливающий переменную составляющую фототока и управляющий реверсивным двигателем „р. д.“.
- к — „оптический поглощающий клин“ — поглощающее стекло, оптическая плотность которого в разных местах различна. Поглощение им света зависит от угла его поворота; последний осуществляется реверсивным двигателем р. д.;
- р. д. — реверсивные двигатели (2 шт.), управляемые от нулевых усилителей „н. у.“. Конструкция двигателя и усилителя аналогичны применяемым в электронных автоматических потенциометрах;
- с. д. — секторные диски (или заслонки), приводимые в действие синхронным двигателем, электромагнитными вибраторами или другим синхронным устройством. Каждый секторный диск устанавливается так, чтобы при работе он пропускал излучение на фотозлемент поочередно от измеряемого объекта и от лампы накаливания „л. н.“;
- п — призма или другое устройство для равномерного распределения излучения от двух источников по катоду фотозлемента (2 шт.).

Работа прибора происходит следующим образом.

Излучение объекта „О“ разделяется зеркалами „з“ на 2 пучка и попадает на 2 фотозлемента „ф-э₁“ и „ф-э₂“. То же происходит с излучением лампы накаливания „л. н.“, встроенной в прибор. Благодаря наличию красного и синего светофильтров „кр“ и „с“, на фотозлемент „ф-э₁“ попадает только красное излучение, а на фотозлемент „ф-э₂“ — только синее. Вследствие действия секторных дисков „с. д.₁“ и „с. д.₂“ на каждый фотозлемент попадает излучение от объекта „О“ и от лампы „л. н.“ поочередно с заданной частотой. При равенстве этих световых потоков переменная составляющая фототока (основной частоты) отсутствует, усиливаемый сигнал равен нулю и реверсивный двигатель не вращается. При неравенстве потоков реверсивный двигатель приходит во вращение. Направление вращения (как и в электронных автоматических потенциометрах) [1] зависит от фазы усиливаемого сигнала, т. е. от преобладания того или другого светового потока (от лампы или от объекта), падающего на фотозлемент. Вращение реверсивного двигателя прекратится, когда вращаемый им оптический клин повернется настолько, что световые потоки, падающие на фотозлемент от объекта и от лампы, уравниются.

Поглощающий клин „к₁“ должен быть неселективным, или он должен быть сделан из двух селективных клиньев, подобранных так, чтобы при любом положении клина он в равной мере ослаблял синие и красные лучи. Ко второму поглощающему клину („к₂“) требование неселективности не предъявляется. Как клин „к₁“, так и „к₂“ могут быть заменены диафрагмами с переменным отверстием.

Рассматриваемая схема следующим образом обеспечивает измерение цветовой температуры.

Поглощающий клин „к₁“ (или соответствующая диафрагма), управляемый от фотозлемента „ф-э₁“ изменяет световой поток (его красную и синюю часть в равной мере), попадающий на оба фотозлемента от лампы „л. н.“ до тех пор, пока интенсивность красных лучей сравняется с интенсивностью красных лучей от объекта. В этом случае при постоянном накале лампы „л. н.“, соотношение интенсивностей излучения объекта и лампы в синих лучах будет зависеть только от цветовой температуры объекта. Поглощающий клин (или диафрагма) „к₂“, управляемая от фотозлемента „ф-э₂“ и воздействующая на синюю часть излучения, идущего только от лампы (или только от объекта), установится в такое положение, при котором равны между собой световые потоки,

попадающие на фотозлемент „ф-э₂“ от объекта и от лампы „л. н.“ (синие лучи). Это положение поглощающего клина и будет являться мерой цветовой температуры объекта.

С некоторыми изменениями указанной схемы возможна ее работа с переменной силой тока накала лампы „л. н.“. В этом случае поглощающий клин „к₁“ работает как прежде, а поглощающий клин „к₂“ в схеме отсутствует. При этом фотозлемент „ф-э₂“ с помощью усилителя „н. у.₂“ управляет силой тока накала лампы „л. н.“. Это управление осуществляется или с помощью реверсивного двигателя „р. д.₂“, который в этом случае перемещает подвижной контакт реостата в цепи лампы „л. н.“ или путем включения лампы „л. н.“ в цепь выходной лампы (синхронного детектора) усилителя „н. у.₂“ (подобно выходной части схемы фотоэлектрического пирометра ФЭП-3, измеряющего яркостную температуру) [2]. Равновесие такой схемы при одновременной работе двух фотозлементов наступит тогда, когда под действием поглощающего клина „к₁“ уравниваются потоки красных лучей, попадающие от объекта и лампы на фотозлемент „ф-э₁“ и одновременно уравниваются потоки синих лучей за счет автоматического подбора цветовой температуры лампы „л. н.“. Очевидно, что в этой схеме мерой цветовой температуры объекта служит цветовая температура лампы „л. н.“, зависящая от ее накала. При этом отсчет измеряемой цветовой температуры производится по силе тока накала лампы „л. н.“.

Таким образом, описываемая схема предусматривает установку в цветовом пирометре двух фотозлементов, каждый из которых использует один участок спектра. Один из фотозлементов с помощью усилителя и исполнительного устройства воздействует в равной мере на оба используемых спектральных участка одного из световых потоков, идущих от объекта измерения или от встроенной в прибор лампы накаливания, и уравнивает эти световые потоки в одном из участков спектра. Второй фотозлемент одновременно с первым с помощью усилителя и исполнительного устройства воздействует в различной степени на два используемых спектральных участка одного из тех же световых потоков, и уравнивает эти световые потоки во втором участке спектра. Мерой измеряемой цветовой температуры объекта служит положение исполнительного механизма второго фотозлемента или значение регулируемой им электрической величины.

Для надежной работы лампы накаливания необходимо ограничивать силу тока накала, чтобы ее температура не превышала 1400—1500°С. Дальнейшее расширение пределов измерения прибора может быть осуществлено введением селективных поглощающих устройств, изменяющих спектральный состав излучения объекта или лампы, или введением поглощающих или диафрагмирующих устройств, изменяющих соотношение излучений от объекта и лампы, попадающих на один из двух фотозлементов.

Описанная схема фотоэлектрического цветового пирометра обладает перед схемами существующих приборов тем преимуществом, что градуировка и стабильность показаний пирометра зависит только от градуировки и стабильности характеристик встроенной в прибор лампы накаливания. При этом фотозлементы и усилители фототоков служат только нулевыми индикаторами равенства потоков излучения, проходящих через имеющиеся в приборе диафрагмирующие или поглощающие устройства, и нестабильность каких-либо их характеристик не может влиять на градуировку и стабильность показаний пирометра.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. А. Воронков, „Автоматические электронные потенциометры и уравновешенные мосты“, Сб. „Новые теплоэнергетические производственные приборы и регуляторы“, Ленивторприбор, вып. 1, 1953, Машгиз.
2. „Объективный оптический пирометр“, „Заводская лаборатория“, 11, 1950.

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ ТЕОРИИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

По мере того, как повышаются требования к точности измерений в различных областях метрологии, все более явственно выступает влияние температуры, которая является фактором, мешающим достижению предельной, наивысшей точности. Поэтому за последние годы для учета температурных влияний все чаще применяют аналитическую теорию теплопроводности, и это неизбежно, как мы указывали в статье¹, опубликованной в Сборнике трудов ВНИИМ еще за 1941 г., вып. 2(47) (Исследования в области тепловых измерений). Обычно при решении возникающих отсюда задач учения о теплообмене пользуются готовыми формулами и приемами расчета, заимствуя их из сочинений по аналитической теории теплопроводности. Применяют формулы и приемы зачастую без необходимой критики, не вникая в физическую их подоплеку, что приводит к неверным выводам и отклоняет исследователя от правильного пути решения задачи.

Вопросу о физических основаниях аналитической теории теплопроводности и посвящена настоящая статья.

1. ОСНОВНЫЕ ПРЕДПОСЫЛКИ

Аналитическая теория теплопроводности в том виде, как она обычно излагается, например, в обширной книге А. В. Лыкова [1] или в аналогичном труде Егера и Карслоу [2], не говоря уже о более старых и менее полных сочинениях по этому же вопросу [3; 4], основывается на ряде предпосылок для гипотез физического характера и по существу является ни чем иным как математическим описанием тепловых процессов в телах и на их границах. Отсюда следует, что аналитические следствия этих гипотез, например, общие интегралы уравнений теории только тогда будут отражать действительные процессы, когда вышеназванные предпосылки оправдываются на опыте, когда они более или менее верно описывают физическую обстановку процесса. Однако не всегда все предпосылки соблюдаются, не все возможные процессы могут быть точно при помощи них математически выражены, а поэтому исследователь, прежде чем воспользоваться математическим аппаратом теории теплопроводности для решения той или иной конкретной задачи, должен тщательно проанализировать физическую ее сторону, о которой авторы работ по теории

¹ Цитируем одно место из этой статьи: „Температура является той физической величиной, влияние которой почти универсально и ее неизбежно приходится учитывать почти при всех измерениях; но особенное значение она приобретает в тонких метрологических исследованиях, ставящих достижение предельной точности. Одно из необходимых для этого условий, как нам представляется, состоит в самом тщательном исследовании температурного поля среды, которой окружен подлежащий измерению объект, далее, температурного поля объекта и, наконец, в оценке коэффициента теплоотдачи α от среды к объекту“.

теплопроводности говорят очень мало, считая ее понятной без особых пояснений; в то же время исследователи, не искусенные в тонкостях анализа тепловых явлений, применяют формулы теории теплопроводности без должной критики, от чего и получаются ошибки и противоречия с опытом. В этой статье мы поставили себе целью дать перечень физических предпосылок теории теплопроводности. О некоторых из них говорится в нашей монографии, содержащей теорию регулярного теплового режима [5], которая представляет собой один из разделов теории теплопроводности; а поэтому иногда во избежание повторений мы ограничимся ссылкой на монографию.

Предпосылки будем обозначать русскими прописными буквами А, Б, ...

А

Тепловые процессы в твердых (и условно твердых — см. этот термин в монографии, стр. 160—161) телах следуют закону сохранения энергии. Однако этот закон применяется в теории теплопроводности с некоторым ограничением, которое связано с вопросом о том, в какие именно формы энергии переходит тепловая энергия тела и из каких других форм она возникает. Теория теплопроводности имеет дело только с переходами энергии двух родов:

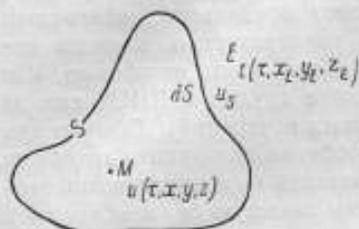


Рис. 1. Система, окруженная средой, температура которой изменяется со временем τ .

а) допускают, что внутри тела совершается переход тепловой энергии более высокого потенциала в тепловую же энергию более низкого потенциала; точно так же происходит превращение тепловой энергии частиц тела в тепловую энергию частиц среды на границе среды и тела, путем непосредственного соприкосновения с уносом нагретых или охлажденных частиц ее прочь от наружной поверхности тела S (рис. 1);

б) если среда или материал тела прозрачны (хотя бы частично) для радиации, происходит еще обмен тепла радиацией внутри тела между его соседними частицами, а также между наружной поверхностью тела и окружающими его твердыми телами. Как известно, этот вид теплообмена сложный: лучистая энергия, испускаемая поверхностью тела S , падая на поверхность окружающих тел, превращается в тепловую энергию, а возникает эта лучистая энергия за счет тепловой энергии частиц тела.

Таким образом, теория теплопроводности ограничивается только двумя видами энергии: тепловой и лучистой и рассматривает только тепловое излучение.

Б

Передача тепла внутри тела аналитически выражается так называемым „законом Фурье“, вернее сказать гипотезой Фурье, а именно:

$$q = -\lambda \operatorname{grad} u. \quad (\Phi)$$

Здесь λ — теплопроводность материала тела;
 u — температура в рассматриваемой точке тела;
 q — удельный тепловой поток в ней.

Довольно трудно дать какое-либо обоснование этой гипотезе (Φ); ее правдивость доказывается апостериори: многочисленные следствия теории теплопроводности, в которой (Φ) играет главную роль, хорошо подтверждаются опытом (если только соблюдена предпосылка А и нижеследующие предпосылки В, Г и др.).

Попытка свести гипотезу (Φ) к иной гипотезе приведена в монографии, § 1, гл. VIII, стр. 155.

Заметим, что из рассуждений там приведенных, вытекает, что коэффициент λ , вообще говоря, должен быть функцией температуры u и что он может зависеть от направления теплового потока.

В

Конвективно-кондуктивный теплообмен между поверхностью тела S и наружной средой E , имеющей температуру t , может быть описан при помощи уравнения

$$\delta Q_{\text{кк}} = \alpha_{\text{кк}} (u_S - t) dS \delta \tau. \quad (1)$$

$\delta Q_{\text{кк}}$ — «теплопотеря» (> 0 или < 0) элемента dS поверхности тела за элемент времени $\delta \tau$; u_S — температура этого элемента.

В теории теплопроводности предполагают, что

$$\alpha_{\text{кк}} = \text{const} = \text{не зависит от } \tau, u, t. \quad (H_1)$$

Вообще же говоря, $\alpha_{\text{кк}}$ может быть функцией координат x_S, y_S, z_S точек поверхности тела S .

Г

Если кроме конвективно-кондуктивного теплообмена наружная поверхность S находится в радиационном теплообмене с окружающими тело стенками, то предполагают, что и этот теплообмен описывается уравнением, аналогичным (1), а именно

$$\delta Q_s = \alpha_s (u_s - t_c) dS \cdot \delta \tau. \quad (2)$$

(t_c — температура стенок) и опять предполагают, аналогично (H_1), что

$$\alpha_s = \text{const}. \quad (H_2)$$

Д

Считая $t_c = t$ и объединяя (H_1) и (H_2), (1) и (2), приходят к следующему выражению для общей теплопотери δQ :

$$\delta Q = \alpha (u_S - t) dS \cdot \delta \tau. \quad (3)$$

и к новой предпосылке:

$$\alpha = \text{const}, \quad (H)$$

которую — чисто условно — называют «закон охлаждения Ньютона».

Вопрос о том, какова должна быть физическая обстановка опыта, чтобы предпосылки аналитического характера В, Г и их следствие Д верно выражали явления на поверхности тела S , рассмотрен в § 2 гл. VIII монографии.

Здесь уместно будет заметить, что при небольших различиях между $u_S(x_S, y_S, z_S, \tau) = u_S$ и t и t_c предпосылка (H) будет достаточно правильно отражать явление и в том более общем случае, когда $t = t_E$ — функция координат x_E, y_E, z_E точек окружающей среды и времени.

Предпосылка (H) содержит в себе, следовательно, два предположения относительно физической картины явления: а) гидродинамический режим среды, возникающий или в силу естественной конвекции или в силу посторонних причин (ветер, вентиляция) сохраняется постоянным; б) радиационные воздействия на тело постоянны (температура стенок t_c не изменяется со временем, хотя и может быть функцией координат точек этих стенок).

Эти два предположения в огромном большинстве случаев оправдываются только при малых значениях разностей $u_S - t$ и $u_S - t_c$ (см. монографию, стр. 159) — порядка $5-10^\circ \text{C}$.

Следует, впрочем, оговориться, что иногда закон Ньютона (H) оказывается верным и для больших значений этих разностей.

Предполагается, что нагревания и охлаждения, которым подвергается тело (односоставное или многосоставное, т. е. система — см. этот термин на стр. 16—17 монографии) не сопровождаются необратимыми изменениями структуры (например, кристаллической решетки): если происходят какие-либо фазовые превращения, например, переход из жидкого состояния в твердое или наоборот, то теплоты этих превращений учитываются аналитически так же, как мощности источников для стоков тепла; примером может служить известная задача о промерзании влажного грунта — см. А. В. Лыков, стр. 301 [1].

Ж

Обмен тепла на границе между двумя смежными частями i -той и j -той системы (или многосоставного тела) происходит при условии непрерывности температуры — см. монографию, стр. 110 (А. В. Лыков эти граничные условия называет условиями четвертого рода, стр. 25 [1]). Физическая интерпретация математической формулы

$$\lambda_i \left(\frac{\partial u_i}{\partial \nu_{ij}} \right) = \lambda_j \left(\frac{\partial u_j}{\partial \nu_{ij}} \right), \quad (4)$$

описывающей эту предпосылку, следующая: соприкосновение тел i -того и j -того — абсолютно плотное, без газовой (например, воздушной) даже очень тонкой прослойки — порядка десятых долей миллиметра.

2. НЕКОТОРЫЕ ВАЖНЕЙШИЕ АНАЛИТИЧЕСКИЕ СЛЕДСТВИЯ ОСНОВНЫХ ПРЕДПОСЫЛОК А — Ж И НОВЫЕ ПРЕДПОСЫЛКИ

1. Прилагая к элементарному параллелепипеду, вырезанному внутри тела, закон Фурье (Ф) и закон сохранения энергии, т. е. опираясь на предпосылки А и Б, при одновременном осуществлении предпосылки Е, получают чисто аналитически, не вводя новых предпосылок, уравнение теплопроводности Фурье:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial u}{\partial z} \right) + W = c\gamma \frac{\partial u}{\partial \tau}, \quad (5)$$

где W — удельная объемная мощность внутренних источников или стоков тепловой энергии в теле.

Здесь λ и $c\gamma = c_{vol}$ — коэффициент теплопроводности и теплоемкость единицы объема материала, вообще говоря, функции температуры:

$$\lambda = \lambda(u); \quad c_{vol} = c_{vol}(u). \quad (6)$$

При наличии предположения (6) интегрирование уравнения в частных производных (5) представляет настолько большие математические трудности, что до сих пор не найден метод его решения, могущий быть использованным для прикладных целей.

Предположим, что путем особого, отдельного исследования найдена зависимость λ и c_{vol} от температуры θ , т. е. пусть $\lambda = \lambda(\theta)$ — известная функция. Введем на место неизвестной функции $u = u(\tau, x, y, z)$ новую неизвестную v , полагая

$$v = \int_{u_0}^u \lambda(\theta) d\theta. \quad (7)$$

Тогда уравнение (5) преобразуется к виду:

$$a \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + W \right] = \frac{\partial v}{\partial \tau}. \quad (8)$$

Здесь

$$a = \frac{\lambda}{c_{vol}} = a(u). \quad (9)$$

Температуропроводность следует считать известной функцией u , найденной из опыта: поскольку в силу (7) можно считать обратной функцией v , уравнение (8) представляет собой уравнение с частными производными относительно функции $v(\tau, x, y, z)$; его интегрирование до сих пор также не выполнено, в предположении, что v функция τ .

2. Рассмотрим случай стационарного температурного поля без источников тепла, т. е. пусть u и a , следовательно, и v не зависят от τ ; тогда (8) обратится в известное уравнение

$$\nabla^2 v = 0. \quad (10)$$

Выделим внутри однородного и изотропного тела конечный объем, ограниченный, во-первых, кусками F_1 и F_2 двух изотермических поверхностей, температуры которых равны t_1 и t_2 , и системой перпендикулярных к ним линий теплового потока (рис. 2), образующих в совокупности тело $A'A''B''B'D'C'A'$ — т. е. систему перпендикулярную одновременно к F_1 и F_2 . Тогда, как можно доказать, полное количество тепла Q , передаваемое теплопроводностью за единицу времени от поверхности F_1 к поверхности F_2 , будет дано формулой

$$Q = \lambda_m \cdot (t_1 - t_2) L, \quad (11)$$

в которой λ_m — среднее значение теплопроводности материала тела, определяемое по формуле:

$$\lambda_m = \frac{\int_{t_1}^{t_2} \lambda(\theta) d\theta}{t_1 - t_2}, \quad (12)$$

а L — „коэффициент формы“ — чисто геометрический параметр, имеющий размерность длины и зависящий от формы изотермических поверхностей. Тепловой поток Q целиком протекает по линиям градиента температур от F_1 к F_2 ; никаких боковых утечек нет — в силу выбора рассматриваемого нами объема.

Если функция $\lambda = \lambda(\theta)$ известна, то уравнение (11) в связи с аналогией между температурным и электрическим полем и другими подобными аналогиями (А. В. Лыков, стр. 61 [1]) позволяет решить ряд важных для практики задач, не прибегая к интегрированию уравнения (10).

3. Только что указанные трудности математического характера, с которыми до сих пор не удалось справиться, вынуждают ввести новую предпосылку; она положена в основу всех выводов аналитической теории тепла за очень малыми исключениями (см., например, стр. 314 [1]), но далеко не всегда оговаривается. Это следующая предпосылка.

И

Предполагается, что коэффициенты λ и a , входящие в дифференциальные уравнения (8) и (5), — а эти уравнения, как было сказано выше, суть следствия предпосылок А, В, Е — постоянны, т. е. не зависят ни от температуры u , ни от координат x, y, z ; тогда — в силу (9) — и c_{vol} будет постоянной. Итак, предполагается, что

$$\lambda, a \text{ — не зависят от температуры и координат, } = \text{const.} \quad (13)$$

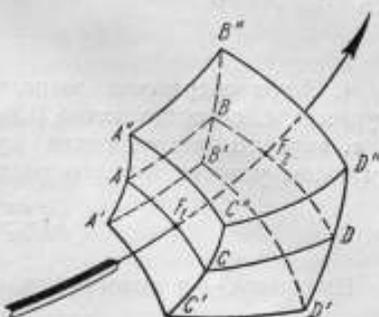


Рис. 2. Передача тепла от изотермической поверхности F_1 к изотермической поверхности F_2 без боковых потерь.

(Стрелкой указано среднее направление тепловых потоков).

Кроме того, вводят еще одну предпосылку: предполагают, что температура t внешней среды E повсюду одинакова, т. е. что температура t внешней среды равномерна — не зависит от координат x_E, y_E, z_E .

(14)

Предпосылка К не исключает возможности, что t изменяется со временем: вообще говоря $t = t(\tau)$.

Л

В предыдущем было сделано только одно предположение относительно α , а именно (Н), причем символ „const“ не исключал возможности, что α зависит от координат x_S, y_S, z_S точек наружной поверхности S : см. формулировку предпосылок В и Г. Но обычно (за исключением теории регулярного теплового режима — см. стр. 16 и 31 [5]) вводят молчаливо еще одно допущение, а именно, что

$$\alpha \text{ — не зависит от } x_S, y_S, z_S. \quad (15)$$

4. Закон сохранения энергии, т. е. предпосылка А, в сочетании с законом Фурье, т. е. с предпосылкой В, позволяет математически описать закон Ньютона, т. е. выразить математически предпосылки В, Г, Д; получается общеизвестное граничное условие третьего рода (см. стр. 24—26 [1]):

$$\lambda \left(\frac{\partial u}{\partial n} \right)_S + \alpha (u_S - t) = 0. \quad (16)$$

Его вывод — в монографии, стр. 19—21 [5].

М

5. Теория регулярного теплового режима первого рода основана на предпосылках А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И; наличие предпосылки Л в этой теории не обязательно, но предпосылка К еще более суживается: в теории регулярного режима первого рода предполагается, что t не зависит от координат x_E, y_E, z_E , ни от времени.

Поэтому основные предпосылки теории здесь будут:

$$t = \text{const}; \alpha = \text{const}. \quad (17)$$

Замечание. В обобщенной теории регулярного режима это ограничение не обязательно; остается только предпосылка К, т. е. (14).

6. Температурное поле однородного и изотропного тела, если в нем отсутствуют источники тепла, получают аналитически, отыскивая общий интервал так называемого „уравнения теплопроводности Фурье“:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = a \nabla^2 u. \quad (18)$$

Это уравнение — частный случай более общего (5); в (18) $a = \text{const}$, так что оно имеет место тогда, когда в процессе опыта соблюдены не только предпосылки А, Б, В, Г, Д, Е, но и еще и предпосылка И.

В основе огромного большинства аналитических выводов из уравнения (18) и лежат эти все предпосылки; уже одно это обстоятельство, о котором часто забывают, ограничивает область применения аналитических следствий уравнения (18). Отсюда и получаются иногда довольно значительные расхождения этих следствий с опытными данными; наблюдаемое температурное поле объекта оказывается значительно различающимся от вычисленного.

Примеров можно привести немало; см. хотя бы стр. 314—319 книги А. В. Лыкова и рис. 122 [1]. Возьмем еще пример оттуда же, стр. 102—105:

для определения температуры точки шара, безразмерная координата которой равна $\frac{r}{R} = 0,4$, и момент времени τ , характеризуемый значением безразмерного критерия $F_0 = 0,2$, при условии, что начальная температура шара была 200°C и что шар охлаждается в тающем льде, автор получает температуру 42° (стр. 105). Этот расчет верен только, если оправдываются, во-первых, все основные предпосылки А, Б, Е и, во-вторых, предпосылка И. Что касается предпосылок В, Г, Д, то они заменяются простым граничным условием $u_s = t$ или $\alpha \rightarrow \infty$, которое является частным видом предпосылки М и формулы (17). Автор не указывает, из какого материала состоит шар; а так как для многих материалов температуропроводность заметно изменяется с температурой, как показывает опыт, то, переходя к конкретному материалу, следует сделать дополнительное предположение, — к какой температуре должно отнести положенное в основу расчета значение α . Пусть из опыта известна для этого материала зависимость α от температуры; пусть она линейная, так что $\alpha = \alpha_0 \left(1 + \frac{1}{400} t\right)$ — случай довольно обычный на практике. Тогда, в зависимости от того, к какой температуре — 0° или 200° — относить температуропроводность, критерий F_0 для одного и того же момента времени τ (реального, не безразмерного) будет получать значения, различающиеся между собой на 50% , а именно $F_0 = 0,20$, если берем $\alpha = \alpha_0$ и $F_0 = 0,30$, если принять $\alpha = \alpha_{200} = 1,5\alpha_0$. Взяв при расчете последнюю цифру, получим для температуры в той же точке (по графику 4-12, стр. 101 [1]) температуру $200 \cdot 0,08 = 16^\circ$ вместо 42° .

Этот пример наглядно характеризует условность некоторых общепринятых расчетов, причем следует еще подчеркнуть, что огромное большинство формул аналитической теории теплопроводности, здесь применяемых, основано на предпосылке И и на общих интегралах простейших видов уравнения (18), когда рассматриваемое тело имеет одну из трех простейших форм (стр. 44 [5]) или представляет собой полупространство (стр. 71, 123, 143, 253, 259, 272 [1]). Мы вправе ожидать согласия формул, основанных на выражениях этих интегралов, с экспериментом, только когда температуры в разных точках тела во все время нестационарного процесса (например, охлаждения тела, как в предыдущем примере) не очень сильно различаются между собой и не очень сильно изменяются с течением времени (как это и имеет место в некоторых случаях, хотя бы при регулярном тепловом режиме — см. стр. 158 [5]).

Для приведения в полное согласие теории и опыта, строго говоря, необходимо было бы отказаться от ограничительных предпосылок И, К, Л, М, а в некоторых случаях и от „закона Ньютона“, т. е. от уравнения (16), являющегося аналитическим выражением совокупности предпосылок А, Б, В, Г, Д, и заменить его более общим, что еще усложнило бы и без того сложную аналитическую сторону вопроса.

3. НОВЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Вышеперечисленные трудности заставляют стать на путь стилизации при решении той или иной конкретной задачи: изучая физическую сторону теплового процесса и исходя из приближенного математического выражения физических законов, выделяют главные черты явления, отбрасывая второстепенные, и описывают на языке математики именно эти черты; в дальнейшем, сочетая опыт с теорией, дополняют основную картину явления. Таким образом, стилизация позволяет использовать математический аппарат современной теории теплопроводности, который, как мы видели, является упрощенной математической трактовкой физических явлений.

Примером стилизации задачи является расчленение процесса, протекающего длительное время, на ряд отдельных стадий, таких, что на протяжении каждой

из них некоторые параметры можно считать приблизительно постоянными и к ней применить обычную теорию теплопроводности. Так в предыдущем примере охлаждения шара (п. 2) можно было бы процесс разбить на несколько частей и на протяжении каждого из этих частичных процессов считать температуропроводность a величиной постоянной; но при переходе от одного процесса к следующему считать ее изменяющейся скачком.

Другим примером является охлаждение в среде постоянной температуры объекта, в котором наряду с простым охлаждением происходят сложные процессы, сопровождающиеся экзо- или эндотермическим эффектом; бывает, что этот эффект незначителен, а тогда основной закон, которым математически описывается процесс охлаждения, будет законом регулярного его охлаждения. Это и составит „главную черту“ процесса, хотя на опыте и должны будут наблюдаться (и на самом деле наблюдаются) некоторые отклонения от него. Конкретно это и было установлено во время опытов с охлаждением мясных туш (от 35° до 1°C), — объектов, сложность формы которых исключает возможность интегрирования уравнения (18), а происходящие в них сложные биохимические процессы накладываются на основной процесс.

Другим примером стилизации задачи является задача о температурном поле тел сложной конфигурации, решаемая методом А. И. Вейника, описание которого дано в книге А. В. Лыкова стр. 205—216 [1].

Эта трактовка конкретных задач является характерной для современных теорий.

Другая характерная их особенность — применение учения о тепловом подобии и моделирование систем и объектов, тепловой режим которых изучается. Отсюда возникает и новая аналитическая трактовка задач: они описываются математически с помощью безразмерных величин, которые принято называть критериальными. Это — „критерии подобия“ в теории подобия [6]. Аналогичные величины введены автором в теорию регулярного теплового режима [7], Г. Н. Дульневим — в его теории полупроводниковых термочувствительных сопротивлений [8] (по американской терминологии, „термисторов“). Показательно, что и в новейшей книге А. В. Лыкова [1] решение обычных задач теории теплопроводности дано в критериальной форме.

Пример моделирования приведен в монографии автора на стр. 95—106 [5].

В метрологических исследованиях, например, в вопросах о тепловых режимах сложных по форме и по составу установок для радиотехнических и электрических измерений и т. д., новые методы, о которых здесь мы только вскользь могли упомянуть, — несомненно, дадут возможность решить задачу, связать температурное поле с тепловым потоком. Методы классической теории в их чистом виде здесь вряд ли применимы.

Существенную роль в этих исследованиях имеет знание тепловых характеристик веществ, входящих в состав исследуемой системы, т. е. их теплопроводность, температуропроводность и теплоемкость.

Пользоваться при расчетах цифрами, приводимыми в трудах по теплообмену и в таблицах физико-химических величин, следует с большой осторожностью: на численные значения тепловых характеристик многих веществ влияет ряд разных факторов, которые, естественно, не всегда могут быть точно охарактеризованы, а отсюда и неопределенность во многих цифровых данных; так, например, теплопроводность чистого алюминия (при комнатных температурах) можно дать с точностью $\pm 5\%$, теплоемкость чистой меди при 18° дана с точностью до $0,5\%$. Еще меньшим постоянством отличаются тепловые характеристики плохо проводящих тепло материалов.

Всего надежнее непосредственно их измерить на образцах, изготовленных из тех материалов, которые использованы для конструирования приборов и вспомогательных устройств, входящих как составные элементы в данную установку. Поэтому важное значение для чисто метрологических исследований имеют

и методы определения тепловых характеристик материалов. Скоростные методы разработаны автором этой статьи и его сотрудниками [5].

Для численной оценки интенсивности теплообмена как всей установки в целом, т. е. со внешней средой, так и отдельных деталей, внутри ее находящихся, необходимо располагать методами определения коэффициента теплоотдачи α . Эти методы в применении к тем объектам, с которыми приходится иметь дело в приборостроении и метрологии (как например, радиодетали) мы начали разрабатывать в последние годы и они вошли в практику некоторых научно-исследовательских институтов [9].

Итак, последние достижения учения о теплообмене будут полезны и при решении метрологических задач, относящихся к различным областям метрологии, а не только к метрологии тепловых измерений.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Лыков, Теория теплопроводности, монография, Гостехиздат, 1952.
2. H. S. Carslaw and J. C. Jaeger, Conduction of Heat in Solids, Oxford, 1947—1950.
3. Г. Гребер и С. Эрк, Основы учения о теплообмене (перевод с немецкого), монография, ОНТИ, 1936.
4. Encyklopaedie der mathem. Wissenschaften, (статья Егера и Диссельхорста) K. Jaeger und O. Desselhorst, b. Bd. V, 1 Teil, 1905.
5. Г. М. Коидратьев, Регулярный тепловой режим, монография, Гостехиздат, 1954.
6. М. В. Кирпичев, Теория подобия, монография, Изд. АН СССР, 1953.
7. Г. М. Коидратьев, Критериальные величины теории регулярного теплового режима, сб. "Теория подобия и моделирование" Энергетического инст. АН СССР, 1951.
8. Г. Н. Дульнев, Теория полупроводниковых термочувствительных сопротивлений, Сб. работ секции приборов теплоэнергетического контроля ЛОНИТОПРИБОР, вып. 2, 1954.
9. Э. М. Семяшкин, Сравнительное определение средних коэффициентов теплоотдачи цилиндров по методам стационарного и регулярного режимов, вып. 8, сб. работ студенческого научного общества Ленинградского института точной механики и оптики, 1953.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ТЕПЛООБМЕНА К ИССЛЕДОВАНИЮ КАЛОРИМЕТРИЧЕСКОГО ОПЫТА

К точности температурных измерений при калориметрическом опыте в настоящее время предъявляются очень высокие требования. В литературе [1] можно встретить указания на необходимость измерения разности температур в калориметре с точностью до сотысячной доли градуса. Это обстоятельство заставляет пересмотреть те теоретические основы, на которых до сего времени базировались применяющиеся методы расчета поправок к показаниям термометра при калориметрическом опыте, вызванные теплообменом калориметра с окружающими телами. При этом особое внимание необходимо уделить вопросу о влиянии термической инерции применяемого термометра на результаты измерения температур. Этот особый интерес к влиянию термической инерции вызван тем обстоятельством, что существующие до сего времени методы обработки результатов калориметрических измерений основываются на теории, созданной Харпером [2] и Уайтом [3], которые, исходя из применения приближенного „закона охлаждения Ньютона“, показали, что термическая инерция термометра не должна сказываться на результатах температурных измерений в калориметрическом опыте.

Согласно теории Харпера, это положение вполне может считаться приемлемым при применении экзотермического процесса для градуировки калориметра (электрический метод сжигания стандартного вещества), предназначенного для изучения таких же экзотермических процессов. Но и в этих случаях градуировка сохраняется только при использовании того же самого термометра, с которым проводилась градуировка. Если же такой калориметр используется для исследования эндотермических процессов (например, теплот растворения), то градуировка его нарушается, и учет термической инерции термометра становится обязательным. Это сильно сужает возможность применения каждого данного калориметра.

Целью настоящей работы является, по возможности, уточнение вопроса о влиянии термической инерции термометра на результаты измерения разности температур при калориметрическом опыте.

1. ХОД ТЕМПЕРАТУРЫ В КАЛОРИМЕТРЕ

В типовом калориметре металлическая бомба, в которой осуществляется изучаемый процесс, связанный с выделением (или поглощением) тепла, помещается по оси калориметрического стакана, наполненного рабочей жидкостью (чаще всего водой), перемешиваемой с помощью непрерывно действующей мешалки. Для сохранения запаса тепла калориметрический стакан окружается теплоизолирующей рубашкой того или иного типа. Резервуар термометра, используемого для измерения температуры калориметра в процессе опыта, поме-

щается в рабочую жидкость и, следовательно, находится в условиях хорошего теплообмена со средой, температурой которой он измеряет.

Перед опытом калориметр обычно выдерживают длительное время при постоянной температуре, в результате чего внутри его устанавливается тепловое равновесие между отдельными частями. Незадолго перед опытом пускают мешалку калориметра и через некоторое время начинают отсчеты термометра в течение 5 мин. через каждые $\frac{1}{2}$ мин. По истечении этого начального периода опыта производят реакцию внутри калориметрической бомбы, в результате чего внутри ее выделяется (или поглощается) определенное количество тепла, заставляющее в течение нескольких минут температуру калориметра повышаться (или понижаться), о чем судят, продолжая отсчитывать показания термометра через каждые $\frac{1}{2}$ минуты. Конец этого главного периода определяется моментом времени, после которого температура в калориметре в результате теплообмена его с окружающими телами становится равномерно меняющейся. В последнем, конечном периоде опыта в течение 5 мин. продолжают отсчитывать показания термометра.

Выведем выражения, определяющие изменения температуры в калориметре в каждом из трех периодов опыта.

Начальный период

Вследствие неравенства температур калориметра и окружающих его тел, а также вследствие непрерывного выделения тепла в калориметре работающей

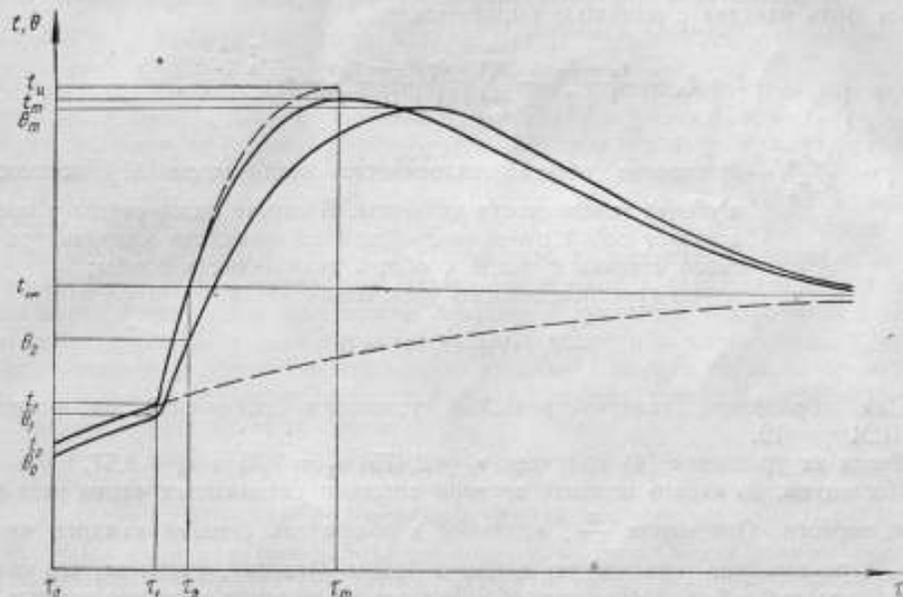


Рис. 1. Ход температуры в калориметре.

мешалкой, до начала главного периода температура t калориметра непрерывно меняется (чаще всего повышается), стремясь к некоторому постоянному значению t_{∞} (рис. 1), которое наступает по истечении с начала процесса теоретически бесконечно большого промежутка времени. Нужно заметить, что t_{∞} обычно выше температуры тел, окружающих калориметр. Начиная с t_0 в момент времени τ_0 изменение температуры калориметра в этот начальный период может быть характеризовано уравнением

$$t = t_{\infty} - (t_{\infty} - t_0) e^{-k_1(\tau - \tau_0)} \quad (1)$$

где k_1 — показатель экспоненты изменения температуры в начальной стадии. Так как по сравнению со временем, необходимым для достижения калориметром температуры t_{∞} , продолжительность измерения температуры в начальном периоде невелика, можно с весьма высокой степенью точности допустить равенство разностей температур

$$\theta_1 - \theta_0 = t_1 - t_0, \quad (2)$$

где t_1 — температура калориметра в момент τ_1 (момент окончания начального периода и начала главного), а θ_1 и θ_0 соответственно показания термометра в моменты τ_1 и τ_0 .

Главный период

Предположим сначала, что в течение начального периода, а затем и в дальнейшем при отсутствии опыта температура калориметра оставалась постоянной.

Для того чтобы найти вид уравнения, выражающего в этом случае изменение температуры калориметра в главном периоде, необходимо решить задачу об охлаждении заранее прогретого цилиндра в хорошо перемешиваемой жидкости ограниченного объема.

Аналогичная задача была решена Финкельштейном и Халатниковым [4]. Ими было показано, что если через t_n и t_k обозначить первоначальные температуры цилиндра и жидкости, то температура t , которую примет жидкость по истечении времени τ с момента погружения цилиндра с теплопроводностью a , может быть найдена с помощью выражения

$$t = t_k + \frac{t_n - t_k}{1 + \gamma} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4\gamma(t_n - t_k)}{4(1 + \gamma) + \gamma^2 v_n^2} e^{-\frac{\gamma}{v_n} \frac{a}{k^2} \tau}, \quad (3)$$

где $\gamma = \frac{M_k c_k}{M_n c_n}$ — отношение общей теплоемкости всей массы M_k жидкости к общей теплоемкости цилиндра. В случае калориметра γ представляет собой отношение общей теплоемкости калориметрического стакана с водой к общей теплоемкости бомбы;

v_n — корни трансцендентного уравнения

$$\frac{2}{\gamma} J_1(v) + v J_0(v) = 0. \quad (4)$$

Для образцовой калориметрической установки химической лаборатории ВНИИМ $\gamma = 12$.

Тогда из уравнения (4) получаем $v_1 = 2,475$, $v_2 = 5,55$ и $v_3 = 8,67$.

Исследуем, до какого момента времени ощутимо сказываются члены ряда (3) выше первого. Отношение $\frac{a}{k^2}$, входящее в показатель степени каждого члена ряда, характеризует термическую инерцию бомбы. Поэтому, учитывая, что калориметрическая бомба представляет собой пустотелый цилиндр внешнего радиуса R_1 и внутреннего R_2 , для ориентировочного, прикидочного расчета можно принять $R^2 = R_1^2 - R_2^2$. У обычной калориметрической бомбы $R_1 = 35$ мм и $R_2 = 28$ мм. Поэтому $R^2 = 4,6$ см². Полагая для латуни $a = 0,16$ м²/час, получим $\frac{a}{R^2} = 0,1$ сек⁻¹. Обозначая через A_1, A_2, A_3, \dots члены ряда (3) при $\tau = 1$ сек. получим $\frac{A_2}{A_1} = 2,1\%$, $\frac{A_3}{A_1} = 0,1\%$. При $\tau = 2$ сек., $\frac{A_2}{A_1} = 0,6\%$. Наконец, при $\tau = 3$ сек., $\frac{A_2}{A_1} = 0,01\%$.

Следовательно, по истечении 3 сек. весь процесс в дальнейшем описывается только первым членом ряда (3).

Правда, этот вывод будет верен только для случая погружения в жидкость уже нагретого тела. При определении теплоты сгорания вещества указанное время „регуляризации процесса“ должно несколько увеличиться вследствие постепенного разогрева стенок калориметрической бомбы. Но учитывая сравнительно небольшую толщину стенок бомбы, большую теплопроводность их материала, а также то обстоятельство, что главный период опыта занимает несколько минут, будет вполне допустимо за основу дальнейших рассуждений принять предположение, что температура жидкости в калориметрическом стакане после начала опыта меняется с течением времени по закону

$$t = A + Be^{-\lambda \tau}. \quad (5)$$

Величины A , B и λ являются параметрами, характеризующими условия данного опыта и данную калориметрическую установку. Положим, что в начале опыта ($\tau = \tau_1$) $t = t_1$, а по истечении бесконечно большого промежутка ($\tau = \infty$) при отсутствии теплопотерь на теплопроводность излучение и испарение $t \rightarrow t_n$. Тогда $A = t_n$ и $B = -(t_n - t_1)e^{-\lambda(\tau_1 - \tau_1)}$. Следовательно, вместо (5) можно написать

$$t = t_n - (t_n - t_1)e^{-\lambda(\tau - \tau_1)}. \quad (6)$$

Но по начальному периоду можно судить о том, что при отсутствии выделения тепла в калориметрической бомбе температура в калориметре не оставалась бы постоянной, а менялась по закону, выражаемому уравнением (1). Поэтому после начала опыта температура в калориметре будет меняться по уравнению

$$t = t_{\infty} + \left[t_n - t_{\infty} - (t_n - t_1)e^{-\lambda(\tau_1 - \tau_1)} \right] e^{-\lambda(\tau - \tau_1)}. \quad (7)$$

t_n — представляет собой то предельное значение, к которому стремится температура калориметра, следуя уравнению (6). Таким образом, разность $(t_n - t_1)$ есть то искомое повышение температуры, которое произошло в калориметре в результате произведенного опыта.

Разберем наиболее сложный случай, когда $t_1 < t_{\infty} < t_n$. Тогда в момент времени τ_2 температура в калориметре принимает значение $t = t_{\infty}$, после чего во всем дальнейшем процессе опыта температура калориметра остается выше t_{∞} . Поэтому, начиная с τ_2 калориметр теряет полученный в результате опыта запас тепла путем оттока тепла по стержню мешалки и лучистого теплообмена с окружающими телами. Учитывая экспоненциальный закон охлаждения тела, а также то обстоятельство, что в каждый момент времени τ потери тепла калориметром пропорциональны разности температур $t - t_{\infty}$, можно написать выражения для изменения t в этой части процесса

$$t = t_{\infty} + \left[t_n - t_{\infty} - (t_n - t_1)e^{-\lambda(\tau_1 - \tau_1)} \right] e^{-\lambda(\tau - \tau_2)}. \quad (8)$$

Конечный период

В этом периоде действие экспоненциального члена в квадратных скобках уравнения (8) становится исчезающе малым и тогда изменение температуры в калориметре подчиняется уравнению

$$t = t_{\infty} + (t_n - t_{\infty})e^{-\lambda(\tau - \tau_2)}. \quad (9)$$

Момент перехода τ_n из главного периода в конечный характеризуется тем, что член $(t_n - t_{\infty})e^{-\lambda(\tau - \tau_2)}$ уравнения (8) в своем убывании достигает величины δt , характеризующей погрешность температурных измерений, с которой может быть обнаружено влияние этого члена. Следовательно можно написать

$$\delta t = (t_n - t_{\infty})e^{-\lambda(\tau_n - \tau_2)}. \quad (10)$$

Учитывая, что

$$t_n - t_{\infty} = (t_n - t_1)e^{-\lambda(\tau_1 - \tau_2)}. \quad (8')$$

получим из (10)

$$\tau_n = \tau_2 + \frac{1}{x} \ln \frac{t_n - t_{\infty}}{\delta t}, \quad (11)$$

Температуру t_n в точке перехода получим из (8):

$$t_n = t_{\infty} + (t_n - t_{\infty} - \delta t) e^{-k_2(\tau_n - \tau_2)}$$

Момент $\tau_{\text{пер}}$ наступления точки перегиба кривой, подчиняющейся уравнению (8), определяется выражением

$$e^{-k_2(\tau_{\text{пер}} - \tau_2)} = \left(\frac{k_2}{k_2 + x} \right)^2$$

или

$$\tau_{\text{пер}} = \tau_2 + \frac{2}{x} \ln \frac{x + k_2}{k_2}. \quad (12)$$

Следовательно, разность моментов $\tau_{\text{пер}} - \tau_2$ получается равной

$$\tau_{\text{пер}} - \tau_2 = \frac{1}{x} \ln \frac{\left(\frac{x + k_2}{k_2} \right)^2 \delta t}{t_n - t_{\infty}}.$$

Для того чтобы эти точки совпадали, должно соблюдаться условие

$$\left(\frac{x + k_2}{k_2} \right)^2 \delta t = t_n - t_{\infty}.$$

Погрешность отсчета температур δt , при которой не удастся обнаружить разницы между соответствующими температурами $t_{\text{пер}}$ и t_2 , определяется величиной

$$\delta t > \frac{(t_n - t_{\infty}) k_2^2}{(x + k_2)^2}. \quad (13)$$

Момент τ_m наступления максимума кривой (8) оказывается равным

$$\tau_m = \tau_2 + \frac{1}{x} \ln \frac{x + k_2}{k_2}. \quad (14)$$

Из (12) и (14) имеем

$$\tau_{\text{пер}} - \tau_2 = 2(\tau_m - \tau_2) \quad (15)$$

— соотношение, справедливое для любых значений величин k_2 и x .

Значение температуры в точке максимума кривой (8) будет

$$t_m = t_{\infty} + (t_n - t_{\infty}) \beta^{\beta} (1 + \beta)^{-(1+\beta)}, \quad (16)$$

где

$$\beta = \frac{k_2}{x}. \quad (17)$$

Таким образом, снижение максимальной температуры калориметра в результате различного рода теплопотерь определится выражением:

$$t_n - t_m = (t_n - t_{\infty}) [1 - \beta^{\beta} (1 + \beta)^{-(1+\beta)}] = (t_n - t_{\infty}) f\left(\frac{k_2}{x}\right). \quad (18)$$

Изменение $f\left(\frac{k_2}{x}\right)$ представлено в табл. 1

Таблица 1

$\frac{k_2}{x}$	0,01	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25
$f\left(\frac{k_2}{x}\right)$	0,054	0,182	0,286	0,353	0,418	0,466

Из этой таблицы вытекает, что наиболее быстрые изменения разности $t_n - t_m$ имеют место при малых значениях отношения $\frac{h_2}{\alpha}$.

2. ХОД ПОКАЗАНИЙ ТЕРМОМЕТРА

В момент начала калориметрического опыта ($\tau = \tau_1$) между температурой калориметра t_1 и показаниями термометра имела место разность температур $t_1 - \theta_1$. По мере развития калориметрического процесса, вследствие термической инерции термометра, эта разность возрастает и в момент времени τ_2 достигает величины $t_{\infty} - \theta_2$. Определим теперь дальнейший ход показаний термометра $\theta(\tau)$ во второй части главного периода при $t > t_{\infty}$. Для решения задачи воспользуемся методами операционного исчисления [5]. Будем рассматривать резервуар термометра как однородный цилиндр радиуса R с коэффициентом температуропроводности a . Дифференциальное уравнение теплопроводности, выраженное в цилиндрических координатах имеет вид

$$\frac{\partial \theta(r, \tau)}{\partial \tau} = a \left[\frac{\partial^2 \theta(r, \tau)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \theta(r, \tau)}{\partial r} \right], \quad (19)$$

где $\theta(r, \tau)$ — температура в резервуаре термометра на расстоянии r от оси в момент времени τ .

По условию симметрии в цилиндре можно написать

$$\left(\frac{\partial \theta(r, \tau)}{\partial r} \right)_{r=0} = 0. \quad (20)$$

Граничное условие в поставленной задаче имеет вид

$$\left(\frac{\partial \theta(r, \tau)}{\partial r} \right)_R - h [t - \theta(R, \tau)] = 0, \quad (21)$$

где $h = \frac{\alpha}{\lambda}$;

α — коэффициент теплоотдачи на поверхности цилиндрического резервуара термометра;

λ — коэффициент теплопроводности резервуара;

t — температура калориметрической жидкости, определяемая уравнением (8).

Подставив выражение для t в (21), получим

$$\left(\frac{\partial \theta(r, \tau)}{\partial r} \right)_R - [t_{\infty} + A (e^{-h_2 \sigma} - e^{-\sigma(h_2 + h)}) - \theta(R, \tau)] = 0, \quad (22)$$

где

$$A = t_n - t_{\infty} \quad (23)$$

и

$$\sigma = \tau - \tau_2.$$

Переходя к изображениям, применяя известные теоремы операционного исчисления об изображении производных и учитывая (20), а также то обстоятельство, что в начале рассматриваемой второй половины главного периода температура резервуара термометра была θ_2 , вместо (19) будем иметь

$$\theta''(r, s) + \frac{1}{r} \theta'(r, s) - \frac{s}{a} \theta(r, s) + \frac{\theta_2}{s} = 0. \quad (24)$$

Выражение (24) представляет собой дифференциальное уравнение Бесселя, решение которого будет

$$\theta(r, s) - \frac{\theta_2}{s} = c J_0 \left(r \sqrt{\frac{s}{a}} \right). \quad (25)$$

Переводя в изображение функции, входящие в граничное условие (22) и подставляя в него решение (25), получим

$$c \sqrt{\frac{s}{a}} J_1 \left(R \sqrt{\frac{s}{a}} \right) - \frac{h}{s} (t_{\infty} - \theta_2) - \frac{hA}{s + k_2} + \frac{hA}{s + k_2 + x} + hcJ_0 \left(R \sqrt{\frac{s}{a}} \right) = 0,$$

откуда

$$c = \frac{(t_{\infty} - \theta_2) (s + k_2) (s + k_2 + x) + Asx}{s (s + k_2) (s + k_2 + x) \left[J_0 \left(R \sqrt{\frac{s}{a}} \right) + \frac{1}{h} \sqrt{\frac{s}{a}} J_1 \left(R \sqrt{\frac{s}{a}} \right) \right]}.$$

Тогда решение задачи в изображениях примет вид

$$\begin{aligned} \theta(r, s) - \frac{\theta_2}{s} &= \\ &= \frac{[(t_{\infty} - \theta_2) (s + k_2) (s + k_2 + x) + Asx] J_0 \left(r \sqrt{\frac{s}{a}} \right)}{s (s + k_2) (s + k_2 + x) \left[J_0 \left(R \sqrt{\frac{s}{a}} \right) + \frac{1}{h} \sqrt{\frac{s}{a}} J_1 \left(R \sqrt{\frac{s}{a}} \right) \right]} = \\ &= \frac{\varphi(s)}{\psi(s)}. \end{aligned} \quad (26)$$

Функция $\psi(s)$ имеет корни:

- 1) $s_1 = 0$;
- 2) $s_2 = -k_2$;
- 3) $s_3 = -k_2 - x$;

- 4) бесконечное множество корней $s_n = -\frac{\mu_n^2 a}{R^2}$,

где μ_n — корни трансцендентного уравнения

$$hR J_0(\mu) = \mu J_1(\mu). \quad (27)$$

Поэтому, переходя от изображений к оригиналам функций с помощью теоремы Хевисайда, получим

$$\begin{aligned} \theta(r, z) &= t_{\infty} + \frac{hR (t_n - t_{\infty}) J_0(H_2 r) e^{-k_2 z}}{hR J_0(H_2 R) - H_2 R J_1(H_2 R)} - \\ &- \frac{hR (t_n - t_{\infty}) J_0(D_2 r) e^{-x(k_2 + z)}}{hR J_0(D_2 R) - D_2 R J_1(D_2 R)} - \sum_{n=1}^{\infty} A_n J_0 \left(\mu_n \frac{r}{R} \right) e^{-\frac{\mu_n^2 a}{R^2} z} \times \\ &\times \left[t_{\infty} - \theta_2 - (t_n - t_{\infty}) \left(\frac{1}{1 - \frac{\mu^2}{H_2^2 R^2}} - \frac{1}{1 - \frac{\mu^2}{D_2^2 R^2}} \right) \right], \end{aligned} \quad (28)$$

где

$$H_2 = \sqrt{\frac{k_2}{a}}; \quad D_2 = \sqrt{\frac{k_2 + x}{a}}; \quad (29)$$

$$A_n = \frac{2\mu_n J_1(\mu_n)}{J_0^2(\mu_n) (\mu_n^2 + h^2 R^2)}. \quad (30)$$

Найдем выражение для средней объемной температуры цилиндрического резервуара термометра с помощью соотношения

$$\bar{\theta} = \frac{2}{R^2} \int_0^R \theta(r, \sigma) r dr.$$

Подставляя подинтегральную функцию из (28) и интегрируя, получаем:

$$\begin{aligned} \bar{\theta} = t_{\infty} + (t_n - t_{\infty}) & \left[\frac{\frac{2hR}{H_2R} J_1(H_2R) e^{-k_2 \sigma}}{hRJ_0(H_2R) - H_2RJ_1(H_2R)} - \right. \\ & \left. - \frac{\frac{2hR}{D_2R} J_1(D_2R) e^{-\sigma(k_2 + \lambda)}}{hRJ_0(D_2R) - D_2RJ_1(D_2R)} \right] - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4h^2 R^2 e^{-\frac{\mu^2 a}{R^2} \sigma}}{\mu^2 (\mu^2 + h^2 R^2)} \times \\ & \times \left[t_{\infty} - \theta_2 - (t_n - t_{\infty}) \left(\frac{1}{1 - \frac{\mu^2}{H_2^2 R^2}} - \frac{1}{1 - \frac{\mu^2}{D_2^2 R^2}} \right) \right] \end{aligned} \quad (31)$$

Уравнение (31) представляет собой решение задачи в самом общем виде. В случае calorиметрического опыта его можно несколько упростить, учитывая очень хорошие условия теплоотдачи в хорошо перемешиваемой жидкости, где можно полагать $hR \rightarrow \infty$. Тогда вместо (31) можно написать

$$\begin{aligned} \bar{\theta} = t_{\infty} + (t_n - t_{\infty}) & \left[\frac{2J_1(H_2R) e^{-k_2 \sigma}}{H_2RJ_0(H_2R)} - \right. \\ & \left. - \frac{2J_1(D_2R) e^{-\sigma(k_2 + \lambda)}}{D_2RJ_0(D_2R)} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{\mu^2} e^{-\frac{\mu^2 a}{R^2} \sigma} \times \right. \\ & \left. \times \left[\frac{t_{\infty} - \theta_2}{t_n - t_{\infty}} - \frac{a \mu^2}{R^2 \left(\frac{\mu^2 a}{R^2} - k_2 \right) \left(\frac{\mu^2 a}{R^2} - k_2 - \lambda \right)} \right] \right] \end{aligned} \quad (32)$$

Перейдем теперь к выводу выражения для определения разности $t_{\infty} - \theta_2$, возникающей в процессе опыта при $\tau = \tau_2$ ($\sigma = 0$).

Строя рассуждения аналогично предыдущему, получим для разности ($t_{\infty} - \theta_2$) выражение

$$\begin{aligned} t_{\infty} - \theta_2 = -2hR(t_n - t_1) e^{-(k_1 + \lambda)(\tau_2 - \tau_1)} & \left[\frac{\frac{1}{H_1R} J_1(H_1R)}{hRJ_0(H_1R) - H_1RJ_1(H_1R)} - \right. \\ & \left. - \frac{\frac{1}{D_1R} J_1(D_1R)}{hRJ_0(D_1R) - D_1RJ_1(D_1R)} \right] + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4h^2 R^2 e^{-\frac{\mu^2 a}{R^2} (\tau_2 - \tau_1)}}{\mu^2 (\mu^2 + h^2 R^2)} \times \\ & \times \left[t_1 - \theta_1 - (t_n - t_1) \left(\frac{e^{-\lambda(\tau_2 - \tau_1)}}{\mu^2 - H_1^2 R^2} - \frac{1}{\mu^2 - D_1^2 R^2} \right) \right], \end{aligned} \quad (33)$$

которое при $hR \rightarrow \infty$ превращается в следующее:

$$\begin{aligned} t_{\infty} - \theta_2 = -2(t_n - t_1) e^{-(\lambda + k_1)(\tau_2 - \tau_1)} & \left[\frac{J_1(H_1R)}{H_1RJ_0(H_1R)} - \frac{J_1(D_1R)}{D_1RJ_0(D_1R)} \right] + \\ + \sum_{n=1}^{\infty} 4e^{-\frac{\mu^2 a}{R^2} (\tau_2 - \tau_1)} & \left[t_1 - \theta_1 - (t_n - t_1) \left(\frac{e^{-\lambda(\tau_2 - \tau_1)}}{\mu^2 - H_1^2 R^2} - \frac{1}{\mu^2 - D_1^2 R^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (34)$$

Прикидочный расчет показывает, что если в условиях обычного калориметрического опыта $\tau_2 - \tau_1 > 15$ сек., то ввиду малости разности $(t_1 - \theta_1)$, можно положить

$$(t_1 - \theta_1) \sum e^{-\frac{\mu^2 a}{R^2} (\tau_2 - \tau_1)} \cong 0.$$

Кроме того, в оставшемся бесконечном ряду можно пренебречь всеми членами кроме первого и тогда выражение (34), учитывая (8'), принимает вид

$$t_{\infty} - \theta_2 = -(t_n - t_{\infty}) \left\{ 2 \left[\frac{J_1(H_1 R)}{H_1 R J_0(H_1 R)} - \frac{J_1(D_1 R)}{D_1 R J_0(D_1 R)} \right] e^{-k_1 (\tau_2 - \tau_1)} - 4 \left(\frac{e^{\alpha (\tau_2 - \tau_1)}}{\mu^2 - D_1^2 R^2} - \frac{1}{\mu^2 - H_1^2 R^2} \right) e^{-\frac{\mu^2 a}{R^2} (\tau_2 - \tau_1)} \right\}.$$

Здесь $\mu = 2,405$.

Если для обычного калориметрического опыта положить $\alpha = 0,02$; $k_1 = 0,001$; $\frac{\mu^2 a}{R^2} = 0,0167$ при $R = 6$ мм, то отношение $\frac{t_{\infty} - \theta_2}{t_n - t_1}$ в зависимости от разности $\tau_2 - \tau_1$ будет иметь величину

$\tau_2 - \tau_1$ в сек.	$\frac{t_{\infty} - \theta_2}{t_n - t_1}$
30	0,04
60	0,07
90	0,08
120	0,07
150	0,06

Максимальные показания термометра в калориметрическом опыте имеют место приблизительно к концу 4-й минуты с момента τ_2 . Полагая в среднем $\frac{t_{\infty} - \theta_2}{t_n - t_1} = 0,07$, получим, что к этому времени произведение

$$\frac{4}{\mu^2} \cdot \frac{t_{\infty} - \theta_2}{t_n - t_1} e^{-\frac{\mu^2 a}{R^2} (\tau_2 - \tau_1)}$$

превращается в 0,001. Следовательно, если точность калориметрических измерений ограничить $0,001 - 0,002^\circ$, то влиянием разности $t_{\infty} - \theta_2$ на значение измеряемого интервала температур $t_n - t_1$ можно пренебречь.

Принимая во внимание это обстоятельство, а также, что в условиях калориметрического опыта можно положить $hR \rightarrow \infty$ получим:

$$\theta = t_{\infty} + (t_n - t_{\infty}) \left[\frac{2J_1(H_2 R)}{H_2 R J_0(H_2 R)} e^{-k_2 \alpha} - \frac{2J_1(D_2 R)}{D_2 R J_0(D_2 R)} e^{-\alpha (k_2 + \alpha)} - \frac{4(\beta + \varphi)}{\varphi(\varphi - 1)} e^{-\alpha \varphi (\beta + \varphi)} \right], \quad (35)$$

где

$$\varphi = \frac{\mu^2 a}{R^2 \alpha} - \frac{k_2}{\alpha}, \quad (36)$$

а величина β определяется выражением (17). Для расчетов полезно иметь в виду следующие соотношения:

$$H_2 R = \mu \sqrt{\frac{\beta}{\beta + \varphi}} \quad \text{и} \quad D_2 R = \mu \sqrt{\frac{\beta + 1}{\beta + \varphi}}.$$

Исходя из уравнения (35) можно рассчитать наблюдаемое вследствие инерционности термометра снижения максимальной температуры по сравнению с максимальной температурой калориметра. Расчет будем производить для случая использования метастатического термометра, постоянную термической инерции которого можно принять равной 60 сек. Тогда $\frac{\mu^2 a}{K^2} = \frac{1}{60} = 0,0167 \text{ сек.}^{-1}$.

Для „темпа охлаждения“ калориметра k_2 и „темпа нагрева“ χ будем задавать различные значения, близкие к тем, которые имеют место в обычных калориметрах.

Тогда максимальные показания термометра $\theta_m - t_{\infty}$, выраженные в долях интервала $(t_n - t_{\infty})$, будут представлены числами табл. 2.

Таблица 2

$\chi \backslash k_2$	0,0005	0,001	0,0015	0,002
0,02	0,863	0,776	0,709	0,665
0,025	0,874	0,793	0,730	0,679
0,33	0,881	0,804	0,745	0,696

Таблица 3

$\chi \backslash k_2$	0,0005	0,001	0,0015	0,002
0,02	0,891	0,818	0,762	0,714
0,025	0,908	0,845	0,795	0,751
0,03	0,919	0,865	0,818	0,780

С другой стороны, уравнение (16) дает возможность рассчитать величины максимальной температуры калориметра t_m при различных значениях отношения $\beta = \frac{k_2}{\chi}$. Эти величины $t_m - t_{\infty}$ при тех же значениях k_2 и χ и также выраженные в долях интервала $t_n - t_1$, приведены в табл. 3.

Разности $t_m - \theta_m$ будут характеризовать влияние термической инерции термометра на величину измеряемого интервала температур $t_n - t_1$. Эти разности, выраженные в долях интервала $t_n - t_{\infty}$, приведены в табл. 4.

Таблица 4

Табл. 4 дает возможность сделать два существенных вывода:

1) величина разности $t_m - \theta_m$ составляет несколько процентов от интервала температур $t_n - t_{\infty}$;

2) разность $t_m - \theta_m$ непостоянна и меняется в довольно широких пределах в зависимости от значений темпа охлаждения k_2 и темпа нагрева χ .

$\chi \backslash k_2$	0,0005	0,001	0,0015	0,002
0,02	0,028	0,042	0,053	0,059
0,025	0,034	0,052	0,065	0,072
0,03	0,038	0,061	0,073	0,084

Таким образом, положение об отсутствии влияния термической инерции термометра на измеряемую в калориметре разность температур, лежащее в основе современных методов обработки калориметрических измерений и вытекающее из элементарной теории Харпера, не выдерживает критики.

Влияние термической инерции термометра частично учитывается, если определять постоянную калориметра с тем термометром, которым производится измерения перепадов температур во время калориметрических определений. Но вследствие того, что, как показывает практика, у данного калориметра величины k_2 и χ не остаются постоянными, а меняются от опыта к опыту, то для различных калориметрических опытов, как это вытекает из табл. 4, степень влияния термической инерции термометра будет различной. Пренебрегать учетом изменения этого влияния не представляется возможным. Необходимо отметить, что приведенная выше численная оценка степени влияния термической инерции термометра относится к наиболее неблагоприятному случаю применения метастатического термометра с большой термической инерцией. Если для измерения температур при калориметрическом опыте применить термометр с меньшей инерцией,

то и величины разностей $t_m - \theta_m$ соответственно уменьшатся. Однако, даже для термометра с постоянной термической инерции в 10 сек. разности $t_m - \theta_m$ оказываются только не на много меньше $10/9$ от $t_n - t_{\infty}$. Следовательно, и в этом, лучшим, случае нельзя пренебрегать влиянием термической инерции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Киселев А. В., Киселев В. Ф., Микос Н. Н., Миттик Г. Г., Рунов А. Д., Щербакова К. Д. Журнал физической химии, т. XXIII, вып. 5, 1949.
2. Harper, Bull. Bur. stand. v. 8, 659 (1912); Bur. stand. scient. Paper № 185.
3. Whittl, Phys. Rev., 31, 56 (1910); Journ. Amer. chem. Soc., 40, 390 (1918); 41, 1158 (1918).
4. В. Н. Финкельштейн и К. М. Халатников, Охлаждение цилиндра в хорошо перемешиваемой жидкости, Сборник, посвященный семидесятилетию академика А. Ф. Иоффе. Изд. АН СССР, 1950, стр. 105.
5. А. И. Лурье, Операционное исчисление, ГТТИ, 1951.
6. Г. М. Кондратьев, Универсальный метод определения постоянной термической инерции, Труды ВНИИМ, вып. 4 (59), 1947.

1950	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959	1960
1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971
1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982

1950	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959	1960
1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971
1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982

О РЕГУЛЯРНОМ ТЕПЛОВОМ РЕЖИМЕ 2-ГО РОДА

В отличие от регулярного теплового режима 1-го рода, характеризуемого экспоненциальным законом изменения температуры тела при постоянной температуре среды и постоянной теплоотдаче, регулярным тепловым режимом 2-го рода принято называть установившееся тепловое состояние тела при линейно меняющейся со временем температуре среды и при постоянной теплоотдаче.

С регулярным тепловым режимом 2-го рода на практике приходится встречаться очень часто, поскольку медленные изменения температуры среды за небольшие отрезки времени в большинстве случаев можно рассматривать как совершающиеся по линейному закону.

Однако вопросы термической инерции тел при регулярном тепловом режиме 2-го рода до сего времени совершенно не освещены в литературе. Между тем, выводы, которые можно сделать по этому вопросу, представляют значительный практический интерес.

Возьмем сначала за основу решение, полученное А. В. Лыковым [1] о температурном поле хотя бы неограниченного цилиндра при линейно меняющейся температуре среды и постоянном коэффициенте теплоотдачи α :

$$\theta(r, \tau) = t_0 + v\tau - \frac{v}{4a} \left[R^2 \left(1 + \frac{2}{hR} \right) - r^2 \right] - \frac{vR^2}{a} (t_0 - \theta_0) \sum_{n=1}^{\infty} \times \\ \times \frac{2hRJ_0(\mu_n \frac{r}{R}) e^{-\frac{\mu_n^2 a}{R^2} \tau}}{\mu_n^2 J_0^2(\mu_n) (\mu_n^2 + h^2 R^2)} \quad (1)$$

где $\theta(r, \tau)$ — температура данной точки цилиндра, находящейся на расстоянии r от его оси для момента времени τ ;

θ_0 и t_0 — начальные температуры (соответственно) цилиндра и среды;

R — радиус цилиндра;

a — его коэффициент теплопроводности;

v — скорость изменения температуры;

$\frac{h}{R} = \frac{\alpha}{\lambda} R$ — критерий Био, характеризующий условия теплоотдачи на поверхности цилиндра с коэффициентом теплопроводности λ ;

$J_0(x)$ — функция Бесселя первого рода нулевого порядка от действительного аргумента;

μ_n — бесчисленное множество корней трансцендентного уравнения

$$hRJ_0(\mu) = \mu J_1(\mu). \quad (2)$$

С течением времени бесконечный ряд, характеризующий переходную стадию процесса, обращается в нуль и с этого момента установившаяся разность температур среды t и любой точки цилиндра $\theta(r, \tau)$ определяется выражением:

$$\theta(r) = t - \theta(r, \tau) = \frac{v}{4a} \left[R^2 \left(1 + \frac{2}{hR} \right) - r^2 \right]. \quad (3)$$

Из этого выражения вытекает прежде всего, что распределение температуры по радиусу цилиндра подчиняется параболическому закону.

Для средней объемной температуры тела, исходя из (3), получим выражение:

$$\theta_v = \frac{vR^2}{8a} \left(1 + \frac{4}{hR} \right). \quad (4)$$

Таким образом, при регулярном тепловом режиме 2-го рода между температурами тела и среды устанавливается постоянная разность температур, пропорциональная скорости v изменения температуры среды. Коэффициентом пропорциональности является определенный комплекс величин, который целесообразно называть постоянной термической инерции и обозначить через ε_2 :

$$\varepsilon_2 = \frac{R^2}{8a} \left(1 + \frac{4}{hR} \right) = \frac{R^2}{8a} + \frac{Rc_1}{2a}. \quad (5)$$

Можно показать, что выражения, аналогичные (3), (4) и (5), получаются для регулярного режима 2-го рода в случаях пластины и шара.

Из выражения (5) вытекает существенное обстоятельство. Постоянная термической инерции ε_2 при регулярном режиме 2-го рода связана с коэффициентом теплоотдачи α гиперболической зависимостью. При беспредельном возрастании коэффициента теплоотдачи постоянная термической инерции убывает, стремясь к своему пределу $\varepsilon_\infty = \frac{R^2}{8a}$. Следовательно, если экспериментально определить ε_∞ и значение ε'_2 при некотором конечном коэффициенте теплоотдачи α' , то значение ε_2 , соответствующее любому другому коэффициенту теплоотдачи α , может быть найдено с помощью выражения

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_\infty + (\varepsilon'_2 - \varepsilon_\infty) \frac{\alpha'}{\alpha}, \quad (6)$$

справедливого для тел любой геометрической формы, находящихся в условиях регулярного режима 2-го рода.

Установим теперь соотношение между величинами термической инерции одного и того же тела для регулярного режима 1-го и 2-го рода. Обозначим постоянную термической инерции тела при регулярном тепловом режиме 1-го рода через ε_1 .

Г. М. Кондратьевым [2] было показано, что постоянная термической инерции ε_1 однородного тела, определяемая как обратное значение темпа охлаждения, может быть представлена выражением

$$\varepsilon_1 = \frac{\Phi}{\alpha\psi}, \quad (7)$$

где Φ равно отношению полной теплоемкости тела к площади его поверхности, а функция ψ определяется отношением средней поверхностной температуры θ_s тела к его средней объемной температуре θ_v .

Для однородного цилиндра установлено выражение:

$$\psi = \frac{\mu_1 J_0(\mu_1)}{2J_1(\mu_1)}, \quad (8)$$

где μ_1 — первый корень уравнения (2).

Так как для единицы длины неограниченного цилиндра $\Phi = \frac{Rc\gamma}{2}$, то из выражений (5) и (7) непосредственно получаем:

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \psi \left(1 + \frac{hR}{4} \right) = f(hR). \quad (9)$$

Так как ψ_1 , определяющее величину ψ , является однозначной функцией только критерия Био hR , то соотношение между величинами термической инерции оказывается независимым от тепловых характеристик тела, а определяется исключительно величиной критерия hR , характеризующего условия теплоотдачи.

Это положение является общим для однородных тел любой геометрической формы.

Для наглядного представления о том, в какой степени для однородного цилиндра ε_2 может отличаться от ε_1 при различных hR приводим табл. 1.

Таблица 1

hR	0	0,5	1	2	3	4	5	10	30	100
$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$	1	0,995	0,985	0,956	0,931	0,910	0,895	0,830	0,777	0,709

Таким образом, только при очень малых значениях критерия Био можно принять $\varepsilon_2 \approx \varepsilon_1$. Во всех же практически встречающихся случаях постоянная термической инерции ε_2 при регулярном режиме 2-го рода всегда меньше постоянной ε_1 , причем эта разница может достигать весьма ощутимой величины, выходящей за пределы точности экспериментального определения ε .

Рассмотрим теперь вопрос о температурном поле цилиндра с источником тепла переменной мощности и находящегося в условиях регулярного теплового режима 2-го рода. Пусть $t = t_0 + v\tau$, $\frac{w}{c\gamma} = \beta + \delta\tau$.

Тогда, исходя из уравнения

$$\frac{\partial \theta(r, \tau)}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 \theta(r, \tau)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \theta(r, \tau)}{\partial r} \right) + \frac{w}{c\gamma},$$

граничного условия

$$\frac{\partial \theta(R, \tau)}{\partial r} - h [t - \theta(R, \tau)] = 0$$

и условия конечного значения температуры на оси цилиндра, получим для квазистационарного состояния следующее выражение для температуры неограниченного цилиндра, в точке, находящейся на расстоянии r от оси:

$$\begin{aligned} \theta(r, \tau) = & t_0 + v\tau - \frac{1}{4a} \left[R^2 \left(1 + \frac{2}{hR} \right) - r^2 \right] \times \\ & \times \left[v - \beta - \delta\tau + \frac{\delta R^2}{4a} \left(1 + \frac{2}{hR} \right) \right] + \frac{\delta}{64a^2} \left[R^4 \left(1 + \frac{4}{hR} \right) - r^4 \right]. \quad (10) \end{aligned}$$

Таким образом, распределение температуры вдоль радиуса однородного цилиндра с линейно меняющимся со временем источником тепла и находящегося в условиях регулярного режима 2-го рода, подчиняется параболическому закону 4-й степени.

Для средней температуры цилиндра в этих условиях будем иметь

$$\begin{aligned} \bar{\theta}(\tau) = & t_0 + v\tau - \frac{R^2}{8a} \left(1 + \frac{4}{hR} \right) \left[v - \beta - \delta\tau + \frac{\delta R^2}{4a} \left(1 + \frac{2}{hR} \right) \right] + \\ & + \frac{\delta}{64a^2} \left[R^4 \left(1 + \frac{4}{hR} \right) - \frac{R^4}{3} \right]. \quad (11) \end{aligned}$$

Принимая во внимание (5), а также то, что $\varepsilon_{\infty} = \frac{R^2}{8a}$, получим

$$\bar{\theta}(\tau) = t_0 + v\tau - \varepsilon_2(v - \beta - \delta\tau) - \delta \left(\frac{\varepsilon_2^2}{3} + \frac{\varepsilon_{\infty}^2}{3} \right). \quad (12)$$

Выражение (12) может быть использовано для исследования условий, обеспечивающих постоянство средней температуры цилиндра при линейно меняющейся температуре среды. Действительно, подбирая соответствующим образом скорость изменения мощности источника тепла, можно добиться (и к этому сводится задача автоматического регулирования температуры) постоянства средней объемной температуры тела. Из (12) вытекает, что постоянство средней объемной температуры обеспечивается в том случае, если соблюдается условие

$$v\tau + \varepsilon_2\delta\tau = 0$$

или

$$-\delta = \frac{v}{\varepsilon_2}. \quad (13)$$

Знак минуса указывает на то, что скорости изменения мощности источника тепла и изменения температуры среды должны иметь разные знаки.

Выражение (13) имеет достаточно общий характер, так как оно оказывается справедливым также для однородных пластины и шара, если в этих случаях под ε_2 рассматривать постоянную термической инерции тел соответствующей геометрической формы в условиях регулярного теплового режима 2-го рода.

Выражение (13) по нашему мнению, представляет значительный интерес, так как его использование позволит простыми средствами осуществить расчет скорости изменения мощности источника тепла, обеспечивающего в данных условиях сохранение постоянства температуры тела.

Наконец подставляя в (12) значение δ из (13), и разрешая полученное выражение относительно β , будем иметь простое соотношение, позволяющее осуществить расчет начального значения мощности источника, необходимого для сохранения постоянной разности температур $\bar{\theta}(\tau) - t_0$:

$$\beta = \frac{\bar{\theta}(\tau) - t_0}{\varepsilon_2} - \frac{v}{3} \left(\frac{\varepsilon_{\infty}}{\varepsilon_2} \right)^2 = \frac{\bar{\theta}(\tau) - t_0}{\varepsilon_2} - \frac{v}{3 \left(1 + \frac{4}{hR} \right)^2}. \quad (14)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Лыков А. В., Теория теплопроводности, Госэнергоиздат, 1953.
2. Кондратьев Г. М., Регулярный тепловой режим, ГТТИ, 1954.

ШКАЛА ПЛАТИНОВЫХ ТЕРМОМЕТРОВ СОПРОТИВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ ОТНОШЕНИЙ ИНТЕРВАЛОВ

В 1948 г. в результате анализа интерполяционных формул платинового термометра автором была высказана мысль о целесообразности составления для термометров сопротивления не таблиц отношений сопротивлений $w_t = \frac{R_t}{R_0}$ (где R_t и R_0 — сопротивления термометра при температурах, соответственно, $t^\circ\text{C}$ и 0°C), а таблиц отношений разностей сопротивлений $v_t = \frac{R_t - R_1}{R_2 - R_1}$ (R_2 и R_1 — сопротивления термометра при температурах двух каких-либо опорных точек, R_t — сопротивление термометра при температуре $t^\circ\text{C}$, лежащей между выбранными опорными точками. Разности сопротивлений образуют „интервалы термометра“.) [7; 8].

Исходя из эмпирического правила Матиссена [3, 6], впервые теоретически обоснованного в современной теории металлов Я. И. Френкелем [14], можно ожидать, что величины v_t будут почти одинаковы для разных термометров. Естественно, совпадение будет тем более совершенным, чем ближе друг к другу крайние опорные точки рассматриваемого промежутка температур¹.

Вычисления, произведенные автором в 1949 г. на основе опубликованных в литературе данных для 16 различных платиновых термометров показали, что в области температур от точки кипения водорода ($20,4^\circ\text{K}$) до точки кипения кислорода ($90,2^\circ\text{K}$) на основе усредненной таблицы v_t (считая R_1 — сопротивлением в точке кипения водорода и R_2 — сопротивлением в точке кипения кислорода) можно построить температурную шкалу с погрешностью порядка $0,05^\circ\text{C}$. В последние годы этот вывод нашел подтверждение в ряде работ разных авторов. [4; 10; 13; 15].

В 1953 г. Ф. З. Алиевой [1] были произведены измерения с 5-ю низкоомными платиновыми термометрами особой конструкции ($R_0 \approx 0,11 - 0,18 \text{ ом}$), изготовленными из толстой (диаметром $0,5 - 0,6 \text{ мм}$) платиновой проволоки с различными значениями основного температурного коэффициента ($\alpha = 3,88 \times 10^{-3} \pm 3,92 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{град}}$). Градуировка этих термометров была произведена в семи опорных точках при температурах 0°C (точка плавления льда); 100°C

¹ Правило Нернста [9], часто применяемое для установления связи между показаниями двух различных термометров при температурах ниже 0°C [2, 12], основано на предположении о том, что дополнительное сопротивление, связанное с нарушением правильности строения кристаллической решетки металла, остается постоянным в широкой области от 0°C до измеряемой температуры. При составлении отношений v_t постоянство дополнительного сопротивления требуется в более узкой области между двумя опорными точками. Это веский довод в пользу построения температурной шкалы при помощи отношений интервалов.

Таблица 1

t °C	Термометр № 7 10 ⁵ α = 3,886		Термометр № 9 10 ⁵ α = 3,903		Термометр № 8 10 ⁵ α = 3,910		Термометр № 6 10 ⁵ α = 3,918		Термометр № 11 10 ⁵ α = 3,925		Среднее значение 10 ⁵ v _t
	10 ⁵ w _t	10 ⁵ v _t , 10 ⁵ Δv _t	10 ⁵ w _t	10 ⁵ v _t , 10 ⁵ Δv _t	10 ⁵ w _t	10 ⁵ v _t , 10 ⁵ Δv _t	10 ⁵ w _t	10 ⁵ v _t , 10 ⁵ Δv _t	10 ⁵ w _t	10 ⁵ v _t , 10 ⁵ Δv _t	
0	100000 (6)	0	100000 (8)	0	100000 (10)	0	100000 (10)	0	100000 (10)	0	0
100	138862 (6)	11006 +2	139033 (5)	11013 +9	139101 (5)	10999 -5	139181 (5)	11001 -3	139246 (10)	11002 -2	11004
320,9 ₁	220578 (5)	34147 +7	221050 (3)	31153 +13	221343 (3)	34134 -6	221547 (4)	34128 -12	221779 (7)	34140 0	34140
419,5 ₉	255263 (7)	43970 +17	255808 (4)	43960 +7	256208 (5)	43941 -12	256509 (7)	43944 -9	256774 (8)	43951 -2	43953
630,5 ₁	325490 (8)	63858 +20	326278 (4)	63842 +4	326896 (10)	63826 -12	327318 (8)	63826 -12	327709 (7)	63837 -1	63838
778,9 ₉	371779 (6)	76966 +13	372742 (5)	76951 -2	373538 (4)	76946 -7	374047 (9)	76946 -7	374495 (6)	76953 0	76953
960,8 ₉	424954 (5)	92025 +3	426153 (6)	92021 -1	427113 (5)	92017 -5	427754 (10)	92026 +4	428234 (8)	92019 -3	92022
1063,0	453114 (5)	100000 0	454434 (5)	100000 0	455493 (4)	100000 0	456153 (5)	100000 0	456704 (7)	100000 0	100000

(точка кипения воды); 320,9₁ °C (точка затвердевания кадмия); 419,5₉ °C (точка затвердевания цинка); 630,5₁ °C (точка затвердевания сурьмы); 778,8₉ °C (точка затвердевания эвтектики медь — серебро); 960,8₉ °C (точка затвердевания серебра) и 1063,0 °C (точка затвердевания золота).

Наличие работы Ф. З. Алиевой позволяет произвести попытку приложения той же самой идеи — определения величин v_t — в области положительных температур.

В табл. 1 приведены данные Ф. З. Алиевой и результаты вычислений автора.

Термометры расположены слева направо в порядке возрастания значений $\alpha = \frac{R_{100} - R_0}{100R_0}$. Величины α указаны для каждого термометра над заголовками отведенных ему трех столбцов.

В столбцах „w_t“ даны отношения $\frac{R_t}{R_0}$ для каждого термометра в опорных точках, температуры которых приведены в крайнем столбце слева. Цифры в скобках указывают число независимых наблюдений, служивших для вычисления окончательного значения w_t .

В столбцах „v_t“ приведены отношения

$$v_t = \frac{R_t - R_0}{R_{1063,0} - R_0} = \frac{w_t - 1}{w_{1063,0} - 1} \quad (1)$$

где $w_t = \frac{R_t}{R_0}$ и $w_{1063,0} = \frac{R_{1063,0}}{R_0}$. На крайних пределах промежутка 0 — 1063 °C значения v_t по формуле (1) тождественно равны, соответственно нулю и единице. При сопоставлении всех столбцов v_t сразу бросается в глаза тот факт, что при всех промежуточных температурах значения v_t для отдельных термометров достаточно близки друг к другу, несмотря на громадную ширину области — свыше 1000 °C.

Для того чтобы дать некоторое количественное выражение этой близости в крайнем справа столбце „v_t“ — указано среднее арифметическое из всех 5-ти отдельных значений отношения v_t для каждого термометра в данной опорной точке. В столбцах „Δv_t“ приведены разности $v_t - \bar{v}_t$ для соответствующего термометра. Наибольшая разность равна всего 20-ти единицам пятого знака (термометр № 7 при температуре 630,5₁ °C).

Температурные эквиваленты разностей Δv_t можно найти, пользуясь приближенной формулой, справедливой для малых приращений v_t и t :

$$\Delta t = \frac{\Delta v_t}{\frac{dv_t}{dt}} \quad (2)$$

Для вычисления значения производной в знаменателе — продифференцируем по t второе из выражений (1) для v_t . Получим

$$\frac{dv_t}{dt} = \frac{\frac{dw_t}{dt}}{w_{1063,0} - 1} = \frac{1}{R_0} \frac{dR_t}{dt} \quad (3)$$

В табл. 2 приведены числовые значения $\frac{dv_t}{dt}$, вычисленные для термометра № 7. Хотя, строго говоря, значения производных различны у разных термометров — при оценке отклонений и погрешностей вполне допустимо воспользоваться во всех случаях этими частными значениями. В табл. 2 для каждого термометра указаны отклонения Δt в градусах, вычисленные по формуле (2) на основе данных Δv_t в табл. 1. Как видим, максимальные отклонения для четырех последних термометров имеют порядок одной десятой градуса и только у термометра № 7 с наименее чистой платиной наблюдается в два раза большее максимальное отклонение — $0,22^\circ\text{C}$.

Таблица 2

$t^\circ\text{C}$	$10^5 \frac{dv_t}{dt}$	$10^2 \Delta t$ в $^\circ\text{C}$				
		терм. № 7	терм. № 9	терм. № 8	терм. № 6	терм. № 11
0	112	0	0	0	0	0
100	108	+1	+8	-5	-3	-2
320,9 ₁	101	+7	+13	-6	-12	0
419,5 ₀	98	+17	+7	-12	-9	-2
630,5 ₁	91	+22	+4	-13	-13	-1
778,9 ₀	86	+16	-2	-8	-7	0
960,8 ₀	80	+4	-1	-6	+5	-4
1063,0	76	0	0	0	0	0

Таблица 3

$t^\circ\text{C}$	$10^5 \bar{v}_t$	$10^2 \Delta v_t$			$10^2 \Delta t$ в $^\circ\text{C}$		
		терм. № 8	терм. № 6	терм. № 11	терм. № 8	терм. № 6	терм. № 11
0	0	0	0	0	0	0	
100	11001	-2	0	+1	-2	0	+1
320,9 ₁	34134	0	-6	+6	0	-6	+6
419,5 ₀	43945	-4	-1	+6	-4	-1	+6
630,5 ₁	63830	-4	-4	+7	-4	-4	+8
778,9 ₀	76948	-2	-2	+5	-2	-2	+5
960,8 ₀	92021	-4	+5	-3	-5	+6	-4
1063,0	100000	0	0	0	0	0	0

Если составить группу только из трех термометров — № 8, 6 и 11, изготовленных из платины высокой частоты ($w_{100} > 1,391$), то получим еще более благоприятные результаты, указанные в табл. 3.

Здесь \bar{v}_t — среднее арифметическое из трех отдельных значений отношений v_t для каждого термометра в данной опорной точке при температуре t . Величины Δv_t и Δt имеют прежний смысл, но вычисляются для термометров, входящих в новую группу с учетом новых значений \bar{v}_t .

В этом случае отклонения Δt не достигают $0,1^\circ\text{C}$, составляя в самом худшем случае $0,08^\circ\text{C}$ (термометр № 11 при температуре $960,8_0^\circ\text{C}$). Иными словами, если бы мы градуировали данные термометры только в двух точках — в точке плавления льда и в точке затвердевания золота, а для вычисления температуры опирались на некоторую таблицу усредненных отношений \bar{v}_t , мы за

счет интерполяции не сделали бы погрешностей, превышающих $0,1^\circ\text{C}$. Подобная точность определения температуры вполне достаточна во многих случаях лабораторной и промышленной практики.

Дальнейшее накопление опытных данных об отношении v_t для термометров из предельно чистой платины представляет большой теоретический и практический интерес. Таблица усредненных значений должна быть построена на достаточном числе надежных наблюдений. Полезно иметь в виду, что согласно формуле (1) отношение интервалов является функцией температуры той же степени, как и отношение сопротивлений.

Как показало исследование¹, усредненные значения \bar{v}_t в табл. 3, могут быть представлены с погрешностью порядка $0,02^\circ$ при помощи интерполяционной формулы 2-й степени относительно температуры:

$$10^5 \bar{v}_t = 111,6814t - 1,65644 \cdot 10^{-2} t^2. \quad (4)$$

Учитывая хорошее совпадение результатов вычислений по формуле (4) с опытными данными, можно считать допустимой экстраполяцию до 1083°C , т. е. до точки затвердевания меди. При температуре 1083° отношение v_t равно

$$v_{1083} = \frac{R_{1083} - R_0}{R_{1063,0} - R_0} = 1,015228. \quad (5)$$

Зная значение v_{1083} , можно найти отношение разностей сопротивлений для области от точки плавления льда (0°C) до точки затвердевания меди (1083°C). Имеем:

$$10^5 V_t = 10^5 \frac{R_t - R_0}{R_{1083} - R_0} = 10^5 \frac{v_t}{v_{1083}} = 110,0063t - 1,63160 \cdot 10^{-2} t^2. \quad (6)$$

В табл. 4 приведены значения отношений v_t и V_t , вычисленные по формулам (4) и (5).

Результаты Ф. З. Алиевой интересно сопоставить с данными, опубликованными в 1930 г. Мозером [5].

В табл. 5 приводятся значения $R_t - R_0$ и v_t для термометров Мозера K_1 , K_2 и K_3 . Заслуживает внимания хорошее совпадение величин v_t для отдельных термометров — лучшее чем в табл. 1 для термометров Ф. З. Алиевой. Разности между наибольшим и наименьшим числом при температуре 100° ; $444,60^\circ$; $630,5^\circ$ и $960,8^\circ\text{C}$ (Int. 1948) равны соответственно 3; 5; 4 и 9 единицам пятого знака отношения после запятой или в пересчете на температуру $0,03^\circ$; $0,05^\circ$; $0,04^\circ$ и $0,11^\circ$.

При сопоставлении усредненных значений \bar{v}_t табл. 4 и 5 наблюдаются следующие расхождения:

$t^\circ\text{C}$ (Int. 1948)	$10^5 [(\bar{v}_t)_{\text{табл. 4}} - (\bar{v}_t)_{\text{табл. 5}}]$	$10^2 \Delta t$
100	+5	+5
630,5	-8	-9
960,8	+33	+41

¹ Аналитическое выражение v_t надо искать в форме полинома $v_t = \sum a_i \cdot t^i$ удовлетворяющего двум очевидным условиям $v_0 = 0$ и $v_{1063,0} = 1$. Полном, принимающий заданные значения для двух значений аргумента имеет вид:

$$v_t = v_0 + t \left[\frac{v_{1063,0} - v_0}{1063,0} + (t - 1063,0) (\alpha + \beta t + \gamma t^2 + \dots) \right]$$

Коэффициенты α , β , γ ... должны быть определены по способу наименьших квадратов.

Вычисление коэффициента корреляции между отношением $\frac{v_t - 1}{t - 1063,0}$ и температурой обнаружил, что коэффициенты β , γ ... в нашем случае можно считать равными нулю.

Таблица 4

Предварительная таблица отношений $v_t = \frac{R_t - R_0}{R_{1083,0} - R_0}$ и $V_t = \frac{R_t - R_0}{R_{1083} - R_0}$, составленная путем интерполяции результатов для термометров Ф. З. Алиевой № 6; 8 и 11

Температуры в °C		$10^6 v_t$	$10^5 \frac{dv_t}{dt}$	$10^6 V_t$	$10^5 \frac{dV_t}{dt}$
опорных точек	через 100°				
	0	0	111,7	0	110,0
100		11 002	108,4	10 837	106,7
	200	21 674	105,1	21 348	103,5
231,9		25 008	104,0	24 633	102,4
	300	32 014	101,7	31 533	100,2
320,9		34 133	101,1	33 621	99,5
	400	42 022	98,4	41 392	96,9
419,5		43 935	97,8	43 276	96,3
444,60		46 379	97,0	45 684	95,5
	500	51 700	95,1	50 924	93,7
	600	61 046	91,8	60 130	90,4
630,5		63 830	90,8	62 873	89,4
	700	70 060	88,5	69 010	87,2
779,0		76 948	85,9	75 794	84,6
	800	78 744	85,2	77 563	83,9
	900	87 096	81,9	85 790	80,7
960,8		92 012	79,9	90 632	78,7
	1000	95 117	78,6	93 690	77,4
1063,0		100 000	76,5	98 500	75,4
1083		101 523	75,8	100 000	74,7

Таблица 5

Отношение $v_t = \frac{R_t - R_0}{R_{1063,0} - R_0}$ для термометров Мозера

№ термо-метров	$10^6 \alpha$	100° C		444,60° C		630,5° C		960,8° C		1063,0° C	
		$10^6 (R_t - R_0)$		$10^6 (R_t - R_0)$		$10^6 (R_t - R_0)$		$10^6 (R_t - R_0)$		$10^6 (R_t - R_0)$	
		$10^6 v_t$	$10^6 v_t$								
K_1	3,881	95 951	10 998	404 619	46 376	556 989	63 840	802 536	91 984	872 474	100 000
K_2	3,884	50 794	10 999	214 164	46 375	294 813	63 839	424 751	91 975	461 810	100 000
K_3	3,917	69 111	10 995	291 468	46 371	401 245	63 836	578 132	91 978	628 552	100 000
Среднее значение $10^6 v_t$	—	—	10 997	—	46 374	—	63 838	—	91 979	—	100 000

Примечание. Величины $R_{100} - R_0$ и $R_{444,60} - R_0$ являются средними арифметическими из чисел, указанных Мозером [5; стр. 85] и табл. 1.

Бросается в глаза значительное расхождение в оценке расположения точки затвердевания серебра на шкале отношений, причины которого нуждаются в объяснении и может быть в специальном исследовании. На основании своих измерений Мозер [5; стр. 867] пришел к заключению, что температуре затвердевания

серебра надо приписать значение $960,33^\circ$ вместо принятого в то время значения $960,5^\circ$ С (Int. 1927). Можно предполагать, что в опыты Мозера в этой точке вкралась какая-то неучтенная систематическая погрешность.

Результаты своих измерений для каждого термометра Мозер считал возможным представить формулой:

$$t = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{R_t}{R_0} - 1 \right) + 10^{-4} \delta (t - 100) t + \frac{10^{-4}}{444,60} \gamma (t - 100) (t - 444,60) t. \quad (7)$$

Найдя величину R_t по формуле (7), мы для отношения v_t получим выражение

$$v_t = \frac{R_t - R_0}{R_{1063,0} - R_0} = at + bt^2 + ct^3. \quad (8)$$

Коэффициенты a , b , c могут быть найдены по заданным значениям α , δ , γ и $w_{1063,0} = \frac{R_{1063,0}}{R_0}$ по формулам

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{\alpha [1 + 10^{-4}(\delta - \gamma)]}{w_{1063,0} - 1} \\ b &= -\frac{\alpha \left(\delta - \frac{544,60}{444,60} \gamma \right)}{w_{1063,0} - 1} \cdot 10^{-4} \\ c &= -\frac{\alpha \cdot \gamma}{444,60 (w_{1063,0} - 1)} \cdot 10^{-4} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

В табл. 6 приводятся значения коэффициентов a , b и c , вычисленные при помощи формул (9) по данным Мозера.

Таблица 6

№ термометров	$10^5 \alpha$	δ	$10^5 \gamma$	Средняя величина	$10^5 a$	$-10^7 b$	$-10^{12} c$
				$\frac{1}{w_{1063,0} - 1}$			
K_1	3,8812	1,4953	4,23	0,283376	1,11623	1,6389	1,046
K_2	3,8835	1,4991	2,68	0,283247	1,11645	1,6454	0,663
K_3	3,9174	1,4922	5,31	0,280689	1,11592	1,6393	1,313

Значения коэффициентов a и b для отдельных термометров оказались, как и следовало ожидать, достаточно близкими. По порядку величины они, кроме того, совпадают с теми коэффициентами, которые были найдены нами ранее при выводе формулы (4).

Следует, однако, отметить, что пользуясь значениями коэффициентов из табл. 6, мы получаем для $w_{1063,0}$ число, отличающееся от единицы на $(5-10) \times 10^{-5}$, так как исходные величины коэффициентов α , δ и γ указаны в статье Мозера недостаточно точно для целей интерполяции.

Величины отношений разностей сопротивлений в более узкой области $0-630,5^\circ$ С также должны быть близкими между собою для различных термометров. Покажем это для термометров Мозера.

В табл. 7 сопоставлены отношения $u_t = \frac{R_t - R_0}{R_{630,5} - R_0}$ для термометров Мозера № K_1 ; K_2 ; K_3 ; 5; 149 и 150. Как видно из таблицы, при температуре 100° С разность между наибольшим и наименьшим числами равна всего $8 \cdot 10^{-5}$, что соответствует, примерно, $0,05^\circ$. При $444,60^\circ$ С разность $\Delta u_t = 6 \cdot 10^{-5}$, а $\Delta t \approx 0,04^\circ$ С.

Отношение $u_t = \frac{R_t - R_0}{R_{630,5} - R_0}$ для термометров Мозера

№ термометров	$10^6 \alpha$	100° C		444,60° C		630,5° C	
		$10^6 (R_t - R_0)$	$10^6 u_t$	$10^6 (R_t - R_0)$	$10^6 u_t$	$10^6 (R_t - R_0)$	$10^6 u_t$
K_1	3,881	95 951	17 227	404 619	72 644	556 989	100 000
K_3	3,884	50 794	17 229	214 164	72 644	294 813	100 000
K_2	3,917	69 111	17 224	291 468	72 641	401 245	100 000
150	3,916	53 235	17 223	224 522	72 640	309 089	100 000
149	3,916	42 558	17 221	179 507	72 638	247 127	100 000
5	3,923	52 419	17 226	221 042	72 641	304 295	100 000
Среднее $10^6 u_t$	—	—	17 225	—	72 641	—	100 000

Примечание. Для термометров K_1 , K_3 и K_2 показатель n равен шести, для термометров 5, 149 и 150 — четырем.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Отношение разностей сопротивлений платинового термометра — «отношение интервалов» $v_t = \frac{R_t - R_0}{R_{1063,0} - R_0}$ для каждой температуры t , удовлетворяющей условию $0^\circ \text{C} \leq t < 1063^\circ \text{C}$, имеет для всех пяти термометров, исследованных Ф. З. Алиевой, одинаковое значение с погрешностью порядка двух единиц четвертого знака.

2. При повышении качества платины наблюдается заметное сближение величин отношений v_t у сравниваемых термометров. Так, опираясь на среднюю величину отношений \bar{v}_t для термометров № 8, 6 и 11, у которых $R_{100} \geq 1,391$, можно определить шкалу температур в области от 0 до 1063°C с погрешностью порядка $0,1^\circ \text{C}$.

3. Величины отношений интервалов в области $0 - 630,5^\circ \text{C}$ (т. е. $u_t = \frac{R_t - R_0}{R_{630,5} - R_0}$) также очень близки между собой для разных термометров. Так, опираясь на среднюю величину отношений для термометров Мозера (табл. 7), можно определить шкалу температур с погрешностью порядка $0,05 - 0,1^\circ \text{C}$.

4. В связи с намечаемым расширением области применения эталонных платиновых термометров сопротивления представляет значительный теоретический и практический интерес дальнейшее накопление опытных данных о величине отношений интервалов для термометров из платины высокой чистоты.

5. Индивидуальные отклонения значений отношений интервалов от усредненных табличных значений для каждого термометра могут быть представлены функциями температуры и «параметра чистоты» (соответственно $w_{1063,0}$ и $w_{630,5}$). Не исключена возможность разделения каждой из этих функций на универсальную функцию только одной температуры и универсальную функцию только одного параметра чистоты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аанева Ф. З., Труды ВНИИМ, вып. 25 (85), 35, 1955.
2. Бриллиантов Н. А., ЖТФ, 18, 1113, 1948.
3. Ландау Л. и Компанеев Ф., Электропроводность металлов, Харьков, 1935, стр. 55—57.
4. Los and Morrison, Canadian J. Phys., 22, (2), 143, 1951.
5. Moser H., Ann. d. Phys., (5), 6, 852, (1930).
6. Пайерлс Р., Электронная теория металлов, Москва, 1947, стр. 75 и след.
7. Пилипчук Б. И., Труды ВНИИМ, вып. 4, (64), 3, 1948.
8. Пилипчук Б. И., ЖТФ, 19 (6), 669, 1949.
9. Попов М. М., Термометрия и калориметрия, ОНТИ, 1934, стр. 169.
10. Procès-verbaux, СІРМ, 21, Т. 84, 1948.
11. Стрелков П. Г., Заводская лаборатория, 8, (10—11), 1101, 1939.
12. Стрелков П. Г., Изв. АН СССР, серия физ., 14, (1), 116, 1950.
13. Van Dijk, Procès-verbaux СІРМ, 23—В, Т. 48, 1952.
14. Френкель Я. И. УФН, 30, (1—2), 33, 1946.
15. Hoge, Rev. Sci. Instr., 21, (9), 815, 1950.

Б. И. ПИЛИПЧУК

Светлой памяти своего учителя, Веры Александровны Яковлевой, посвящает свой скромный труд автор.

ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЕ ТАБЛИЦЫ ДЛЯ ПЛАТИНОВЫХ ТЕРМОМЕТРОВ СОПРОТИВЛЕНИЯ

1. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ ПЛАТИНОВОГО ТЕРМОМЕТРА СОПРОТИВЛЕНИЯ В МЕЖДУНАРОДНОЙ ШКАЛЕ ТЕМПЕРАТУР

Согласно „Положению о Международной шкале температур“, принятому в 1948 г. IX Генеральной конференцией по мерам и весам, температура в области от -183 до $+630^{\circ}\text{C}$ определяется посредством эталонного платинового термометра сопротивления.

В промежутке от точки плавления льда до 630°C температура связана с сопротивлением R_t эталонного термометра соотношением

$$R_t = R_0 (1 + At + Bt^2). \quad (1)$$

Константы R_0 , A и B определяются путем наблюдений в точке плавления льда и точках кипения воды и серы.

От -183°C до точки плавления льда температура находится по сопротивлению R_t эталонного термометра при помощи формулы:

$$R_t = R_0 [1 + At + Bt^2 + C(t - 100)t^3]. \quad (2)$$

Дополнительная константа C получается путем наблюдений в точке кипения кислорода.

Международная шкала температур (м. ш. т.) является наилучшим возможным в настоящее время практическим осуществлением термодинамической стоградусной шкалы. Температура, измеренная по м. ш. т., обозначается символом $^{\circ}\text{C}$ после числового значения. В тех случаях, когда возможно недоразумение, применяют обозначение $^{\circ}\text{C}(\text{Int. } 1948)$.

2. ЭТАЛОННЫЙ ПЛАТИНОВЫЙ ТЕРМОМЕТР СОПРОТИВЛЕНИЯ

К эталонному платиновому термометру сопротивления предъявляются следующие требования:

- 1) чистота и физические свойства платины, из которой изготовлен термометр, должны быть таковы, чтобы отношение $\frac{R_{100}}{R_0}$ было не меньше 1,3910;
- 2) диаметр проволоки должен быть в пределах от 0,05 до 0,5 мм;
- 3) платиновая проволока должна быть смонтирована настолько свободно, чтобы тепловое расширение при нагревании сопровождалось минимальным механическим натяжением в ней;

4) конструкция термометра должна быть такова, чтобы та его часть, сопротивление которой измеряется, состояла только из платины и равномерно нагревалась до измеряемой температуры.

5) после изготовления термометр надо отжечь при температуре не ниже наивысшей температуры, для измерения которой употребляется термометр и во всяком случае не ниже 450° С.

3. ФОРМУЛЫ РАЗНОСТЕЙ

Указанные формулы (1) и (2) могут быть представлены в другом виде, более удобном для вычисления температуры по измеренному R_t :

$$t = t_p + 10^{-4}\delta t (t - 100) \quad (3)$$

$$t = t_p + 10^{-4}\delta t (t - 100) + 10^{-8}\beta t^2 (t - 100). \quad (4)$$

Формула (3) пригодна для области от 0 до 630°, формула (4) — для температур от 0 до —183°. В обе формулы входит величина t_p — так называемая платиновая температура. Она определяется формулой:

$$t_p = \frac{R_t - R_0}{R_{100} - R_0} 100. \quad (5)$$

Разность $R_{100} - R_0$ называется основным интервалом термометра.

Постоянная δ определяется путем измерения платиновой температуры t_p в точке кипения серы при нормальном атмосферном давлении

$$\delta = \frac{444,60 - t_p}{153\,209,16} \cdot 10^4.$$

Постоянная β определяется путем измерения платиновой температуры t_p в точке кипения кислорода при нормальном атмосферном давлении:

$$\beta = - \frac{182,97 + t_p + 5,178\delta}{17,333}.$$

Постоянные δ и β связаны с коэффициентами A , B и C формул (1) и (2) следующими выражениями:

$$\delta = - \frac{10^4 B}{A + 100B};$$

$$\beta = - \frac{10^8 C}{A + 100B}.$$

4. ВЫЧИСЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ПО СОПРОТИВЛЕНИЮ ПЛАТИНОВОГО ТЕРМОМЕТРА

Пользуясь формулами (3) и (4), вычисление температуры можно произвести по способу последовательных приближений.

Значение платиновой температуры можно рассматривать как первое приближение, однако, у верхней границы области применения платинового термометра поправка к нему достигает 55° и ограничиться первым приближением ни в коем случае нельзя. Результат подстановки значения платиновой температуры вместо t в правую часть формул (3) и (4) будет вторым приближением.

Подставляя второе приближение в правую часть формул, получим третье приближение и т. д.

Подстановку продолжают до тех пор, пока очередное приближение будет совпадать с желаемой степенью точности с предыдущим значением температуры, на основании которого оно вычислялось. Числовой пример вычисления температуры приведен в статье В. А. Яковлевой (Труды ВИМС, 10 (26), 31 1936).

Автор настоящих таблиц показал, что вычисления положительных температур могут быть значительно упрощены и облегчены, если для построения ряда последовательных приближений исходить из следующей формулы, эквивалентной формуле (3):

$$t = t_p + \frac{10^{-4} t_p (t_p - 100)}{1 - 10^{-4} (2t_p - 100) - 10^{-4} (t - t_p)} \quad (6)$$

Дробь в правой части формулы представляет собой поправку, которую следует добавить к платиновой температуре, чтобы найти истинную температуру. Пренебрегая в знаменателе дроби членом, содержащим разность $t - t_p$, мы можем найти первое приближение для поправки. Учитывая теперь величину ранее отброшенного члена в знаменателе, найдем второе приближение для поправки. Дальше второго приближения идти не приходится (Зав. лабор., 14, 631, 1948).

Для вычисления положительных температур не выше 200° можно использовать следующую приближенную формулу, дающую явное выражение t через t_p :

$$t = t_p \{ 1 + 10^{-4} (t_p - 100) [1 + 2 \cdot 10^{-4} (t_p - 50)] \}. \quad (7)$$

У верхней границы применения платинового термометра погрешность формулы составляет 2° , однако, если вычисляемая температура не превышает 200° — эта формула позволяет найти ее с точностью до $0,01^\circ$. В интервале $0 - 100^\circ$ точность формулы (7) значительно выше — порядка нескольких десятитысячных долей градуса.

5. ПОСТРОЕНИЕ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ ТАБЛИЦ ДЛЯ ПЛАТИНОВЫХ ТЕРМОМЕТРОВ СОПРОТИВЛЕНИЯ

При многократном применении платиновых термометров сопротивления выгодно пользоваться специальными вспомогательными таблицами, позволяющими избежать громоздких вычислений температуры. В настоящем разделе мы остановимся только на способах составления этих таблиц.

Табл. 1 (см. стр. 123) предназначена для температур от 0 до 660° .

Устройство таблицы основано на применении формулы:

$$t = t(t_p, \delta) = t(t_p, \delta_0) + \frac{(\delta - \delta_0)}{1!} \left(\frac{\partial t}{\partial \delta} \right)_{t_p, \delta_0}, \quad (8)$$

которая является началом разложения t в ряд Тейлора по степеням разности $\delta - \delta_0$. В качестве „начального значения“ выбрано число $\delta_0 = 1,5$. „Средняя величина“ δ у обычно применяемых теперь платиновых термометров, пожалуй, ближе к 1,495, чем к 1,5; однако, последнее число имеет важное преимущество круглого числа — необходимую для выкладок разность оно позволяет всегда легко вычислять в уме.

Обычно составляют две отдельные таблицы: таблицу $t(t_p, \delta_0)$ с входом по аргументу t_p и таблицу $\left(\frac{\partial t}{\partial \delta} \right)_{t_p, \delta_0}$ со входом по аргументу t (см. М. М. Попов, „Термометрия и калориметрия“, ОНТИ, 1934, стр. 168). В нашей таблице материал расположен иначе с целью упростить поиски нужных чисел и избежать лишних вычислений. Таблица имеет вход по платиновой температуре. Каждому градусу платиновой температуры отведена своя клетка. В клетке помещены три числа. Верхнее число есть $t(t_p; 1,5)$, т. е. температура в градусах м. ш. т., вычисленная по заданной платиновой температуре при предположении, что $\delta = 1,5$. Среднее число, стоящее строчкой ниже, представляет разность между значением температуры в следующей по порядку клетке и значением температуры в рассматриваемой нами клетке. Если выбранная клетка отвечает аргументу t_p , то следующая будет отвечать аргументу $t_p + 1$. Разность

$$t(t_p + 1; 1,5) - t(t_p; 1,5)$$

показывает, как изменяется температура при возрастании платиновой температуры на 1° . Ее можно считать приближенным значением производной

$$\left(\frac{dt}{dt_p}\right)_{\delta=1,5}$$

и пользоваться ею для целей интерполяции. Третье, нижнее число в клетке дает величину

$$10^{-2} \left(\frac{dt}{d\delta}\right)_{t_p, \delta=1,5}.$$

В основе табл. 1 находится формула разностей (3), которую можно записать следующим образом:

$$t = t_p + v. \quad (9)$$

Здесь v представляет поправку, которую следует добавить к платиновой температуре, чтобы получить темпера-



Рис. 1.

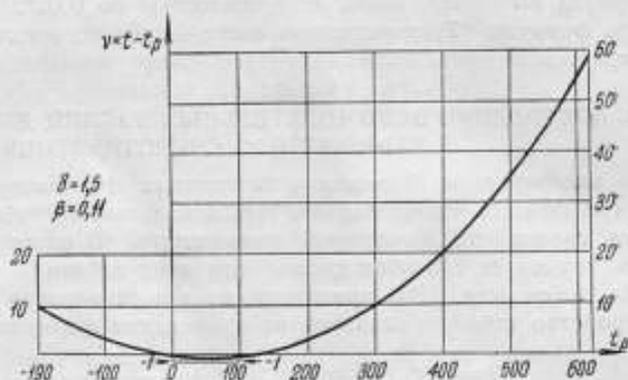


Рис. 2.

туру, выраженную в м. ш. т. Величина v нам известна как функция искомой температуры:

$$v = 10^{-4} \delta t (t - 100) = \delta \left[\left(\frac{t}{100}\right)^2 - \left(\frac{t}{100}\right) \right]. \quad (10)$$

Подставляя сюда значение t по формуле (9), мы получим уравнение, из которого можно определить поправку v уже как функцию платиновой температуры

$$v = \frac{\delta}{10^4} (t_p + v)^2 - \frac{\delta}{10^2} (t_p + v). \quad (11)$$

Решая это квадратное уравнение, получим выражение для v :

$$v = \frac{10^4}{2\delta} + 50 - t_p - \sqrt{\left(\frac{10^4}{2\delta} + 50 - t_p\right)^2 - t_p(t_p - 100)}. \quad (12)$$

Выбор знака „минус“ перед квадратным корнем обусловлен требованием соблюдения равенства $v=0$ при $t_p=0$ и при $t_p=100$.

Общее представление о величине поправки v можно получить при рассмотрении рис. 1 и 2. На рис. 2 шкала платиновых температур и м. ш. т. нанесены рядом на общей прямой. Это — графические изображения верхнего ряда

чисел табл. 1. На рис. 2 поправка ν представлена как функция t_p в прямоугольной системе координат. Уравнение кривой, простирающейся вправо от начала координат, дано формулой (11). Это уравнение параболы, главный диаметр которой определяется уравнением:

$$t_p + \nu - 50 \left(2 + \frac{100}{\delta} \right) = 0.$$

(На рисунке ни главный диаметр, ни вершина параболы не могли быть изображены, потому что они находятся на значительном расстоянии от начала координат).

На рис. 1 и 2 можно наглядно проследить возрастание величины ν при переходе к более высоким температурам.

Продифференцируем ν по t_p при постоянном коэффициенте δ . Получим:

$$\left(\frac{\partial \nu}{\partial t_p} \right)_{\delta} = \left(\frac{\partial}{\partial t_p} (t - t_p) \right)_{\delta} = \left(\frac{\partial t}{\partial t_p} \right)_{\delta} - 1.$$

Здесь мы рассматриваем t как функцию двух независимых переменных t_p и δ . Вычислением мы можем найти производную:

$$\left(\frac{\partial t}{\partial t_p} \right)_{\delta} = \left(\frac{\partial \nu}{\partial t_p} \right)_{\delta} + 1 = \frac{\frac{10^4}{2\delta}}{\sqrt{\left(\frac{10^4}{2\delta} + 50 - t_p \right)^2 - t_p(t_p - 100)}}.$$

Радикал в знаменателе можно заменить при помощи формулы (12). После замены получим для производной $\left(\frac{\partial t}{\partial t_p} \right)_{\delta}$ другое выражение, содержащее одновременно t_p и ν :

$$\left(\frac{\partial t}{\partial t_p} \right)_{\delta} = \frac{\frac{10^4}{2\delta}}{\frac{10^4}{2\delta} + 50 - t_p - \nu}. \quad (13)$$

Продифференцируем теперь ν по δ при постоянной t_p

$$\left(\frac{\partial \nu}{\partial \delta} \right)_{t_p} = \left(\frac{\partial}{\partial \delta} (t - t_p) \right)_{t_p} = \left(\frac{\partial t}{\partial \delta} \right)_{t_p}.$$

После вычисления $\left(\frac{\partial \nu}{\partial \delta} \right)_{t_p}$ найдем:

$$\left(\frac{\partial t}{\partial \delta} \right)_{t_p} = \frac{10^4}{2\delta^2} \left[\frac{\frac{10^4}{2\delta} + 50 - t_p}{\sqrt{\left(\frac{10^4}{2\delta} + 50 - t_p \right)^2 - t_p(t_p - 100)}} - 1 \right].$$

Это сложное выражение представляет $\left(\frac{\partial t}{\partial \delta} \right)_{t_p}$ как явную функцию t_p . Его можно несколько упростить путем уже использованной замены радикала; тогда получается выражение, содержащее одновременно t_p и ν :

$$\left(\frac{\partial t}{\partial \delta} \right)_{t_p} = \frac{\frac{10^4}{2\delta^2} \cdot \nu}{\frac{10^4}{2\delta} + 50 - t_p - \nu}. \quad (14)$$

Формулы (12) — (14) дают возможность вычислить все величины, необходимые для вычисления по формуле (8) и для составления вспомогательной таблицы. Поправка к платиновой температуре ν должна быть вычислена в первую

очередь, потому что она входит наравне с платиновой температурой в остальные две формулы (13) и (14). Формула (12) для вычисления поправки γ , однако, довольно громоздка; вычисление поправки выгодно заменить вычислением сопряженных пар значений t и t_p . С этой целью следует вначале взять в качестве аргумента t и, пользуясь формулой разностей, вычислить t_p для целых значений t через один градус. Составив такую вспомогательную таблицу, надо путем обратной интерполяции найти значения t для целых значений платиновой температуры. Имея эту окончательную таблицу, мы вычисляем первые разности температур. Эти разности, с одной стороны, с достаточным приближением дают величину производной $\left(\frac{\partial t}{\partial t_p}\right)_\delta$, позволяя избежать применения формулы (13), и, с другой стороны, служат для контроля правильности составленной таблицы. Величина производной $\left(\frac{\partial t}{\partial \delta}\right)_{t_p}$ вычисляется затем по формуле (14).

Величина погрешности, которую мы делаем, пользуясь формулой (8), т. е. сохраняя в ряде Тэйлора первые два члена, может быть грубо оценена величиной третьего члена разложения, а именно

$$\frac{(\delta - 1,5)^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 t}{\partial \delta^2}\right)_{t_p} \Big|_{\delta=1,5} \quad (15)$$

Производная $\left(\frac{\partial t}{\partial \delta}\right)_{t_p}$ нам известна. Если в формуле (14) перейти от аргументов t_p и γ к аргументу t , мы получим следующее выражение

$$\left(\frac{\partial t}{\partial \delta}\right)_{t_p} = \frac{10 - t(t - 100)}{1 + 10^{-4}(100 - 2t)} \quad (16)$$

Для вычисления $\left(\frac{\partial^2 t}{\partial \delta^2}\right)_{t_p}$ освободимся в формуле (16) от знаменателя в правой части и затем продифференцируем полученное равенство по δ , помня, что t является функцией двух независимых переменных t_p и δ . Выполняя необходимые вычисления, найдем

$$\left(\frac{\partial^2 t}{\partial \delta^2}\right)_{t_p} = 2 \cdot 10^{-4} \left(\frac{\partial t}{\partial \delta}\right)_{t_p} \frac{2t - 100 + \delta \left(\frac{\partial t}{\partial \delta}\right)_{t_p}}{1 + 10^{-4}(100 - 2t)}$$

Знаменатель можно заменить, учитывая формулу (16). После замены получим окончательно

$$\left(\frac{\partial^2 t}{\partial \delta^2}\right)_{t_p} = 2 \left(\frac{\partial t}{\partial \delta}\right)_{t_p}^2 \frac{2t - 100 + \delta \left(\frac{\partial t}{\partial \delta}\right)_{t_p}}{t(t - 100)} \quad (17)$$

У обычно применяемых термометров постоянная δ заключена между 1,488 и 1,501. Максимальная абсолютная величина разности $\delta - 1,5$ не превосходит, следовательно, $1,2 \cdot 10^{-2}$. Пользуясь формулами (15) и (16), найдем, что даже при $t = 660^\circ$ третий член разложения имеет порядок величины $0,001^\circ$. Учитывая погрешности, связанные с применением приближенных значений производных $\left(\frac{\partial t}{\partial t_p}\right)_\delta$ и $\left(\frac{\partial t}{\partial \delta}\right)_{t_p}$, можно убедиться в том, что температура, вычисленная при помощи табл. 1, будет заключать погрешность, не превышающую одной-двух единиц последнего знака.

Табл. 2 (см. стр. 132) предназначена для температур от 0 до -190° . Устройство таблицы основано на применении формулы

$$t = t(t_p, \delta, \beta) = t(t_p; 1,5; 0,11) + \frac{(\delta - 1,5)}{1!} \left(\frac{\partial t}{\partial \delta}\right)_{t_p} \Big|_{\delta=1,5} + \frac{(\beta - 0,11)}{1!} \left(\frac{\partial t}{\partial \beta}\right)_{t_p} \Big|_{\beta=0,11} \quad (18)$$

Формула (18) является началом разложения в ряд Тэйлора по степеням разностей $(\delta - 1,5)$ и $(\beta - 0,11)$. Расположение материала в табл. 2 такое же, как и в табл. 1. Каждому градусу платиновой температуры отведена своя клетка. В клетке помещены 4 числа. Значения первых трех были уже указаны выше. Четвертое число дает величину: $10^{-2} \left(\frac{\partial t}{\partial \beta} \right)_{t_p} \Big|_{\substack{\delta=1,5 \\ \beta=0,11}}$. Умножая это число на

$10^2 (\beta - 0,11)$ получаем величину той поправки, которую приходится вводить для термометра с постоянной β , не равной 0,11, т. е. тому значению, для которого вычислен ряд верхних чисел. При подсчетах надо внимательно следить за знаками всех учитываемых поправок.

Для составления табл. 2 прежде всего были вычислены пары сопряженных значений t_p и t при помощи формулы разностей (4) для значений температур в целых десятках. В полученной таблице при помощи интерполяционной формулы Ньютона 2-й степени были найдены значения температуры для значений платиновой температуры в целых десятках, т. е., иначе говоря, первоначально составленная таблица перестраивалась с целью перехода от аргумента t к аргументу t_p . Правильность найденных значений температуры для целых десятков платиновой температуры проверялась путем подстановки в формулу разностей (4). После проверки были вычислены недостающие промежуточные значения, соответствующие изменениям платиновой температуры через один градус, путем субтабуляции с учетом разностей 3-го порядка. Производные $\left(\frac{\partial t}{\partial \delta} \right)_{t_p}$ и $\left(\frac{\partial t}{\partial \beta} \right)_{t_p}$ были вычислены при помощи следующих формул, которые находятся путем дифференцирования формул разностей по параметрам δ и β ;

$$\left(\frac{\partial t}{\partial \delta} \right)_{t_p} = \frac{10^{-4} t (t - 100)}{1 + 2 \cdot 10^{-4} (50 - t) + 4 \cdot 10^{-8} \beta t^2 (75 - t)}, \quad (19)$$

$$\left(\frac{\partial t}{\partial \beta} \right)_{t_p} = \frac{10^{-6} t^3 (t - 100)}{1 + 2 \cdot 10^{-4} (50 - t) + 4 \cdot 10^{-8} \beta t^2 (75 - t)}. \quad (20)$$

Грубая оценка погрешности, допускаемой при пользовании табл. 2, могла бы быть произведена путем вычисления числового значения суммы членов второго порядка в ряде Тэйлора, а именно:

$$\frac{1}{2!} \left\{ (\delta - 1,5)^2 \left(\frac{\partial^2 t}{\partial \delta^2} \right)_{t_p} + 2 (\delta - 1,5) (\beta - 0,11) \left(\frac{\partial^2 t}{\partial \delta \partial \beta} \right)_{t_p} + (\beta - 0,11)^2 \left(\frac{\partial^2 t}{\partial \beta^2} \right)_{t_p} \right\}.$$

Для того чтобы избежать громоздких вычислений, необходимых для этой оценки, была произведена проверка достигаемой точности иным путем. Были вычислены значения температур для термометра с константами $\delta = 1,485$ и $\beta = 0,10$, с одной стороны, непосредственно с двумя лишними знаками и, с другой стороны, при помощи табл. 2. При сравнении полученных чисел было установлено, что погрешность температуры, вычисленной по таблице, не превышает одной-двух единиц последнего знака.

6. УСТРОЙСТВО И УПОТРЕБЛЕНИЕ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ ТАБЛИЦ

Табл. 1 предназначена для температур от 0 до 660°.

В таблице для каждого градуса платиновой температуры отведена своя клетка. В клетке помещены три числа. Верхнее число есть $t(t_p; 1,5)$, т. е. температура в градусах м. ш. т., вычисленная по заданной платиновой температуре при предположении, что коэффициент $\delta = 1,5$. Среднее число, стоящее строчкой ниже, представляет собою разность между значением температуры в следующей по порядку клетке и значением температуры в рассматриваемой клетке.

Если выбранная клетка отвечает t_p , то следующая по порядку клетка будет отвечать аргументу $t_p + 1$.

Разность

$$t(t_p + 1; 1,5) - t(t_p; 1,5)$$

показывает, как изменяется температура t при возрастании платиновой температуры t_p на один градус, т. е. эту разность можно считать приближенным значением $\left(\frac{\partial t}{\partial t_p}\right)_{\delta}$ и пользоваться ею для целей интерполяции.

Третье, нижнее число в клетке дает величину $10^{-2} \left[\left(\frac{\partial t}{\partial \delta}\right)_{t_p} \right]_{\delta=1,5}$.

Поясним употребление таблицы на числовом примере. Пусть нам требуется найти температуру по заданной платиновой температуре $t_p = 258,770^\circ\text{C}$ и постоянной термометра $\delta = 1,497$.

Отыскиваем клетку для $t_p = 258$. Первые две цифры платиновой температуры читаем в первом столбце, последняя цифра помещается в заголовке одного из следующих столбцов. В клетке находим

$$t(258; 1,5) = 264,528^\circ\text{C}.$$

При изменении платиновой температуры на 1° температура изменяется на $1,069^\circ\text{C}$. Нам задана $t_p = 258,770^\circ$ поэтому к выписанному уже нами числу следует добавить $0,770 \cdot 1,069 = 0,823^\circ\text{C}$. Если бы мы пользовались термометром с постоянной $\delta = 1,5$, то $t_p = 258,770^\circ\text{pt}$ соответствовала бы температура $t = 264,528^\circ + 0,823^\circ = 265,351^\circ\text{C}$. Так как на самом деле у нашего термометра $\delta = 1,497$, нам надо ввести поправку на значение δ . Для этого вычисляем разность $\delta - 1,5$, выраженную в сотых долях, т. е. находим:

$$10^2 (\delta - 1,5) = 10^2 (1,497 - 1,500) = 10^2 (-3 \cdot 10^{-3}) = -0,3.$$

Умножая это число на помещенную внизу клетки величину $10^{-2} \left[\left(\frac{\partial t}{\partial \delta}\right)_{t_p} \right]_{\delta=1,5}$, находим искомую поправку:

$$+0,047 \cdot (-0,3) = -0,014.$$

(Надо заметить, что если δ больше 1,5, то поправка отрицательна в интервале $0 - 100^\circ$ и положительна для температур выше 100° . Если δ меньше 1,5 — поправка будет иметь в указанных областях обратный знак).

Итак:

$$t(258,770; 1,497) = 265,351 - 0,014 = 265,337^\circ\text{C}.$$

Все вычисления можно расположить следующим образом:

$$\begin{array}{r} t_p = 258,770^\circ\text{pt} \quad 264,528 = t(258; 1,5) \\ \delta = 1,497 \quad \left. \begin{array}{l} +0,770 = 0,770 \times 1 \\ +0,053 = 0,770 \times 0,069 \\ -0,014 = 10^2 (1,497 - 1,500) \cdot 0,047 \end{array} \right\} 0,770 \times \frac{\partial t}{\partial t_p} \\ \hline t = 265,337^\circ\text{C} \end{array}$$

Действия справа указаны только для пояснения. Все необходимые умножения легко выполняются на логарифмической линейке. Произведение $1,068 \times 0,770$ надо вычислять по частям, как это показано в нашем примере.

При помощи этой же таблицы можно решить обратную задачу — вычислить сопротивление термометра при любой температуре. Из определения платиновой температуры вытекает формула:

$$R_t = R_0 (1 + \alpha t_p), \quad (21)$$

Умножая его на 10^2 ($\beta = 0,11$) получим ту дополнительную поправку, которую приходится вводить для термометра с постоянной β , не равной 0,11, т. е. тому значению, для которого вычислялись табличные значения температуры.

При выкладках надо внимательно следить за знаками всех учитываемых поправок.

Приведем пояснительный пример. Надо найти температуру, соответствующую $t_p = -173,18^\circ \text{pt}$. Термометр, которым измеряли температуру, имеет постоянные $\delta = 1,484$ и $\beta = 0,121$.

Вычисления располагаются по следующей схеме, не нуждающейся в дополнительных пояснениях:

$$\begin{array}{rcl}
 t_p = -173,18^\circ \text{pt} & - 165,12 & = t(-173; 1,5; 0,11) \\
 \delta = 1,484 & - 0,17 & = +0,92 \times (-0,18) \\
 \beta = 0,121 & - 0,06 & = +0,04 \times 10^2 (1,484 - 1,500) \\
 & + 0,12 & = +0,11 \times 10^2 (0,121 - 0,110) \\
 \hline
 & & - 165,23^\circ \text{C}
 \end{array}$$

Температура, вычисленная при помощи табл. 1 и 2 по показаниям термометров с коэффициентами δ , лежащими в пределах от 1,49 до 1,51, и коэффициентами β , лежащими в пределах от 0,10 до 0,12, обычно заключает погрешность, не превосходящую одной единицы последнего знака. Только в некоторых исключительно неблагоприятных случаях погрешность может составить две единицы последнего знака.

7. НЕСКОЛЬКО ПРАКТИЧЕСКИХ УКАЗАНИЙ ПО ПРИМЕНЕНИЮ ПЛАТИНОВЫХ ТЕРМОМЕТРОВ СОПРОТИВЛЕНИЯ

Платиновая температура по формуле (5) пропорциональна отношению двух разностей, двух интервалов: $R_t - R_0$ и $R_{100} - R_0$. Точность вычисления платиновой температуры, а следовательно, и точность вычисления истинной температуры, зависит от точности определения двух указанных интервалов (а также и от точности определения констант δ и β).

Укажем некоторые правила применения термометра, оставляя в стороне вопрос о точности эталонирования. Само собой понятно, что эталонирование нужно производить с большой тщательностью, путем многочисленных опытов, преднамеренно варьируя их условия.

Определению основного интервала надо уделить особое внимание. Повторные измерения его должны производиться систематически.

Практика применения платиновых термометров показала, что в течение действия каждого термометра интервалы являются более устойчивыми, чем сами сопротивления в реперных точках, иногда изменяющиеся скачкообразно приблизительно на одну и ту же величину. Это явление „скачков“ объясняется, до некоторой степени известным правилом, по которому малые загрязнения металла вызывают прирост его сопротивления, одинаковый при всех температурах.

Меняющееся натяжение платиновой проволоки при нагревании и охлаждении может, например, служить причиной ее „физического“ загрязнения. Поведение конкретного термометра зависит, конечно, от многих мало изученных причин физического и химического загрязнения платины; однако, тенденция к сохранению постоянства интервалов обычно достаточно ясно выражена.

Существование скачков сопротивления приводит к важным заключениям. Прежде всего формула разностей (3), вводящая в рассмотрение, платиновую температуру — отношение интервалов — и константу δ , являющуюся функцией отношения двух интервалов, должна рассматриваться как формула принципиально более правильная, чем формула

$$R_t = R_0(1 + At + Bt^2).$$

Нетрудно показать, что константы A и B изменяются при скачке, т. е., собственно говоря, не являются постоянными при обычном поведении реального термометра. То же самое, конечно, нужно сказать и о формуле разностей (4).

Затем для измерения температуры можно сформулировать несколько практических указаний.

1. Для вычисления интервала $R_t - R_0$ следует брать значение R_0 , найденное вслед за измерением R_t . Пока изменения R_0 не превышают примерно 0,02%, можно пользоваться старыми данными о величине основного интервала и значении константы δ , в противном случае надо заново определить основной интервал. Если основной интервал заметно изменился, необходимо термометр эталонировать вновь.

2. Сопротивление R_0 термометра надо измерять возможно чаще: лучше всего систематически — до и после каждого пользования термометром. Для сравнимости результатов следует применять одну и ту же поверенную и хорошо изученную электроизмерительную аппаратуру. Очень важно контролировать чистоту льда, применяемого для приготовления ледяной ванны. Недостаточная чистота льда в льдохранилище может оказать серьезное влияние на надежность результатов измерения R_0 . Примесь только 160 мг поваренной соли к 1 кг воды достаточна для понижения температуры равновесия между льдом и раствором указанной концентрации, на 0,01°С.¹

Надо поэтому стремиться к предельной чистоте при приготовлении ледяной ванны и пользоваться исключительно дистиллированной водой.

Простейшая, хотя и не всегда достаточная форма контроля за надежностью результатов измерения R_0 рабочего термометра заключается в сопоставлении их с результатами измерения в той же ванне сопротивления R_0 другого платинового термометра сопротивления, употребляемого только для таких измерений.

3. Нередко сопротивление термометра при его эксплуатации измеряется не той аппаратурой, при помощи которой было произведено эталонирование. Если новое значение R'_0 будет отличаться от той величины R_0 , которая была найдена во время эталонирования, то следует определить новый основной интервал по формуле

$$R'_{100} - R'_0 = (R_{100} - R_0) \frac{R'_0}{R_0}$$

и пользоваться им для вычислений платиновой температуры. Коэффициент δ и β при этом не изменяются. При вычислении разности $R_t - R_0$ надо подставлять значение R_0 , найденное тем же потенциометром или мостом, который служит для измерения R_t .

¹ Понижение Δt температуры равновесия между льдом и очень слабым раствором какого-либо вещества в воде может быть подсчитано, в зависимости от молярной концентрации γ этого вещества в растворе по закону Рауля:

$$\Delta t = 1,86 \cdot i \cdot \gamma.$$

Величина i в сильно разбавленных растворах может быть принята равной числу ионов для частиц, получающихся при растворении из одной молекулы растворенного вещества (следовательно, для незлектролитов $i = 1$; для вещества вроде NaCl $i = 2$; для вещества вроде BaCl₂ $i = 3$ и т. д.).

Молярная концентрация — число молей растворенного вещества на 1000 г растворителя.

Последнее правило основано на том, что при правильных относительных показаниях отдельного моста (или потенциометра) они могут иметь различные единицы сопротивления. У потенциометра, например, измеряемое сопротивление сравнивается с нормальной катушкой, которая задает единицу сопротивления для всех измерений. Резкое колебание комнатной температуры и недостаточно точное знание температурного коэффициента нормальных катушек может также создать необходимость введения той пропорциональной поправки, о которой шла речь выше. При точных работах предпочтительнее избегать всяких поправок, измеряя сопротивление всегда одним и тем же хорошо изученным прибором при температуре помещения, близкой к той, при которой он поверялся.

Иногда стараются придать термометру, в зависимости от среднего температурного коэффициента α примененной платины, такое сопротивление R_0 , чтобы произведение αR_0 было близко к $1 \cdot 10^n$ с точностью до десятых долей процента. Это позволяет вычислять платиновую температуру

$$t_p = \frac{R_t - R_0}{\alpha R_0} = \frac{R_t - R_0}{(1 + \varepsilon) 10^n} \cong 10^{-n} (R_t - R_0) - 10^{-n} \varepsilon (R_t - R_0)$$

при помощи логарифмической линейки, потому, что второй член $10^{-n} \varepsilon (R_t - R_0)$ является в этом случае только малой поправкой к первому члену, вычисляемому путем перенесения запятой в разности $R_t - R_0$ на n знаков.

Октябрь 1947 г.

Таблица 1
Таблица для перехода от платиновой температуры к международной температурной шкале в области от 0 до 660°С
0 ± 0,01 pt

t_p	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0,0000 +0,9854 0,0000	0,9854 +0,9856 -0,0001	1,9710 +0,9860 -0,0002	2,9570 +0,9862 -0,0003	3,9432 +0,9865 -0,0004	4,9297 +0,9868 -0,0005	5,9165 +0,9871 -0,0006	6,9036 +0,9874 -0,0006	7,8910 +0,9876 -0,0007	8,8786 +0,9880 -0,0008
1	9,8666 0,9883 -0,0009	10,8549 0,9885 -0,0010	11,8434 0,9889 -0,0010	12,8323 0,9891 -0,0011	13,8214 0,9894 -0,0012	14,8108 0,9897 -0,0013	15,8005 0,9900 -0,0013	16,7905 0,9902 -0,0014	17,7807 0,9906 -0,0015	18,7713 0,9909 -0,0015
2	19,7622 0,9911 -0,0016	20,7533 0,9915 -0,0016	21,7448 0,9917 -0,0017	22,7365 0,9920 -0,0018	23,7285 0,9924 -0,0018	24,7209 0,9926 -0,0019	25,7135 0,9929 -0,0019	26,7064 0,9932 -0,0020	27,6996 0,9935 -0,0020	28,6931 0,9938 -0,0020
3	29,6869 0,9941 -0,0021	30,6810 0,9944 -0,0021	31,6754 0,9947 -0,0022	32,6701 0,9949 -0,0022	33,6650 0,9953 -0,0022	34,6603 0,9956 -0,0023	35,6550 0,9958 -0,0023	36,6517 0,9962 -0,0023	37,6479 0,9964 -0,0023	38,6443 0,9968 -0,0024
4	39,6411 0,9970 -0,0024	40,6381 0,9974 -0,0024	41,6355 0,9976 -0,0024	42,6331 0,9980 -0,0024	43,6311 0,9982 -0,0025	44,6293 0,9986 -0,0025	45,6279 0,9988 -0,0025	46,6267 0,9991 -0,0025	47,6258 0,9995 -0,0025	48,6253 0,9997 -0,0025
5	49,6250 1,0001 -0,0025	50,6251 1,0003 -0,0025	51,6254 1,0006 -0,0025	52,6260 1,0010 -0,0025	53,6270 1,0012 -0,0025	54,6282 1,0015 -0,0025	55,6297 1,0019 -0,0025	56,6316 1,0021 -0,0025	57,6337 1,0025 -0,0024	58,6362 1,0027 -0,0024
6	59,6389 1,0031 -0,0024	60,6420 1,0033 -0,0024	61,6453 1,0037 -0,0024	62,6490 1,0040 -0,0023	63,6530 1,0042 -0,0023	64,6572 1,0046 -0,0023	65,6618 1,0049 -0,0023	66,6667 1,0052 -0,0022	67,6719 1,0054 -0,0022	68,6773 1,0058 -0,0022

t_p	70 + 130° pt									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	69,6831 1,0061 -0,0021	70,6892 1,0064 -0,0021	71,6956 1,0067 -0,0020	72,7023 1,0071 -0,0020	73,7094 1,0073 -0,0019	74,7167 1,0076 -0,0019	75,7243 1,0079 -0,0018	76,7322 1,0082 -0,0018	77,7404 1,0086 -0,0017	78,7490 1,0088 -0,0017
8	79,7578 1,0092 -0,0016	80,7670 1,0095 -0,0016	81,7755 1,0098 -0,0015	82,7863 1,0100 -0,0014	83,7963 1,0105 -0,0014	84,8068 1,0106 -0,0013	85,8174 1,0111 -0,0012	86,8285 1,0113 -0,0011	87,8398 1,0116 -0,0011	88,8514 1,0120 -0,0010
9	89,8634 1,0123 -0,0009	90,8757 1,0125 -0,0008	91,8882 1,0129 -0,0007	92,9011 1,0132 -0,0007	93,9143 1,0135 -0,0006	94,9278 1,0138 -0,0005	95,9416 1,0141 -0,0004	96,9557 1,0145 -0,0003	97,9702 1,0147 -0,0002	98,9849 1,0151 -0,0001
10	100,0000 1,0154 +0,0000	101,0154 1,0157 +0,0001	102,0311 1,0161 +0,0002	103,0472 1,0163 +0,0003	104,0635 1,0166 +0,0004	105,0801 1,0169 +0,0005	106,0970 1,0173 +0,0006	107,1143 1,0176 +0,0008	108,1319 1,0179 +0,0009	109,1498 1,0182 +0,0010
11	110,1680 1,0186 +0,0011	111,1866 1,0188 +0,0012	112,2054 1,0192 +0,0014	113,2246 1,0194 +0,0015	114,2440 1,0199 +0,0016	115,2639 1,0201 +0,0018	116,2840 1,0205 +0,0019	117,3045 1,0207 +0,0020	118,3252 1,0212 +0,0022	119,3464 1,0213 +0,0023
12	120,3677 1,0218 +0,0025	121,3895 1,0220 +0,0026	122,4115 1,0224 +0,0027	123,4330 1,0226 +0,0029	124,4555 1,0230 +0,0031	125,4795 1,0234 +0,0033	126,5029 1,0237 +0,0034	127,5266 1,0239 +0,0036	128,5505 1,0243 +0,0037	129,5748 1,0246 +0,0039
13	130,5994 1,0249 +0,0041	131,6243 1,0253 +0,0043	132,6496 1,0256 +0,0044	133,6752 1,0259 +0,0045	134,7011 1,0263 +0,0048	135,7274 1,0265 +0,0049	136,7539 1,0269 +0,0051	137,7808 1,0272 +0,0053	138,8080 1,0275 +0,0055	139,8355 1,0278 +0,0057

140 ÷ 199^{pt}

t_p	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
14	140,8633 +1,0282 +0,0059	141,8915 +1,0286 +0,0061	142,9201 +1,0287 +0,0063	143,9488 +1,0291 +0,0065	144,9779 +1,030 +0,0067	146,008 +1,030 +0,0069	147,038 +1,030 +0,0071	148,068 +1,030 +0,0073	149,098 +1,031 +0,0075	150,129 +1,031 +0,008
15	151,160 1,032 0,008	152,192 1,031 0,008	153,223 1,032 0,008	154,255 1,033 0,009	155,288 1,033 0,009	156,321 1,033 0,009	157,354 1,033 0,009	158,387 1,034 0,009	159,421 1,034 0,010	160,455 1,035 0,010
16	161,490 1,034 0,010	162,524 1,035 0,011	163,559 1,035 0,011	164,595 1,036 0,011	165,631 1,036 0,011	166,667 1,036 0,012	167,703 1,037 0,012	168,740 1,037 0,012	169,777 1,038 0,012	170,815 1,037 0,013
17	171,852 1,038 0,013	172,890 1,039 0,013	173,929 1,039 0,013	174,968 1,039 0,014	176,007 1,039 0,014	177,046 1,040 0,014	178,086 1,040 0,014	179,126 1,041 0,015	180,167 1,040 0,015	181,207 1,042 0,015
18	182,249 1,041 0,016	183,290 1,042 0,016	184,332 1,042 0,016	185,374 1,042 0,016	186,415 1,043 0,017	187,459 1,044 0,017	188,503 1,043 0,017	189,546 1,044 0,018	190,590 1,044 0,018	191,634 1,045 0,018
19	192,679 1,045 0,019	193,724 1,045 0,019	194,769 1,045 0,019	195,814 1,046 0,020	196,860 1,047 0,020	197,907 1,046 0,020	198,953 1,047 0,021	200,000 1,047 0,021	201,047 1,048 0,021	202,095 1,048 0,022

Продолжение табл. 1

t_p	200 ÷ 279° pt									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
20	203,143 +1,048 +0,022	204,191 +1,049 +0,022	205,240 +1,049 +0,023	206,289 +1,049 +0,023	207,338 +1,050 +0,023	208,388 +1,050 +0,024	209,438 +1,050 +0,024	210,488 +1,051 +0,024	211,539 +1,051 +0,025	212,590 +1,052 +0,025
21	213,642 1,052 0,026	214,694 1,052 0,026	215,746 1,052 0,026	216,798 1,053 0,027	217,851 1,053 0,027	218,904 1,054 0,027	219,958 1,054 0,028	221,012 1,054 0,028	222,066 1,055 0,029	223,121 1,055 0,029
22	224,176 1,055 0,029	225,231 1,056 0,030	226,287 1,056 0,030	227,343 1,056 0,030	228,399 1,057 0,031	229,456 1,057 0,031	230,513 1,057 0,032	231,570 1,058 0,032	232,628 1,058 0,033	233,686 1,059 0,033
23	234,745 1,059 0,034	235,804 1,059 0,034	236,863 1,059 0,034	237,922 1,060 0,035	238,982 1,060 0,035	240,042 1,061 0,035	241,103 1,061 0,036	242,164 1,062 0,036	243,226 1,061 0,037	244,287 1,062 0,037
24	245,349 1,063 0,038	246,412 1,063 0,038	247,475 1,063 0,039	248,538 1,063 0,039	249,601 1,064 0,040	250,665 1,064 0,040	251,729 1,065 0,041	252,794 1,065 0,041	253,859 1,065 0,042	254,924 1,066 0,042
25	255,990 1,066 0,043	257,056 1,066 0,043	258,122 1,067 0,043	259,189 1,067 0,044	260,255 1,068 0,044	261,324 1,068 0,045	262,392 1,068 0,045	263,460 1,068 0,046	264,528 1,069 0,047	265,597 1,070 0,047
26	266,667 1,069 0,048	267,736 1,071 0,048	268,807 1,070 0,049	269,877 1,071 0,049	270,948 1,071 0,050	272,019 1,072 0,050	273,091 1,071 0,051	274,162 1,073 0,051	275,235 1,072 0,052	276,307 1,073 0,052
27	277,380 1,074 0,053	278,454 1,073 0,053	279,527 1,075 0,054	280,602 1,074 0,055	281,676 1,075 0,055	282,751 1,075 0,055	283,826 1,076 0,056	284,902 1,076 0,057	285,978 1,076 0,057	287,054 1,077 0,058

280 - 349° pt

t_p	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
28	288,131 +1,077 +0,058	289,208 +1,078 +0,059	290,286 +1,078 +0,059	291,364 +1,078 +0,060	292,442 +1,078 +0,060	293,520 +1,079 +0,061	294,599 +1,080 +0,062	295,679 +1,080 +0,063	296,759 +1,080 +0,063	297,839 +1,080 +0,064
29	298,919 1,081 0,064	300,000 1,081 0,065	301,081 1,082 0,065	302,163 1,082 0,066	303,245 1,083 0,067	304,327 1,083 0,067	305,410 1,083 0,068	306,493 1,084 0,068	307,577 1,084 0,069	308,661 1,084 0,070
30	309,745 1,085 0,071	310,830 1,085 0,071	311,915 1,085 0,072	313,000 1,086 0,072	314,086 1,086 0,073	315,172 1,087 0,074	316,259 1,087 0,074	317,346 1,088 0,075	318,434 1,087 0,075	319,521 1,088 0,076
31	320,609 1,089 0,077	321,698 1,089 0,078	322,787 1,089 0,078	323,876 1,090 0,079	324,966 1,090 0,080	326,056 1,091 0,080	327,147 1,090 0,081	328,237 1,092 0,082	329,329 1,091 0,082	330,420 1,092 0,083
32	331,512 1,093 0,084	332,605 1,093 0,085	333,698 1,093 0,085	334,791 1,093 0,086	335,884 1,095 0,087	336,979 1,094 0,087	338,073 1,095 0,088	339,168 1,095 0,089	340,263 1,095 0,089	341,358 1,096 0,090
33	342,454 1,097 0,091	343,551 1,097 0,092	344,648 1,097 0,093	345,745 1,097 0,093	346,842 1,098 0,094	347,940 1,099 0,095	349,039 1,098 0,095	350,137 1,100 0,096	351,237 1,099 0,097	352,336 1,100 0,098
34	353,436 1,100 0,098	354,536 1,101 0,099	355,637 1,101 0,100	356,738 1,102 0,101	357,840 1,102 0,102	358,942 1,102 0,102	360,044 1,103 0,103	361,147 1,103 0,104	362,250 1,104 0,105	363,354 1,104 0,105

t_p	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
35	364,458 +1,104 +0,106	365,562 +1,105 +0,107	366,667 +1,105 +0,108	367,772 +1,105 +0,109	368,877 +1,106 +0,110	369,983 +1,107 +0,111	371,090 +1,107 +0,111	372,197 +1,107 +0,112	373,304 +1,107 +0,113	374,411 +1,108 +0,114
36	375,519 1,109 0,115	376,628 1,109 0,116	377,737 1,109 0,117	378,846 1,110 0,117	379,955 1,110 0,118	381,066 1,110 0,119	382,176 1,111 0,120	383,287 1,111 0,120	384,398 1,112 0,121	385,510 1,112 0,122
37	386,622 1,113 0,123	387,735 1,113 0,124	388,848 1,113 0,125	389,961 1,114 0,126	391,075 1,114 0,127	392,189 1,115 0,128	393,304 1,115 0,128	394,419 1,115 0,129	395,534 1,116 0,130	396,650 1,116 0,131
38	397,765 1,117 0,132	398,883 1,117 0,133	400,000 1,118 0,134	401,118 1,118 0,135	402,236 1,118 0,136	403,354 1,119 0,137	404,473 1,119 0,138	405,592 1,119 0,139	406,711 1,121 0,140	407,832 1,120 0,141
39	408,952 1,121 0,142	410,073 1,121 0,142	411,194 1,122 0,143	412,316 1,122 0,144	413,438 1,123 0,145	414,561 1,123 0,146	415,684 1,123 0,147	416,807 1,124 0,149	417,931 1,124 0,149	419,055 1,125 0,150
40	420,180 1,125 0,151	421,305 1,126 0,152	422,431 1,126 0,153	423,557 1,126 0,154	424,683 1,127 0,155	425,810 1,127 0,156	426,937 1,128 0,157	428,065 1,128 0,158	429,193 1,129 0,159	430,322 1,129 0,160
41	431,451 1,129 0,161	432,580 1,130 0,163	433,710 1,130 0,164	434,840 1,131 0,165	435,971 1,131 0,166	437,102 1,132 0,167	438,234 1,132 0,168	439,366 1,132 0,168	440,498 1,133 0,169	441,631 1,134 0,171

t_p	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
42	442,765 +1,133 +0,172	443,898 +1,135 +0,173	445,033 +1,134 +0,174	446,167 +1,135 +0,175	447,302 +1,136 +0,176	448,438 +1,136 +0,177	449,574 +1,136 +0,179	450,710 +1,137 +0,180	451,847 +1,137 +0,181	452,984 +1,138 +0,182
43	454,122 1,138 0,183	455,260 1,139 0,184	456,399 1,139 0,185	457,538 1,140 0,186	458,678 1,140 0,188	459,818 1,140 0,189	460,958 1,141 0,190	462,099 1,141 0,191	463,240 1,142 0,192	464,382 1,142 0,193
44	465,524 1,143 0,195	466,657 1,143 0,196	467,810 1,143 0,197	468,953 1,144 0,198	470,097 1,145 0,199	471,242 1,145 0,200	472,387 1,145 0,201	473,532 1,146 0,203	474,678 1,146 0,204	475,824 1,147 0,205
45	476,971 1,147 0,206	478,118 1,147 0,207	479,265 1,148 0,208	480,413 1,149 0,209	481,562 1,149 0,211	482,711 1,149 0,213	483,860 1,150 0,214	485,010 1,150 0,215	486,160 1,151 0,216	487,311 1,151 0,217
46	488,462 1,152 0,218	489,614 1,152 0,220	490,766 1,153 0,221	491,919 1,153 0,222	493,072 1,153 0,223	494,225 1,155 0,225	495,380 1,154 0,226	496,534 1,155 0,227	497,689 1,155 0,229	498,844 1,156 0,230
47	500,000 1,156 0,231	501,156 1,157 0,232	502,313 1,157 0,233	503,470 1,158 0,235	504,628 1,158 0,237	505,786 1,159 0,238	506,945 1,159 0,239	508,104 1,159 0,240	509,263 1,160 0,241	510,423 1,161 0,243
48	511,584 1,161 0,245	512,745 1,161 0,246	513,906 1,162 0,247	515,068 1,163 0,248	516,231 1,163 0,250	517,394 1,163 0,251	518,557 1,164 0,252	519,721 1,164 0,254	520,885 1,165 0,255	522,050 1,165 0,257
49	523,215 1,166 0,258	524,381 1,166 0,259	525,547 1,166 0,261	526,713 1,167 0,263	527,880 1,168 0,264	529,048 1,168 0,265	530,216 1,169 0,266	531,385 1,169 0,268	532,554 1,169 0,269	533,723 1,170 0,271

500 + 550° pt

t_p	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	534,89 +1,17 +0,27	536,06 +1,17 +0,27	537,23 +1,18 +0,27	538,41 +1,17 +0,28	539,58 +1,17 +0,28	540,75 +1,17 +0,28	541,92 +1,18 +0,28	543,10 +1,17 +0,28	544,27 +1,17 +0,28	545,44 +1,18 +0,29
51	546,62 1,18 0,29	547,80 1,17 0,29	548,97 1,18 0,29	550,15 1,17 0,29	551,32 1,18 0,29	552,50 1,18 0,29	553,68 1,18 0,30	554,86 1,18 0,30	556,04 1,18 0,30	557,22 1,18 0,30
52	558,40 1,18 0,30	559,58 1,18 0,30	560,76 1,18 0,31	561,94 1,18 0,31	563,12 1,18 0,31	564,30 1,18 0,31	565,48 1,19 0,31	566,67 1,18 0,31	567,85 1,19 0,31	569,04 1,18 0,32
53	570,22 1,19 0,32	571,41 1,18 0,32	572,59 1,19 0,32	573,78 1,18 0,32	574,96 1,19 0,32	576,15 1,19 0,33	577,34 1,19 0,33	578,53 1,19 0,33	579,72 1,18 0,33	580,90 1,19 0,33
54	582,09 1,19 0,33	583,28 1,20 0,34	584,48 1,19 0,34	585,67 1,19 0,34	586,86 1,19 0,34	588,05 1,19 0,34	589,24 1,20 0,34	590,44 1,19 0,34	591,63 1,19 0,35	592,82 1,20 0,35
55	594,02 1,19 0,35	595,21 1,20 0,35	596,41 1,20 0,35	597,61 1,19 0,35	598,80 1,20 0,36	600,00 1,20 0,36	601,20 1,20 0,36	602,40 1,20 0,36	603,60 1,20 0,36	604,80 1,20 0,37

560 ÷ 609 pt

t_p	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
56	606,00 +1,20 +0,37	607,20 +1,20 +0,37	608,40 +1,20 +0,37	609,60 +1,20 +0,37	610,80 +1,20 +0,38	612,00 +1,21 +0,38	613,21 +1,20 +0,38	614,41 +1,20 +0,38	615,61 +1,21 +0,38	616,82 +1,20 +0,38
57	618,02 1,21 0,39	619,23 1,20 0,39	620,43 1,21 0,39	621,64 1,21 0,39	622,85 1,21 0,39	624,06 1,21 0,39	625,27 1,20 0,40	626,47 1,21 0,40	627,68 1,21 0,40	628,89 1,21 0,40
58	631,10 1,21 0,40	631,31 1,22 0,41	632,53 1,21 0,41	633,74 1,21 0,41	634,95 1,21 0,41	636,16 1,22 0,41	637,38 1,21 0,42	638,59 1,22 0,42	639,81 1,21 0,42	641,02 1,22 0,42
59	642,24 1,21 0,42	643,45 1,22 0,42	644,67 1,22 0,43	645,89 1,22 0,43	647,11 1,21 0,43	648,32 1,22 0,43	649,54 1,22 0,43	650,76 1,22 0,44	651,98 1,22 0,44	653,20 1,23 0,44
60	654,43 1,22 0,44	655,65 1,22 0,45	656,87 1,22 0,45	658,09 1,23 0,45	659,32 1,22 0,45	660,54 1,22 0,45	661,76 1,23 0,46	662,99 1,22 0,46	664,21 1,23 0,46	665,44 — 0,46

Таблица 2
Таблица для перехода от платиновой температуры к международной температурной шкале в области от 0 до -190°C
 $0 \pm 59^{\circ}\text{Pt}$

$-t_p$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0,000 +0,985 0 0	-0,985 +0,985 0 0	-1,970 +0,984 0 0	-2,954 +0,985 0 0	-3,939 +0,984 0 0	-4,923 +0,983 +0,001 0	-5,905 +0,983 +0,001 0	-6,889 +0,984 +0,001 0	-7,873 +0,982 +0,001 0	-8,855 +0,983 +0,001 0
1	-9,838 +0,982 +0,001 0	-10,820 +0,982 +0,001 0	-11,802 +0,981 +0,001 0	-12,783 +0,982 +0,002 0	-13,765 +0,981 +0,002 0	14,746 +0,980 +0,002 0	-15,726 +0,981 +0,002 0	-16,707 +0,980 +0,002 0	-17,687 +0,980 +0,002 0	-18,667 +0,979 +0,002 0
2	-19,646 +0,980 +0,002 0	-20,626 +0,979 +0,002 0	-21,605 +0,978 +0,003 0	-22,583 +0,978 +0,003 0	-23,561 +0,979 +0,003 0	-24,540 +0,977 +0,003 0	-25,517 +0,978 +0,003 0	-26,495 +0,977 +0,003 0	-27,472 +0,977 +0,003 0	-28,449 +0,976 +0,004 0
3	-29,425 +0,976 +0,004 0	-30,401 +0,976 +0,004 0	-31,377 +0,976 +0,004 0	-32,353 +0,975 +0,004 0	-33,328 +0,975 +0,004 0	-34,303 +0,975 +0,005 +0,001	-35,278 +0,974 +0,005 +0,001	-36,252 +0,974 +0,005 +0,001	-37,226 +0,974 +0,005 +0,001	-38,200 +0,973 +0,005 +0,001
4	-39,173 +0,973 +0,005 +0,001	-40,146 +0,973 +0,006 +0,001	-41,119 +0,972 +0,006 +0,001	-42,091 +0,972 +0,005 +0,001	-43,063 +0,972 +0,006 +0,001	-44,035 +0,972 +0,006 +0,001	-45,007 +0,971 +0,006 +0,001	-45,978 +0,971 +0,007 +0,001	-46,949 +0,970 +0,007 +0,002	-47,919 +0,970 +0,007 +0,002
5	-48,889 +0,970 +0,007 +0,002	-49,859 +0,969 +0,007 +0,002	-50,828 +0,969 +0,008 +0,002	-51,797 +0,969 +0,008 +0,002	-52,766 +0,969 +0,008 +0,002	-53,735 +0,968 +0,008 +0,002	-54,703 +0,968 +0,008 +0,002	-55,671 +0,967 +0,008 +0,003	-56,638 +0,967 +0,009 +0,003	-57,605 +0,967 +0,009 +0,003

$-t_p$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
6	-58,572 +0,966 +0,009 +0,003	-59,538 +0,966 +0,009 +0,003	-60,504 +0,966 +0,009 +0,004	-61,470 +0,965 +0,010 +0,004	-62,435 +0,965 +0,010 +0,004	-63,400 +0,965 +0,010 +0,004	-64,365 +0,964 +0,010 +0,004	-65,329 +0,964 +0,010 +0,004	-66,293 +0,964 +0,011 +0,005	-67,257 +0,963 +0,011 +0,005
7	-68,220 +0,963 +0,011 +0,005	-69,183 +0,962 +0,011 +0,005	-70,145 +0,962 +0,012 +0,006	-71,107 +0,962 +0,012 +0,006	-72,069 +0,961 +0,012 +0,006	-73,030 +0,961 +0,012 +0,007	-73,991 +0,961 +0,012 +0,007	-74,952 +0,960 +0,013 +0,007	-75,912 +0,960 +0,013 +0,007	-76,872 +0,960 +0,013 +0,008
8	-77,832 +0,959 +0,013 +0,008	-78,791 +0,959 +0,014 +0,008	-79,750 +0,958 +0,014 +0,009	-80,708 +0,958 +0,014 +0,009	-81,666 +0,957 +0,014 +0,010	-82,623 +0,958 +0,014 +0,010	-83,581 +0,956 +0,015 +0,010	-84,537 +0,957 +0,015 +0,011	-85,494 +0,956 +0,015 +0,011	-86,450 +0,955 +0,015 +0,012
9	-87,405 +0,956 +0,016 +0,012	-88,361 +0,954 +0,016 +0,012	-89,315 +0,955 +0,016 +0,013	-90,270 +0,954 +0,016 +0,014	-91,224 +0,953 +0,017 +0,014	-92,177 +0,954 +0,017 +0,014	-93,131 +0,952 +0,017 +0,015	-94,083 +0,953 +0,017 +0,016	-95,036 +0,952 +0,018 +0,016	-95,988 +0,951 +0,018 +0,016
10	-96,939 +0,951 +0,018 +0,017	-97,890 +0,951 +0,019 +0,018	-98,841 +0,950 +0,019 +0,018	-99,791 +0,95 +0,019 +0,019	-100,74 +0,95 +0,019 +0,020	-101,69 +0,95 +0,02 +0,02	-102,64 +0,95 +0,02 +0,02	-103,59 +0,95 +0,02 +0,02	-104,54 +0,94 +0,02 +0,02	-105,48 +0,95 +0,02 +0,02
11	-106,43 +0,95 +0,02 +0,02	-107,38 +0,94 +0,02 +0,02	-108,32 +0,95 +0,02 +0,03	-109,27 +0,95 +0,02 +0,03	-110,22 +0,94 +0,02 +0,03	-111,16 +0,94 +0,02 +0,03	-112,10 +0,95 +0,02 +0,03	-113,05 +0,94 +0,02 +0,03	-113,99 +0,95 +0,02 +0,03	-114,94 +0,94 +0,02 +0,03

$-t_p$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
12	-115,88 +0,94 +0,02 +0,03	-116,82 +0,94 +0,02 +0,03	-117,76 +0,94 +0,02 +0,03	-118,70 +0,91 +0,02 +0,03	-119,64 +0,94 +0,02 +0,04	-120,58 +0,94 +0,02 +0,04	-121,52 +0,94 +0,03 +0,04	-122,46 +0,94 +0,03 +0,04	-123,40 +0,94 +0,03 +0,04	-124,34 +0,93 +0,03 +0,04
13	-125,28 +0,94 +0,03 +0,04	-126,22 +0,93 +0,03 +0,04	-127,15 +0,94 +0,03 +0,04	-128,09 +0,94 +0,03 +0,04	-129,03 +0,93 +0,03 +0,05	-129,96 +0,94 +0,03 +0,05	-130,90 +0,93 +0,03 +0,05	-131,83 +0,94 +0,03 +0,05	-132,77 +0,93 +0,03 +0,05	-133,70 +0,93 +0,03 +0,05
14	-134,63 +0,93 +0,03 +0,05	-135,56 +0,94 +0,03 +0,05	-136,50 +0,93 +0,03 +0,06	-137,43 +0,93 +0,03 +0,06	-138,36 +0,93 +0,03 +0,06	-139,29 +0,93 +0,03 +0,06	-140,22 +0,93 +0,03 +0,06	-141,15 +0,93 +0,03 +0,06	-142,08 +0,93 +0,03 +0,06	-143,01 +0,92 +0,03 +0,07
15	-143,93 +0,93 +0,03 +0,07	-144,86 +0,93 +0,03 +0,07	-145,79 +0,92 +0,03 +0,07	-146,71 +0,93 +0,03 +0,07	-147,64 +0,92 +0,03 +0,07	-148,56 +0,93 +0,03 +0,08	-149,49 +0,92 +0,03 +0,08	-150,41 +0,93 +0,03 +0,08	-151,34 +0,92 +0,04 +0,08	-152,26 +0,92 +0,04 +0,08
16	-153,18 +0,92 +0,04 +0,08	-154,10 +0,92 +0,04 +0,09	-155,02 +0,93 +0,04 +0,09	-155,95 +0,92 +0,04 +0,09	-156,87 +0,92 +0,04 +0,09	-157,79 +0,91 +0,04 +0,09	-158,70 +0,92 +0,04 +0,10	-159,62 +0,92 +0,04 +0,10	-160,54 +0,92 +0,04 +0,10	-161,46 +0,91 +0,04 +0,10
17	-162,37 +0,92 +0,04 +0,10	-163,29 +0,92 +0,04 +0,11	-164,21 +0,91 +0,04 +0,11	-165,12 +0,92 +0,04 +0,11	-166,04 +0,91 +0,04 +0,11	-166,95 +0,91 +0,04 +0,11	-167,86 +0,91 +0,04 +0,12	-168,77 +0,92 +0,04 +0,12	-169,69 +0,91 +0,04 +0,12	-170,60 +0,91 +0,04 +0,12
18	-171,51 +0,91 +0,04 +0,12	-172,42 +0,91 +0,04 +0,13	-173,33 +0,91 +0,04 +0,13	-174,24 +0,91 +0,04 +0,13	-175,15 +0,90 +0,04 +0,13	-176,05 +0,91 +0,04 +0,14	-176,96 +0,91 +0,04 +0,14	-177,87 +0,90 +0,04 +0,14	-178,77 +0,91 +0,05 +0,14	-179,68 +0,90 +0,05 +0,15
19	-180,58 +0,91 +0,05 +0,15	-181,49 +0,90 +0,05 +0,15	-182,39 +0,90 +0,05 +0,16	-183,29 +0,90 +0,05 +0,16	-184,19 +0,91 +0,05 +0,16	-185,10 +0,90 +0,05 +0,16	-186,00 +0,90 +0,05 +0,17	-186,90 +0,90 +0,05 +0,17	-187,80 +0,90 +0,05 +0,17	-188,70 +0,89 +0,05 +0,17

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
Б. И. Пилипчук. Температурная шкала Д. И. Менделеева	5
А. Н. Гордов и И. И. Киренков. Азотный газовый термометр постоянного объема	20
А. Н. Гордов и И. И. Киренков. Определение температурного коэффициента давления азота	31
Ф. З. Алиева. Применение низкоомных термометров сопротивления для воспроизведения международной температурной шкалы в области 630—1063° С	35
Ф. З. Алиева. Выбор интерполяционной формулы и системы реперных точек для воспроизведения международной температурной шкалы в интервале от 400 до 1063° С	44
Э. А. Лапина. Воспроизведение международной температурной шкалы с помощью спектрального пирометра	54
Э. А. Лапина. Измерение цветовой температуры с помощью спектрального пирометра	66
А. Н. Гордов, И. И. Киренков, Э. А. Лапина. Новый метод проверки оптических пирометров	70
И. И. Киренков. Схема фотоэлектрического цветowego пирометра со встроенной лампой накаливания	75
Г. М. Кондратьев. Физические предпосылки теории теплопроводности	79
А. Н. Гордов. Применение теории теплообмена к исследованию калориметрического опыта	88
А. Н. Гордов. О регулярном тепловом режиме 2-го рода	99
Б. И. Пилипчук. Шкала платиновых термометров сопротивления на основе отношения интервалов	103
Б. И. Пилипчук. Вспомогательные таблицы для платиновых термометров сопротивления	111

Технический редактор Р. Г. Польская

Корректор В. М. Хорошкевич

Подписано к печати 2/III 1955 г.
Печ. листов 11,82 (1 вклейка)

М-25864

Уч.-изд. листов 11,0

Формат бумаги 70×108¹/₂

Тираж 800 экз.

Заказ № 1402

Оквічання табл. 2

120 + - 1999 pt

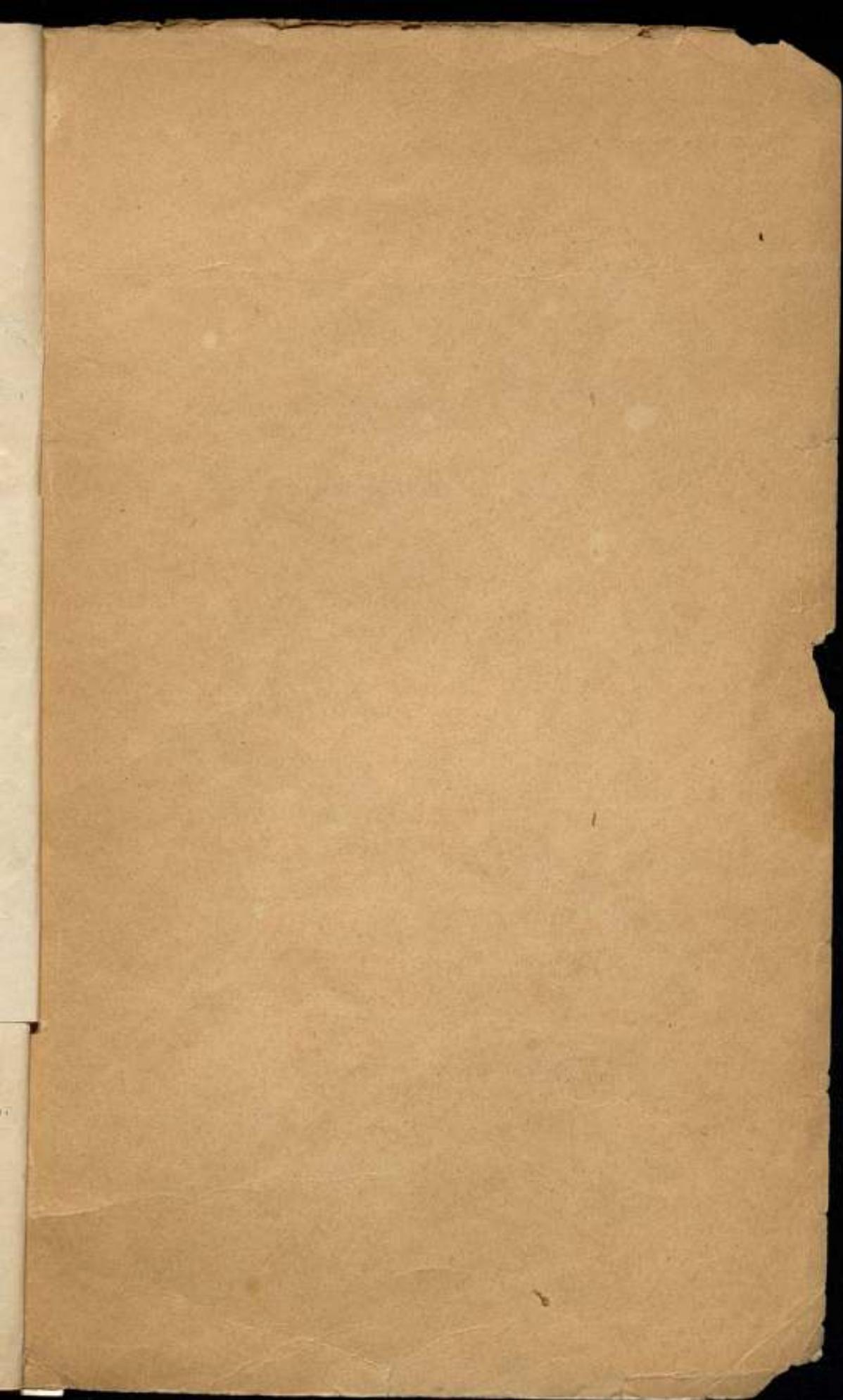
ЗАМЕЧЕННЫЕ ОПЕЧАТКИ

Стр.	Строка	Напечатано	Должно быть	По чьей вине
59	25-я снизу	в	и	Корр.
60	19-я сверху	S_{κ}	S_{κ}^2	Авт.
60	Формула (3)	$\frac{1}{2} \frac{d^2 l}{d\lambda^2}$	$\frac{1}{2} \frac{d^2 l}{d\lambda^2} \lambda^2$.
61	Таблица 2, 4 столбец, вторая сверху	0,32889	0,32839	.
64	14-я сверху	поглотителя	поглотители	Корр.
64	16-я сверху	$150 \cdot 10^6 \frac{1}{\text{град}}$	$150 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{град}}$	Тип.
79	19-я снизу	для гипотез	или гипотез	Авт.

120 + - 199 pt

ИТАЛИЯ

Год	Среднегодовая численность населения	Среднегодовая численность городского населения	Среднегодовая численность сельского населения	Среднегодовая численность населения в городах и сельских населенных пунктах
1950	45 200 000	28 500 000	16 700 000	45 200 000
1951	45 300 000	28 600 000	16 800 000	45 300 000
1952	45 400 000	28 700 000	16 900 000	45 400 000
1953	45 500 000	28 800 000	17 000 000	45 500 000
1954	45 600 000	28 900 000	17 100 000	45 600 000
1955	45 700 000	29 000 000	17 200 000	45 700 000
1956	45 800 000	29 100 000	17 300 000	45 800 000
1957	45 900 000	29 200 000	17 400 000	45 900 000
1958	46 000 000	29 300 000	17 500 000	46 000 000
1959	46 100 000	29 400 000	17 600 000	46 100 000
1960	46 200 000	29 500 000	17 700 000	46 200 000
1961	46 300 000	29 600 000	17 800 000	46 300 000
1962	46 400 000	29 700 000	17 900 000	46 400 000
1963	46 500 000	29 800 000	18 000 000	46 500 000
1964	46 600 000	29 900 000	18 100 000	46 600 000
1965	46 700 000	30 000 000	18 200 000	46 700 000
1966	46 800 000	30 100 000	18 300 000	46 800 000
1967	46 900 000	30 200 000	18 400 000	46 900 000
1968	47 000 000	30 300 000	18 500 000	47 000 000
1969	47 100 000	30 400 000	18 600 000	47 100 000
1970	47 200 000	30 500 000	18 700 000	47 200 000



Цена 1 р. 42 к.