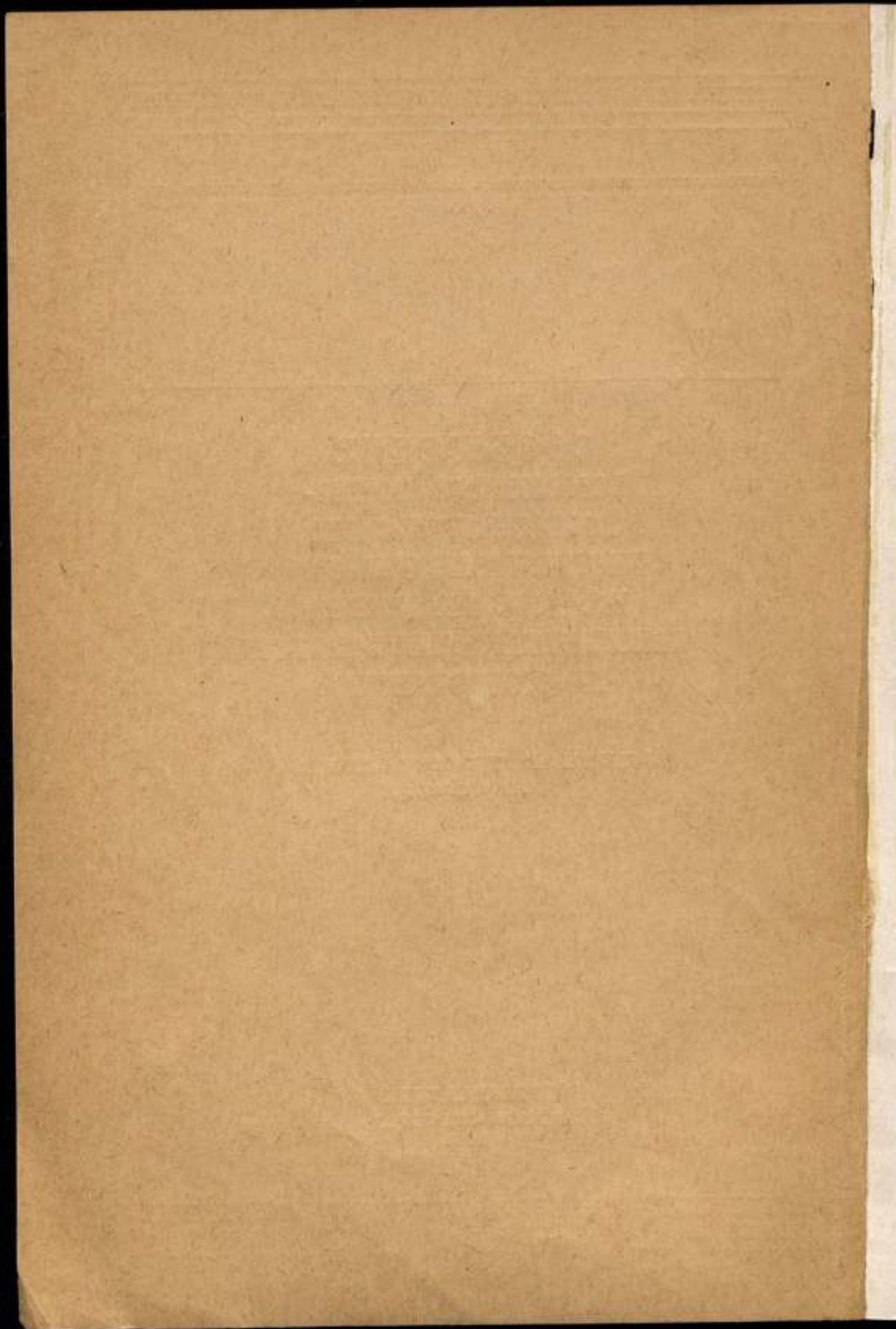


КОМИТЕТ СТАНДАРТОВ, МЕР И ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ
ПРИ СОВЕТЕ МИНИСТРОВ СССР
**ВСЕСОЮЗНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ИНСТИТУТ МЕТРОЛОГИИ
ИМ. Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА**

**С О О Б Щ Е Н И Е
ВСЕСОЮЗНОГО НАУЧНО-
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО
ИНСТИТУТА МЕТРОЛОГИИ
ИМ. Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА
КОНСУЛЬТАТИВНОМУ КОМИТЕТУ
ПО ЭЛЕКТРИЧЕСТВУ**

ТРУДЫ ИНСТИТУТОВ КОМИТЕТА
ВЫПУСК 54 (114)

СТАНДАРТГИЗ
МОСКВА—ЛЕНИНГРАД
1961



КОМИТЕТ СТАНДАРТОВ, МЕР И ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ
ПРИ СОВЕТЕ МИНИСТРОВ СССР

ВСЕСОЮЗНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
МЕТРОЛОГИИ им. Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА

СООБЩЕНИЕ

ВСЕСОЮЗНОГО НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО
ИНСТИТУТА МЕТРОЛОГИИ
ИМ. Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА
КОНСУЛЬТАТИВНОМУ КОМИТЕТУ
ПО ЭЛЕКТРИЧЕСТВУ

ТРУДЫ ИНСТИТУТОВ КОМИТЕТА

ВЫПУСК 54 (114)

Под редакцией

канд. техн. наук К. П. ШИРОВА



ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО СТАНДАРТОВ
СТАНДАРТГИЗ

МОСКВА—ЛЕНИНГРАД
1961

№ 12555/61

Ответственный редактор
д-р техн. наук проф. **В. О. АРУТЮНОВ**

2
2022.05.10

Н. В. СТУДЕНЦОВ, Б. М. ЯНОВСКИЙ

АБСОЛЮТНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГИРОМАГНИТНОГО ОТНОШЕНИЯ ПРОТОНА В СЛАБОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В работе изложена методика и описана аппаратура, разработанные для определения гиромагнитного отношения протона в слабом магнитном поле на основе явления свободной ядерной индукции. Кратко охарактеризовано состояние вопроса по данной теме. На основании теоретических выводов получены простые формулы для расчета постоянной однослойных колец Гельмгольца, параметры которых отличаются от идеальных колец Гельмгольца, и дан анализ погрешностей определения постоянной этих колец. Изложена простая теория расчета высокооднородного магнитного поля двойной квадратной «катушки Гельмгольца», с помощью которой осуществляется компенсация магнитного поля Земли. Проведен анализ случайных и систематических погрешностей, присущих данному методу. Приведены результаты измерения гиромагнитного отношения протона по разработанному методу.

ВВЕДЕНИЕ

Все системы единиц, применяемые в настоящее время в науке и практике, принимают в качестве исходных или основных единицы длины, массы и времени. Одна из них — килограмм является произвольной, так как ее эталоном служит гиря в виде цилиндра произвольного объема. Третья единица — секунда — опирается на природное явление и представляет дробную часть периода вращения Земли вокруг Солнца, т. е. дробную часть года, а первая — метр составляет определенное число длин спектральной линии кадмия.

История метрологии и измерительной техники показывает, что системы единиц, существовавшие на протяжении длительного времени и опиравшиеся на эталоны, изготовленные искусственно руками человека, оказывались недолговечными. Многие из таких систем в настоящее время восстановить нельзя вследствие утери исходных мер или эталонов. Так, например, истинный размер египетской единицы длины — стадия, служившей Эратосфену в III веке до н. э. для измерения радиуса Земли, остался для нас неизвестным, и мы можем лишь предполагать, что стадия лежала в пределах 160 ± 180 м.

Поэтому еще в конце XVIII века при установлении метрической системы возникла мысль построить так систему единиц, опирающуюся на

естественные эталоны, чтобы она оставалась «на все времена и для всех народов».

Однако изготовленные в то время эталоны метра и килограмма, которые должны были воспроизводить: первый — $2,5 \cdot 10^{-8}$ часть длины Парижского меридиана, второй — массу кубического дециметра воды, не точно воспроизводили эти естественные единицы, вследствие чего в дальнейшем, уже в конце XIX века, пришлось их признать как эталоны произвольно выбранных единиц.

В 20-х годах этого столетия вопрос о построении системы единиц, опирающейся на естественные эталоны, возник снова в связи с открытием новых физических констант в области молекулярных и атомных явлений. Первым предложением было заменить эталон метра длиной световой волны, точность измерения которой в то время достигла $10^{-7} - 10^{-8}$ ее значения. Это предложение, как известно, нашло всемирную поддержку, и на последней Генеральной конференции по мерам и весам в 1960 г. вопрос о переходе на новое определение метра был принципиально решен.

Таким образом, осталось найти третью единицу, эталоном которой являлась бы какая-нибудь физическая константа — заряд электрона, масса протона и электрона и т. п., значение которой могло быть измерено с точностью того же порядка, как и основная величина, т. е. с точностью 10^{-7} . Однако ни одна из таких констант не поддается определению с такой точностью, и потому вопрос о переходе на новую систему единиц* остается до сих пор открытым.

Немалую роль в задержке построения системы единиц, основанной на естественных константах, играет отсутствие метода непосредственной передачи значений этих констант, за исключением длины световой волны, образцовым мерам и приборам.

В последнее десятилетие открылись новые возможности в этом вопросе.

Во-первых, разработаны экспериментальные методы измерения периода колебания молекул в инфракрасной области с точностью до 10^{-8} , что дает возможность выразить единицу времени — секунду через период колебаний молекул, стабильность которого на два порядка выше стабильности периода вращения Земли.

Во-вторых, открыто новое явление — парамагнитный ядерный резонанс, которое дает возможность измерять напряженность магнитного поля с относительной погрешностью порядка 10^{-6} , опираясь на атомную константу — отношение магнитного момента протона к его механическому моменту, величину, получившую название гиромагнитного отношения. Поэтому в качестве третьей единицы, основанной на внутриатомных явлениях, в настоящее время может быть выбрана единица напряженности магнитного поля, если приписать какому-либо веществу определенное значение атомной константы — гиромагнитного отношения.

Соотношение между резонансной частотой f в явлении ядерного парамагнитного резонанса и величиной напряженности магнитного поля H имеет вид

$$2\pi f = (\gamma + \alpha) H, \quad (1a)$$

где γ — гиромагнитное отношение,
а α — коэффициент, выражающий связь между ядром и внешней его оболочкой.

* Под системой единиц здесь понимается совокупность всех единиц измерений — основных и производных. При этом наименование системы определяется единицами, принятыми в качестве основных.

Если в качестве вещества выбрать воду, то соотношение (1а) с точностью до $10^{-4}\%$ можно написать как

$$2\pi f = \gamma H, \quad (16)$$

так как для воды $\alpha < 10^{-6}\gamma$.

Поэтому, если положить коэффициент γ равным какому-нибудь определенному значению γ_0 , то за единицу напряженности магнитного поля необходимо принять напряженность, при которой в воде наступает парамагнитный резонанс при частоте $f = \frac{\gamma_0}{2\pi}$.

Для того чтобы определенная таким образом единица напряженности магнитного поля не отличалась от эрстеда, необходимо с точностью, доступной современным методам измерения, произвести экспериментальные определения абсолютного значения γ , аналогично тому, как это имеет место при определении единицы длины через длину световой волны. Измерения в этом направлении произвели в 1949 г. в США Thomas, Hipple, Driscoll [1], в 1957 г. в ФРГ Wilhelmy [2], в 1958 г. Driscoll, Bender [3]. Эти измерения дали следующие значения γ $\text{э}^{-1} \cdot \text{сек}^{-1}$:

$$\gamma = (2,67523 \pm 0,00006) \cdot 10^4 \text{ (Thomas и др.)};$$

$$\gamma = (2,67549 \pm 0,00008) \cdot 10^4 \text{ (Wilhelmy)};$$

$$\gamma = (2,67513 \pm 0,00002) \cdot 10^4 \text{ (Driscoll)}.$$

Хотя каждое измерение в отдельности произведено как будто бы с погрешностью $2 \cdot 10^{-5}$ – $3 \cdot 10^{-5}$ измеряемой величины, расхождение между ними составляет 10^{-4} , т. е. почти на порядок больше погрешности отдельных измерений.

Поэтому для перехода на новое определение единицы напряженности поля такие измерения должны быть поставлены в более широком масштабе и различными методами, чтобы иметь возможность получить наиболее достоверное значение γ . Соотношением, на котором основано определение γ , является указанное выше уравнение (16). Следовательно, чтобы определить γ , необходимо произвести измерения частоты f и напряженности магнитного поля H .

Измерения f с необходимой точностью не являются проблемой и могут быть осуществлены уже имеющимися техническими средствами. Измерение же напряженности магнитного поля в абсолютных единицах представляет значительные трудности, которые вырастают в целую проблему.

В СССР работы по определению абсолютного значения гиромагнитного отношения γ проводятся магнитной лабораторией Всесоюзного научно-исследовательского института метрологии им. Д. И. Менделеева в г. Ленинграде (ВНИИМ) и в Харьковском институте мер и измерительных приборов (ХГИМИП) двумя различными методами.

Первые опыты по определению γ во ВНИИМ были опубликованы в 1959 г. [4]. Они дали значение $\gamma = (2,67520 \pm 0,00012) \cdot 10^4 \text{ э}^{-1} \cdot \text{сек}^{-1}$.

Настоящая работа, являясь непосредственным продолжением этих опытов, дает более полное описание как методики самих измерений, так и теоретических расчетов по установлению пределов систематических и случайных погрешностей.

ИЗМЕРЕНИЕ НАПРЯЖЕННОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ МЕТОДОМ СВОБОДНОЙ ЯДЕРНОЙ ИНДУКЦИИ

Ядра всех атомов, как показали современные исследования теоретического и экспериментального характера, обладают, подобно электрону,

собственным магнитным моментом и собственным моментом количества движения.

Поэтому, с одной стороны, они должны вести себя в магнитном поле как парамагнитные атомы, т. е. стремиться встать своей осью (магнитной) по направлению магнитного поля, а с другой, подобно диамагнетикам, испытывать прецессию вокруг силовых линий магнитного поля.

Прецессия ядерных моментов была обнаружена в 1945 г. одновременно и независимо друг от друга двумя группами исследователей: группой Purcell, Torrey, Pound [5] и группой Bloch, Graves, Packard, Srepsce [6]. Им удалось наблюдать ее, когда перпендикулярно к магнитному полю H , вокруг которого прецессируют ядра, было наложено слабое переменное поле с частотой, равной частоте прецессии.

В этом случае, как показывают теоретические расчеты, угол прецессии всех ядер становится равным 90° , т. е. магнитные оси ядер начинают вращаться в плоскости, перпендикулярной полю H . Такое явление получило название ядерного парамагнитного резонанса. Для того чтобы обнаружить его, достаточно поместить вещество с прецессирующими ядрами в катушку, называемую в дальнейшем приемной, ось которой совпадает с плоскостью прецессии. В этом случае вращающиеся элементарные магнитники, каковыми являются ядра, будут индуцировать электродвижущую силу (э. д. с.), которая при современных методах измерения легко может быть обнаружена. Однако в случае земного магнитного поля явление прецессии обнаружить очень трудно ввиду того, что сигнал, получаемый при резонансе в этом случае, становится чрезвычайно слабым. Так, в поле $H = 0,5$ э возникающая в момент резонанса э. д. с. равна

$$E \approx Vw 2 \cdot 10^{-14} \text{ в}, \quad (1)$$

где V — объем воды,

w — число витков на единицу длины приемной катушки,

и для того чтобы ее обнаружить, т. е. чтобы получить э. д. с., равную хотя бы 1 мкв , потребовалось бы иметь массу воды в 1 т и обмотку, имеющую 100 витков/см . Поэтому для увеличения интенсивности сигнала необходимо каким-либо образом увеличить намагниченность (поляризацию) образца и заставить вектор намагниченности вращаться вокруг измеряемого поля. Такой способ, осуществленный в 1954 г. Varian и Packard [7], получил название метода свободной ядерной индукции. Этот метод состоит в том, что образец (ампула с водой) поляризуется перпендикулярно измеряемому полю H посторонним полем, напряженность H_0 которого в 1000 раз больше напряженности поля H , и после выключения этого поля измеряется частота э. д. с., индуцированной в катушке, окружающей образец, ось которой перпендикулярна полю H .

Э. д. с. индуцируется под действием прецессии вектора намагниченности вокруг измеряемого поля — прецессии, которая происходит свободно в плоскости, перпендикулярной к измеряемому полю. Так как прецессия в этом случае происходит свободно, т. е. без воздействия постороннего переменного поля, то естественно, что вследствие релаксации она должна более или менее быстро исчезнуть. Поэтому наблюдение свободной индукции возможно лишь в случае, когда время релаксации T больше того промежутка, в течение которого можно не только заметить сигнал, но и определить период прецессии, равный периоду индукционного тока в катушке.

Теоретическое обоснование метода свободной ядерной индукции можно получить из уравнений движения ядерных моментов, которые при $H_0 = 0$ имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{dJ_x}{dt} &= \gamma H J_y - \frac{J_x}{T} \\ \frac{dJ_y}{dt} &= -\gamma H J_x - \frac{J_y}{T} \\ \frac{dJ_z}{dt} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где J_x, J_y, J_z — суммарные компоненты магнитных моментов ядер; T — время поперечной релаксации.

При этом начальным условием является то, что при $t = 0$

$$J = J_0 = \sqrt{J_{0x}^2 + J_{0y}^2} \quad (3)$$

Так как по предположению $J_z = 0$, то $J_x = J \cos \varphi$, $J_y = J \sin \varphi$, где φ — угол между осью x и вектором J .

Подставляя эти значения в уравнения (2) и принимая во внимание (3), найдем, что

$$\varphi = -\gamma H t.$$

Следовательно,

$$\left. \begin{aligned} J_x &= J_0 e^{-\frac{t}{T}} \cos \omega t \\ J_y &= J_0 e^{-\frac{t}{T}} \sin \omega t \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

при этом $\omega = H\gamma$.

Магнитный поток Φ , сцепляющийся с катушкой, ось которой совпадает с осью x , выразится формулой

$$\Phi = 4\pi J_0 S \omega \zeta e^{-\frac{t}{T}} \cos \omega t, \quad (5)$$

где S — площадь катушки;

ω — число витков;

ζ — коэффициент заполнения.

Отсюда э. д. с.

$$E = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = 4\pi J_0 S \omega \zeta \gamma H e^{-\frac{t}{T}} \sin \omega t + 4\pi J_0 S \omega \zeta \frac{1}{T} e^{-\frac{t}{T}} \cos \omega t.$$

Однако вторым членом можно пренебречь, так как $\gamma H \gg \frac{1}{T}$ и поэтому

$$E = 10^{-8} 4\pi \kappa H_0 S \omega \zeta \gamma H e^{-\frac{t}{T}} \sin \omega t, \quad (6)$$

где $\kappa H_0 = J_0$, а E выражено в вольтах, при этом κ обозначает парамагнитную восприимчивость ядер. Для протонов $\kappa = 3 \cdot 10^{-10}$ ед. СГС.

Следовательно, индуцируемая э. д. с. будет иметь характер затухающих колебаний с частотой $\omega = \gamma H$ и начальной амплитудой

$$E_0 = 4 \cdot 10^{-8} \pi \kappa H_0 V \omega_0 \zeta \gamma H. \quad (7)$$

Здесь V — объем катушки, заполняемой веществом (водой), ω_0 — число витков, приходящееся на 1 см длины катушки.

Коэффициент же затухания этих колебаний представляет обратную величину времени поперечной релаксации T .

Для чистой воды, как показали опыты, время релаксации T составляет около 2 сек — срок, вполне достаточный, чтобы записать эти колебания на ленте осциллографа или же при помощи пересчетного устройства сосчитать число колебаний.

Линейная частота f таких колебаний для земного поля напряженности $H \approx 0,5$ э, соответствующей напряженности поля Земли в Ленинграде, составит 2160 гц.

Цепь, в которую включена приемная катушка, содержит в себе емкость C , индуктивность L и активное сопротивление R . Поэтому напряжение U на зажимах цепи выразится соотношением

$$U = I \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}.$$

Цепь катушки настроена обычно в резонанс с измеряемой частотой ω , поэтому $L\omega = \frac{1}{\omega C}$, т. е. $U = IR$ и, следовательно,

$$I = \frac{E}{R}.$$

Эффективное же значение реактивного напряжения на концах катушки выразится в этом случае формулой

$$U_{эф} = \frac{\sqrt{2}}{2} I L\omega = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{E}{R} L\omega = \frac{\sqrt{2}}{2} EQ, \quad (8)$$

где Q — добротность катушки, выражаемая безразмерным числом.

Формула (8) показывает, что наилучшие результаты могут быть получены, если добротность катушки является наибольшей.

Заменяя в формуле $Q = \frac{\omega L}{R}$, индуктивность L и сопротивление R через геометрические размеры катушки, получим

$$Q = 10^{-9} k_0 \sigma \pi \omega_0 S' d_m \omega,$$

где d_m — средний диаметр катушки;

S' — площадь поперечного сечения провода;

σ — удельная проводимость провода, выраженная в $\text{ом}^{-1}\text{см}^{-1}$;

k_0 — коэффициент, определяемый формой катушки.

Таким образом, добротность пропорциональна числу витков на сантиметр, среднему диаметру катушки и площади поперечного сечения провода. Однако с увеличением среднего диаметра катушки уменьшается коэффициент k_0 , который после некоторого значения становится близким к отношению $\frac{l}{d_m}$, где l — длина катушки. Поэтому дальнейшее увеличение числа витков практически не имеет смысла, если при этом еще учесть, что с увеличением ω возрастает потребляемая мощность в катушке.

Схема измерения методом свободной ядерной индукции

Схема измерения H методом свободной ядерной индукции состоит принципиально из трех элементов: датчика в виде катушки с ампулой воды ПК, окруженной намагничивающей катушкой НК, усилителя $У$ и измерителя частоты $И$ (рис. 1).

Измеритель частоты может быть любого устройства, позволяющего определять частоту порядка нескольких килогерц с погрешностью не более 0,001%.

Одно из таких устройств, применяемых на практике, основано на смещении измеряемой частоты с частотой образцового генератора и наблюдении разности частот на шлейфовом осциллографе. В этом случае напряжение частоты f ядерного сигнала (после усиления) подается на смеситель C (рис. 2), куда одновременно подается напряжение от образцового генератора $ОГ$, имеющего частоту f_0 .

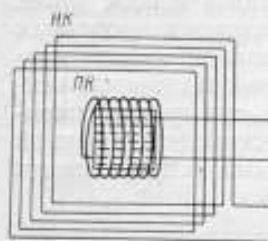


Рис. 1.

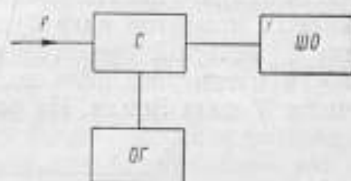


Рис. 2.

От смесителя колебания частоты $f' = f - f_0$ подаются на шлейфовый осциллограф $ШО$, который записывает их в виде затухающей синусоиды. Измеряемая частота f в этом случае определяется из уравнения

$$f = f_0 \pm f'. \quad (9)$$

Частота образцового генератора должна быть известна с погрешностью не более $10^{-4}\%$, что достигается проверкой его по частоте, передаваемой метрологическими учреждениями по проводам или по радио и принимаемой приемником.

Относительная же погрешность измерения частоты f' , как это следует из уравнения (9), если пренебречь погрешностью определения f_0 , может быть во столько же раз больше относительной погрешности f , во сколько раз частота f больше f' . Так, если $f' \ll 10$ гц, то при $\Delta f/f = 10^{-5}$ и $f_0 \approx 2000$ гц

$$\frac{\Delta f'}{f'} \ll 2 \cdot 10^{-3}.$$

Поэтому, чем ближе частота образцового генератора f_0 будет подходить к измеряемой частоте f , тем точнее будет измерена напряженность магнитного поля, определяемая формулой

$$H = \frac{2\pi}{\gamma} (f_0 \pm f'). \quad (10)$$

Другим устройством, также широко распространенным на практике, является пересчетное устройство, позволяющее непосредственно измерять число колебаний (импульсов) в секунду.

Измерение напряженности магнитного поля колец Гельмгольца

Метод ядерного магнитного резонанса позволяет измерять лишь суммарный вектор напряженности магнитного поля независимо от числа источников поля и их направления. При измерении напряженности магнитного поля H любой катушки на нее всегда будут накладываться все внешние поля $H_{в}$, из которых преобладающее значение имеет поле Земли. Поэтому необходима такая методика измерений, при которой внешнее магнитное поле либо исключается полностью, либо влияние его становится несущественным.

Компенсация напряженности магнитного поля Земли может быть осуществлена с помощью колец, ось которых располагается по направлению полного вектора напряженности этого поля. Однако полную компенсацию напряженности магнитного поля Земли осуществить невозможно. Поэтому необходимо рассмотреть, какое влияние оказывает нескомпенсированная часть напряженности магнитного поля Земли и его вариаций. Так как на образец, помещенный в магнитное поле колец Гельмгольца, действует, помимо поля этих колец, нескомпенсированная часть напряженности магнитного поля Земли, то частота прецессии магнитных моментов ядер будет определяться абсолютной величиной вектора, который представляет собой геометрическую сумму напряженности магнитного поля колец Гельмгольца H_k и нескомпенсированной части T поля Земли. На рис. 3 представлена диаграмма напряженности



Рис. 3.

магнитных полей H_1 и H_2 , которые образуются в результате геометрического сложения векторов T и H_k при двух противоположных направлениях тока в обмотке колец Гельмгольца. Разложим вектор T на два компонента: X — составляющую вдоль направления поля колец и Y — в перпендикулярном направлении. Тогда частоты прецессии магнитных моментов ядер ω_1 и ω_2 при различных направлениях поля H_k будут определяться из соотношений

$$\omega_1 = \gamma |H_1| = \gamma \sqrt{(H_k + X)^2 + Y^2}, \quad (11)$$

$$\omega_2 = \gamma |H_2| = \gamma \sqrt{(H_k - X)^2 + Y^2}. \quad (12)$$

Сложив эти уравнения, получим

$$\frac{\omega_1 + \omega_2}{\gamma} = H_k \left\{ \left[\left(1 + \frac{X}{H_k} \right)^2 + \frac{Y^2}{H_k^2} \right]^{1/2} + \left[\left(1 - \frac{X}{H_k} \right)^2 + \frac{Y^2}{H_k^2} \right]^{1/2} \right\}. \quad (13)$$

Или, после разложения в ряд по степеням $\frac{X}{H_k}$ и $\frac{Y^2}{H_k^2}$,

$$\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} = \gamma H_k \left(1 + \frac{Y^2}{2H_k^2} - \frac{1}{8} \frac{Y^4}{H_k^4} + \frac{X^2 Y^2}{4H_k^4} + \dots \right). \quad (14)$$

Выражение (14) дает возможность оценить погрешность, вызываемую неполной компенсацией напряженности магнитного поля Земли. Для того чтобы поправочные члены не превышали значения 10^{-6} , необходимо, чтобы поперечная составляющая Y не превышала $1,4 \cdot 10^{-3} H_k$, что при $H_k = 0,6$ э составит 85 гамм. Продольная же составляющая X при этом может достигать значения H_k .

Осуществить компенсацию так, чтобы можно было пренебречь всеми поправочными членами, не представляет большого труда, так как наличие поперечной составляющей Y , имеющей значение не только 85 гамм, но и значительно ниже, может быть обнаружено прибором с ферромагнитным зондом. Поэтому с точностью до 10^{-6} можно положить

$$\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} = \omega_{cp} = \gamma H_k. \quad (15)$$

Выражение (15) справедливо лишь для случая, когда вектор \mathbf{T} постоянен во времени. В действительности же этот вектор вследствие вариаций напряженности магнитного поля Земли претерпевает изменение как по своей величине, так и по направлению.

Положим, что за время 1–2 мин, которое проходит между измерениями частоты при одном и другом направлении поля колец Гельмгольца, составляющие напряженности магнитного поля Земли изменились на некоторые значения δX , δY и δZ . В этом случае выражение (13) примет вид

$$\frac{\omega_1 + \omega_2}{\gamma} = H_x \left\{ \left[\left(1 + \frac{X}{H_x} \right)^2 + \frac{Y^2}{H_x^2} \right]^{1/2} + \left[\left(1 - \frac{X + \delta X}{H_x} \right)^2 + \frac{(Y + \delta Y)^2}{H_x^2} + \frac{\delta Z^2}{H_x^2} \right]^{1/2} \right\}.$$

Ввиду того что за промежуток времени 1–2 мин вариации обычно не превосходят 20–50 гамм, а X и Y также малы, при разложении в ряд последнего выражения всеми членами, за исключением первого, можно пренебречь. Тогда имеем

$$\omega_{cp} = \gamma H_x \left(1 - \frac{\delta X}{2H_x} \right). \quad (16)$$

Поправочный член в соотношении (16) при $\delta X = 6$ гамм и $H_x = 60\,000$ гамм составит $5 \cdot 10^{-5}$, это показывает, что при измерениях магнитного поля, по своему значению близкого к магнитному полю Земли, необходим учет вариаций.

На основании выражения (16) может быть определено значение гиромангнитного отношения протона, если воспользоваться расчетным значением напряженности магнитного поля колец Гельмгольца или какого-либо другого источника поля. Поэтому дальнейшее изложение посвящено теории и методике такого расчета.

ИСТОЧНИКИ ОДНОРОДНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Теория однослойных колец Гельмгольца

Источник слабого магнитного поля в экспериментах по определению значения гиромангнитного отношения должен удовлетворять трем основным требованиям:

- 1) возможности высокой точности определения H ;
- 2) однородности поля и
- 3) свободного доступа в пространство, в котором помещается испытуемый образец.

Более всего этим требованиям удовлетворяют кольца Гельмгольца [8] с однослойной обмоткой из голого провода, намотанного на цилиндр из плавленного кварца. Поле этих колец имеет достаточно высокую однородность, а изготовление и измерения геометрических размеров таких колец могут быть произведены достаточно точно. Кроме того, если намотка осуществляется с некоторым натяжением провода при более высокой температуре, чем рабочая, то геометрические размеры колец будут мало зависеть от температуры, так как коэффициент линейного расширения кварца имеет значение $4 \cdot 10^{-7} \text{ град}^{-1}$.

Для расчета напряженности магнитного поля колец Гельмгольца, как правило, применяются классические формулы, которые справедливы для идеальных колец Гельмгольца.

Так, напряженность магнитного поля H_x в направлении оси колец, создаваемая бесконечно тонкими идеально круглыми витками радиуса R ,

отстоящими друг от друга на расстоянии $L = R$, выражается соотношением

$$H_x = \frac{0,899176 \cdot I}{R} \left[1 - \frac{0,144}{R^4} (8x^4 - 24x^2y^2 + 3y^4) + \dots \right], \quad (17)$$

где x и y — координаты точки, в которой вычисляется поле, отсчитываемые от центра колец, соответственно вдоль и перпендикулярно оси колец,

I — сила тока, a .

Если же обмотка колец состоит из большого числа витков и имеет прямоугольное сечение, то H_x определяется формулой

$$H_x = \frac{0,899176}{R_{cp}} I \omega \left[1 - \frac{b_0^2}{15} - \frac{16}{375 R_{cp}^4} (36a_0^2 - 31b_0^2) (2x^2 - y^2) - \right. \\ \left. - \frac{0,144}{R_{cp}^4} (8x^4 - 24x^2y^2 + 3y^4) + \dots \right], \quad (18)$$

где $2a_0$ — ширина;

$2b_0$ — толщина;

R_{cp} — средний радиус;

2ω — общее число витков обмотки.

Отношение $\frac{H_x}{I} = K$ будем называть постоянной колец Гельмгольца.

При изготовлении колец условие $L = R$, которое принято называть условием Гельмгольца, выполняется лишь с определенным приближением. Реальные кольца могут иметь также овальность обмотки и различные радиусы в каждой секции колец. Кольца Гельмгольца с однослойной обмоткой из голого провода имеют, кроме того, винтообразность обмотки и конечные размеры поперечного сечения провода. Если же катушка состоит из небольшого числа витков, то постоянная ее может заметно отличаться от теоретического значения из-за нерационального расположения проводников как подводящих питание, так и соединяющих секции обмотки. Исходя из этого, ниже дана оценка влияния перечисленных факторов на значение постоянной колец K .

Влияние отклонения от условия Гельмгольца

Постоянная для центра колец, когда $2a = L \neq R$, имеет вид

$$K_0 = \frac{0,4\pi R^2}{(a^2 + R^2)^{3/2}}. \quad (19)$$

Обозначим разность $2a - R$ через Δ . Тогда при $R = \text{const}$, ввиду малости Δ , будем иметь

$$K_0 = \frac{0,899176}{R} \left[1 - \frac{3\Delta}{5R} + \frac{4}{25} \frac{\Delta^2}{R^2} + \dots \right], \quad (20)$$

а при $a = \text{const}$

$$K_0 = \frac{0,899176}{L} \left[1 + \frac{2}{5} \frac{\Delta}{L} - \frac{1}{5} \frac{\Delta^2}{L^2} - \frac{16}{25} \frac{\Delta^3}{L^3} + \dots \right]. \quad (21)$$

Значение Δ для колец Гельмгольца, при помощи которых определялась γ и которые в дальнейшем будем называть просто кольцами, достигает около 0,3 мм при радиусе колец $R = 150$ мм. При этом численное значение поправочных членов по формуле (20) составит 0,12% для первого члена и $10^{-7}\%$ — для второго.

Влияние винтообразности обмотки

Влияние винтообразности обмотки бесконечно тонкого витка на величину напряженности магнитного поля на оси этого витка можно определить, исходя из закона Био и Савара.

$$dH = I \frac{[dl, r]}{r^3}, \quad (22)$$

где dH — напряженность магнитного поля, создаваемая элементом проводника dl , по которому протекает ток I , в точке, находящейся на расстоянии r от этого элемента проводника.

Составляющая поля dH вдоль по оси цилиндра, на котором намотан виток,

$$dH_x = I \frac{zdy - ydz}{r^3}. \quad (23)$$

В цилиндрической системе координат, где $x = x$, $y = R \sin \theta$, $z = R \cos \theta$, R — радиус цилиндра, на который намотан виток, а θ — полярный угол, выражение (23) принимает вид

$$dH_x = I \frac{R^2 d\theta}{r^3}. \quad (24)$$

Обозначив расстояние от точки, в которой вычисляется поле, до точки проекции середины витка на ось x через a , а половину шага витка — через p (рис. 4), получим

$$r^2 = R^2 + \left(a + \frac{p\theta}{\pi}\right)^2 \quad (25)$$

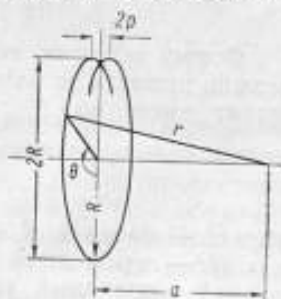


Рис. 4.

$$H_x = R^2 I \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{d\theta}{\left[R^2 + \left(a + \frac{p\theta}{\pi}\right)^2\right]^{3/2}}, \quad (26)$$

или после интегрирования

$$H_x = I \frac{\pi}{p} \left[\frac{a+p}{\sqrt{R^2 + (a+p)^2}} - \frac{a-p}{\sqrt{R^2 + (a-p)^2}} \right] = I \frac{\pi}{p} f(p). \quad (27)$$

Разложение в ряд по степеням p при $R = 2a$ дает

$$K = \frac{0,449588}{R} \left[1 - 0,2304 \left(\frac{p}{R}\right)^4 + \dots \right]. \quad (28)$$

Если же катушка состоит из w витков и двух секций, то

$$K = \frac{0,899176 w}{R} \left[1 - 0,2304 \left(\frac{pw}{R}\right)^4 + \dots \right]. \quad (29)$$

Для колец Гельмгольца с $p = 0,6$ мм, $w = 10$ и $R = 150$ мм поправочный член будет иметь значение

$$0,2304 \left(\frac{pw}{R}\right)^4 = 6 \cdot 10^{-7}.$$

Влияние конечного сечения провода обмотки

Напряженность магнитного поля колец, радиус которых и расстояние плоскости витков от центра отличаются от колец Гельмгольца соответ-

ственно на x_0 и y_0 , может быть получена разложением соотношения (19) в ряд Тэйлора по степеням x_0 и y_0 .

$$H_x = K_0 I \left[1 - \frac{6}{5} \frac{y_0}{R} - \frac{2}{5} \frac{x_0}{R} - \frac{1}{5} \frac{x_0^2}{R^2} + \frac{12}{5} \frac{x_0 y_0}{R^2} + \dots \right]. \quad (30)$$

Предположим, что намотка колец состоит из проводника кругового сечения радиуса ρ и что распределение тока по всему сечению провода равномерно. Тогда бесконечно тонкое кольцо с сечением $dS = dx_0 dy_0$ и радиусом $R + x_0$, находящееся на расстоянии $\frac{R}{2} + y_0$ от центра колец Гельмгольца, создает напряженность магнитного поля в центре колец

$$dH_x = \frac{I dx_0 dy_0 K_0}{S} \left[1 - \frac{6}{5} \frac{y_0}{R} - \frac{2x_0}{5R} + \dots \right].$$

Проинтегрировав это выражение в системе цилиндрических координат по всему сечению витка, получим

$$H_x = K_0 I \left[1 - \frac{\rho^2}{20R^2} + \dots \right]. \quad (31)$$

Для рассматриваемых колец поправка из-за конечного сечения провода обмотки составит около $2 \cdot 10^{-6}$.

Влияние овальности обмотки

Форму обмотки, если она имеет овальность в первом приближении, можно принять за эллипс, уравнение которого в полярной системе координат имеет вид

$$\frac{\cos^2 \theta}{R_0^2} + \frac{\sin^2 \theta}{(R_0 + \eta)^2} = \frac{1}{R^2},$$

где R_0 — малая и $R_0 + \eta$ — большая полуоси эллипса;
 R — переменный радиус обмотки;
 θ — полярный угол.

После разложения R^2 в степенной ряд по степеням $\frac{\eta}{R_0}$ получим

$$R^2 = R_0^2 \left(1 + 2 \frac{\eta}{R_0} \sin^2 \theta + \dots \right). \quad (32)$$

Пренебрегая влиянием винтообразности и конечности сечения обмотки, выразим напряженность магнитного поля для центра колец в полярных координатах [см. соотношение (24)]

$$H_x = I w \int \frac{R^2}{r^3} d\theta. \quad (33a)$$

Поскольку $r^2 = a^2 + R^2$ то, пользуясь разложением (32), имеем

$$r = \left[a^2 + R_0^2 \left(1 + 2 \frac{\eta}{R_0} \sin^2 \theta + \dots \right) \right]^{1/2}.$$

Подставив это значение r в формулу (33a) и проинтегрировав его, получим с точностью до члена второго порядка

$$H_x = \frac{0,899176 w I}{R_0} \left(1 - 0,2 \frac{\eta}{R_0} + \dots \right). \quad (33b)$$

Кольца, изготовленные заводом «Эталон», могут иметь значение η , близкое к 10 мк, поэтому поправка $\frac{\delta H_x}{H_x}$ составит $1,3 \cdot 10^{-6}$.

Влияние проводников, соединяющих секции обмотки

Рациональное расположение бифилярного проводника, подводящего ток к катушке, позволяет практически устранить поле, которое он создает в центре колец Гельмгольца. Поэтому следует рассмотреть лишь поле, создаваемое проводниками, которые соединяют секции обмотки.

Вектор напряженности магнитного поля от прямолинейного участка проводника направлен перпендикулярно направлению этого проводника, а модуль его выражается формулой

$$H = \frac{0,2I \cos \varphi}{l},$$

где l — расстояние от точки, в которой вычисляется поле, до середины проводника;

φ — угол между радиусом-вектором, проведенным к концу проводника из точки, в которой определяется поле, и направлением проводника.

Если проводник, соединяющий секции обмотки колец, расположен по образующей цилиндра, то его поле направлено перпендикулярно оси этого цилиндра, и для колец Гельмгольца, где $l = R$, а $\cos \varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + R^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$, напряженность H_{\perp} будет

$$H_{\perp} = \frac{0,2I}{\sqrt{5}R}.$$

Ток по двум соединительным проводникам течет в разные стороны. Если бы эти проводники были совмещены, то результирующий вектор напряженности магнитного поля был равен нулю. Однако проводники ведутся раздельно, и каждый из них образует углы θ_1 и θ_2 с образующей цилиндра в плоскости, касательной к этому цилиндру. При этом возникает составляющая напряженности магнитного поля вдоль оси катушки

$$\Delta H_1 = \frac{0,2I}{\sqrt{5}R} (\theta_1 - \theta_2) \approx \frac{0,09I\theta_0}{R},$$

где θ_0 — угол между соединительными проводниками.

Так как в центре колец поле $H_0 \approx \frac{0,9\omega I}{R}$, то относительное изменение поля катушки $\frac{\Delta H_1}{H_0}$ составит $\frac{\theta_0}{10\omega}$. При $\theta_0 = 0,5^\circ$ оно составит $1 \cdot 10^{-4}$.

Поскольку измерение θ_0 представляет значительные трудности, соединительные провода ведутся коаксиальным проводником, который эквивалентен совмещению прямого и обратного проводов. Это исключает также влияние трудно поддающихся учету изгибов соединительных проводников, так как коаксиальный проводник представляет собой более жесткую конструкцию.

Полное интегрирование по всей токовой цепи будет закончено, если вычислить напряженность магнитного поля, которая возникает из-за неточности припая соединительных проводников к «концам» a и b (рис. 5) секции обмотки. Учитывая малость влияния неточности припая соединительных проводников относительно образующей цилиндра, будем считать, что все витки обмотки сосредото-

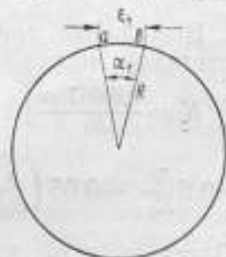


Рис. 5.

чену в месте расположения центрального витка. Тогда напряженность магнитного поля при $I = Ia$ от обеих секций обмотки примет вид

$$K = \frac{R^2}{(a^2 + R^2)^{3/2}} \left[\int_0^{2\pi w + \xi_1} d\theta + \int_0^{2\pi w + \xi_2} d\theta \right]$$

или

$$K = K_0 \left(1 + \frac{\xi_1 + \xi_2}{4\pi w R} \right),$$

где $\xi_i = \alpha_i R$ — излишек (или недостача) сверх целого числа окружностей секции, по которым ведется интегрирование.

Оценим, с какой погрешностью необходимо производить измерение расположения «точек» приая друг относительно друга, чтобы погрешность напряженности магнитного поля не превышала 10^{-6} . Полагая $\delta\xi_1 = \delta\xi_2 = \delta\xi$, имеем

$$\frac{\delta K}{K} = \frac{V(\delta\xi_1)^2 + (\delta\xi_2)^2}{4\pi w R} = \frac{V2}{4\pi w R} \delta\xi < 10^{-6},$$

откуда $\delta\xi < 15$ мк.

Влияние различия радиусов секций обмотки

Изготовление колец Гельмгольца обычно связано с тем обстоятельством, что радиус R_1 одной секции получается отличным от радиуса R_2 другой секции.

Поправка за счет этих радиусов может быть получена путем разложения напряженности магнитного поля каждой из секций колец в ряд по приращениям δR и δa и последующего суммирования поля обеих секций. Полагая, что $R_2 > R_1$, $R_2 = R_1 + \eta_0$ и $L - R_1 = \Delta$, имеем

$$K = \frac{0,899176w}{R_1} \left[1 - \frac{3}{5} \frac{\Delta}{R_1} - \frac{1}{5} \frac{\eta_0}{R_1} - \frac{1}{10} \frac{\eta_0^2}{R_1^2} + \frac{6}{5} \frac{\Delta \eta_0}{R_1^2} + \dots \right]. \quad (34)$$

Различие радиусов секций обмотки для упомянутых колец не превышает 20 мк, поэтому

$$\frac{1}{5} \frac{\eta_0}{R_1} < 2,8 \cdot 10^{-5}; \quad \frac{1}{10} \frac{\eta_0^2}{R_1^2} < 2 \cdot 10^{-9}; \quad \frac{6}{5} \Delta \frac{\eta_0}{R_1^2} < 5,6 \cdot 10^{-5} \frac{\Delta}{R_1}.$$

В формуле (34) последний член при $\Delta = 0,01R_1$ составит $5,6 \cdot 10^{-7}$.

Выражения для постоянной K с учетом всех поправочных чисел

Выражение для постоянной K реальных колец Гельмгольца в соответствии с изложенным выше будет иметь вид

$$K = \frac{0,899176w}{R_1} \left[1 - 0,6 \frac{\Delta}{R_1} + \frac{\xi_1 + \xi_2}{4\pi w R_1} - 0,1 \frac{\eta_1 + \eta_2}{R_1} + 0,64 \left(\frac{wp}{R_1} \right)^2 \frac{\Delta}{R_1} - 0,2 \frac{\eta_0}{R_1} - 0,05 \left(\frac{p}{R_1} \right)^2 - 0,1 \left(\frac{\eta_0}{R_1} \right)^2 + 1,2 \frac{\eta_0 \Delta}{R_1^2} - 0,2304 \left(\frac{wp}{R_1} \right)^4 + \dots \right]. \quad (35)$$

(Здесь η_1 и η_2 учитывают эллиптичность первой и второй секции катушки).

Точное определение по результатам измерений геометрических размеров катушки эллиптичности обмотки и различия между наибольшим и наименьшим радиусами обеих секций представляет довольно трудную

задачу, так как эти параметры трудно выделить на фоне незакономерных колебаний радиуса обмотки. Однако, если эти колебания и колебания указанных параметров имеют небольшие значения (а именно такие, при которых квадратичные члены разложения становятся пренебрежимо малы), то, вычислив средний радиус для всей обмотки, получим соотношение, в котором все линейные члены, связанные с радиусом, исчезнут, и выражение (35) примет вид

$$K = \frac{0,899176w}{R_{cp}} \left[1 - 0,6 \frac{\Delta_{cp}}{R_{cp}} + 0,64 \frac{\Delta_{cp}}{R_{cp}} \left(\frac{pw}{R_{cp}} \right)^2 - 0,05 \left(\frac{p}{R_{cp}} \right)^2 + \frac{\xi_1 + \xi_2}{4\pi w R_{cp}} - 0,2304 \left(\frac{pw}{R_{cp}} \right)^4 + \dots \right], \quad (36)$$

где R_{cp} — среднее значение радиуса по всей обмотке;

Δ_{cp} — разность между L_{cp} и R_{cp} .

Однородность напряженности магнитного поля колец Гельмгольца

Соотношение (36) справедливо лишь для центральной точки колец Гельмгольца, тогда как в практике измерений имеют дело с определенным объемом центральной области колец. Остается неясным, по какой же из двух формул, (17) или (18), производить вычисление напряженности магнитного поля в случае применения однослойных колец Гельмгольца с достаточно большим шагом намотки.

Прежде всего уточним значение коэффициента при второй степени координат в выражении (17), когда не выполняется условие Гельмгольца. В этом случае у члена второго порядка появится коэффициент $\frac{3}{4} \frac{(4a^2 - R^2)}{(a^2 + R^2)^2}$ [8]. Этот коэффициент при выполнении условия Гельмгольца обращается в нуль. Положив, как и раньше, $2a - R = \Delta$ и ограничиваясь линейным членом разложения в ряд рассматриваемого коэффициента, получим

$$K = \frac{0,899176w}{R} \left[1 + \psi + 0,96 \frac{\Delta}{R^2} (2x^2 - y^2) - \frac{0,144}{R^4} (8x^4 - 24x^2y^2 + 3y^4) + \dots \right], \quad (37)$$

где ψ — сумма поправочных членов, входящих в выражение (36).

Чтобы иметь представление о том, насколько невыполнение условия Гельмгольца влияет на степень однородности магнитного поля, в табл. 1 приведены относительные значения поля H_x в различных точках пространства, т. е. в различных точках x и y . За напряженность магнитного поля, равную единице, принято ее значение в центре колец, а x и y выражены в долях радиуса. Как видно из табл. 1, в том случае, когда $\Delta = 0,01R$, напряженность в отдельных точках рассматриваемого пространства может изменяться на несколько сотых процента.

Эти результаты относятся к кольцам, состоящим из двух плоских круговых токов. Рассматриваемые же здесь кольца состоят из семейства винтообразных круговых токов. Однако, учитывая, что поле H винтообразного витка очень мало отличается от поля плоского витка, можно считать, что анализируемые здесь кольца состоят из ряда плоских витков, отстоящих друг от друга на расстоянии $2p$. Опираясь на соотношение (37), можно вычислить H таких колец (для частного случая, когда

Таблица 1

| $x \backslash y$ | 0 | 0,05 | 0,1 | 0,2 |
|--------------------|----------|----------|----------|----------|
| $\Delta = 0$ | | | | |
| 0 | 1,000000 | 0,999997 | 0,999957 | 0,999309 |
| 0,05 | 0,999998 | 1,000012 | 1,000036 | 0,999647 |
| 0,1 | 0,999885 | 0,999968 | 1,000187 | 1,000576 |
| 0,2 | 0,998157 | 0,998500 | 0,999496 | 1,002995 |
| $\Delta = +0,01 R$ | | | | |
| 0 | 1,000000 | 0,999973 | 0,999861 | 0,998925 |
| 0,05 | 1,000041 | 1,000036 | 0,999988 | 0,999311 |
| 0,1 | 1,999977 | 1,000136 | 0,000283 | 1,000384 |
| 0,2 | 0,998925 | 0,999244 | 1,000168 | 1,003379 |
| $\Delta = -0,01 R$ | | | | |
| 0 | 1,000000 | 1,000021 | 1,000053 | 0,999693 |
| 0,05 | 0,999945 | 0,999988 | 1,000084 | 0,999983 |
| 0,1 | 0,999693 | 0,999800 | 1,000091 | 1,000768 |
| 0,2 | 0,997389 | 0,997756 | 0,998824 | 1,002611 |

число витков $w = 10$). Суммируя напряженность магнитного поля каждой пары витков, можно найти общую формулу для постоянной катушки

$$K = \frac{0,899176w}{R} \sum_{i=-5}^{i=5} \left\{ 1 + \psi + 0,96 \frac{\Delta}{R^3} [2(x + ip)^2 - y^2] - \right. \\ \left. - \frac{0,144}{R^4} [8(x + ip)^4 - 24(x + i)^2 y^2 + 3y^4] + \dots \right\}.$$

После суммирования получаем

$$K = \frac{0,899176w}{R} \left[1 + \psi + \varphi - \frac{114,048\rho^2(2x^2 - y^2)}{R^4} + \frac{0,61 \cdot 99\Delta\rho^2}{R^3} - \frac{0,2304 \cdot 9669\rho^4}{R^4} \right], \quad (38)$$

где φ — сумма разложения в выражении (37).

Прежде чем написать окончательное выражение для вычисления напряженности магнитного поля в любой точке пространства колец, отметим тот факт, что численные коэффициенты при $\frac{\Delta\rho^2}{R^3}$ и $\frac{\rho^4}{R^4}$ в выражении (38) отличаются от коэффициентов в выражении (36) при $w = 10$ соответственно на 1% и 3% и совпадают по знаку. Такое совпадение произошло вследствие того, что в обоих случаях для вычисления влияния шага, по сути дела, производилась одна и та же операция: только во втором случае производилось непрерывное интегрирование по всей обмотке, а в первом — суммирование поля от каждого витка. Поэтому для дальнейших расчетов целесообразнее принять коэффициенты соотношения (36), поскольку они более точно соответствуют реальным условиям.

На основании формул (36)–(38) получим окончательное выражение для постоянной колец в любой точке пространства

$$K = \frac{0,899176\omega}{R_{cp}} \left\{ 1 - 0,6 \frac{\Delta_{cp}}{R_{cp}} + \frac{\xi_1 + \xi_2}{4\pi\omega R_{cp}} + 0,64 \frac{\Delta_{cp}}{R_{cp}} \left(\frac{\omega p}{R_{cp}} \right)^2 - 0,05 \left(\frac{p}{R_{cp}} \right)^2 - \right. \\ \left. - 0,2304 \left(\frac{\omega p}{R_{cp}} \right)^4 + 0,16 \left(\frac{\Delta_{cp}}{R_{cp}} \right)^3 + \left[0,96 \frac{\Delta_{cp}}{R_{cp}^3} - \frac{1,140(\omega p)^2}{R_{cp}^4} \right] (2x^2 - y^2) - \right. \\ \left. - \frac{0,144}{R_{cp}^4} (8x^4 - 24x^2y^2 + 3y^4) + \dots \right\}. \quad (39)$$

Эксперименты со свободной ядерной индукцией в кольцах Гельмгольца проводились с кубическим и сферическим образцами.

Поскольку методом свободной ядерной индукции можно измерять лишь полный вектор напряженности магнитного поля, то прежде всего следует оценить влияние поперечной составляющей в рассматриваемом объеме. Воспользовавшись данными для продольной и поперечной составляющих напряженности магнитного поля колец Гельмгольца [8], найдем, например, для $x = 0,07 R$, что

$$H = \sqrt{H_x^2 + H_y^2} \approx H_x \sqrt{1 + (10^{-5})^2} \approx H_x \left(1 + \frac{10^{-10}}{2} \right),$$

т. е. влияние поперечной составляющей поля колец пренебрежимо мало.

Основываясь на соотношении (39), вычислим среднее интегральное значение напряженности магнитного поля в образце кубической формы с ребром $2z$

$$K = \frac{0,899176\omega}{R_{cp}} \frac{1}{V} \int \int \int \left\{ 1 + \psi + \left[0,96 \frac{\Delta_{cp}}{R_{cp}^3} - 1,140 \frac{(\omega p)^2}{R_{cp}^4} \right] (2x^2 - y^2) - \right. \\ \left. - \frac{0,144}{R_{cp}^4} (8x^4 - 24x^2y^2 + 3y^4) + \dots \right\} dV.$$

После интегрирования получим

$$K = \frac{0,899176\omega}{R_{cp}} \left(1 + \psi + 0,2688 \frac{\sigma^4}{R_{cp}^4} + \dots \right). \quad (40)$$

Это выражение показывает, что среднее интегральное значение напряженности магнитного поля в объеме куба может быть учтено с большой степенью точности.

Аналогичные вычисления для сферы дают среднее значение, равное полю в центре колец.

Погрешность определения постоянной колец Гельмгольца

Пренебрегая малыми погрешностями, из формулы (36), в которой $\Delta_{cp} = L_{cp} - R_{cp}$, получаем соотношение для погрешности определения постоянной колец

$$\frac{\delta K}{K} = \sqrt{\left| \frac{2}{5} \frac{\delta R_{cp}}{R_{cp}} \right|^2 + \left| \frac{3}{5} \frac{\delta L_{cp}}{L_{cp}} \right|^2 + \frac{|\delta \xi_1|^2 + |\delta \xi_2|^2}{(4\pi\omega R_{cp})^2}}. \quad (41)$$

Измерение расстояния L_{cp} и диаметра $2R_{cp}$ осуществляется (в настоящее время) с погрешностью ± 2 мк, а величины ξ_1 и ξ_2 — с погрешностью ± 20 мк, что дает

$$\frac{\delta K}{K} = \frac{1}{R_{cp}} \sqrt{\frac{4}{25} + \frac{36}{25} + \frac{1,25}{25}} = 8 \cdot 10^{-5}.$$

Формула (41) не учитывает погрешность, вносимую теми участками соединительных проводников, магнитное поле которых не скомпенсировано. Учесть эту погрешность не представляется возможным, однако можно предполагать, что она не превышает поправок ξ_1 и ξ_2 , которые обычно менее 0,001%. Поэтому к погрешностям формулы (41) следует добавить 0,001%, что дает для относительной погрешности $\frac{\Delta K}{K}$ значение 0,0013%.

Кроме погрешностей формулы (41), следовало бы принять во внимание погрешность, вызываемую отклонением температуры кварцевого основания от температуры 20°С, при которой производится измерение геометрических размеров катушек. Но, как будет показано ниже, эта погрешность очень мала и ею можно пренебречь.

Описание колец Гельмгольца

Для измерения гиромангнитного отношения протона в 1959 г. были изготовлены (помимо двух имевшихся), пять пар колец Гельмгольца на



Рис. 6.

полом цилиндра из плавленного кварца со стенками толщиной около 25 мм, что обеспечивало достаточную прочность и отсутствие деформаций. Для удобства установки датчика в центре колец, центрирования его, а также центрирования самих колец относительно компенсирующей системы кварцевый цилиндр имеет три симметричных отверстия диаметром около 100 мм (рис. 6).

Обмотка колец выполнена из голого медного провода, который уложен в винтовую канавку, сделанную на кварцевом цилиндре с шагом $2\rho = 1,2$ мм. Секции колец соединяются между собой коаксиальным проводником, параллельным их оси.

Геометрические размеры колец были измерены в лаборатории линейных и угловых измерений ВНИИМ. Результаты

этих измерений даны в табл. 2.

Таблица 2

| № колец | параметры | $R_{ср.}$ мк | $L_{ср.}$ мк | ρ , мк | $\xi_1 + \xi_2$, мк | $\Delta_{ср.}$ мк | K , э/а |
|---------|-----------|--------------|--------------|-------------|----------------------|-------------------|-----------|
| 3 | | 134865,1 | 135006,4 | 473,5 | +30 | +141,3 | 0,666304 |
| 4 | | 134538,8 | 136267,5 | 473,5 | +130 | +1728,7 | 0,663195 |
| 5 | | 152654,0 | 153516,0 | 476,0 | +139 | +862,0 | 0,587042 |
| 6 | | 155706,0 | 155900,0 | 476,0 | -49 | +194,0 | 0,577048 |
| 7 | | 155960,2 | 156001,5 | 400,0 | — | +41,3 | 0,576450 |
| 8 | | 156006,0 | 155996,4 | 400,0 | — | -9,6 | 0,576352 |
| 9 | | 156005,8 | 156003,2 | 400,0 | — | -2,6 | 0,576379 |

Компенсирующая квадратная катушка

Устройство, компенсирующее напряженность магнитного поля Земли, должно обладать: 1) высокой степенью однородности поля компенсации; 2) свободным доступом в пространство, в котором компенсируется магнитное поле Земли; 3) простотой изготовления.

Таким условиям наиболее удовлетворяет квадратная катушка, которая, согласно теоретическим расчетам, имеет высокую однородность в большем объеме, чем кольца Гельмгольца.

Наилучшая однородность магнитного поля квадратной катушки получается, по исследованию Геллера (Heller) [9], при отношении расстояния между плоскостями витков d к стороне квадрата a , равном 0,544505. На рис. 7 приведен график, построенный Геллером, который иллюстрирует распределение осевой составляющей квадратной катушки.

Теория квадратной катушки дана Фанзелау (Fanzelau) и Каутцлебенном (Kautzleben) [10—12], которые получили выражение для напряженности магнитного поля в виде следующего степенного ряда от координат x, y, z при отношении $\frac{d}{a} = 0,544505$:

$$H_z = \frac{0,81437 \omega I}{a} \left\{ 1 + \frac{1}{a^2} \left[-0,40 (x^4 + y^4) - 0,02 x^2 y^2 + 2,42 (x^2 + y^2) z^2 - 0,18 z^4 \right] + \frac{1}{a^6} \left[-0,37 (x^6 + y^6) + 0,05 (x^2 + y^2) x^2 y^2 - 0,59 x^2 y^2 z^2 + 5,51 (x^4 + y^4) z^2 - 5,44 (x^2 + y^2) z^4 + 0,72 z^6 \right] + \dots \right\} = \frac{p \omega I}{a} \left[1 + \frac{q_4}{a^4} + \frac{q_6}{a^6} + \dots \right] \quad (42)$$

где x и y — координаты, отсчитываемые от центра катушки параллельно ее сторонам;

z — координата вдоль оси катушки;

q_4 и q_6 — полиномы 4-й и 6-й степени x, y, z .

Для повышения однородности поля компенсационной квадратной катушки можно применить простой и эффективный способ, который при-

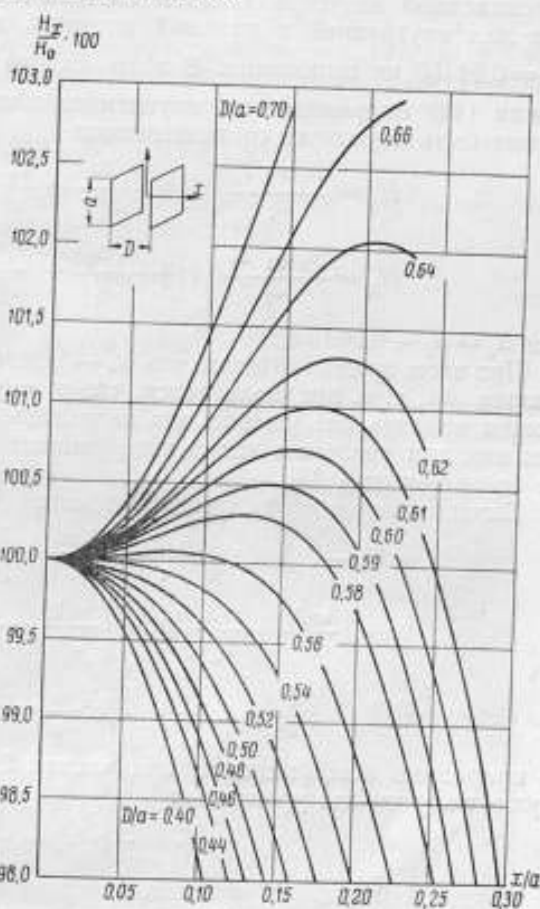


Рис. 7.

водит к исчезновению членов 2-го и 4-го порядка. Идея этого способа основывается на том, что дополнительная (корректирующая) катушка меньшего размера, расположенная коаксиально с компенсационной катушкой, включается последовательно с компенсационной так, чтобы направление поля в ней было противоположно направлению поля компенсационной катушки. Найдем соотношение геометрических параметров для внутренней и внешней катушек, для случая, когда условие $\frac{d}{a} = 0,54450$ не выполнено. В этом случае в соответствии с обозначениями (42) напряженность магнитного поля первой и второй катушек может быть выражена соотношениями

$$H_1 = \frac{p_1 w_1 I_1}{a_1} \left[1 + \frac{q_2 \Delta_1}{a_1^3} + \frac{q_4}{a_1^4} + \frac{q_6}{a_1^6} + \dots \right];$$

$$H_2 = \frac{p_2 w_2 I_2}{a_2} \left[1 + \frac{q_2 \Delta_2}{a_2^3} + \frac{q_4}{a_2^4} + \frac{q_6}{a_2^6} + \dots \right],$$

где $\Delta_i = a_i - 0,5445 a_i$.

При этом предполагается, что Δ_1 — величина малая и приблизительно равная Δ_2 , т. е. предполагается, что $p_1 \approx p_2 \approx p$. Такое допущение мы можем принять без ущерба для количественного рассмотрения вопроса, так как для реальных колец коэффициент p , обычно отличается от p_2 не более чем на 0,1%.

Вычтем второе уравнение из первого:

$$H = H_1 - H_2 = p \left\{ \frac{I_1 w_1}{a_1} - \frac{I_2 w_2}{a_2} + \left[\frac{w_1 \Delta_1 I_1}{a_1^4} - \frac{I_2 w_2 \Delta_2}{a_2^4} \right] q_2 + \right.$$

$$\left. + \left[\frac{w_1 I_1}{a_1^5} - \frac{w_2 I_2}{a_2^5} \right] q_4 + \left[\frac{w_1 I_1}{a_1^7} - \frac{w_2 I_2}{a_2^7} \right] q_6 + \dots \right\}.$$

Обозначив $\frac{I_1}{I_2} = \alpha$; $\frac{w_1}{w_2} = \beta$; $\frac{a_1}{a_2} = \gamma$; $\frac{\Delta_1}{\Delta_2} = \xi$

и приравняв коэффициенты при членах 2-го (q_2) и 4-го (q_4) порядка нулю, получим два уравнения:

$$\frac{\alpha \beta}{\gamma^4} = \frac{1}{\xi}; \quad \alpha \beta = \frac{1}{\gamma^6}.$$

При заданном β эти равенства выполняются при соответствующих значениях α и γ . Выбрав соотношение витков, т. е. β , находим соотношение токов и радиусов катушек. При этом, помимо исчезновения членов 2-го и 4-го порядка, уменьшаются коэффициенты при степенях координат 6-го и высших порядков.

Для катушек с $\frac{d}{a} = 0,544505$ условиями, при которых исчезает член 4-го порядка, будут

$$\frac{w_1}{w_2} = \left(\frac{a_1}{a_2} \right)^6; \quad I_1 = I_2, \quad (43)$$

т. е. обе катушки могут быть включены последовательно.

Рассмотренная система имеет лишь один недостаток: постоянная напряженности магнитного поля такой системы будет ниже, чем одной катушки, что, однако, никакой роли для компенсации не играет.

На основании теоретических предпосылок для компенсации напряженности магнитного поля Земли была изготовлена система из двух пар квадратных катушек. Большая катушка (компенсирующая) с размерами: $a = 69,10$ см, $d = 37,0$ см, изготовлена из бука. Катушка имеет обмотку

из 124 витков, выполненную из провода ПЭЛШО диаметром 1,5 мм, и сопротивление около 15 ом. Постоянная для центра катушки

$$K = \frac{1,5\pi a^2}{(a^2 + d^2)\sqrt{2a^2 + d^2}} = 1,476 \text{ э/а.}$$

Корректирующая катушка изготовлена также из бука. Она состоит из двух обмоток (внутренней и внешней) по 12 витков каждая и имеет линейные размеры: $a' = 43,10 \text{ см}$, $a'' = 43,29 \text{ см}$, $d = 23,49 \text{ см}$. Постоянные этой катушки для каждой обмотки соответственно равны:

$$K' = 0,2267, K'' = 0,2263 \text{ э/а.}$$

Условию (43) удовлетворяет наружная обмотка корректирующей катушки. При этом суммарная постоянная системы

$$K_{\kappa} = K - K'' = 1,241 \text{ э/а.}$$

АППАРАТУРА

Измерения гиромангнитного отношения производились в загородной лаборатории (в Кавголово), где отсутствуют промышленные помехи.

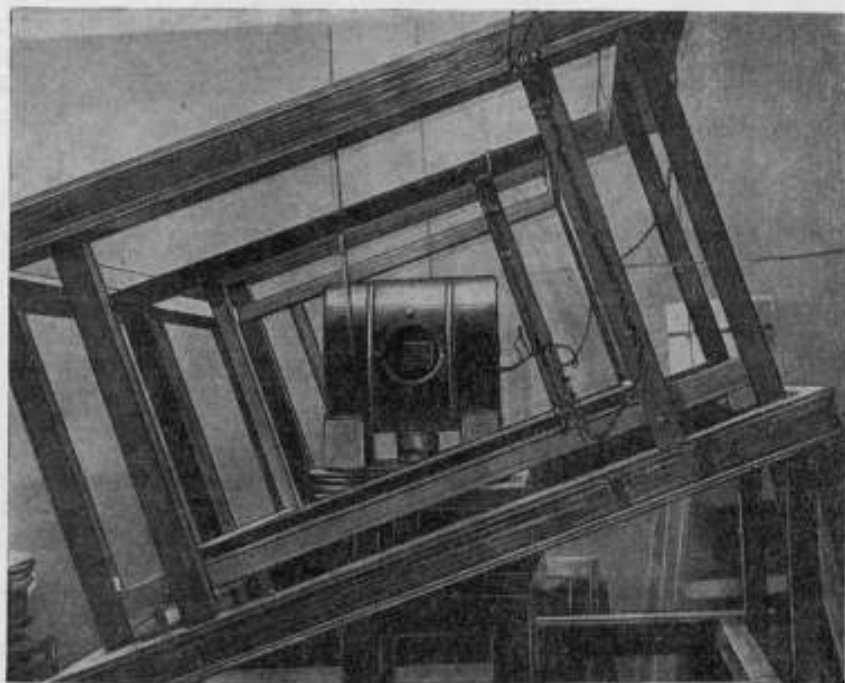


Рис. 8.

Аппаратура размещалась в двух термостатированных комнатах, расстояние между которыми около 15 м. В одной из комнат были установлены компенсирующая система и кольца на кварцевом основании с зондом (рис. 8), в другой размещалась вся остальная аппаратура.

Такое расположение элементов установки исключало влияние ферромагнитных масс, имевшихся во второй комнате.

Источники питания катушек напряженности магнитного поля

Питание компенсирующей системы катушек и поляризирующей (намагничивающей образец) катушки осуществлялось от батарей кислотных аккумуляторов, установленных в отдельном здании.

Одна из батарей напряжением в 120 в и емкостью в 460 а-ч служила для питания поляризирующей катушки, другая состояла из пяти групп напряжением 6 в и емкостью 600 а-ч и позволяла с помощью специальных коммутирующих рубильников получать напряжение 6, 12, 18 и 30 в при различной емкости.

Наиболее рациональное использование батарей получается при питании компенсирующего устройства от батареи напряжением 12 в (емкостью 600 а-ч) и основных колец на кварцевом основании от батарей напряжением 6 в (емкостью 1800 а-ч).

Такое распределение батарей дает возможность иметь одинаковый разряд каждой группы и обеспечить стабильный ток в основных кольцах Гельмгольца. Для исключения резких температурных колебаний проводников, подводящих питание от аккумуляторного помещения в лабораторию, вместо обычно применяемой в таких случаях воздушной линии был проложен подземный кабель.

Устройство для измерения и регулировки тока

Устройство для регулировки и измерения тока (рис. 9) в катушке Гельмгольца $KГ$ включает следующие элементы: две образцовые катушки сопротивления R_{N_1} и R_{N_2} по 1 ом, сопротивление R в 4 ом, два нормальных элемента E_{N_1} и E_{N_2} , двоянный переключатель $П$, гальвано-

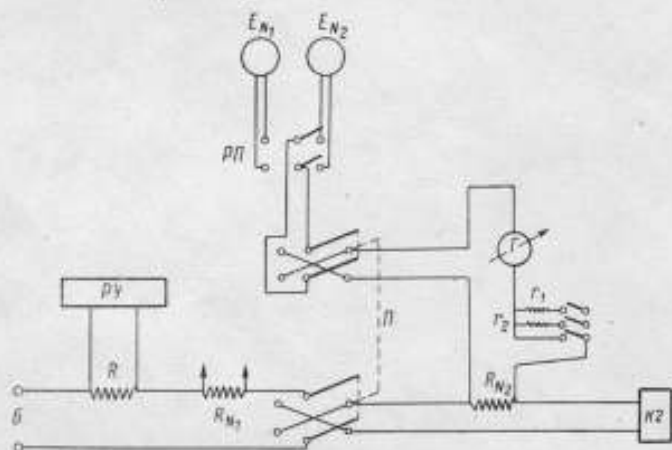


Рис. 9.

метр $Г$, ртутный переключатель $РП$ и регулировочное устройство $РУ$. Токовое устройство смонтировано на специальном столе (рис. 10). Регулировка тока от батареи $Б$ (рис. 9) производится с помощью сопротивлений, включенных параллельно сопротивлению R , которое представляет собой марганциновую катушку, рассчитанную на мощность 20 вт. Образцовые катушки сопротивления изготовлены из марганциновой проволоки сечением $3 \times 1,31$ мм и рассчитаны также на мощность 20 вт; каждая катушка выполнена в виде цилиндра с двойными стенками, пространство между которыми заполнено гелием. Обе катушки помещены в отдельные масляные ванны. Нормальные элементы E_{N_1} и E_{N_2} смон-

тированы в общем корпусе и помещены в термостат, температура в котором поддерживается постоянной. Гальванометр и стол, на котором смонтированы элементы измерительной цепи, установлены на каменных тумбах.

Температура в комнате, где находится установка, поддерживается близкой к 20°C при помощи электропечей, которые включаются шести-канальным устройством автоматической регулировки. Однако регули-

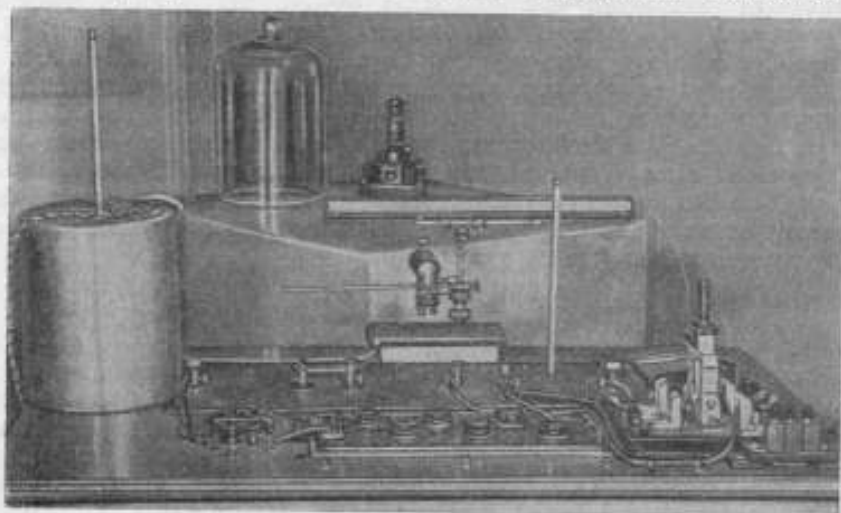


Рис. 10.

ровка температуры с помощью указанного устройства в условиях Кавголова не могла обеспечить достаточной стабильности температуры. Поэтому нормальные элементы были помещены в отдельный термостат с автоматической регулировкой температуры. Этот термостат был расположен на полу, где температура окружающего воздуха была несколько ниже $20,0^{\circ}\text{C}$. Такой режим создавал благоприятные условия для высоко-стабильного термостатирования нормального элемента и позволял производить стабилизацию его температуры до $0,01^{\circ}\text{C}$.

Температура нормальных элементов измерялась термометром с погрешностью $\pm 0,01$ град.

Примененная система термостатирования позволяет поддерживать в течение нескольких месяцев температуру нормального элемента с погрешностью, не превышающей $0,01^{\circ}\text{C}$. Учитывая малые размеры нормальных элементов, можно считать, что температура, отсчитываемая по термометру, соответствует температуре самих нормальных элементов, так как градиент температуры в цилиндрическом стакане, по-видимому, не превышает $0,01-0,02^{\circ}\text{C}$ на 5 см.

Устройство для компенсации напряженности магнитного поля Земли

Компенсирующая квадратная катушка установлена на массивном основании с тремя регулировочными винтами, которые позволяют ориентировать ее ось по направлению вектора напряженности магнитного поля Земли.

Внутри соосно с этой катушкой укреплена корректирующая пара квадратных катушек, обмотка которых соединена последовательно с основной катушкой.

Компенсация поля Земли достигается путем регулировки тока в компенсирующей системе и ориентацией ее в пространстве.

В качестве нуля-индикатора остаточного поля применялось электронное устройство с магнитонасыщенным феррозондом, которое позволяло снизить остаточное поле (перед началом измерений) до $10-20$ гамм.

Ток компенсации устанавливается с помощью компенсатора постоянного тока типа ПН-4 и образцовой катушки сопротивления в 1 ом и поддерживается неизменным с помощью ручной регулировки тока. Это позволяет сохранить постоянство компенсирующего поля до $5 \cdot 10^{-4}\%$ от его номинального значения за время двух отсчетов частоты.

Система двух квадратных катушек обеспечивала достаточную однородность напряженности магнитного поля компенсации, которая, по-видимому, была близка к однородности поля Земли, так как сигнал ядерной прецессии имел ту же длительность, что и в поле Земли. Отметим тот факт, что без корректирующих колец, когда скомпенсированной была половина величины напряженности магнитного поля Земли, ядерный сигнал практически был уже не наблюдаем.

Приемная и поляризующая катушки (зонд)

Первым элементом схемы измерения напряженности магнитного поля (см. стр. 9) является зонд, состоящий из двух катушек, оси которых расположены взаимно-перпендикулярно. Приемная катушка имеет обмотку из 9000 витков провода ПЭЛ диаметра $0,18$ мм. Для повышения добротности катушки обмотка ее секционирована. Добротность такой катушки достигает $15-20$. Внутри катушки находится заполненная дистиллированной водой ампула объемом 3 см³. Приемную катушку охватывает поляризующая катушка, которая выполнена из провода ПБД диаметром $1,7$ мм и имеет 3000 витков. Питание этой катушки осуществляется от батареи 120 в, что позволяет создать напряженность магнитного поля в ее центре около 2000 э.

Устройство для измерения частоты

Вторым элементом схемы является устройство для измерения частоты (рис. 11). Напряжение сигнала ядерной прецессии частоты f через усилитель

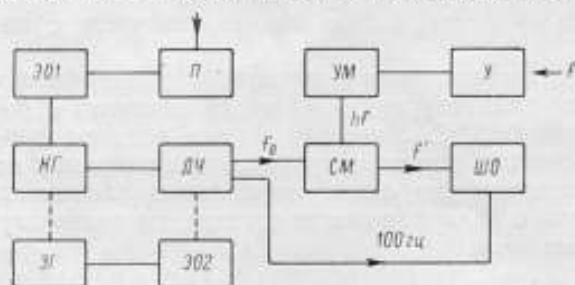


Рис. 11.

усилитель $У$ подается на умножитель частот $УМ$, коэффициент умножения h которого выбирается в зависимости от значения постоянной колец Гельмгольца и обычно $h=2$ или 4 . С умножителя сигнал ядерной прецессии поступает на смеситель $СМ$. На этот же смеситель подается частота f_0 , получаемая путем деления частоты $ДЧ$ термостатированного кварцевого генератора $КГ$. Частота f_0 подбирается близкой к величине hf . Смеситель выделяет разностную частоту f' , которая поступает на шлейфовый осциллограф $ШО$. Сюда же подаются метки времени с частотой 100 гц, полученные путем деления частоты кварцевого генератора 100 кгц на 1000 . Приемник $П$ и электронный осциллограф $ЭО-1$ служат для непрерывного сличения частоты

кварцевого генератора с частотой 200 кГц, транслируемой ВНИИФТРИ через широкоэмитальную радиостанцию на волне 1500 м. Звуковой генератор ЗГ (типа ЗГ-641) и электронный осциллограф ЭО-2 служат для контроля синхронизации каскадов деления частоты кварцевого генератора (до и после измерений). Такая система контроля была введена в то время, когда питание устройства для измерения частоты производилось от химических источников питания, изменение напряжения которых приводило к срыву синхронизации мультивибраторов.

При питании этого устройства от стабилизированного выпрямителя такой контроль, как показала практика, излишен. Однако, учитывая значительные колебания напряжения сети переменного тока, которые в загородных условиях имеют место, упомянутый контроль было целесообразно сохранить во избежание случайностей.

Для измерения частоты прецессии протонов в магнитном поле колец Гельмгольца ($f = 2502,6$ гц) использовалась частота $f_0 = 10\,000$ гц, полученная путем деления частоты кварцевого генератора на 10. Разностная частота f' при этом получалась близкой к 10 гц. Это — наиболее удобная частота для обработки записей на пленке шлейфового осциллографа. На рис. 12 приведены отпечатки с пленки, на которой записаны соответственно f_1' и f_2' — разностные частоты двух противоположных направлений тока в основных кольцах Гельмгольца.

Для приема образцовой частоты 200 кГц, которая является несущей частотой радиовещательной станции, служил специальный приемник. Чтобы исключить боковые частоты в приемнике, применен узкополосный фильтр с кварцевым резонатором, что обеспечивало стабильную амплитуду принимаемых колебаний.

ЭКСПЕРИМЕНТЫ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ГИРОМАГНИТНОГО ОТНОШЕНИЯ ПРОТОНА

Методика измерений

Измерение гиромагнитного отношения протона производилось с помощью описанной выше аппаратуры в следующем порядке. Кольца Гельмгольца на кварцевом основании устанавливались осью по направлению горизонтальной составляющей магнитного поля Земли. При этом ось поляризующей катушки располагалась перпендикулярно оси компенсирующей катушки и оси колец на кварцевом основании. После осуществления компенсации напряженности магнитного поля Земли поляризующую катушку юстировали относительно колец на кварцевом основании и компенсирующей катушки таким образом, чтобы поляризующая катушка не наводила в них э. д. с. индукции во время включения и выключения тока поляризации образца. Индикатором этой э. д. с. служили гальванометры, предназначенные для измерения тока в обмотках соответствующих катушек. Для того чтобы получить стабильный разряд батарей, обмотки обоих источников H включали в цепь аккумуляторных батарей за час до начала измерений. Образец подвергали поляризации в течение 5 сек, после этого ток в поляризующей катушке выключали рубильником с дугогасителями. Одновременно с выключением поляризующего тока включался лентопотяжный механизм шлейфового осциллографа и подавался сигнал световой метки на фотоленту варнометра. Во время измерений производили непрерывный контроль частоты кварцевого генератора по частоте, транслируемой ВНИИФТРИ.

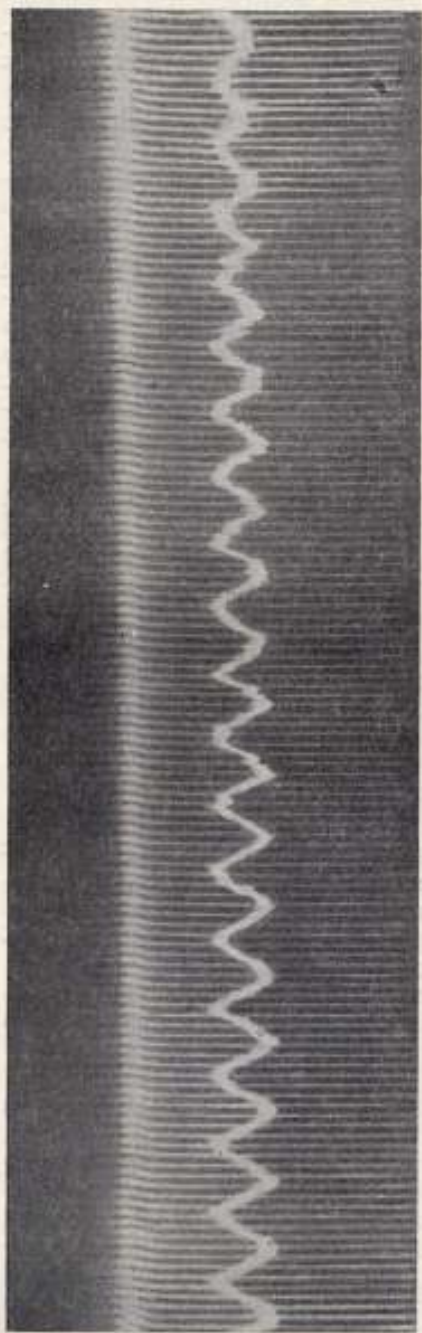


FIG. 12.

Погрешности измерений гироманнитного отношения протона

Случайные погрешности

Случайные погрешности определения гироманнитного отношения протона обуславливаются следующими причинами:

- 1) неполной компенсацией э. д. с. нормального элемента;
- 2) изменением тока компенсирующей катушки к моменту второго отсчета (записи) частоты, производимого при противоположном направлении тока в кольцах на кварцевом основании;
- 3) погрешностью измерения температуры нормального элемента, образцовой катушки сопротивления и кварцевого основания колец Гельмгольца;
- 4) неточностью «отсчета» частоты по записям разностной частоты на пленке шлейфового осциллографа;
- 5) вариациями горизонтальной составляющей магнитного поля Земли.

Оценим, каков порядок погрешности, вызванной каждой из этих причин.

1. Недокомпенсация э. д. с. нормального элемента падением напряжения на образцовом сопротивлении обуславливается конечным порогом чувствительности гальванометра, а погрешность, вызванная этим явлением, определяется как разность между действительным током в цепи катушки Гельмгольца и теоретическим значением его, вычисленным по формуле $I = \frac{E_N}{R_N}$, т. е.

$$\Delta I = I - \frac{E_N}{R_N} \quad (44)$$

По второму правилу Кирхгофа для цепи гальванометра можно написать соотношение

$$I_N R_N = E_N + I_g (r_i + r_g), \quad (45)$$

где I_N — сила тока в образцовой катушке сопротивления;

I_g — сила тока в цепи гальванометра;

r_i, r_g — сопротивления нормального элемента и гальванометра;

E_N — э. д. с. эталонного нормального элемента.

По первому правилу Кирхгофа

$$I = I_N + I_g \quad (46)$$

Из сопоставления формул (44) — (46) имеем

$$\Delta I = \frac{I_g (r_i + r_g + R_N)}{R_N} = \frac{\varepsilon_g \Delta \alpha (r_i + r_g + R_N)}{R_N},$$

где $\Delta \alpha$ — отклонение гальванометра;

ε_g — постоянная гальванометра.

Так как в данном случае (для гальванометра типа 21/5) $\varepsilon_g = 1,6 \cdot 10^{-9}$ а/дел, $R_N = 1,00$ ом, $r_i = 700$ ом, $r_g = 22$ ом, то, полагая $\Delta \alpha = 0,5$ дел, получим

$$\Delta I = 6 \cdot 10^{-7} \text{ а или } \frac{\Delta I}{I} = 6 \cdot 10^{-7}.$$

Помимо этой погрешности, может возникнуть еще одна погрешность, связанная с пропусканием зарядных и разрядных токов через эталонный нормальный элемент; эти токи могут привести [13] к заметному изменению э. д. с. нормального элемента. Поэтому, сначала ток устанавливают с помощью компенсатора типа ПН-4, затем — с помощью контрольного

нормального элемента, э. д. с. которого отличается лишь на 1 мкв от э. д. с. эталонного нормального элемента, и только после этого в цепь гальванометра включают эталонный нормальный элемент.

2. Постоянная компенсирующей катушки имеет значение $K = 1,24 \text{ э/а}$. Если ток в этой катушке изменится на ΔI_k , то напряженность магнитного поля изменится на $\Delta H_k = 1,24 \Delta I_k$. Так как компенсирующая катушка расположена под углом 72° к оси колец Гельмгольца, то на поле колец в направлении их оси наложится дополнительное поле

$$\Delta H = 1,24 \cdot \Delta I_k \cos 72^\circ = 0,38 \Delta I_k \text{ э.}$$

Ток в компенсирующей катушке поддерживается неизменным с помощью компенсатора типа ПН-4, образцового сопротивления и гальванометра типа ГПЗ-2. При этом ток может быть установлен (относительно исходной точки) с погрешностью $\Delta I_k = 2 \cdot 10^{-6} \text{ а}$, а следовательно, $\Delta H = 0,8 \cdot 10^{-6} \text{ э}$, что составит 0,00014% от значения колец Гельмгольца ($H_k = 0,6 \text{ э}$).

3. Рассмотрим теперь, какова будет погрешность определения значения тока, если температура нормального элемента и катушки сопротивления отсчитывается с погрешностью в $0,01^\circ \text{ С}$. Поскольку $I = \frac{E_N}{R_N}$, то

$$\frac{\Delta I}{I} = \sqrt{\left| \frac{\Delta E_N}{E_N} \right|^2 + \left| \frac{\Delta R_N}{R_N} \right|^2}. \quad (47)$$

Зависимость э. д. с. нормального элемента сопротивления образцовой катушки от температуры определяется формулами

$$E_N = E_{20} + \alpha_1 (t - 20) + \beta_1 (t - 20)^2; \quad (48)$$

$$R_N = R_{20} + \alpha_2 (t - 20) + \beta_2 (t - 20)^2, \quad (49)$$

где E_{20} и R_{20} — значения э. д. с. нормального элемента и сопротивление образцовой катушки при 20° С ,

$\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ — температурные коэффициенты.

Пренебрегая малыми погрешностями и учитывая, что $|\alpha_1| = 4 \cdot 10^{-5} \text{ в/град}$, $|\alpha_2| = 2,2 \cdot 10^{-5} \text{ ом/град}$, имеем

$$\Delta E_N = \alpha_1 \Delta t = 4 \cdot 10^{-7} \text{ в,}$$

$$\Delta R_N = \alpha_2 \Delta t = 2,2 \cdot 10^{-7} \text{ ом.}$$

Так как $E_N = 1 \text{ в}$, а $R_N = 1 \text{ ом}$, то относительные погрешности численно равны абсолютным:

$$\frac{\Delta E_N}{E_N} = 4 \cdot 10^{-7}, \quad \frac{\Delta R_N}{R_N} = 2,2 \cdot 10^{-7}.$$

Следовательно,

$$\frac{\Delta I}{I} = 4,5 \cdot 10^{-7}.$$

Помимо этого, температура может оказывать влияние на значение постоянной колец Гельмгольца K . Относительное изменение K в зависимости от температуры кварцевого цилиндра определяется соотношением согласно уравнениям (20) и (21)

$$\frac{\Delta K}{K} = \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{5} \right) \epsilon_k \Delta t,$$

где $\epsilon_k = 4 \cdot 10^{-7}$ — температурный коэффициент линейного расширения для плавленого кварца.

Полагая, что температура кварцевого цилиндра известна с погрешностью, не превышающей $0,05^\circ \text{C}$, имеем

$$\frac{\Delta K}{K} = 2 \cdot 10^{-8},$$

т. е. эта погрешность очень мала.

4. Погрешность отсчета частоты может быть найдена из выражения для разностной частоты

$$f' = \frac{n}{\lambda m} = \frac{n}{\tau},$$

где n — число периодов разностной частоты;

m — число меток времени, соответствующих n периодам;

λ — интервал между метками времени, равный $0,01$ сек;

τ — время существования сигнала ($0,7 \div 1,2$ сек),

$$\Delta f' = \frac{f' \lambda}{\tau} \Delta m.$$

При всех опытах частоты f' обычно лежат в пределах $7 \div 15$ гц. Погрешность $\Delta f'$ для них практически одинакова, так как при повышении f' уменьшается Δm , и наоборот.

Полагая $f' = 10$ гц, $\tau = 0,8$ сек, $\Delta m = 0,5$, имеем $\Delta f' = 0,06$ гц, что составит (при умножении измеряемой частоты, например, на 4) относительную погрешность $\frac{\Delta f'}{f'} = 6 \cdot 10^{-4} \%$.

5. Поправки за счет вариаций горизонтальной составляющей магнитного поля Земли вводятся по записям магнитографа с ценой деления $\varepsilon_n = 0,6$ гамм/мм. Отсчет вариации может быть произведен с погрешностью $\pm(2 \div 3)$ мм.

Снизить эту погрешность затруднительно вследствие образования «дорожки» от короткопериодных вариаций. Поэтому при введении поправки на вариацию может быть внесена случайная погрешность около 2 гамм, что в относительных единицах составит около 0,003%. На рис. 13 приведен график, построенный по записям вариаций магнитографа (сплошная линия) и по записям частоты на пленке шлейфового осциллографа (пунктирная).

Рассматривая перечисленные выше значения случайных погрешностей, видим, что наибольшей из них является погрешность, связанная с поправками на вариации, которая превышает остальные более чем на целый порядок. Отсюда можно сделать предположение, что разброс значений гиромангнитного отношения протона обусловлен погрешностью введения поправки за счет вариации поля Земли. Для снижения этой погрешности намечается осуществить стабилизацию горизонтальной составляющей H Земли.

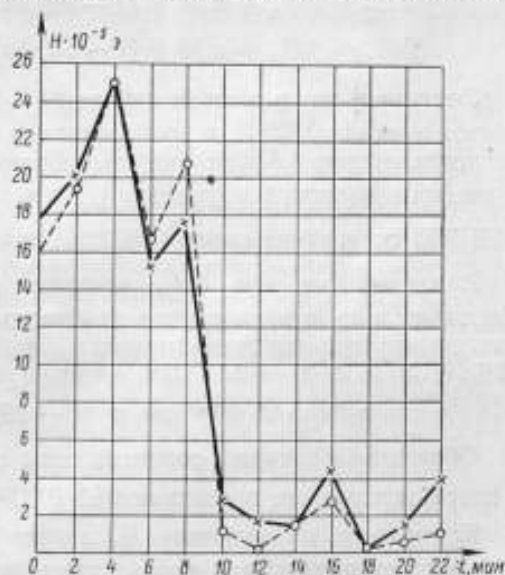


Рис. 13.

Следует заметить, что поскольку природа этой погрешности носит чисто случайный характер, то влияние ее на результат может быть уменьшено путем соответствующей обработки рядов наблюдений.

Погрешности применяемых мер

Погрешности, которые не могут быть исключены соответствующей постановкой наблюдений, могут быть оценены по закону сложения средних погрешностей, т. е.

$$\frac{\Delta\gamma}{\gamma} = \sqrt{\left|\frac{\Delta K}{K}\right|^2 + \left|\frac{\Delta f}{f}\right|^2 + \left|\frac{\Delta I}{I}\right|^2}. \quad (50)$$

Погрешность $\frac{\Delta K}{K}$ была получена на стр. 20 и составляет 0,0013%.

Погрешность $\frac{\Delta f}{f}$ обуславливается погрешностью частоты, передаваемой ВНИИФТРИ, и погрешностью сличения с ней частоты кварцевого генератора. Обе эти погрешности имеют один порядок и не превышают 0,00005%.

Стабильность частоты кварцевого генератора за время измерений (10—35 мин) после часового прогрева частотоизмерительного устройства также не превышает 0,00005%. Кроме того, частота этого генератора подстраивается в процессе измерений.

Погрешность $\frac{\Delta I}{I}$ может быть определена из соотношений (47)—(49).

Предельные погрешности определения E_N и R_N будут

$$\Delta E_N = \Delta E_{20} + \alpha_1 \Delta t + (t - 20) \Delta \alpha_1 + 2\beta_2 \Delta t + (t - 20)^2 \Delta \beta_1,$$

$$\Delta R_N = \Delta R_{20} + \alpha_2 \Delta t + (t - 20) \Delta \alpha_2 + 2\beta_2 \Delta t + (t - 20)^2 \Delta \beta_2.$$

Учитывая, что в данном случае $(t - 20)$ и Δt в выражении для ΔE_N имеют порядок $0,02^\circ \text{C}$, а коэффициенты α_1 и β_1 малы, всеми членами, за исключением ΔE_{20} , можно пренебречь, т. е. $\Delta E_N = \Delta E_{20}$. Погрешность сличения эталонного нормального элемента с групповым эталоном вольты ВНИИМ составляет около 0,0001%, т. е. $\frac{\Delta E_N}{E_N} = 1 \cdot 10^{-6}$.

В выражении для ΔR_N величина $(t - 20)$ может достигать $0,5^\circ \text{C}$. Следовательно, в этом случае необходимо учесть погрешность определения температурного коэффициента α_2 , которая обычно не превосходит 10%. Так как $\alpha_2 = 2,1 \cdot 10^{-6} \text{ ом/град}$, а Δt не превышает $0,01^\circ \text{C}$, то

$$\alpha_2 \Delta t = 2 \cdot 10^{-7} \text{ ом и } (t - 20) \Delta \alpha_2 = 1,1 \cdot 10^{-6} \text{ ом.}$$

Образцовая катушка сопротивления сличена с эталоном ома ВНИИМ с погрешностью, не превышающей 0,0001%, т. е. $\frac{\Delta R_{20}}{R_{20}} = 10^{-6}$.

Кроме того, на величину R_N может оказать влияние температурный градиент, существующий вдоль длины катушки сопротивления вследствие того, что в термостатированном помещении все же имеет место температурный градиент (по вертикали).

Измерения температуры масла показали, что при длине катушки сопротивления 20 см температура масла у верхнего края ее отличается от температуры у нижнего края на $0,2^\circ \text{C}$, т. е. градиент температуры имеет в этом случае значение $\lambda = 0,01 \text{ град/см}$. Измерение температуры катушки t_0 производится в ее центре. Оценим, к чему приведет существование такого градиента.

Температура t одного витка катушки, находящегося на расстоянии x от центра, будет $t = t_0 + \lambda x$.
 При этом сопротивление каждого отдельного витка катушки определяется соотношением

$$r_N = r_{20} + \alpha_2 (t_0 + \lambda x - 20) + \beta_2 (t_0 + \lambda x - 20)^2. \quad (51)$$

В элементе длины катушки dx уложится $\frac{\omega}{2l} dx$ витков. Здесь l — половина длины катушки, а ω — общее число витков катушки.

Сложив сопротивление всех витков, т. е. проинтегрировав выражение (51) по всей длине катушки, получаем

$$R_N = R_{20} + \alpha_2 (t_0 - 20) + \beta_2 (t_0 - 20)^2 + \beta_2 \frac{(\lambda l)^2}{3}. \quad (52)$$

Так как для применяемой в экспериментах образцовой катушки сопротивления $\beta_2 = 0,07 \cdot 10^{-6}$ ом/град², а $\lambda l = 0,2^\circ \text{C}$, то в выражении (52) член $\beta_2 \frac{(\lambda l)^2}{3} = 2,8 \cdot 10^{-9}$, т. е. имеющий место градиент температуры вдоль длины катушки практически не оказывает влияния.

Подставив погрешности определения э. д. с. нормального элемента и сопротивления образцовой катушки в формулу (47), получим погрешность измерения тока в электрических единицах ВНИИМ

$$\frac{\Delta I}{I} = 1,7 \cdot 10^{-6}.$$

Если же учесть погрешность воспроизведения абсолютного ампера, то погрешность определения величины тока в абсолютных единицах составит 0,001% [14], а погрешность определения значения гиромагнитного отношения протона, вычисленная по формуле (50),

$$\frac{\Delta \gamma}{\gamma} = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ или } 0,0016\%.$$

Помимо погрешностей, которые непосредственно следуют из аналитического выражения для определения гиромагнитного отношения протона, существуют еще систематические погрешности, которые связаны с влиянием дополнительных полей на измеряемую напряженность магнитного поля колец Гельмгольца. Эти поля возникают из-за влияния деталей зонда и намагниченности диамагнитного образца.

Приемная и поляризирующие катушки, охватывая образец, «экранируют» поле колец Гельмгольца. Эффект «экранирования» можно оценить, пользуясь выражением для коэффициента экранирования L бесконечно длинного толстостенного цилиндра, находящегося в однородном магнитном поле:

$$L = 1 + \frac{(\mu - 1)^2}{4\mu} \left(1 - \frac{\rho_1^2}{\rho_2^2} \right),$$

где μ — магнитная проницаемость материала экрана;
 ρ_1 и ρ_2 — внутренний и внешний радиусы экрана.

Выразив μ через магнитную восприимчивость χ , получим

$$L = 1 + 4\pi^2 \chi^2 \left(1 - \frac{\rho_1^2}{\rho_2^2} \right).$$

Приемная и поляризирующая катушки, которые здесь играют роль экрана, не имеют бесконечной протяженности и находятся в неоднород-

ном магнитном поле; однако порядок величины коэффициента экранирования будет тот же, что и теоретически вычисленный. Если считать, что тело катушки (скажем, приемной) состоит из чистой меди, для которой $\chi = 0,66 \cdot 10^{-6}$, то напряженность магнитного поля в месте расположения образца будет отличаться от напряженности поля колец на величину порядка $1 \cdot 10^{-9}\%$, т. е. изменение поля будет пренебрежимо мало.

Поле, которое действует на ядро, находящееся в диамагнитном образце, будет отлично от внешнего поля H_k на

$$\Delta H' = \left(\frac{4}{3} \pi - k \right) \chi_{об} H_k,$$

где $\chi_{об}$ — восприимчивость образца;

k — коэффициент, определяемый формой образца.

В производимых экспериментах применялся сферический образец, коэффициент k которого равен $\frac{4}{3} \pi$, т. е. $\Delta H' = 0$.

Результаты измерений

Для каждой пары колец Гельмгольца было выполнено 10–15 серий измерений, при этом каждая серия состояла из 15 наблюдений. Результаты этих измерений помещены в табл. 3.

Таблица 3

| № колец | Значение гиромантного отношения, $\alpha^{-1} \cdot \text{сек}^{-1}$ | Предельная квадратичная погрешность результата, % | Отклонение от среднего |
|--------------------|--|---|------------------------|
| 3 | 26749,8 | $4 \cdot 10^{-4}$ | -1,0 |
| 4 | 26750,8 | $4 \cdot 10^{-4}$ | 0,0 |
| 5 | 26752,2 | $4 \cdot 10^{-4}$ | +1,4 |
| 6 | 26751,9 | $4 \cdot 10^{-4}$ | +1,1 |
| 7 | 26749,7 | $4 \cdot 10^{-4}$ | -1,1 |
| 8 | 26751,5 | $4 \cdot 10^{-4}$ | +0,7 |
| 9 | 26749,5 | $4 \cdot 10^{-4}$ | -1,3 |
| Среднее... 26750,8 | | | |

Из данных таблицы видно, что расхождение значений γ , полученных в магнитном поле разных колец, значительно превышает погрешность определения γ в магнитном поле отдельных колец. Это указывает на существование систематических погрешностей в определении постоянной каждой пары колец Гельмгольца, которые превосходят погрешности, вычисленные теоретическим путем. Следовательно, не исключенная систематическая погрешность вызывается факторами, которые не могут быть учтены теоретически. Такими факторами могут быть:

1. Недочет влияния соединительных и подводящих ток проводников.

2. Возможное отклонение истинного среднего значения диаметра колец

и расстояния между обмотками от найденного путем измерения их геометрических размеров.

Однако указанные систематические погрешности могут быть сведены к случайным при наличии большого числа пар колец Гельмгольца, так как в этом случае природа их становится случайной. Поэтому в дальнейшем, помимо тщательного изучения причин систематических погрешностей, необходимо продолжить определение значения γ в магнитном поле большего числа колец Гельмгольца. Кроме этого, следует увеличить число витков колец Гельмгольца, а также произвести определение γ в магнитном поле соленоида, что позволит снизить влияние соединительных проводников и вариаций магнитного поля Земли.

Заключение

1. Разработан метод и изготовлена аппаратура для определения гиромагнитного отношения протона методом свободной ядерной индукции.

2. Произведен теоретический анализ систематических погрешностей, присущих данному методу. В результате анализа установлено, что после введения поправок неисключенные остатки систематических погрешностей не должны превышать 0,0016% для одной пары колец Гельмгольца. Однако экспериментальные исследования показали, что эти систематические ошибки имеют большую величину и связаны, по-видимому, только с определением поля колец. Случайные же ошибки (предельная средняя квадратичная погрешность результата измерений) могут быть сведены к значению $2 \cdot 10^{-4}\%$.

3. Проведено определение в магнитном поле 7 пар колец Гельмгольца и получено среднее значение

$$\gamma = 26750,8 \pm 0,5 \text{ э}^{-1} \cdot \text{сек}^{-1} \text{ (без диамагнитной поправки).}$$

Приведенная здесь погрешность получена в результате сложения погрешности воспроизведения абсолютного ампера и средней квадратичной погрешности результата, полученного на основании данных табл. 3.

4. Намечены дальнейшие пути проведения работ, которые позволят снизить погрешности определения γ в абсолютных единицах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Thomas H. A., Driscoll R. L., Hipple I. A., Phys. Rev., v. 75, 1949, p. 902.
2. Wilhelmy W., Annal. Phys., v. 19, 1957, p. 329.
3. Driscoll R. L., Bender R. L., IRE Trans. Instr., v. 1—7, № 3—4, 1958, p. 176.
4. Яновский Б. М., Студенцов Н. В., Тихомирова Т. Н., К измерению значения гиромагнитного отношения протона в слабом магнитном поле, «Измерительная техника», № 2, 1959.
5. Purcell E. M., Torrey H. C., Pound R. V., Phys. Rev., v. 69, 1946, p. 37.
6. Bloch F., Graves A. C., Packard M. E., Spence R. W., Phys. Rev., v. 71, 1947, p. 373.
7. Packard M. E., Varian R., Phys. Rev., v. 93, 1954, p. 941.
8. Яновский Б. М., Земной магнетизм, Гостехиздат, 1953.
9. Heller C., Deutsche Hydrographische Ztschr., B. 8, H. 4, 1955, S. 157.
10. Fanslau J., Abhandl. Geomagn. Inst. und Observ., Potsdam — Niemeck, № 19, 1956, S. 5.
11. Kautzleben H., Jahrbuch (1956) Obs. Niemeck, 1958, S. 208.
12. Fanslau J., Kautzleben H., Geomagn. Inst. und Observ., Potsdam — Niemeck, № 21, 1958, S. 46.
13. Зеликовский З. И., Исследование и разработка методов аппаратуры для сравнения мер э. д. с. в метрологической практике (диссертация), ВНИИМ, 1957.
14. Яновский Б. М., Горбачев С. В., Волков Н. А., Абсолютные измерения силы тока, Труды ВНИИМ, вып. 15(75), 1953.

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|--|----|
| Введение | 3 |
| Измерение напряженности магнитного поля методом свободной ядерной индукции | 5 |
| Схема измерения методом свободной ядерной индукции | 8 |
| Измерение напряженности магнитного поля колец Гельмгольца | 9 |
| Источники однородного магнитного поля | 11 |
| Теория однослойных колец Гельмгольца | 11 |
| Компенсирующая квадратная катушка | 20 |
| Аппаратура | 23 |
| Источники питания катушек напряженности магнитного поля | 24 |
| Устройство для измерения и регулировки тока | 24 |
| Устройство для компенсации напряженности магнитного поля Земли | 25 |
| Приемная и поляризующая катушки (зонд) | 26 |
| Устройство для измерения частоты | 26 |
| Эксперименты по определению гиромангнитного отношения протона | 27 |
| Методика измерений | 27 |
| Погрешности измерений гиромангнитного отношения протона | 29 |
| Результаты измерений | 34 |
| Заключение | 35 |
| Литература | 35 |

Редактор издательства *Н. А. Александрова*

Техред *Р. Г. Польская*

Корректор *Л. Н. Кири*

Подписано к печати 1961 г. Уч.-изд. л. 3,1

Формат бумаги 70 × 108¹/₁₆

Печ. л. 2,25 л.

М-03210

Тираж 1000

Заказ 2239.

Картфабрика ВМФ

3
4
5

6
7
8

Цена 22 к.