

5/10 76

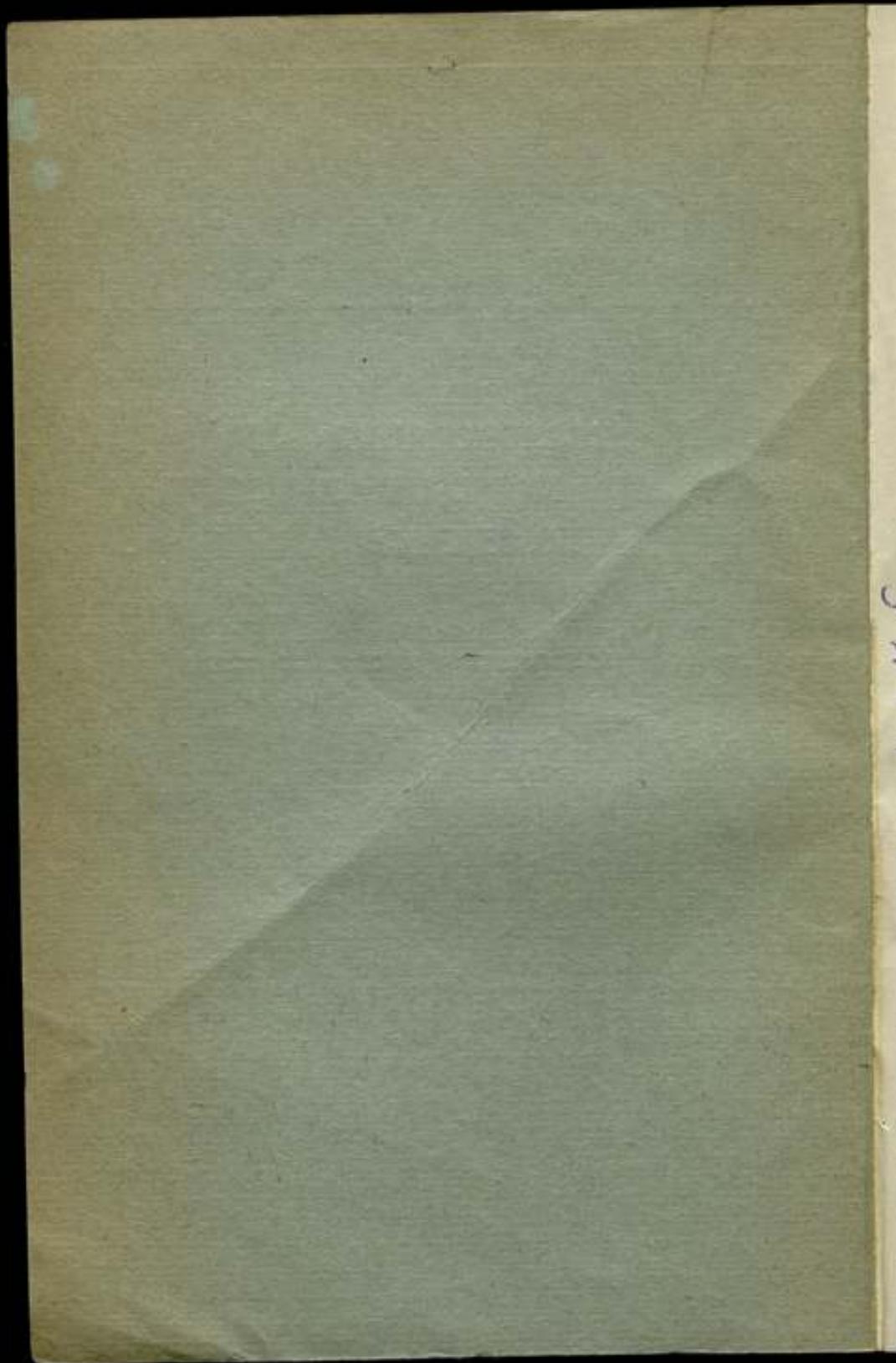
ВСЕСОЮЗНЫЙ
ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
МЕТРОЛОГИИ им. Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА

ИССЛЕДОВАНИЯ
В ОБЛАСТИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ
ИЗМЕРЕНИЙ

ТРУДЫ МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ ИНСТИТУТОВ СССР

Выпуск 157 (217)





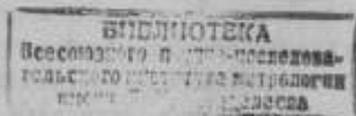
ВСЕСОЮЗНЫЙ
ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
МЕТРОЛОГИИ им. Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА

ИССЛЕДОВАНИЯ
В ОБЛАСТИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ
ИЗМЕРЕНИЙ

Труды метрологических институтов СССР

Выпуск 157 (217)

Под редакцией
канд. техн. наук Д. Ф. ТАРТАКОВСКОГО



ИЗДАТЕЛЬСТВО СТАНДАРТОВ
Москва 1975

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ:

В. О. Арутюнов (председатель), Н. Н. Александрова (секретарь), С. В. Горбачевич, А. Н. Гордов, Е. Ф. Долгинский, Л. К. Каяк, Д. К. Коллеров, Е. Д. Колтык, И. Н. Кротков, В. Л. Лассан, Г. М. Малышев, Б. Н. Олейник, Ю. В. Тарбеев, Д. Ф. Тартаковский, А. М. Федоров, Е. Н. Чечурин, К. П. Широков, М. Ф. Юдин

*Ответственный редактор
доктор технических наук профессор
В. О. АРУТЮНОВ*

И $\frac{20403}{685(02) - 75}$

© Всесоюзный научно-исследовательский институт метрологии им. Д. И. Менделеева (ВНИИМ), 1975

ПРЕДИСЛОВИЕ

Объем экспериментальных исследований и измерений в гидродинамике чрезвычайно велик. Разнообразие объектов исследования и сложность решаемых задач предполагают высокие требования к единству мер, правильности выбора методов измерений и метрологическому совершенству средств измерений гидродинамических параметров, особенно при измерениях в турбулентных потоках.

Особенностью измерений в турбулентных потоках является глубокая физическая связь, внутреннее единство между отдельными измеряемыми величинами, обусловленная турбулентной природой возникновения пульсаций физических величин. Эта связь проявляется, например, в соотношении пространственных и временных масштабов пульсаций различных измеряемых величин, что связано с определенными требованиями к геометрическим размерам и динамическим характеристикам преобразователей для получения сопоставимых результатов измерений.

Специфические условия гидродинамических измерений приводят к необходимости исследований метрологических и эксплуатационных характеристик средств измерений, находящихся под влиянием таких факторов, как изменение температуры, давления, загрязнения, и к изучению влияния формы и ориентации измерительных преобразователей на точность измерений.

В настоящем сборнике представлены работы, выполненные во ВНИИМ в этой сравнительно новой области измерений. Большая часть статей посвящена теоретическим и экспериментальным исследованиям характеристик средств измерений параметров турбулентных потоков. Особое внимание уделено анализу динамических свойств первичных преобразователей и измеритель-

ных систем. В ряде статей рассматриваются методы и аппаратура для градуировки и поверки средств измерений, а также вопросы погрешности измерений.

Сборник представляет интерес для специалистов, работающих в области гидродинамических исследований, и для разработчиков аппаратуры.

Редактор

О параметрических эффектах в измерительных системах

Сущность параметрических эффектов в измерительных преобразователях заключается в том, что ввиду изменения во времени параметров преобразователя показания последних существенно отличаются от тех, которые имеют место в случае постоянства параметров. Одним из наиболее типичных измерительных преобразователей подобного рода является термодатчик погружения в условиях измерения температуры турбулентного потока: турбулентный характер скорости потока порождает турбулентное изменение коэффициента конвективного теплообмена, чем и обуславливается наличие параметрических эффектов. Легко устанавливается количественная взаимосвязь между пульсациями скорости v' и коэффициента конвективного теплообмена α' . Раскладывая в ряд степенное уравнение Нуссельта вида

$$Nu = cRe^n,$$

где Nu и Re — критерии Нуссельта и Рейнольдса, выразим взаимосвязь относительных пульсаций коэффициента конвективного теплообмена через относительные пульсации скорости потока. В линейном приближении эта взаимосвязь имеет вид

$$\frac{\alpha'}{\alpha_0} = \frac{Nu'}{Nu_0} \approx n \frac{Re'}{Re_0} = n \frac{v'}{v_0}.$$

В настоящее время параметрические эффекты в измерительных преобразователях стремятся исключить либо технически (методом двух термодатчиков Пфрима), либо аналитически [1—3]. Причем каждый из этих путей сопряжен с трудностями. Основным недостатком метода двух термодатчиков является то, что он применим только для термодатчиков с сосредоточенными параметрами, т. е. для термодатчиков, поведение которых во времени описывается обыкновенным дифференциальным уравнением. Большинство используемых термодатчиков погружения оказывается преобразователями с распределенными па-

раметрами, ибо их поведение описывается дифференциальным уравнением в частных производных.

Исключение влияния параметрических эффектов аналитическим путем сопряжено с двумя трудностями. Во-первых, принятые попытки дали решения лишь в первом приближении, а количественный уровень обнаруженных эффектов свидетельствует о том, что этого недостаточно. В тех случаях, когда приближения более высокого порядка, используемые методы заведомо обладают плохой сходимостью. Во-вторых, статистическая обработка полученных решений также может быть осуществлена лишь приближенно; это вносит дополнительные погрешности в анализ точности измерительного преобразователя.

В связи с этим в данной работе преследуются две цели: дать алгоритм технического исключения влияния параметрических эффектов в измерительных преобразователях с распределенными параметрами, аналогичный методу Пфрима для преобразователей с сосредоточенными параметрами, и изложить прием, позволяющий без существенных трудностей находить все приближения, необходимые для аналитического исключения влияния параметрических эффектов.

1. Термоприемник погружения в условиях измерения температуры турбулентного потока описывается краевой системой

$$a \nabla^2 U(x, y, z, \tau) = \frac{\partial U(x, y, z, \tau)}{\partial \tau};$$

$$\left[\frac{\partial U(x, y, z, \tau)}{\partial n} + \frac{\alpha(\tau)}{\lambda} (U(x, y, z, \tau) - \theta(\tau)) \right] \Big|_s = 0, \quad (1)$$

где $U(x, y, z, \tau)$ — температура соответствующей точки термоприемника; a , $\alpha(\tau)$, λ — теплофизические характеристики термоприемника; $\theta(\tau)$ — температура среды и ∇ — оператор Гамильтона.

Используя (1), получим уравнение для среднеобъемной температуры $\bar{U}(\tau)$:

$$a \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \nabla^2 U(x, y, z, \tau) d\Omega = \frac{\partial \bar{U}(\tau)}{\partial \tau}. \quad (2)$$

Применив формулу Остроградского, будем иметь

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \nabla^2 U(x, y, z, \tau) d\Omega &= \int_s (\text{grad } U(x, y, z, \tau) \cdot n) ds = \\ &= \int_s \frac{\partial U(x, y, z, \tau)}{\partial n} ds, \end{aligned}$$

или, учитывая граничное условие в (1) и соотношение (2),

$$\frac{\partial \bar{U}(\tau)}{\partial \tau} = \frac{a}{L} \cdot \frac{\alpha(\tau)}{\lambda} [\theta(\tau) - U_s(\tau)], \quad (3)$$

где L — определяющий размер термоприемника, а $U_s(\tau)$ — его среднеповерхностная температура.

Осуществив питание термоприемника переменным током высокой частоты, можно измерить среднеповерхностную температуру. Если два термоприемника отличаются хотя бы одним из параметров a , L , λ , то

$$\frac{\partial \bar{U}_1(\tau)}{\partial \tau} = k_1 a_1(\tau) [\theta(\tau) - U_{s1}(\tau)]; \quad (4)$$

$$\frac{\partial \bar{U}_2(\tau)}{\partial \tau} = k_2 a_2(\tau) [\theta(\tau) - U_{s2}(\tau)]. \quad (5)$$

В отношении (4) к (5) обозначим

$$\frac{\frac{\partial \bar{U}_1(\tau)}{\partial \tau}}{\frac{\partial \bar{U}_2(\tau)}{\partial \tau}} = W(\tau); \quad \frac{k_1 a_1(\tau)}{k_2 a_2(\tau)} = c_0 = \text{const},$$

при этом температура среды

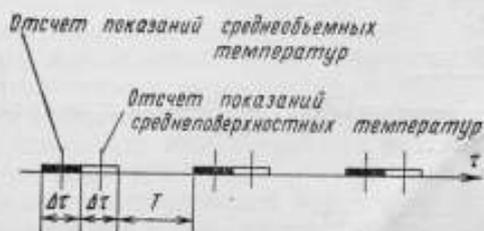
$$\theta(\tau) = \frac{W(\tau) U_{s2}(\tau) - c_0 U_{s1}(\tau)}{W(\tau) - c_0}. \quad (6)$$

Для определения $U_{s1}(\tau)$, $U_{s2}(\tau)$ можно использовать еще два термоприемника, каждый из которых является подобием (геометрическим и теплофизическим) одного из двух основных термоприемников. Однако целесообразно совмещение измерений среднеобъемной и среднеповерхностной температур, при котором можно использовать лишь два термоприемника. Осуществить это можно следующим путем.

Производится одновременный, но дискретный опрос показаний обоих термоприемников в течение времени $2\Delta t$. Каждый опрос, в свою очередь, состоит из двух отсчетов показаний каждого термоприемника: в течение интервала Δt производится один отсчет среднеобъемных температур (питание термоприемников осуществляется постоянным током), а в течение следующего интервала Δt отсчитываются значения среднеповерхностных температур термоприемников (питание осуществляется переменным током высокой частоты). Последующий опрос через определенный интервал T носит тот же характер, что и предыдущий. Таким образом, питание термоприемников может осуществляться только в течение опросов и отсутствовать на протяжении времени T . Отсчеты показаний термоприемников в процессе каждого опроса целесообразно производить в средних точках каждого интервала Δt . Последовательность отсчетов схематически изображена на рисунке.

Согласно структуре алгоритма (6), среднеобъемные и сред-
неповерхностные температуры обоих термоприемников должны
отсчитываться в один и тот же момент времени. Поэтому наличие
интервала $\Delta\tau$ между отсчетами среднеобъемных и среднеповерх-
ностных температур является источником погрешности. Очевид-
но, выбрав термоприемники на основании сопоставления пара-
метров их быстродействия с величиной $\Delta\tau$, можно довести эту
погрешность до пренебрежимо малой величины.

Действительно, если постоянная времени каждого из термо-
приемников $\geq 10\Delta\tau$, то отсчеты среднеобъемной и среднеповерх-
ностной температур, разделенные интервалом $\Delta\tau$, можно с высо-
кой степенью точности отнести к одному и тому же моменту вре-
мени.



Важным является вопрос выбора продолжительности интер-
вала между двумя последовательными отсчетами среднеобъем-
ных и среднеповерхностных температур, т. е. интервала $T+2\Delta\tau$,
так как именно этот интервал определяет достаточность коли-
чества снятых отсчетов для полного восстановления характера
измеряемого процесса.

Согласно теореме Котельникова, если измеряемый процесс
 $S(\tau)$ не содержит частот выше F , то он полностью определяется
последовательностью своих значений в точках, разделенных по
шкале времени интервалом Найквиста $1/2F$. Таким образом, по-
следовательные отсчеты среднеобъемных и среднеповерхностных
температур должны быть отделены интервалом Найквиста, т. е.

$$T + 2\Delta\tau = \frac{1}{2F}. \quad (7)$$

Приняв вариант отсчетов, при котором $T=0$, из (7) будем
иметь

$$\Delta\tau = \frac{1}{4F}. \quad (8)$$

Целесообразность выбора того или иного варианта отсчетов
будет зависеть лишь от интервала Найквиста, который в свою
очередь определяется максимальной частотой спектра турбулент-
ных пульсаций температуры.

Итак, выбирая интервал $\Delta\tau$, необходимо удовлетворять двум требованиям: соотношению (7) или (8) и неравенству

$$\Delta\tau \leq \frac{\min\{\epsilon_1, \epsilon_2\}}{10}, \quad (9)$$

где ϵ_1, ϵ_2 — постоянные времени первого и второго термодатчиков.

Приведем пример расчета. Пусть требуется измерить турбулентные пульсации температуры, спектр которых простирается от 0 до 100 Гц, термодатчиками с постоянными времени $\epsilon_1 = 0,01$ с и $\epsilon_2 = 0,02$ с.

Первый вариант. В соответствии с (9) $\Delta\tau \leq 0,001$ с. Исходя из (7), имеет $T + 2\Delta\tau = 0,005$ с. Отсюда, для $\Delta\tau = 0,001$ с получим $T = 0,003$ с.

Второй вариант. Если принять $T = 0$, то в соответствии с (8) $\Delta\tau = 0,0025$ с.

Сравнивая эти результаты, принимаем окончательно $\Delta\tau = 0,001$ с.

Таким образом, реализовав алгоритм (6) в соответствии с изложенной выше методикой, можно технически исключить влияние параметрических эффектов на точность измерения температуры турбулентного потока.

2. Рассмотрим аналитический прием учета влияния параметрических эффектов, который базируется на замене исходного оператора, описывающего поведение исследуемого измерительного преобразователя, стационарным оператором и применении процесса ортогонализации по энергии стационарного оператора. Несмотря на то, что в конечном итоге нас будет интересовать лишь термодатчик погружения в условиях измерения температуры турбулентного потока, начнем с общей постановки задачи.

Как известно, почти все измерительные преобразователи с распределенными параметрами (одномерные) описываются общими уравнениями:

$$c_1(\tau) \frac{\partial}{\partial x} \left[b_1(x) \frac{\partial U(x, \tau)}{\partial x} \right] + c_2(\tau) b_2(x) U(x, \tau) = \\ = c_3(\tau) b_3(x) \frac{\partial^2 U(x, \tau)}{\partial \tau^2} + c_4(\tau) b_4(x) \frac{\partial U(x, \tau)}{\partial \tau} + f(x, \tau); \quad (I)$$

$$BU(x, \tau)|_{\tau} = \varphi(t);$$

$$U(x, 0) = U_0; \quad U'(x, 0) = U'_0(x).$$

Введем в рассмотрение положительный оператор

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4, \quad (II)$$

где $A_1 = \frac{d}{dx} \left[b_1(x) \frac{d}{dx} \right]$, а операторы A_2, A_3, A_4 — означа-

ют умножение функций из области D_A на $b_2(x), b_3(x), b_4(x)$ соответственно. Будем считать, что функции, входящие в область D_A определения оператора A , удовлетворяют соответствующим

граничным условиям задачи (I), которые оказываются, как правило, граничными условиями второго или первого рода [4]. В дальнейшем A_1, A_2, A_3, A_4 считаем положительными. На основе полной системы $\{\psi_j(x)\}$, принадлежащей области D_A , строим ортонормированную по энергии оператора A систему $\{\psi_j(x)\}$. Нетрудно показать, что построенные таким образом элементы системы $\{\psi_j(x)\}$ оказываются ортогональными одновременно по энергии операторов A_1, A_2, A_3, A_4 . Теперь решение краевой задачи (I) будем искать в виде

$$U(x, \tau) = \sum_{j=1}^n a_j(\tau) \psi_j(x). \quad (III)$$

Подставив (III) в (I) и используя отмеченные выше свойства элементов системы $\{\psi_j(x)\}$, получим

$$\begin{aligned} & |\psi_j(x)|_{A_3}^2 c_3(\tau) \frac{d^2 a_j(\tau)}{d\tau^2} + |\psi_j(x)|_{A_4}^2 c_4(\tau) \frac{da_j(\tau)}{d\tau} - \\ & - [|\psi_j(x)|_{A_1}^2 c_1(\tau) + |\psi_j(x)|_{A_2}^2 c_2(\tau)] a_j(\tau) + (f(x, \tau), \psi_j(x)) = 0. \end{aligned} \quad (IV)$$

Здесь $|\psi_j(x)|$ — норма элементов $\psi_j(x)$ по энергии соответствующего оператора, а $(f(x, \tau), \psi_j(x))$ — скалярное произведение функций.

Как известно, для термометриков погружения при измерении температуры турбулентных потоков имеет место соотношение $c_3(\tau) = b_3(x) = 0$. Поэтому из (IV) находим все решения для функций

$$\begin{aligned} a_j(\tau) = \exp \left[\frac{|\psi_j(x)|_{A_1}^2 \cdot c_1(\tau) + |\psi_j(x)|_{A_2}^2 \cdot c_2(\tau)}{|\psi_j(x)|_{A_4}^2 \cdot c_4(\tau)} \right] \cdot \left\{ a_j(0) - \right. \\ \left. - \int_0^\tau \exp \left[- \frac{|\psi_j(x)|_{A_1}^2 \cdot c_1(\tau) + |\psi_j(x)|_{A_2}^2 \cdot c_2(\tau)}{|\psi_j(x)|_{A_4}^2 \cdot c_4(\tau)} \right] \cdot \frac{(f(x, \tau), \psi_j(x))}{|\psi_j(x)|_{A_4}^2 \cdot c_4(\tau)} d\tau \right\}. \end{aligned} \quad (V)$$

Следовательно, для температуры термометрика окончательно имеем

$$U(x, \tau) = \sum_{j=1}^n a_j(\tau) \psi_j(x), \quad (VI)$$

где $a_j(\tau)$ имеют вид (V).

Выражение (VI) и есть аналитическое решение поставленной задачи в форме квадратур.

Дальнейший анализ связан со статистической обработкой показаний термометрика [5], что требует особого рассмотрения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гордов А. Н. Температурное поле тел в условиях переменной температуры среды и меняющейся теплоотдачи. В сб.: «Исследования в области тепловых измерений и теории теплообмена». Труды ВНИИМ, вып. 35 (95), М., Стандартгиз, 1958.
2. Каганов М. А., Розеншток Ю. Л. «Журнал прикладной математики и технической физики», 1963, № 3.
3. Азизов А. М. Простейшие термометрики в условиях произвольно меняющихся во времени температуры среды и коэффициента теплоотдачи. «Теплофизика высоких температур», 1967, № 4.
4. Азизов А. М. Современные методы и проблемы электрических и магнитных измерений. Тезисы докладов V научно-технической конференции молодых специалистов (ВНИИМ). М., Издательство стандартов, 1970.
5. Азизов А. М. Термометрики в условиях произвольно меняющихся во времени температуры среды и коэффициента теплоотдачи. В сб.: «Исследования в области температурных измерений». Труды метрологических институтов СССР, вып. 105 (165). М., Издательство стандартов, 1969.

Поступила в редакцию 26/XI 1973 г.

**Об экспериментальных методах оценки характеристик
нелинейных средств измерений**

Существуют два метода нормирования точностных характеристик средств измерения: прямой — предполагает непосредственное нормирование характеристик погрешности, косвенный — сводится к нормированию характеристик преобразования. С помощью этих методов в каждом конкретном случае может быть вычислена оценка погрешности.

В первом случае имеем готовую оценку погрешности для входных сигналов определенного вида. Преимуществом косвенного метода является возможность оценивания погрешности для сигналов произвольного вида. Вместе с тем, нормирование характеристик преобразования выдвигает серьезные проблемы, связанные с разработкой адекватных способов описания средств измерения со сложной структурой. Такого рода проблемы возникают, в частности, при описании нелинейных средств измерений. По способам нормирования характеристик нелинейных средств измерений ГОСТ 8009—72 не дает конкретных рекомендаций. В связи с этим для таких средств измерений представляется целесообразной одновременная разработка методов определения характеристик преобразования и методов измерения искажений.

Рассмотрим вначале принципы оценки погрешностей измерений, обусловленных неидеальностью характеристик измерительного преобразователя. Входные $x=x(t)$ и выходные $y=y(t)$ сигналы будем считать элементами банаховых пространств X и Y соответственно. Введем обозначения операторов реального преобразования A и желаемого преобразования A_0 . Пусть цель измерений состоит в получении оценки \hat{p} параметра p входного сигнала x :

$$p = \Phi(y) = \Phi[A_0(x)],$$

где Φ — функционал оценки параметра p . Погрешность измерений, обусловленная отличием реального оператора A от желаемого A_0 ,

$$\Delta_\Phi = \hat{p} - p = \Phi(y) - \Phi(y_0) = \Phi[A(x)] - \Phi[A_0(x)]. \quad (1)$$

Если Φ — дифференцируемый функционал, то для всякого ограниченного множества $\tilde{Y} \subset Y$ существует такое положительное число m , что

$$|\Phi(y') - \Phi(y)| \leq m \|y' - y\|, \quad (2)$$

где $y, y' \in \tilde{Y}$. Следовательно, малость погрешности может быть гарантирована малостью величины

$$\Delta = \|A(x) - A_0(x)\|. \quad (3)$$

Рассмотрим важный частный случай, когда номинальная градуировочная характеристика преобразователя линейна, т. е. $A_0(x) = L_0(x)$, где L_0 — желаемый линейный оператор.

Для большинства реальных номинально линейных преобразователей относительный уровень нелинейных искажений при уменьшении уровня входного сигнала стремится к нулю. При этом оператор A может быть представлен в таком виде

$$A(x) = L(x) + H(x) + A(0) = y_x + y_n + A(0), \quad (4)$$

где L — линейный оператор, а H удовлетворяет соотношению

$$\frac{\|H(x)\|}{\|x\|} \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad \|x\| \rightarrow 0$$

(двойные прямые скобки — символ нормы).

Выберем такой уровень входного сигнала αx ($0 < \alpha < 1$), при котором относительная величина нелинейных искажений будет сколь угодно малой. При этом, имея в виду неравенство треугольника, из (3) и (4) находим:

$$\Delta = \|A(x) - A(0) - L_0(x)\| = \|(L - L_0)x + H(x)\| \leq \Delta_x + \Delta_n \quad (5)$$

где $\Delta_x = \|(L - L_0)x\|$; $\Delta_n = \|H(x)\|$.

Используя свойство оператора H , получим

$$\Delta_n = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\|A(\alpha x) - A(0) - L_0(\alpha x)\|}{|\alpha|}; \quad (6)$$

$$\Delta_x = \|A(x) - A(0) - L(x)\|. \quad (7)$$

Таким образом, для оценки искажений необходимо компенсировать в выходном сигнале исследуемого преобразователя со-

ставляющие $L_0(ax)$ и $L(x)$. При синусоидальных или полигармонических входных сигналах компенсирующие сигналы синтезируются с помощью простых цепей регулировки фазы и амплитуды.

Для измерения Δ_d и Δ_n при широкополосных входных сигналах реализации $L_0(ax)$ и $L(x)$ могут быть получены с помощью преобразователей с соответствующими характеристиками. Характеристики номинального оператора L_0 , распространяющиеся на все преобразователи данного типа, можно считать заданными.

Для оценки характеристик оператора L , относящегося к исследуемому конкретному преобразователю, необходимо решить линейное операторное уравнение

$$L(x) = y_n. \quad (8)$$

Обзор методов решения такого рода задач дан в работе [1]. Для нахождения нелинейного оператора H получаем уравнение

$$H(x) = y_n. \quad (9)$$

Решение задачи отыскания нелинейного оператора состоит из двух этапов — идентификация структуры и оценка параметров. Наиболее простыми структурами, применимыми для построения эквивалентных схем нелинейных операторов, являются последовательные соединения линейных инерционных и нелинейных безынерционных элементов.

В большинстве работ рассматриваются структуры с одним нелинейным элементом (см., например, [2—4]). В связи с этим желательно иметь критерий, который позволял бы объективно решать вопрос о возможности представления конкретного средства измерений эквивалентной схемой с одним нелинейным элементом.

Предположим, что характеристика нелинейного безынерционного элемента $f(u)$ непрерывна и определена на отрезке $[-u_0, u_0]$, где u_0 — максимальная амплитуда сигнала на входе элемента. Функция $f(u)$ с произвольно высокой точностью может быть приближена алгебраическим полиномом. Запишем $f(u)$ в виде разложения по полиномам Чебышева

$$f(u) = u_0 \sum_{k=2}^n c_k T_k \left(\frac{u}{u_0} \right), \quad (10)$$

где $T_k(z) = \cos(k \arccos z)$. Разложение (10) не содержит нулевого и первого полиномов, так как постоянная составляющая и главный линейный член разложения функции преобразования учтены в оценках $A(0)$ и оператора L . Полагая $u = u_0 \cos \omega t$, получим

$$f(u_0 \cos \omega t) = \sum_{k=2}^n (u_0 c_k) \cos k \omega t.$$

$i \backslash k$	1	2	3	4	5
1	λ				
2		λ^2			
3	$3\lambda(\lambda^2 - 1)$		λ^3		
4		$4\lambda^2(\lambda^2 - 1)$		λ^4	
5	$5\lambda(2\lambda^4 - 3\lambda^2 + 1)$		$5\lambda^3(\lambda^2 - 1)$		λ^5

Заметим, что каждое из неизвестных α_{ki} входит лишь в одно из уравнений (13), поэтому уравнения могут решаться независимо. Число коэффициентов α_{ki} , подлежащих определению из уравнений (13), равно

$$N = \begin{cases} \frac{n(n+2)}{4} - 1 & \text{при } n - \text{четном,} \\ \frac{(n+1)^2}{4} - 1 & \text{при } n - \text{нечетном.} \end{cases}$$

Определим коэффициенты α_{ki} из (13) методом наименьших квадратов. Для составления избыточных систем уравнений необходимо измерить амплитуды гармоник $Y_k(\lambda_j)$ ($j=1, 2, \dots, M$) при M различных значениях амплитуды входного сигнала:

$$M > \frac{n}{2} \quad \text{при } n - \text{четном,}$$

$$M > \frac{n+1}{2} \quad \text{при } n - \text{нечетном.}$$

Согласованность рассматриваемой модели с экспериментальными данными проверяется по критерию

$$S = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^M \left(\frac{\hat{Y}_k(\lambda_j) - Y_k(\lambda_j)}{\sigma_{kj}} \right)^2, \quad (14)$$

где $\hat{Y}_k(\lambda_j)$ — расчетное значение k -й гармоники при $\lambda = \lambda_j$;
 σ_{kj} — средняя квадратическая погрешность измерения амплитуды $Y_k(\lambda_j)$.

Критерий S подчиняется χ^2 -распределению с числом степеней свободы $r = nM - N - 1$.

Изложенный метод применялся при исследовании ряда измерительных каналов различной сложности. На рис. 1 показаны зависимости напряжений второй и третьей гармоник от входного напряжения, полученные при исследовании аппаратуры аналоговой магнитной записи измерительной информации. Измерения напряжений гармоник выполнялись с помощью спектроанализа-

тора С5-3. Средняя квадратическая погрешность измерения напряжений гармоник вычислялась по формуле

$$\sigma = \sqrt{\sigma_n^2 + \sigma_m^2},$$

где σ_n — средняя квадратическая погрешность спектроанализатора, равная $0,029 \cdot U_{изм}$;

σ_m — средний квадратический уровень шума в полосе анализа, равный 1,6 мВ.

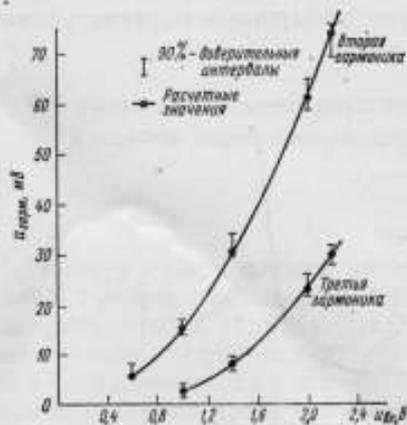


Рис. 1. Зависимость уровней гармоник от уровня входного сигнала.

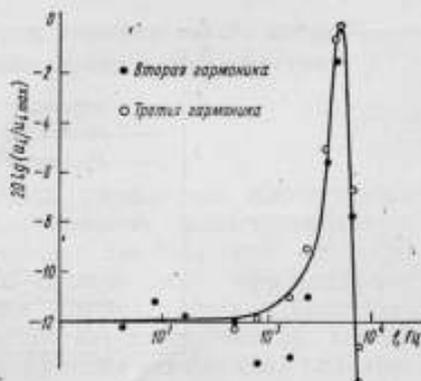


Рис. 2. Зависимость уровней гармоник от частоты

На рис. 1 также показаны 90-процентные доверительные интервалы, равные $U_{изм} \pm 1,65 \sigma$.

Проверка по критерию S при уровне значимости 0,1 дает:

$$S_2 = 5,79 < \chi^2 = 7,779;$$

$$S_3 = 1,77 < \chi^2 = 6,251,$$

что подтверждает хорошее согласие построенных аппроксимаций с экспериментальными данными. Таким образом, можно утверждать, что исследуемый канал представим эквивалентной схемой с одним нелинейным элементом.

На рис. 2 приведены экспериментально снятые частотные зависимости напряжений гармоник. Совпадение максимумов гармоник указывает на наличие за нелинейным элементом звена с резонансной частотой 4800 Гц. Аппроксимируем характеристику этого звена передаточной функцией второго порядка

$$K(p) = \frac{2\xi}{p^2 T^2 + 2\xi p T + 1} \quad (15)$$

Из условий совпадения резонансных частот и модуля передаточной функции при резонансе находим $\xi = 0,04$, $T = 0,332 \cdot 10^{-4}$ с.

Кривая модуля передаточной функции (15) показана на рис. 2. Итак, имеем эквивалентную схему нелинейного оператора, содержащую безынерционный элемент с характеристикой

$$f(u) = 0,242(z^3 + 1,23z^2 - 0,75z - 0,612),$$

где $z = u/2,2$ и линейное звено с передаточной функцией

$$K(p) = \frac{0,08}{0,11 \cdot 10^{-8} p^2 + 0,266 \cdot 10^{-5} p + 1}.$$

Пользуясь этой схемой, можно оценить погрешность регистрации сигналов произвольного вида.

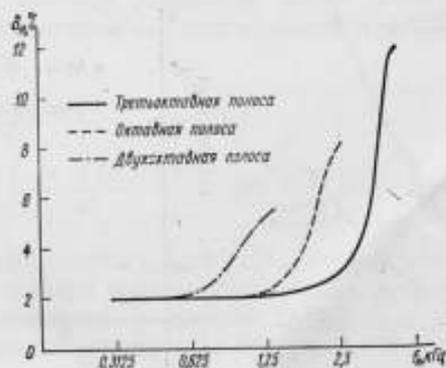


Рис. 3. Зависимость нелинейных искажений от положения и ширины спектра входного сигнала.

На рис. 3 представлены кривые, построенные по результатам расчета средней квадратической погрешности, обусловленной нелинейными искажениями при регистрации и воспроизведении сигналов с равномерным спектром плотности мощности в трех-, двух- и однооктавных полосах. На оси абсцисс указана нижняя граничная частота полосы сигнала. Полученные данные могут быть использованы для оценки погрешности аппаратуры при регистрации реальных сигналов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кириллова Л. С., Пионтковский А. А. Некорректные задачи в теории оптимального управления. «Автоматика и телемеханика», 1968, № 10, с. 37—56.
2. Дробышев Ю. П. Динамические измерения для одного класса нелинейных преобразователей. В сб.: «Исследования в области теоретической метрологии». Труды СНИИМ, вып. 7, 1970, с. 71—74.
3. Аграновский М. Л., Баглай Р. Д. О задаче идентификации характеристик объектов, содержащих нелинейный элемент. «Автометрия», 1973, № 1, с. 24—31.
4. Jelonek Z., Ekonomakos E. Identification of a nonlinear system by sinusoidal inputs. „Техн. зпрон.“, 1972, 41, № 1, pp. 98—103.

Поступила в редакцию 26/XI 1973 г.

**Об учете отклонений параметров испытательного сигнала
в задаче определения динамических характеристик**

В связи с расширением частотных диапазонов исследуемых явлений непрерывно повышаются требования к быстродействию измерительных и управляющих систем. Необходимое качество работы этих систем может быть обеспечено лишь при надлежащем согласовании их динамических характеристик с исследуемым или управляемым процессом. Знание динамических характеристик необходимо также для коррекции искажений, обусловленных переходными процессами, и для оценки погрешности преобразования. По разнообразным причинам характеристики реальных систем отличаются от расчетных, и поэтому зачастую приходится определять их экспериментальным путем.

Обычно считают, что параметры испытательного сигнала, используемого при определении динамических характеристик, имеют вполне определенное (номинальное) значение. Однако в ряде случаев необходимо учитывать отклонения этих параметров и оценивать возникающую при этом погрешность. В данной статье рассматривается общий подход к оценке погрешностей такого рода, применение которого иллюстрируется решением одной частной задачи. Кроме того, обсуждаются вычислительные методы, пригодные для обработки экспериментальных данных при неточно известных параметрах испытательного сигнала.

Задача определения динамической характеристики линейного стационарного объекта по критерию наименьших квадратов сводится к решению уравнения

$$Ak \equiv \int_{-T}^T r(t-z)k(z) dz = b(t) \quad (1)$$

относительно весовой функции $k(t)$ объекта при известных автокорреляционной функции $r(t)$ входного испытательного сигнала

и взаимной корреляционной функции $b(t)$ входного и выходного сигналов. Уравнение (1) представляет некорректную задачу. Решение таких задач производится специальными методами (методами регуляризации). Один из них заключается в замене уравнения первого рода (1) уравнением второго рода, решение которого представляет корректную задачу; другой — в решении уравнения (1) и «сглаживании» полученного решения посредством подавления высокочастотной части спектра. В данном случае будем предполагать, что разрешающий оператор A^{-1} , дающий корректное решение задачи (1), существует и ограничен.

Если оператор A подвергается возмущению вследствие отклонения параметров испытательного сигнала от номинального значения, то вместо уравнения (1) будем иметь

$$(A+B)k=b. \quad (2)$$

В случае, когда возмущающий оператор B ограничен и удовлетворяет условию

$$\|A^{-1}B\| < \rho < 1, \quad (3)$$

норма погрешности решения подчиняется неравенству [1]

$$\|\xi\| < \frac{\rho}{1-\rho} \|k_0\|, \quad (4)$$

где $k_0 = k_0(t)$ — точное решение уравнения (1).

Пусть A — положительно определенный оператор, B — самосопряженный оператор, а $k(t)$ функция с финитным спектром, так что ее преобразование Фурье равно нулю при $|\omega| > \omega_0$. Оценка ρ может быть выражена через спектры $S(\omega)$ и $F(\omega)$ операторов A и B

$$\rho = \max_{\omega \in (0, \omega_0)} \frac{|F(\omega)|}{S(\omega)}. \quad (5)$$

Рассмотрим частный случай, когда автокорреляционная функция $r(t)$ испытательного сигнала имеет вид

$$r(t) = \begin{cases} 1 - |t|/\tau & |t| \leq \tau, \\ 0 & |t| > \tau. \end{cases} \quad (6)$$

Этой функции соответствует спектр

$$S(\omega) = \frac{4}{\omega^2} \sin^2 \frac{\omega\tau}{2}. \quad (7)$$

Такую корреляционную функцию имеет, например, прямоугольный импульс с длительностью τ . Условие положительной определенности оператора A будет выполнено, если граничная частота полосы пропускания исследуемого объекта удовлетворяет неравенству

$$0 < \omega_0 < \frac{2\pi}{\tau}. \quad (8)$$

Реальный импульс имеет конечную длительность фронтов. Представим его в форме равнобочной трапеции, а длительности обоих фронтов примем равными θ . Спектр автокорреляционной функции такого импульса описывается выражением

$$S(\omega) = \frac{4}{\omega^4 \theta^2} \left[\cos \frac{\omega \tau}{2} - \cos \omega \left(\frac{\tau}{2} - \theta \right) \right]^2. \quad (9)$$

Подставляя (7) в (5) и учитывая $F(\omega) = S_{\theta}(\omega) - S(\omega)$, а также практически всегда выполняющееся неравенство $\theta \ll \tau$, найдем

$$\rho = \max_{\omega \in (0, \omega_0)} \left| \left(\frac{2 \sin \frac{\omega \theta}{2}}{\omega \theta} \right)^2 - 1 \right|. \quad (10)$$

Из (8) следует

$$0 < \frac{\omega_0 \theta}{2} < \pi. \quad (11)$$

При этом условию максимизируемое в (10) выражение является монотонно возрастающей функцией от ω на интервале $(0, \omega_0)$, следовательно

$$\rho = 1 - 4 \left(\frac{\sin \frac{\omega_0 \theta}{2}}{\omega_0 \theta} \right)^2. \quad (12)$$

Используя (4), получим оценку относительной погрешности определения весовой функции за счет вариации фронтов пробного импульса

$$\delta_{\theta} = \frac{\|\xi\|}{\|k_0\|} < \frac{1}{4} \left(\frac{\omega_0 \theta}{\sin \frac{\omega_0 \theta}{2}} \right)^2 - 1. \quad (13)$$

При малых $\omega_0 \theta$ выражение (13) можно упростить

$$\delta_{\theta} < \frac{(\omega_0 \theta)^2}{12}. \quad (14)$$

Если $\omega_0 \theta$ не превышает единицы, оценка (14) отличается от (13) не более чем на 10%.

Если нестабильность параметров испытательного сигнала велика или отсутствуют достаточно достоверные сведения о характере искажений сигнала, то получить надежную оценку погрешности невозможно, при этом данных для построения обратного оператора A^{-1} , необходимого для решения уравнения, недостаточно. В данной ситуации целесообразно воспользоваться методом последовательных приближений. Простейший вариант этого

метода, предложенный В. М. Фридманом [2], имеет следующую схему

$$k_n = k_{n-1} + \frac{1}{\lambda} (b - Ak_{n-1}), \quad (15)$$

причем

$$\lambda > \frac{\lambda_1}{2}, \quad (16)$$

где λ_1 — наибольшее собственное число оператора A . Алгоритм (15) является частным случаем схемы

$$k_n = k_{n-1} + R(b - Ak_{n-1}), \quad (17)$$

где R — некоторый разрешающий оператор. В силу положительной определенности A ядро r имеет полную систему собственных функций $\{u_i(t)\}$. Полагая эту систему ортонормированной, построим разрешающий оператор в виде суммы Фурье порядка m

$$Rf \equiv \sum_{i=1}^m \frac{\mu_i}{\lambda_i} \langle f, u_i \rangle u_i(t). \quad (18)$$

Здесь λ_i — собственные числа оператора A , соответствующие собственным функциям u_i ; μ_i — неотрицательные числа; $\langle f, u_i \rangle$ — скалярное произведение функций f и u_i . При $\mu_i = 1$, ($i=1, 2, \dots, m$) выражение (18) совпадает с известным представлением решения (1) суммой Фурье [3].

Для улучшения сходимости конечных сумм Фурье рядом авторов, начиная с Л. Фейера, были предложены различные способы выбора множителей μ_i [4]. В связи с этим представляет интерес эффективность применения методов линейного суммирования к алгоритму последовательных приближений. Покажем, что при выборе μ_i ($i=1, 2, \dots, m$) из интервала (0,2) имеет место следующая теорема: предел в среднем последовательности приближений не зависит от выбора множителей μ_i . Иначе говоря, при любом выборе μ_i итерационный процесс сходится к классической усеченной сумме.

Положим $k_n = k_0 + v_n$.

Тогда

$$k_0 + v_n = k_0 + v_{n-1} + R[b - b_{n-1}]$$

и

$$v_n = v_{n-1} - RA v_{n-1}.$$

Умножим обе части последнего равенства на u_i и проинтегрируем от a до b

$$\langle v_n, u_i \rangle = \langle v_{n-1}, u_i \rangle - \langle RA v_{n-1}, u_i \rangle.$$

Собственными функциями конечномерного оператора RA являются функции $\{u_i\}$, $i=1, 2, \dots, m$, а соответствующие им собственные числа $\{\mu_i\}$. Отсюда имеем

$$\langle v_n, u_i \rangle = (1 - \mu_i) \langle v_{n-1}, u_i \rangle = (1 - \mu_i)^n \langle v_0, u_i \rangle.$$

Обозначив $\alpha_i^n = \langle v_n, u_i \rangle$, получим $\alpha_i^n = (1 - \mu_i)^n \alpha_i^0$.

Далее, пользуясь равенством Парсеваля, запишем

$$\begin{aligned} \int_{-T}^T v_n^2(t) dt &= \sum_{i=1}^{\infty} (\alpha_i^n)^2 = \sum_{i=1}^{\infty} (1 - \mu_i)^{2n} (\alpha_i^0)^2 = \\ &= \sum_{i=1}^m (1 - \mu_i)^{2n} (\alpha_i^0)^2 + \sum_{i=m+1}^{\infty} (\alpha_i^0)^2. \end{aligned}$$

Из условия $0 < \mu_i < 2$ следует, что первая из этих сумм стремится к нулю при $n \rightarrow \infty$. Таким образом,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-T}^T v_n^2(x) dx = \sum_{i=m+1}^{\infty} (\alpha_i^0)^2,$$

т. е. асимптотическая точность последовательных приближений не зависит от коэффициентов μ_i , что и требовалось доказать.

Оценка погрешности (4) дает основание для выбора метода решения уравнения (1). При малых возмущениях оператора целесообразнее использовать одношаговые алгоритмы, при значительных — итерационные.

Применение методов линейного суммирования в одношаговых алгоритмах позволяет повысить точность решения (в равномерной метрике) при негладких $k(t)$. Эти методы могут оказаться полезными и в итерационных процедурах, однако для определения оптимального числа итераций необходимо дополнительное исследование.

ЛИТЕРАТУРА

1. Канторович Л. В., Акилов Г. П. Функциональный анализ в нормированных пространствах. М., Физматгиз, 1959.
2. Фридман В. М. Метод последовательных приближений для интегрального уравнения Фредгольма первого рода. «Успехи математических наук», 1956, т. XI, вып. 1 (67).
3. Трикоми Ф. Интегральные уравнения. М., Изд. иностр. лит-ры, 1960.
4. Ахизер Н. И. Лекции по теории аппроксимации. М., «Наука», 1965.

Поступила в редакцию 26/XI 1973 г.

Восстановление дифференциального уравнения измерительных преобразователей по импульсной переходной функции

Экспериментальное исследование динамических свойств различных термоприемников, термоанемометров и других измерительных преобразователей заключается в определении их импульсных переходных функций. Однако решение некоторых специфических задач анализа измерительных преобразователей требует знания дифференциальных уравнений, которые описывают их поведение во времени. В связи с этим возникает необходимость восстановления дифференциальных уравнений измерительных преобразователей по их импульсным переходным функциям. В настоящее время известно несколько методов восстановления дифференциального уравнения динамической системы по ее импульсной переходной функции. Рассмотрим этот вопрос применительно к измерительным преобразователям, для которых процесс восстановления оказывается более простым.

Пусть известна импульсная переходная функция линейного измерительного преобразователя, представленная выражением

$$g(t, \tau) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(t) \psi_i(\tau). \quad (1)$$

При восстановлении дифференциального уравнения преобразователя используем аналогию между импульсной переходной функцией и функцией Грина, а именно, учтем, что импульсная переходная функция удовлетворяет условиям

$$\left. \frac{\partial^i g(t, \tau)}{\partial t^i} \right|_{\tau=t} = 0, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n-2; \quad \left. \frac{\partial^{n-1} g(t, \tau)}{\partial t^{n-1}} \right|_{\tau=t} = \frac{1}{a_n(t)}, \quad (2)$$

где $a_n(t)$ — коэффициент при n -й производной в искомом уравнении.

Интегральное соотношение между измеряемой величиной и показаниями $Y(t)$ измерительного преобразователя имеет вид

$$Y(t) = \int_{t_0}^t g(t, \tau) X(\tau) d\tau. \quad (3)$$

Учитывая (1), получим (3) в виде

$$Y(t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(t) \int_{t_0}^t \psi_i(\tau) X(\tau) d\tau. \quad (4)$$

Дифференцируя обе части (4) по переменной t , имеем

$$Y'(t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i'(t) \int_{t_0}^t \psi_i(\tau) X(\tau) d\tau + \sum_{i=1}^n \varphi_i(t) \psi_i(t) X(t).$$

Или так как

$$\sum_{i=1}^n \varphi_i(t) \psi_i(t) X(t) = X(t) g(t, \tau)|_{\tau=t},$$

то, при выполнении условий (2), получим

$$Y'(t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i'(t) \int_{t_0}^t \psi_i(\tau) X(\tau) d\tau. \quad (5)$$

$$Y''(t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i''(t) \int_{t_0}^t \psi_i(\tau) X(\tau) d\tau. \quad (6)$$

$$\overline{Y^{(n-1)}}(t) = \sum_{i=1}^n \overline{\varphi_i^{(n-1)}}(t) \int_{t_0}^t \overline{\psi_i(\tau)} X(\tau) d\tau. \quad (7)$$

$$Y^{(n)}(t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i^{(n)}(t) \int_{t_0}^t \psi_i(\tau) X(\tau) d\tau + X(t) g_i^{(n-1)}(t, \tau)|_{\tau=t}. \quad (8)$$

Обозначив

$$h_i = \int_{t_0}^t \psi_i(\tau) X(\tau) d\tau,$$

представим (4) — (8) в виде

$$Y(t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(t) h_i(t); \quad (4')$$

$$Y'(t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i'(t) h_i(t); \quad (5')$$

$$Y''(t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i''(t) h_i(t); \quad (6')$$

$$\overline{Y^{(n-1)}}(t) = \sum_{i=1}^n \overline{\varphi_i^{(n-1)}}(t) \overline{h_i(t)}; \quad (7')$$

$$Y^{(n)}(t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i^{(n)}(t) h_i(t) + X(t) g_i^{(n-1)}(t, \tau)|_{\tau=t}. \quad (8')$$

Рассматривая эти выражения как систему алгебраических уравнений относительно $h_i(t)$, определим функции $h_i(t)$ из системы первых n уравнений. Определитель указанной системы

$$\Delta(t) = \begin{vmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 & \dots & \varphi_n \\ \varphi_1' & \varphi_2' & \dots & \varphi_n' \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varphi_1^{(n-1)} & \varphi_2^{(n-1)} & \dots & \varphi_n^{(n-1)} \end{vmatrix}$$

отличен от нуля, так как $\varphi_i(t)$ — фундаментальная система решений искомого уравнения, а $\Delta(t)$ — является вронскианом. Поэтому

$$h_i(t) = \frac{\Delta_i(t)}{\Delta(t)}, \quad (9)$$

где $\Delta_i(t)$ — определитель, получающийся из определителя $\Delta(t)$ путем замены в нем i -го столбца столбцом из свободных членов.

Подставив найденные значения функций из (9) в (8'), будем иметь

$$\Delta(t) Y^{(n)}(t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i^{(n)}(t) \Delta_i(t) + \frac{\Delta(t)}{a_n(t)} X(t) \quad (10)$$

или, так как

$$\Delta_i(t) = YA_{1i} + Y'A_{2i} + Y''A_{3i} + \dots + Y^{(n-1)}A_{ni},$$

где A_{ki} — соответствующие алгебраические дополнения, то

$$\begin{aligned} \Delta(t)Y^{(n)}(t) - \left\{ \sum_{i=1}^n \varphi_i^{(n)}(t) A_{1i} \right\} Y - \left\{ \sum_{i=1}^n \varphi_i^{(n)}(t) A_{2i} \right\} Y' - \\ - \left\{ \sum_{i=1}^n \varphi_i^{(n)}(t) A_{3i} \right\} Y'' - \dots - \left\{ \sum_{i=1}^n \varphi_i^{(n)}(t) A_{ni} \right\} Y^{(n-1)} = \frac{\Delta(t)}{a_n(t)} X(t). \end{aligned} \quad (11)$$

Уравнение (11) и является искомым.

Для измерительных преобразователей с сосредоточенными параметрами второго порядка выражение (11) принимает вид

$$\begin{aligned} (\varphi_1 \varphi_2' - \varphi_2 \varphi_1') Y'' + (\varphi_1'' \varphi_2 - \varphi_2'' \varphi_1) Y' + (\varphi_2'' \varphi_1' - \varphi_1'' \varphi_2') Y = \\ = (\varphi_1 \varphi_2' - \varphi_2 \varphi_1') g_t'(t, \tau) X|_{t=\tau}. \end{aligned} \quad (11')$$

В качестве примера восстановим дифференциальное уравнение измерительного преобразователя, имеющего импульсную переходную функцию вида

$$g(t_1, \tau) = g(t - \tau) = m \exp \left[-\frac{\varepsilon}{T} (t - \tau) \right] \sin \lambda (t - \tau),$$

где

$$m = \frac{k}{T\sqrt{1-\varepsilon^2}}; \quad \lambda = \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2}}{T}.$$

В данном случае

$$\varphi_1 = me^{-\frac{\varepsilon}{T}t} \sin \lambda t, \quad a\varphi_2 = -me^{-\frac{\varepsilon}{T}t} \cos \lambda t, \quad g(t, t) = 0; \quad g'_i(t, t) = m\lambda,$$

поэтому коэффициенты при второй и первой производной и самой функцией соответственно будут равны

$$m^2\lambda e^{-2\frac{\varepsilon}{T}t}; \quad 2m^2\lambda \frac{\varepsilon}{T} e^{-2\frac{\varepsilon}{T}t}; \quad \left[m^2\lambda^2 + m^2\lambda \left(\frac{\varepsilon}{T} \right)^2 \right] e^{-2\frac{\varepsilon}{T}t},$$

а правая часть уравнений равна $m^2\lambda^2 e^{-2\frac{\varepsilon}{T}t} X$.

Следовательно, подставив эти выражения в уравнение (11') и

сократив на $m^2\lambda e^{-2\frac{\varepsilon}{T}t}$, получим

$$Y'' + 2\frac{\varepsilon}{T}Y' + \left[\lambda^2 + \left(\frac{\varepsilon}{T} \right)^2 \right] Y = m\lambda X.$$

Или; подставив вместо m и λ их выражения, окончательно имеем уравнение измерительного преобразователя колебательного типа

$$T^2 Y'' + 2\varepsilon T Y' + Y = kX.$$

Восстановление дифференциального уравнения измерительного преобразователя по его импульсной переходной функции можно осуществить несколько иначе, а именно: так как система функций $\{\varphi_i(t)\}$ является фундаментальной системой для искомого дифференциального уравнения, то каждая из функций $\varphi_i(t)$ должна удовлетворять однородному уравнению, соответствующему искомому уравнению. Итак,

$$\sum_{i=1}^n a_i(t) \frac{d^k \varphi_k^i(t)}{dt^k} = 0, \quad (12)$$

где $a_i(t)$ — коэффициенты в искомом уравнении.

Придавая индексу k значения 1, 2, ..., n , получим алгебраическую систему из n уравнений для определения $(n+1)$ неизвестных коэффициентов.

Дополним систему условием

$$\left. \frac{\partial^{n-1} g(t, \tau)}{\partial t^{n-1}} \right|_{\tau=t} = \frac{1}{a_n(t)}. \quad (12')$$

Тогда для определения неизвестных $a_0(t)$, $a_1(t)$, ..., $a_{n-1}(t)$ имеем систему

$$\sum_{i=0}^{n-1} a_i(t) \frac{d \varphi_k^i(t)}{dt} = - \frac{1}{\left. \frac{\partial^{n-1} g(t, \tau)}{\partial t^{n-1}} \right|_{\tau=t}} \cdot \frac{d \varphi_k^n(t)}{dt^n} = f_k \quad (13)$$

$$a_i(t) = \frac{\Delta_i(t)}{\Delta(t)}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n-1, \quad (14)$$

где $\Delta(t)$ — определитель системы (13). Так как матрица коэффициентов в (13) оказалась транспонированной по отношению к вронскиану, то определители в системах (4')—(8') и (13) совпадают. Определитель $\Delta_i(t)$ получается из определителя $\Delta(t)$ при замене элементов i -го столбца в последнем на столбец из свободных членов f_k ($k=1, 2, \dots, n$).

Так как по формуле (14) определяются все коэффициенты a_i ($i=0, 1, \dots, n-1$), а коэффициент $a_n(t)$ из условия (12'), то искомого уравнение восстановлено, причем в правой части его будет находиться измеряемая величина $X(t)$.

Поступила в редакцию 26/XI 1973 г.

Исследование параметрических эффектов в сложных пленочных термодатчиках при измерении температуры турбулентных потоков

Исследованию параметрических эффектов в аналитической теории теплопроводности и влиянию этих эффектов на точность измерения температуры турбулентных потоков посвящено значительное число работ [1—3]. В указанных работах объектом исследования служили простейшие модели термодатчиков в виде неограниченной пластины, шара и неограниченного цилиндра. Реальные термодатчики, используемые в термометрии, в действительности представляют собой сложные системы, и поэтому в данной работе исследуется влияние параметрических эффектов на точность показаний сложных термодатчиков. В качестве конкретной модели таких термодатчиков рассматривается неметаллическая подложка с нанесенным на торец металлическим покрытием — пленкой. Показания таких термодатчиков соответствуют среднеобъемным температурам металлических покрытий.

Физической моделью сложных пленочных термодатчиков является система из неограниченной пластины и полуограниченного пространства, находящихся в непосредственном тепловом контакте.

При современной технологии изготовления пленочных термодатчиков толщина пленок, наносимых на подложки, составляет всего несколько сотен ангстрем. Это дает основание утверждать, что градиенты температур внутри пленок незначительны. Поэтому в каждый момент времени пленку можно считать равномерно прогреваемой пластиной. Следовательно, динамические свойства сложных термодатчиков математически можно описать краевой системой

$$\frac{dU}{dt} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \frac{a_1}{L} \cdot \frac{\partial V(L, t)}{\partial x} = \frac{\alpha}{\lambda_1} \frac{a_1}{L} [\theta - U(t)]; \quad t > 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial V(x, t)}{\partial t} = a_2 \frac{\partial^2 V(x, t)}{\partial x^2}; \quad t > 0; \quad L < x < \infty; \quad (2)$$

$$U(0) = 0; \quad V(x, 0) = 0; \quad (3)$$

$$V(L, t) = U(t); \quad (4)$$

$$V(\infty, t) = 0, \quad (5)$$

где $U(t)$, $V(x, t)$ — температура пленки и подложки; a_1 , a_2 , λ_1 , λ_2 — коэффициенты температуропроводности и теплопроводности материала пленки и подложки; α — коэффициент конвективного теплообмена между пленкой и средой; θ — измеряемая температура среды; L — толщина пленки.

Представим решение краевой задачи (2)–(5) в виде

$$V(x, t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{x-L}{2\sqrt{a_2 t}}}^{\infty} U\left(t - \frac{(x-L)^2}{4a_2 \eta}\right) e^{-\eta} d\eta =$$

$$= \frac{x-L}{2\sqrt{a_2 \pi}} \int_0^t \frac{[U(t-\eta)]}{\eta^{3/2}} \exp\left(-\frac{(x-L)^2}{4a_2 \eta}\right) d\eta. \quad (6)$$

Для измерения температуры турбулентного потока интерес представляет тепловое состояние пленки, так как именно по температуре пленки судят об измеряемой температуре среды. Поэтому в дальнейшем будем анализировать только температуру пленки. Подставив решение (6) в (1), получим интегро-дифференциальное уравнение типа уравнения Вольтерра второго рода

$$\frac{dU}{dt} + \frac{a_1}{L} \cdot \frac{\alpha}{\lambda_1} U(t) + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \frac{a_1}{L} \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi a_2}} \int_0^t \frac{U'(\eta)}{\sqrt{t-\eta}} d\eta =$$

$$= \frac{a_1}{L} \cdot \frac{\alpha}{\lambda_1} \theta(t). \quad (7)$$

Будем решать это уравнение усовершенствованным методом последовательных приближений [4, 5]:

$$L[U(t)] = f(t), \quad (8)$$

где

$$L[U(t)] = \frac{dU(t)}{dt} + \frac{a_1}{L} \cdot \frac{\alpha(t)}{\lambda_1} U(t) + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \frac{a_1}{L} \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi a_2}} \int_0^t \frac{U'(\eta)}{\sqrt{t-\eta}} d\eta;$$

$$f(t) = \frac{a_1}{L} \cdot \frac{\alpha(t)}{\lambda_1} \theta(t).$$

Оператор L можно представить в таком виде

$$L = L_0 + \tilde{L}, \quad (9)$$

где

$$L_0 = \frac{d}{dt} + \frac{a_1}{L} \cdot \frac{a_0}{\lambda_1} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \frac{a_1}{L} \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi a_2}} \int_0^t \frac{\frac{d}{d\eta}}{\sqrt{t-\eta}} d\eta;$$

$$\tilde{L} = \frac{a_1}{L} \cdot \frac{\tilde{\alpha}(t)}{\lambda_1},$$

причем a_0 и $\tilde{\alpha}(t)$ — постоянная и переменная составляющие коэффициента конвективного теплообмена $\alpha(t) = a_0 + \tilde{\alpha}(t)$.

Уравнение (8) примет вид

$$L_0 [U(t)] = f(t) - \tilde{L} [U(t)]. \quad (10)$$

Искомое решение уравнения (8) или, что то же самое, уравнения (10), представим в виде ряда

$$U(t) = \sum_{i=0}^{\infty} U_i(t), \quad (11)$$

где $U_0(t)$ — решение уравнения

$$L_0 [U(t)] = f(t), \quad (12)$$

а все остальные члены ряда [11] являются решениями уравнений

$$L_0 [U_k(t)] = -\tilde{L} [U_{k-1}(t)]. \quad (13)$$

Так как начальные условия в краевой системе (1) — (5) нулевые, то все решения уравнений (12), (13) также должны удовлетворять этим условиям. Теперь необходимо решать интегро-дифференциальные уравнения типа уравнения Вольтерра второго рода. Так как оператор L_0 во всех этих уравнениях содержит только постоянную составляющую a_0 коэффициента конвективного теплообмена, то они легко решаются с помощью преобразования Лапласа. Например, для уравнения (12) имеем

$$\left[p + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \frac{a_1}{L} \sqrt{\frac{p}{a_2}} + \frac{a_1}{L} \frac{a_0}{\lambda_1} \right] U_{0L}(p) = \frac{a_1}{L} \cdot \frac{1}{\lambda_1} F(p), \quad (14)$$

где $U_0(t) \rightarrow U_{0L}(p)$; $\alpha(t)\theta(t) \rightarrow F(p)$.

Для изображения $U_{0L}(p)$ находим

$$U_{0L}(p) = \frac{\frac{a_1}{L} \cdot \frac{1}{\lambda_1} F(p)}{p + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \frac{a_1}{L} \sqrt{\frac{p}{a_2} + \frac{a_1}{L} \cdot \frac{a_0}{\lambda_1}}}. \quad (15)$$

И, наконец, переходя к оригиналу, получим выражение для сла-
гаемого

$$U_0(t) = \frac{1}{a_0} \int_0^t \alpha(\eta) \theta(\eta) g(t-\eta) d\eta, \quad (16)$$

где

$$g(t) = \frac{k_1 k_2}{k_1 - k_2} \left[k_1 e^{k_1^2 t} \operatorname{erfc}(k_1 \sqrt{t}) - k_2 e^{k_2^2 t} \operatorname{erfc}(k_2 \sqrt{t}) \right];$$

$$k_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \frac{a_1}{L \sqrt{a_2}} \left[1 + \sqrt{1 - 4 \frac{\lambda_1^2}{\lambda_2^2} \cdot \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{a_0}{\lambda_1} L} \right];$$

$$k_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \frac{a_1}{L \sqrt{a_2}} \left[1 - \sqrt{1 - 4 \frac{\lambda_1^2}{\lambda_2^2} \cdot \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{a_0}{\lambda_1} L} \right].$$

Аналогичным путем получаем выражения для последующих
членов ряда

$$U_1(t) = -\frac{1}{a_0} \int_0^t \tilde{\alpha}(\eta) U_0(\eta) g(t-\eta) d\eta =$$

$$= -\frac{1}{a_0^2} \int_0^t \int_0^{\eta_1} \tilde{\alpha}(\eta_1) \alpha(\eta_2) \theta(\eta_2) g(\eta_1 - \eta_2) g(t - \eta_1) d\eta_2 d\eta_1$$

$$U_2(t) = -\frac{1}{a_0} \int_0^t \tilde{\alpha}(\eta) U_1(\eta) g(t-\eta) d\eta =$$

$$= \frac{1}{a_0^3} \int_0^t \int_0^{\eta_1} \int_0^{\eta_2} \tilde{\alpha}(\eta_1) \tilde{\alpha}(\eta_2) \alpha(\eta_3) \theta(\eta_3) g(\eta_2 - \eta_3) g(\eta_1 - \eta_2) \times \\ \times g(t - \eta_1) d\eta_3 d\eta_2 d\eta_1$$

.....

$$U_n(t) = (-1)^n \frac{1}{a_0^{n+1}} \int_0^t \int_0^{\eta_1} \dots \int_0^{\eta_{n-1}} \tilde{\alpha}(\eta_1) \dots \tilde{\alpha}(\eta_n) \alpha(\eta_{n+1}) \theta(\eta_{n+1}) \times \\ \times g(\eta_n - \eta_{n+1}) \dots g(\eta_2 - \eta_3) g(t - \eta_1) d\eta_{n+1} \dots d\eta_1. \quad (17)$$

Таким образом, показания пленочного термодатчика определяются выражением (11), слагаемые которого представлены соотношениями (16), (17).

Для исследования динамики термодатчика достаточно ограничиться вторым приближением, т. е.

$$U(t) = U_0(t) + U_1(t) + U_2(t). \quad (18)$$

Считаем $\alpha(t)$ и $\theta(t)$ гауссовыми стационарными случайными процессами.

Осуществляем операцию математического ожидания над обеими частями выражения (18), считая $M\{\alpha(t)\} = \alpha_0$; $M\{\theta(t)\} = \theta_0$

$$\overline{U_0(t)} = \left[\theta_0 + \frac{K_{\alpha\theta}(0)}{\alpha_0} \right] \int_0^t g(\eta) d\eta;$$

$$\begin{aligned} \overline{U_1(t)} = & - \frac{1}{\alpha_0} \int_0^t \int_0^{\eta_1} K_{\alpha\theta}(\eta_1 - \eta_2) g(\eta_1 - \eta_2) g(t - \eta_1) d\eta_2 d\eta_1 - \\ & - \frac{\theta_0}{\alpha_0^2} \int_0^t \int_0^{\eta_1} K_{\alpha}(\eta_1 - \eta_2) g(\eta_1 - \eta_2) g(t - \eta_1) d\eta_2 d\eta_1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_2(t) = & \frac{\theta_0}{\alpha_0^2} \int_0^t \int_0^{\eta_1} \int_0^{\eta_2} K_{\sigma}(\eta_1 - \eta_2) g(\eta_2 - \eta_3) g(\eta_1 - \eta_2) g(t - \eta_1) \times \\ & \times d\eta_3 d\eta_2 d\eta_1 + \frac{K_{\alpha\theta}(0)}{\alpha_0^3} \int_0^t \int_0^{\eta_1} \int_0^{\eta_2} K_{\sigma}(\eta_1 - \eta_2) g(\eta_2 - \eta_3) g(\eta_1 - \eta_2) \times \\ & \times g(t - \eta_1) d\eta_3 d\eta_2 d\eta_1 + \frac{1}{\alpha_0^3} \int_0^t \int_0^{\eta_1} \int_0^{\eta_2} K_{\alpha}(\eta_1 - \eta_2) K_{\alpha\theta}(\eta_2 - \eta_3) \times \\ & \times g(\eta_2 - \eta_3) g(\eta_1 - \eta_2) g(t - \eta_1) d\eta_3 d\eta_2 d\eta_1 + \\ & + \frac{1}{\alpha_0^3} \int_0^t \int_0^{\eta_1} \int_0^{\eta_2} K_{\alpha\theta}(\eta_1 - \eta_2) K_{\alpha}(\eta_2 - \eta_3) g(\eta_2 - \eta_3) g(\eta_1 - \eta_2) \times \\ & \times g(t - \eta_1) d\eta_3 d\eta_2 d\eta_1; \end{aligned} \quad (19)$$

$$\overline{U(t)} = \overline{U_0(t)} + \overline{U_1(t)} + \overline{U_2(t)},$$

где $K_{\alpha}(\tau) = M\{[\alpha(t) - \alpha_0][\alpha(t + \tau) - \alpha_0]\}$;

$K_{\alpha\theta}(\tau) = M\{[\alpha(t) - \alpha_0][\theta(t + \tau) - \theta_0]\}$.

Без ограничения общности можно считать средний уровень температуры среды θ_0 равным нулю. Тогда

$$\begin{aligned} \overline{U(t)} = & \frac{K_{\text{эф}}(0)}{\alpha_0} \int_0^t g(\eta) d\eta - \frac{1}{\alpha_0} \int_0^t \int_0^{\eta_1} K_{\text{эф}}(\eta_1 - \eta_2) g(\eta_1 - \eta_2) \times \\ & \times g(t - \eta_1) d\eta_2 d\eta_1 + \frac{K_{\text{эф}}(0)}{\alpha_0^2} \int_0^t \int_0^{\eta_1} \int_0^{\eta_2} K_{\sigma}(\eta_1 - \eta_2) g(\eta_2 - \eta_3) g(\eta_1 - \eta_2) \times \\ & \times g(t - \eta_1) d\eta_3 d\eta_2 d\eta_1 + \frac{1}{\alpha_0^3} \int_0^t \int_0^{\eta_1} \int_0^{\eta_2} [K_{\alpha}(\eta_1 - \eta_2) K_{\text{эф}}(\eta_2 - \eta_3) + \\ & + K_{\text{эф}}(\eta_1 - \eta_2) K_{\alpha}(\eta_2 - \eta_3)] g(\eta_2 - \eta_3) g(\eta_1 - \eta_2) g(t - \eta_1) d\eta_3 d\eta_2 d\eta_1 \end{aligned} \quad (20)$$

Как следует из выражений (19), (20), при наличии параметрических возбуждений, т. е. при переменном во времени коэффициенте конвективного теплообмена, средние уровни температур среды и термодатчика уже не совпадают (что имеет место при постоянном значении коэффициента конвективного теплообмена), а смещены относительно друг друга. Причем величина этого смещения полностью определяется статистическими свойствами температуры среды и коэффициента конвективного теплообмена, а следовательно, и статистическими свойствами скорости потока.

Структура выражений (19), (20) указывает на то, что особое внимание следует обратить на наличие статистической связи между скоростью потока и его температурой. В работах [6, 7] приведены экспериментальные результаты определения взаимной корреляции скорости и температуры потока газа. Эти результаты подтвердили наличие тесной статистической связи скорости и температуры потока, из чего следует, что пренебрежение взаимной корреляцией скорости и температуры потока при анализе динамических свойств термодатчиков недопустимо, ибо это может привести, как видно из выражений (19), (20), к существенным погрешностям измерения среднего уровня температуры среды.

В заключение получим выражение для корреляционной функции и дисперсии показаний термодатчиков, при этом ограничимся нулевым приближением, так как при необходимости более точное определение соответствующих выражений на основе алгоритмов (11), (16), (17) не представляет труда. Пусть

$$U(t) = \frac{1}{\alpha_0} \int_0^t \alpha(\eta) \theta(\eta) g(t - \eta) d\eta. \quad (21)$$

Как и ранее, будем считать $\theta_0 = 0$. Если в качестве основного выражения взять (21), то математическое ожидание

$$\overline{U(t)} = \frac{K_{ab}(0)}{\alpha_0} \left\{ 1 - \frac{1}{k_1 - k_2} \left[k_1 e^{\frac{k_2^2 t}{2}} \operatorname{erfc}(k_2 \sqrt{t}) - k_2 e^{\frac{k_1^2 t}{2}} \operatorname{erfc}(k_1 \sqrt{t}) \right] \right\}. \quad (22)$$

Так как

$$K_u(t, t_1) = M \{U(t)U(t_1)\} - \overline{U(t)} \cdot \overline{U(t_1)}, \quad (23)$$

для корреляционной функции и дисперсии термометрического сигнала получим

$$K_u(t, t_1) = \int_0^t \int_0^{t_1} \left[K_\theta |\eta_1 - \eta| + \frac{K_a |\eta_1 - \eta|}{\alpha_0^2} K_\theta |\eta_1 - \eta| + \frac{K_{ab}^2 |\eta_1 - \eta|}{\alpha_0^2} \right] g(t - \eta_1) g(t - \eta) d\eta_1 d\eta, \quad (24)$$

$$D_u(t) = \int_0^t \int_0^t \left[K_\theta |\eta_1 - \eta| + \frac{K_a |\eta_1 - \eta|}{\alpha_0^2} K_\theta |\eta_1 - \eta| + \frac{K_{ab}^2 |\eta_1 - \eta|}{\alpha_0^2} \right] g(t - \eta_1) g(t - \eta) d\eta_1 d\eta, \quad (25)$$

где

$$K_\theta(\tau) = M \{[\theta(t) - \theta_0][\theta(t + \tau) - \theta_0]\}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Гордон А. Н. Температурное поле тел в условиях переменной температуры среды и меняющейся теплоотдачи. В сб.: «Исследования в области тепловых измерений». Труды ВНИИМ, вып. 35 (95). М., Стандартгиз, 1958.
2. Розеншток Ю. Л. Тепло- и массоперенос. Т. 6. Минск, «Наука и техника», 1966.
3. Азизов А. М. Простейшие термометрические сигналы в условиях произвольно меняющихся во времени температуры среды и коэффициента теплоотдачи. «Теплофизика высоких температур», 1967, № 4.
4. Schelkunoff S. A. Solution of linear and slightly non-linear differential equations. „Quart of Appl. Math.“, 1946, v. 3, N 4.
5. Михайлов Ф. А. и др. Динамика нестационарных линейных систем. М., «Наука», 1967.
6. Corrsin S. and Uberoi M. S. „Natl. Advisory Comm. Aeronaut. Tech. Notes“, 1949, N 1865.
7. Corrsin S. and Uberoi M. S. „Natl. Advisory Comm. Aeronaut. Tech. Notes“, 1950, N 2124.

Поступила в редакцию 26/XI 1973 г.

К анализу динамических свойств термодатчиков в условиях переменных скоростей потоков жидкости и газа

Анализ динамических свойств термодатчиков в условиях переменных скоростей потоков жидкости и газа сопряжен с трудностями получения точных выражений для показаний термодатчиков. Трудность эта связана с необходимостью решения дифференциальных уравнений в частных производных с зависящими от времени коэффициентами. В настоящее время известны работы, в которых эта задача решена приближенно. В данной статье приводятся результаты точного решения указанной задачи для термодатчиков стержневого типа. Поведение термодатчиков стержневого типа описывается уравнением

$$a \frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial U(x, t)}{\partial t} + h(t) [U(x, t) - \theta(t)] \quad (1)$$

и краевыми условиями

$$\left. \frac{\partial U(x, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0; \quad U(x, t)|_{x=l} = U_1; \quad (2)$$

$$U(x, t)|_{t=0} = U_0. \quad (3)$$

Здесь $U(x, t)$ — локальная температура термодатчика;
 a — коэффициент температуропроводности материала термодатчика;
 $\theta(t)$ — измеряемая температура потока жидкости или газа;
 U_0, U_1 — постоянные величины;
 $h(t)$ — переменный во времени параметр, содержащий коэффициент конвективного теплообмена, а следовательно, учитывающий влияние переменной скорости потока.

Перепишем систему (1) и (3) в эквивалентной форме

$$a \frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial U(x, t)}{\partial t} + h(t) [U(x, t) - \theta(t)]; \quad (4)$$

$$U(x, t)|_{x=\pm l} = U_i; \quad (5)$$

$$U(x, t)|_{t=0} = U_0. \quad (6)$$

Произведем замену $U(x, t) - U_i = V(x, t)$; $y = \frac{\pi}{2l}(x + l)$.

Тогда система (4) — (6) примет вид

$$a \frac{\pi^2}{4l^2} \frac{\partial^2 V(y, t)}{\partial y^2} = \frac{\partial V(y, t)}{\partial t} + h(t) V(y, t) + h(t) U_i - h(t) \theta(t); \quad (7)$$

$$V(y, t)|_{y=0} = 0; \quad V(y, t)|_{y=\pi} = 0; \quad (8)$$

$$V(y, t)|_{t=0} = U_0 - U_i. \quad (9)$$

Используя интегральное синус — преобразование Фурье, получим

$$\bar{V} = \int_0^\pi V(y, t) \sin sy dy. \quad (10)$$

Тогда для изображения \bar{V} имеем уравнение

$$\frac{d\bar{V}}{dt} + \left[h(t) + a \frac{\pi^2}{4l^2} s^2 \right] \bar{V} = \frac{1 - (-1)^s}{s} [h(t) \theta(t) - h(t) U_i]. \quad (11)$$

Отсюда

$$\bar{V} = \frac{1 - (-1)^s}{s} \exp \left[- \int_0^t \left(h(\tau) + a \frac{\pi^2}{4l^2} s^2 \right) d\tau \right] \left\{ U_0 - U_i + \int_0^t [h(\tau) \theta(\tau) - h(\tau) U_i] \exp \left[\int_0^\tau \left(h(\eta) + a \frac{\pi^2}{4l^2} s^2 \right) d\eta \right] d\tau \right\}. \quad (12)$$

Переходя к оригиналу, получим выражение

$$V(y, t) = \frac{2}{\pi} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^s}{s} \exp \left[- \int_0^t \left(h(\tau) + a \frac{\pi^2}{4l^2} s^2 \right) d\tau \right] \times \\ \times \left\{ U_0 - U_i + \int_0^t [h(\tau) \theta(\tau) - h(\tau) U_i] \exp \left[\int_0^\tau \left(h(\eta) + a \frac{\pi^2}{4l^2} s^2 \right) d\eta \right] d\tau \right\} \times \\ \times \sin s \frac{\pi}{2l} (x + l). \quad (13)$$

Следовательно, решение искомой задачи примет вид

$$U(x, t) = U_1 + \frac{2}{\pi} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^s}{s} \exp \left[- \int_0^t \left(h(\tau) + a \frac{\pi^2}{4l^2} s^2 \right) d\tau \right] \times \\ \times \left\{ U_0 - U_1 + \int_0^t [h(\tau)\theta(\tau) - h(\tau)U_1] \times \right. \\ \left. \times \exp \left[\int_0^{\tau} \left(h(\eta) + a \frac{\pi^2}{4l^2} s^2 \right) d\eta \right] d\tau \right\} \sin s \frac{\pi}{2l} (x + l). \quad (14)$$

Подставив (14) в исходные уравнения и краевые условия, можно убедиться, что это решение является точным. Выражение (14) является основой анализа динамических свойств термоприемников в условиях переменных скоростей потоков.

Рассмотрим частный случай. Пусть

$$h(t) = h_0 - b + be^{-kt}; \quad \theta(t) = \theta_0 - c_0 + c_0 e^{-mt}, \quad (15)$$

где $h_0, b, k, \theta_0, c_0, m$ — постоянные величины.
Если ввести обозначения:

$$(h_0 - b)(U_1 - \theta_0 + c_0) = A;$$

$$b(U_1 - \theta_0 + c_0) = B;$$

$$c_0(b - h_0) = C;$$

$$-bc_0 = D;$$

$$h_0 - b + a \frac{\pi^2}{4l^2} s^2 = E;$$

$$\frac{b}{k} = F,$$

то выражение (14) примет вид

$$U(x, t) = U_1 + \frac{2}{\pi} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^s}{s} \exp[-Et + Fe^{-kt}] \times \\ \times \int_0^t [A + Be^{-k\tau} + Ce^{-m\tau} + De^{-(k+m)\tau}] \exp[E\tau - Fe^{-k\tau}] d\tau. \quad (16)$$

Вычисление всех интегралов, входящих в (16), производится одинаково, поэтому приведем вычисление только первого слагаемого этого выражения

$$\begin{aligned}
A \int_0^t \exp(E\tau - Fe^{-k\tau}) d\tau &= -\frac{A}{k} \int_1^{e^{-kt}} z^{-\frac{E+k}{k}} e^{-Fz} dz = \\
&= \frac{A}{kF} \cdot Fe^{\left(\frac{E}{k} + 1\right)F} \int_F^{Fe^{-kt}} v^{-\frac{E}{k} - 1} e^{-v} dv = \\
&= -\frac{A}{k} F^{\frac{E}{k}} \left[\frac{(Fe^{-kt})^{\frac{E}{k}}}{-\frac{E}{k}} e^{-Fe^{-kt}} \Phi\left(1, 1 - \frac{E}{k}, Fe^{-kt}\right) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{kF^{-E/k}}{E} e^{-F} \Phi\left(1, 1 - \frac{E}{k}, F\right) \right] = \\
&= \frac{A}{E} \left[e^{Et - Fe^{-kt}} \Phi\left(1, 1 - \frac{E}{k}, Fe^{-kt}\right) - e^{-F} \Phi\left(1, 1 - \frac{E}{k}, F\right) \right]. \quad (17)
\end{aligned}$$

Здесь $\Phi(\alpha, \beta, z)$ — конфлюэнтная гипергеометрическая функция. Окончательный результат будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
U(x, t) &= U_1 + \frac{2}{\pi} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^s}{s} \left\{ U_0 - U_1 - \frac{A}{E} \left[e^{Et - Fe^{-kt}} \Phi \times \right. \right. \\
&\quad \times \left. \left. \left(1, 1 - \frac{E}{k}, Fe^{-kt}\right) - e^{-F} \Phi\left(1, 1 - \frac{E}{k}, F\right) \right] - \right. \\
&\quad - \frac{B}{E - k} \left[e^{(E-k)t - Fe^{-kt}} \Phi\left(1, 2 - \frac{E}{k}, Fe^{-kt}\right) - \right. \\
&\quad - \left. e^{-F} \Phi\left(1, 2 - \frac{E}{k}, F\right) \right] - \frac{c}{E - m} \left[e^{(E-m)t - Fe^{-kt}} \Phi \times \right. \\
&\quad \times \left. \left(1, 2 - \frac{E}{k}, Fe^{-kt}\right) - e^{-F} \Phi\left(1, 1 + \frac{m-E}{k}, F\right) \right] - \\
&\quad - \frac{D}{E - k - m} \left[e^{(E-k-m)t - Fe^{-kt}} \Phi\left(1, 2 + \frac{m-E}{k}, Fe^{-kt}\right) - \right. \\
&\quad - \left. e^{-F} \Phi\left(1, 2 + \frac{m-E}{k}, F\right) \right] \left. \right\} \exp[-Et + Fe^{-kt}] \sin s \frac{\pi}{2l} (x + l).
\end{aligned}$$

Таким образом, при точном решении поставленной задачи результат оказывается значительно сложнее того, который следует из известных приближенных методов.

Выражение (14) дает возможность осуществлять не только детерминированный анализ динамических свойств термодатчиков, но и вероятностный, так как входящие в него функции $h(t)$, $\theta(t)$ являются произвольными. Полученное решение позволяет также проверить точность уже известных результатов, основывающихся на приближенных методах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гордов А. Н. Температурное поле тел в условиях переменной температуры среды и меняющейся теплоотдачи. В сб.: «Исследования в области тепловых измерений и теории теплообмена». Труды ВНИИМ, вып. 35 (95), М., Стандартгиз, 1958.
2. Киселев К. А., Лазарев А. И. Температурное поле неограниченной пластины при переменном значении коэффициента теплоотдачи и переменной температуре внешней среды. ЖТФ, XXX, 1960.
3. Азизов А. М. Простейшие термодатчики в условиях произвольно меняющихся во времени температуры среды и коэффициента теплоотдачи. «Теплофизика высоких температур», 1967, № 4.
4. Азизов А. М. Термодатчики в условиях произвольно меняющихся во времени температуры среды и коэффициента теплоотдачи. В сб.: «Исследования в области температурных измерений». Труды метрологических институтов СССР, вып. 105 (165), М., Издательство стандартов, 1969.

Поступила в редакцию 26/XI 1973 г.

О пригодности средств измерений для работы в динамическом режиме с погрешностью, не превышающей заданную

Одним из важных вопросов, связанных с использованием средств измерений (СИ) в динамических режимах, является выбор СИ для измерений с погрешностью, не превышающей заданную. Этот вопрос формулируется следующим образом: задана предельно допускаемая погрешность динамических измерений, а также некоторый набор сведений о входном воздействии на СИ; необходимо указать, каковы должны быть динамические свойства СИ для того, чтобы динамическая погрешность измерений при данном входном воздействии в данных условиях не превосходила предельно допускаемой. Более узкая задача заключается в том, что требуется оценить пригодность СИ с известными динамическими свойствами для динамических измерений при заданном входном сигнале в данных условиях с погрешностью, не превышающей заданную. Заметим, что выбор СИ чаще всего основывается на решении задачи пригодности для тех СИ, которыми располагает экспериментатор, и поэтому в дальнейшем сконцентрируем внимание на этой задаче.

Остановимся на некоторых исходных понятиях. Под динамическими измерениями (измерениями в динамическом режиме) понимаем измерение физической величины в процессе ее изменения [1]. Погрешность динамических измерений

$$\Delta(t) = \frac{y(t)}{K_0} - x(t) + \Delta_{\text{отсч}}(t), \quad (1)$$

где $x(t)$ и $y(t)$ — входной и выходной сигналы СИ;

$\Delta_{\text{отсч}}(t)$ — погрешность отсчитывания значений выходного сигнала;

K_0 — коэффициент преобразования СИ.

Связь между $x(t)$ и $y(t)$ выражается дифференциальным уравнением

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \dots + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = b_m x^{(m)}(t) + b_{m-1} x^{(m-1)}(t) + \dots + b_1 x'(t) + b_0 x(t), \quad (2)$$

где $\frac{b_0}{a_0} = K_0$. Таким образом, в дальнейшем ограничиваемся СИ, представляющими собой линейные стационарные объекты.

В общем случае погрешность динамических измерений включает в себя ряд составляющих, из которых определяющей чаще всего будет погрешность, обусловленная ненулевыми значениями коэффициентов $a_1 \dots a_n$; $b_1 \dots b_n$ уравнения (2). Если речь идет о совокупности СИ определенного типа, то необходимо рассматривать номинальные коэффициенты для данного типа. Обусловленную этими коэффициентами погрешность можно назвать динамической погрешностью СИ данного типа. Поскольку погрешность динамических измерений представляет собой функцию времени, оперировать которой на практике затруднительно, ее характеризуют некоторым числом. Чаще всего используются следующие характеристики:

$$\Delta_C = \max_{t \in [0, T]} |\Delta(t)|; \quad (3)$$

$$\Delta_{L_2} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \Delta^2(t) dt}, \quad (4)$$

где T — время измерения.

Отметим, что характеристики динамической погрешности Δ_C и Δ_{L_2} , вводимые по формулам (3) и (4), представляют собой нормы функции $\Delta(t)$, рассматриваемой в качестве элемента пространства C непрерывных функций и пространства L_2 функций интегрируемых с квадратом [2]. Норма элемента $\Delta(t)$ любого функционального пространства обладает следующими свойствами [2]:

$$\left. \begin{aligned} \|\Delta(t)\| \geq 0, \quad \|\Delta(t)\| = 0, \text{ только если } \Delta(t) \equiv 0; \\ \|\beta \cdot \Delta(t)\| = |\beta| \cdot \|\Delta(t)\|, \quad \beta = \text{const}; \\ \|\Delta_1(t) + \Delta_2(t)\| \leq \|\Delta_1(t)\| + \|\Delta_2(t)\|. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Числовая характеристика динамических измерений погрешности $\Delta(t)$, отличная от вводимых по формулам (3) и (4), по-видимому, должна удовлетворять условиям (5), т. е. представлять собой норму в некотором функциональном пространстве. В дальнейшем под погрешностью динамических измерений будем понимать характеристики Δ_C или Δ_{L_2} . Возвращаясь к задаче пригодности, примем следующее допущение. Будем считать, что динамическая погрешность СИ превалирует над остальными составляющими погрешности динамических измерений. Тогда условие, которому должна удовлетворять погрешность динамических измерений, будет иметь вид

$$\Delta = \|\Delta(t)\| \approx \|\Delta_1(t)\| \leq \Delta_{\text{зад}}, \quad (6)$$

где $\Delta_1(t)$ — динамическая погрешность СИ;

$\Delta_{\text{зад}}$ — заданная предельная погрешность.

Решение задачи, полученное исходя из условия (6), справедливо и для случая, когда среди составляющих погрешности динамических измерений нет доминирующей, и каждая из них оценивается в отдельности. Пусть составляющие выражаются нормами соответствующих функций, а оценки для них получены в виде предельных значений. Тогда, используя третье свойство нормы, получим соотношение для нормы функции $\Delta(t)$, выражающей суммарную погрешность динамических измерений:

$$\Delta \leq \Delta_{1 \text{ пред}} + \Delta_{2 \text{ пред}} + \dots + \Delta_{l \text{ пред}} \quad (7)$$

где l — общее число составляющих.

Предположим, что оценки $\Delta_{2 \text{ пред}} - \Delta_{l \text{ пред}}$ известны. Тогда условие (6) преобразуется к виду

$$\Delta_1 \leq \tilde{\Delta}_{\text{зад}} = \Delta_{\text{зад}} - \sum_{i=2}^l \Delta_{i \text{ пред}} \quad (8)$$

В дальнейшем будем исходить из условия (8). Соотношение между входным и выходным сигналами СИ может быть представлено во временной области, кроме дифференциального уравнения (2), также интегральным соотношением

$$y(t) = \int_0^t g(t - \tau) x(\tau) d\tau \quad (9)$$

Запишем уравнения (2) и (9) в обобщенной форме как операторное уравнение

$$y = Bx, \quad (10)$$

где B — оператор СИ, который является дифференциальным (интегро-дифференциальным) в формуле (2) и интегральным оператором Вольтерра в формуле (9).

Задачу пригодности СИ можно теперь формализовать следующим образом: при известном входном сигнале $x(t)$ необходимо установить, удовлетворяет ли оператор B СИ (известный полностью или частично) неравенству

$$\left\| \frac{Bx}{K_0} - x \right\| \leq \Delta_{\text{зад}} \quad (11)$$

При известном полностью входном сигнале СИ задача пригодности теряет смысл, поэтому в дальнейшем будем считать известными характерные свойства сигнала (финитный, ограниченный, периодический и т. д.), а также числовые оценки этих свойств (длительность, максимальное значение, период и т. п.). Динамические свойства СИ могут быть представлены полными или неполными динамическими характеристиками.

Рассмотрим два варианта постановки и решения задачи пригодности СИ при разном объеме сведений о входном воздействии, а также различном задании его динамических свойств.

1. Случай периодического с периодом θ входного воздействия

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k \cdot \sin(k\omega t + \varphi_k), \quad (12)$$

где $\omega = \frac{2\pi}{\theta}$.

Предположим, что в спектральном разложении входного сигнала можно ограничиться N членами, причем самая высокая частота спектра $x(t)$ лежит в полосе пропускания СИ. Пусть свойства СИ представлены известным коэффициентом преобразования K_0 , а также заданными в диапазоне частот до Ω малыми предельными отклонениями амплитудно-частотной характеристики от прямой $A(\omega) = K_0$ и фазо-частотной характеристики от прямой $\Phi(\omega) = \frac{d}{\Omega} \omega$ ($d = \text{const}$), соответственно $\pm \delta A$ и $\pm \Delta \Phi$.

При этих условиях выходной сигнал СИ можно записать в виде

$$y(t) \approx K_0 \sum_{k=0}^N (1 \pm \delta A) c_k \sin\left(k\omega t + \varphi_k + \frac{d}{\Omega} k\omega \pm \Delta \Phi\right). \quad (13)$$

Линейная часть фазо-частотной характеристики $\frac{d}{\Omega} \omega$ приводит к постоянному сдвигу во времени выходного сигнала $y(t)$ на $\Delta t = \frac{d}{\Omega}$. Если постоянный сдвиг несуществен и динамическая погрешность понимается как разность совмещенных на оси t выходного и входного сигналов, то

$$\begin{aligned} \Delta_1(t) &\approx (1 \pm \delta A) \sum_{k=0}^N c_k \sin(k\omega t + \varphi_k \pm \Delta \Phi) - \sum_{k=0}^N c_k \sin(k\omega t + \varphi_k) = \\ &= (1 \pm \delta A) \sum_{k=0}^N c_k [\cos \Delta \Phi \cdot \sin(k\omega t + \varphi_k) \pm \sin \Delta \Phi \cos(k\omega t + \varphi_k)] - \\ &\quad - \sum_{k=0}^N c_k \sin(k\omega t + \varphi_k) = \\ &= \sqrt{[\cos \Delta \Phi (1 \pm \delta A) - 1]^2 + [(1 \pm \delta A) \sin \Delta \Phi]^2} \times \\ &\quad \times \sum_{k=0}^N c_k \sin(k\omega t + \varphi_k \pm \varepsilon), \end{aligned}$$

где $\varepsilon = \text{arctg} \frac{(1 \pm \delta A) \sin \Delta \Phi}{\cos \Delta \Phi (1 \pm \delta A) - 1}$.

При малых δA и $\Delta\Phi$, учитывая $\sin\Delta\Phi \approx \Delta\Phi$ и пренебрегая членами порядка $\delta A \cdot \Delta\Phi$, находим

$$\Delta_1(t) \approx \sqrt{(\delta A + \Delta\Phi)^2 + (\Delta\Phi)^2} \sum_{k=0}^N c_k \sin(k\omega t + \varphi_k \pm \tilde{\varepsilon}),$$

$$\tilde{\varepsilon} = \operatorname{arctg} \frac{\Delta\Phi}{\delta A \pm \Delta\Phi}.$$

Можно показать, что квадратическая норма погрешности

$$\Delta_{1L_2} = \sqrt{(\delta A \pm \Delta\Phi)^2 + (\Delta\Phi)^2} \sqrt{\frac{E_x}{\theta}}, \quad (14)$$

где E_x — энергия входного сигнала $x(t)$ за период θ .

Выбрав знак в формуле (14) так, чтобы увеличить погрешность, получим окончательно

$$\Delta_{1L_2} \leq \sqrt{(\delta A + \Delta\Phi)^2 + (\Delta\Phi)^2} \cdot \sqrt{\frac{E_x}{\theta}}. \quad (15)$$

Для чебышевской нормы оценка сверху будет

$$\Delta_{1C} \leq \sqrt{2[(\delta A + \Delta\Phi)^2 + (\Delta\Phi)^2]} \max |x(t)|. \quad (16)$$

Если отклонения частотных характеристик от номинальных значительны, то вместо формул (15), (16) будут справедливы выражения

$$\Delta_{1L_2} \leq \sqrt{3 + 2\delta A(1 + \cos\Delta\Phi) + 2\cos\Delta\Phi} \cdot \sqrt{\frac{E_x}{\theta}}, \quad (17)$$

$$\Delta_{1C} \leq \sqrt{2[3 + 2\delta A(1 + \cos\Delta\Phi) + 2\cos\Delta\Phi]} \max |x(t)|. \quad (18)$$

Задача приближенного оценивания динамической погрешности СИ при известной неравномерности его амплитудно-частотной характеристики решалась в работе [3]; однако фазо-частотная характеристика предполагалась линейной, что не может иметь места для минимально-фазового СИ, амплитудно-частотная характеристика которого неравномерна. Следовательно, полученные соотношения верны лишь для неминимально-фазовых СИ. Результаты же настоящей работы имеют общий характер.

2. Случай импульсного входного сигнала с длительностью τ

$$x = \begin{cases} x(t), & 0 \leq t \leq \tau, \\ 0, & t > \tau. \end{cases} \quad (19)$$

Пусть импульсная характеристика СИ $g(t)$ существенно отлична от нуля лишь на интервале $[0, T_g]$, причем «память» СИ T_g удовлетворяет соотношению

$$T_g \ll \tau. \quad (20)$$

Таким образом, рассматриваются точные динамические измерения, когда СИ слабо искажает входной сигнал. Выходной сигнал СИ равен

$$y(t) = \int_{t-T_g}^t g(t-\tau) x(\tau) d\tau. \quad (21)$$

Соотношение (20) позволяет считать закон изменения $x(t)$ на любом интервале длительностью T_g приближенно линейным, т. е.

$$x(\tau) \approx x(t) - x'(t)(t-\tau). \quad (22)$$

Подставляя выражение (22) в формулу (21), получим

$$y(t) = [x(t) - T_g x'(t)] h(T_g) + x'(t) \int_{t-T_g}^t h(t-\tau) d\tau. \quad (23)$$

Последний интеграл в выражении (23) можно оценить сверху величиной $T_g h(T_g)$, в результате чего имеем

$$y(t) \approx x(t) h(T_g). \quad (24)$$

Динамическая погрешность СИ

$$\Delta_1(t) = x(t) [h(T_g) - 1]. \quad (25)$$

Поскольку значение $h(T_g)$ неизвестно, оценим его следующим образом. Обозначим уровень, на котором определяется «память» СИ через γ . Заменяя реальную импульсную характеристику $g(t)$ экспоненциальной огибающей, получим

$$\gamma = \frac{1}{t_0} e^{-\frac{T_g}{t_0}}, \quad (26)$$

где t_0 — постоянная времени соответствующего СИ с экспоненциальной импульсной характеристикой. При этом переходная характеристика $h(t)$ также заменяется экспонентой, значение которой при $t=T_g$

$$h(T_g) = 1 - \gamma t_0.$$

В результате

$$\Delta_1(t) = -\gamma t_0 x(t).$$

Нормы погрешности равны

$$\Delta_{1C} = \gamma t_0 \max |x(t)|;$$

$$\Delta_{1L_2} = \gamma t_0 \sqrt{\frac{E_x}{\tau}},$$

где E_x — энергия входного импульса $x(t)$; t_0 — определяется из уравнения (26).

Если при вычислении интеграла в формуле (23) воспользоваться экспоненциальным приближением импульсной характеристики, то, учитывая соотношение (26), можно получить

$$\Delta_{1C} = \gamma t_0 \max |x(t)| + |\gamma t_0 T_g - t_0 + \gamma t_0^2| \max |x'(t)|, \quad (27)$$

$$\Delta_{1L_2} = \sqrt{\frac{1}{\gamma} [(\gamma t_0)^2 E_x + (\gamma t_0 T_g - t_0 + \gamma t_0^2) E_{x'}]}, \quad (28)$$

где E_x — энергия производной входного импульса.

Проиллюстрируем сказанное выше на примере оценки пригодности осциллографического гальванометра, описываемого дифференциальным уравнением второго порядка. Пусть необходимо записать кривую периодически изменяющейся силы тока с погрешностью, не превышающей 5% от максимального значения. Период повторения измеряемой величины $\theta = 40$ мс. Кроме того, известно, что гармониками выше пятой в исследуемом сигнале можно пренебречь. Требуется оценить, пригоден ли для записи указанной кривой осциллографический гальванометр М004/1 типа 0,3 с собственной частотой $f_0 = 300$ Гц и степенью успокоения $\alpha = 0,6-0,7$. Для этого воспользуемся формулой (16). При относительной частоте $\chi = \frac{125}{300} \approx 0,4$ относительная неравномерность амплитудно-частотной характеристики гальванометра равна $\delta A = 0,012$, а нелинейность фазо-частотной характеристики составляет $\Delta\Phi = 0,018$ рад [4]. Погрешность записи относительно максимального значения входного сигнала в соответствии с формулой (16) не превосходит

$$\delta = \frac{\Delta_{1C}}{\max |x(t)|} = 5\%.$$

Таким образом, гальванометр пригоден для записи кривой с погрешностью, не превышающей заданную. Полученные соотношения позволяют также оценить сверху погрешность, с которой может быть записана данная кривая. Пусть период повторения входного сигнала $\theta = 25$ мс. Новое значение относительной частоты $\chi = \frac{200}{300} \approx 0,67$, а предельные отклонения частотных характеристик $\delta A = 0,08$ и $\Delta\Phi = 0,075$ рад. При этом погрешность записи не превышает $\delta = 24\%$ относительно максимального значения сигнала.

Обычная методика выбора гальванометра предполагает оценивание амплитудной погрешности при записи каждой гармонической составляющей в отдельности [4]. Расчет суммарной погрешности записи несинусоидальной кривой при числе составляющих, большем трех, весьма затруднителен, особенно, когда максимальная частота спектра сигнала выходит за границы рабочей полосы частот гальванометра, т. е. если определяющими являются не амплитудные, а фазовые искажения. Поэтому при

необходимости записи несинусоидальной кривой возможны лишь качественные рекомендации, учитывающие отличие формы кривой от некоторых стандартных: прямоугольной, треугольной, трапециевидной [4]. Использование полученных соотношений позволяет более обоснованно и просто оценить пригодность гальванометра.

Выводы

Обсуждена постановка задачи пригодности СИ для динамических измерений с погрешностью, не превышающей заданную. Оценены динамические погрешности СИ при воздействии на него физической величины с периодическим и импульсным законом изменения. Найденные оценки позволяют решить задачу пригодности СИ. Необходимые сведения о входном воздействии зависят в частности от формы выражения погрешности. При задании предела для нормы функции, представляющей динамическую погрешность, решение задачи пригодности требует знания соответствующей нормы функции, описывающей входной сигнал СИ.

Полученные результаты проиллюстрированы на примере оценки пригодности осциллографического гальванометра для записи полигармонического сигнала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Агалецкий П. Н. Динамические измерения механических величин. В сб.: «Итоги науки и техники». Серия «Метрология и измерительная техника», т. 2, М., Изд. ВИНТИ, 1972, с. 7—29.
2. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. М., «Наука», 1972, 496 с.
3. Неуймин Я. Г. и др. Оценки динамической погрешности измерений. «Метрология», 1973, № 1.
4. Хертель В. и др. Светолучевые осциллографы. М.-Л., «Энергия», 1965, 411 с.

Поступила в редакцию 26/XI 1973 г.

Исследование обтекания пленочного измерительного преобразователя скорости

При измерении пленочным преобразователем скорости потока и ее пульсаций большое значение имеет характер обтекания преобразователя, и прежде всего режим течения в пограничном слое, образующемся на поверхности преобразователя. Чтобы не вносить дополнительных турбулентных возмущений, являющихся помехой при измерениях, течение должно быть ламинарным. В этом отношении пленочный преобразователь изучен недостаточно.

С целью изучения гидродинамических явлений, происходящих на термометрическом преобразователе, было исследовано обтекание моделей преобразователя конической и клиновидной формы (рис. 1, 2). По своим геометрическим размерам модели

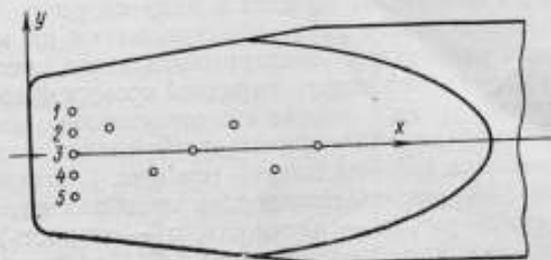


Рис. 1. Модель клинового преобразователя скорости.

в восемь раз превышали размеры натуральных преобразователей.

Специальные отверстия на поверхности моделей использовались для измерения давления и размещения в них термоанемометрических преобразователей поверхностного трения, заделаны

ваемых заподлицо с поверхностью. Интенсивность турбулентных пульсаций потока (отношение среднего квадратического значения пульсаций скорости к ее среднему значению) составляла 0,8%. Конструкция моделей и расположение отверстий схематически изображена на рис. 1 и 2.

При анализе теплообмена клинового преобразователя его поперечный размер обычно полагают бесконечно большим, что позволяет существенно облегчить задачу, считая ее двумерной.

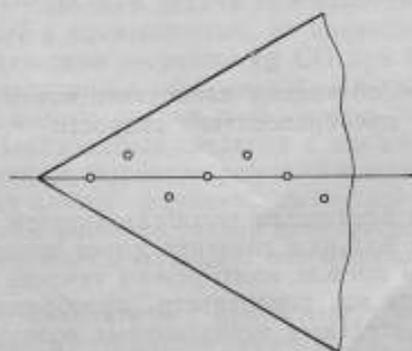


Рис. 2. Модель конусного преобразователя скорости.

В действительности размеры преобразователя конечны. С точки зрения гидродинамики это может привести к тому, что распределение скоростей вдоль пленки окажется неравномерным. Следует отметить, что когда речь идет о распределении скоростей около поверхности модели, имеется в виду скорость на внешней границе пограничного слоя, образующегося на модели. На рис. 3 и 4 даны результаты экспериментального исследования распределения давлений вдоль передней кромки преобразователя при различных углах поворота его относительно направления потока. Как видно, неравномерность распределения давления в месте расположения рабочей пленки (см. рис. 1, отверстия 2—4) не превышает 10% при углах поворота преобразователя до 10° . Ввиду того, что $p \sim \rho v^2$ (ρ — плотность, v — скорость), неравномерность поля скоростей не превышает 5%. При повороте преобразователя в плоскости пленки неравномерность распределения давления зависит от угла поворота, а при повороте в плоскости, перпендикулярной пленке, она изменяется значительно меньше. Таким образом, поток в районе расположения пленки для клинового преобразователя в первом приближении можно считать плоским.

Неравномерность поля давлений (и скоростей) вдоль направления потока обусловлена формой преобразователя. Так как преобразователь расширяется вдоль потока, давление должно

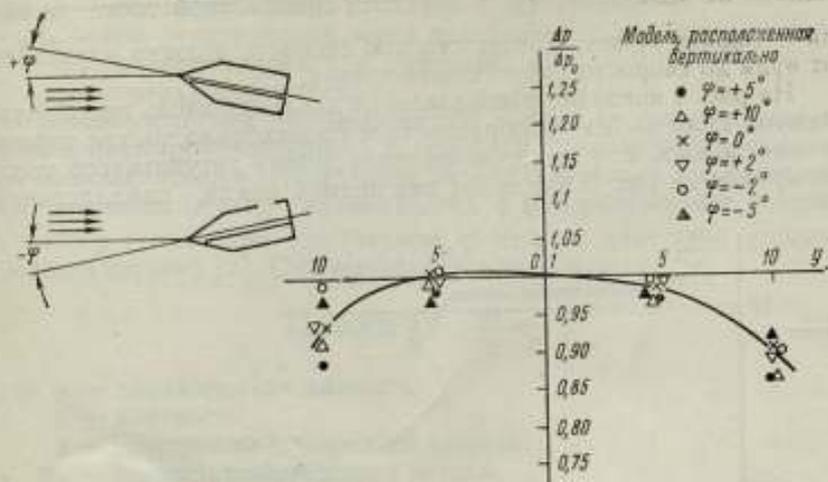


Рис. 3. Распределение давления поперек клина при вертикальном расположении модели.

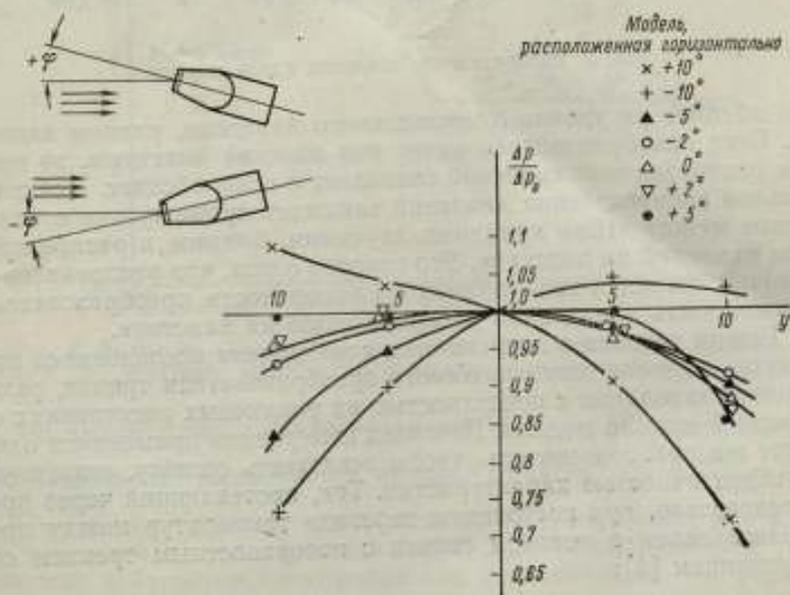


Рис. 4. Распределение давления поперек клина при горизонтальном расположении модели.

падать от величины $\frac{\rho v^2}{2}$ в передней критической точке до нуля — вдали от нее. Соответственно скорость должна нарастать от нуля до скорости набегающего потока.

На рис. 5 показано распределение давления вдоль преобразователя. Если бы на преобразователе происходило полное торможение потока, т. е. если бы он имел форму затупленного тела, то кривая на рис. 5 имела бы вид прямой линии, параллельной

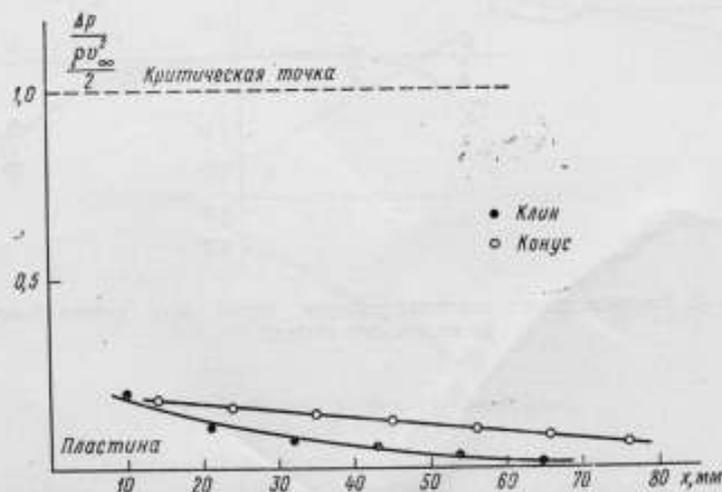


Рис. 5. Распределение давления вдоль модели.

оси абсцисс на уровне относительного давления, равном единице. Если преобразователь имеет вид плоской пластины, то кривая распределения давлений совпадает с осью абсцисс. Действительное распределение давлений занимает промежуточное положение между этими крайними случаями, близкое к распределению давлений на пластине. Это говорит о том, что распределение величин трения и теплообмена на поверхности преобразователя должно быть аналогично распределению на пластине.

Режим течения в пограничном слое модели исследовался при помощи термоанемометрического преобразователя трения, заделанного заподлицо с поверхностью на различных расстояниях от передней кромки модели. При всех измерениях применялся один и тот же преобразователь, чтобы исключить ошибку, связанную с неидентичностью характеристик. Ток, протекающий через преобразователь, при постоянном перепаде температур между преобразователем и потоком связан с поверхностным трением соотношением [1]:

$$(I^2 - I_0^2)^3 \approx \tau, \quad (1)$$

где I — ток, протекающий через преобразователь;

I_0 — ток, протекающий через преобразователь при нулевой скорости потока, т. е. при $\tau=0$;

τ — поверхностное трение.

Применяющийся преобразователь трения не был проградуирован, поэтому коэффициент пропорциональности в (1) оставался неопределенным. Полученное экспериментально распределение величины $(I^2 - I_0^2)^2$ сравнивалось с распределением поверхностного трения при ламинарном обтекании пластины, которое хорошо изучено [2]. Оно вычислялось по формуле

$$\tau = 0,332 \sqrt{\frac{\mu \rho}{x} v_\infty^3}, \quad (2)$$

где μ — динамическая вязкость;

ρ — плотность;

x — расстояние от передней кромки;

v_∞ — скорость набегающего потока.

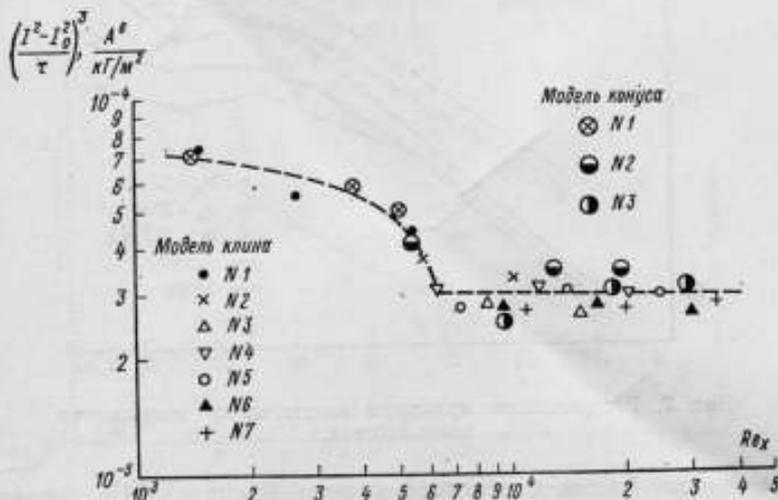


Рис. 6. Выходной сигнал термоанемометра, подключенного к преобразователю, заделанному заподлицо с поверхностью.

Из анализа результатов сравнения (см. рис. 6) следует, что соотношение (2) выполняется, начиная от чисел. $Re = \frac{v_\infty x}{\nu} = 7 \times 10^3$ до наибольших из исследованных чисел Re как для клина, так и для конуса. При меньших числах Re наблюдается превышение действительного трения над рассчитанным по формуле (2). Это отклонение объясняется тем, что в точках, прилегающих к передней кромке, равенство (2) перестает выполняться.

В этой области течение носит ускоренный характер, что приводит к уменьшению толщины пограничного слоя и увеличению трения. Точку $Re = 7 \cdot 10^3$ можно считать границей перехода от ускоренного течения к течению, подобному течению около пластины. Заметим, что такие измерения проведены впервые. До сих пор исследовалось распределение τ при $Re > 10^4$, но предполагалось, что начиная с некоторых Re равенство (2) должно терять силу, при этом его численное значение неизвестно.

Таким образом, течение в пограничном слое преобразователя в исследованном диапазоне чисел Re носит ламинарный характер, что исключает появление паразитного сигнала, вызываемого турбулизацией пограничного слоя. Для получения большей чувствительности преобразователя пленку помещать по

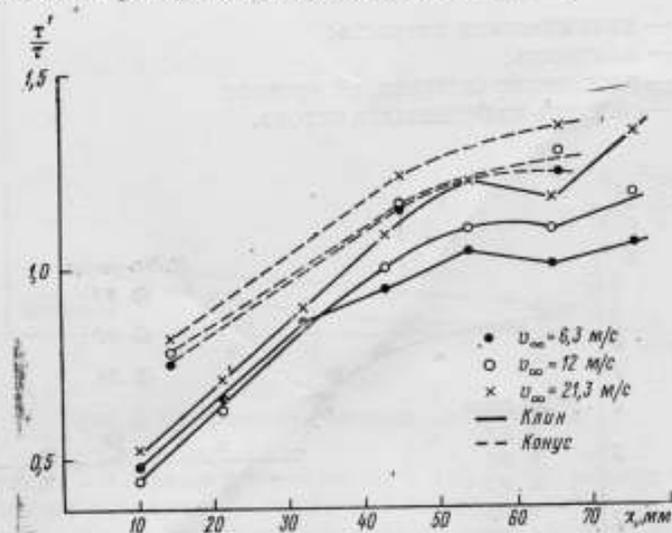


Рис. 7. Распределение пульсаций касательного напряжения вдоль модели.

возможности ближе к передней кромке (см. рис. 6 и уравнение (2)).

Вычислим интенсивность пульсаций поверхностного трения, исходя из пульсаций тока

$$\frac{\tau'}{\tau} = \frac{6 i I}{I^2 - I_0^2}, \quad (3)$$

где τ' — среднее квадратическое значение пульсации трения;
 i — среднее квадратическое значение пульсации тока, протекающего через преобразователь.

Распределение интенсивностей при разных скоростях и расстояниях от передней кромки дано на рис. 7. При удалении от

передней кромки интенсивности для клина и конуса нарастают по-разному. Обработка этих распределений в координатах $\frac{\tau'}{\tau} = f(\text{Re})$ не дала положительного результата — кривые еще больше разошлись.

Из уравнений (3) и (1) можно оценить пульсации трения

$$\tau' \approx \frac{\tau}{\tau} (I^2 - I_0^2)^3. \quad (4)$$

Коэффициент пропорциональности в выражении (4) остается не определенным. На рис. 8 представлена в безразмерном виде пульсация трения, найденная по (4), исходя из экспериментально определенных величин τ'/τ и $(I^2 - I_0^2)^3$. Кривые для конуса и клина несколько расходятся, данные концентрируются около соответствующих кривых, которые, как можно предположить, имеют универсальный характер. Следовательно, безразмерная пульсация трения является функцией только Re .

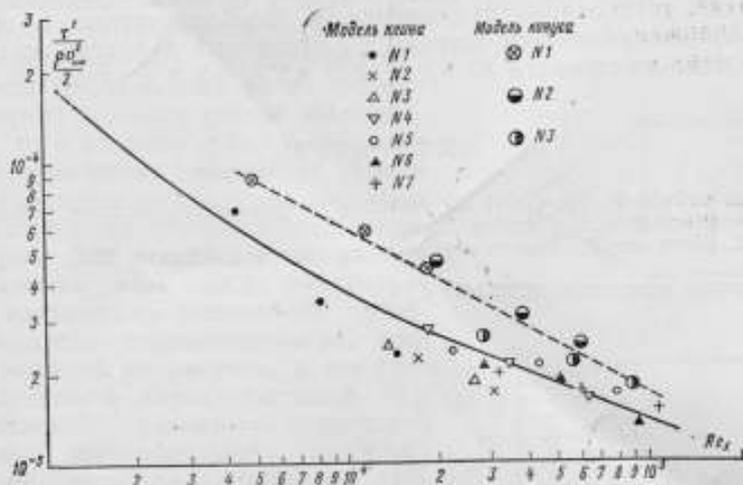


Рис. 8. Обработка распределения касательных напряжений.

При сравнении рис. 7 и 8 видна интересная особенность пульсаций на модели преобразователя: в то время как относительное значение пульсаций растет по длине, абсолютное их значение убывает. При работе с натурным преобразователем по показаниям прибора определяется относительная интенсивность пульсаций скорости; абсолютная величина пульсаций определяется как произведение относительной интенсивности на среднее значение скорости, и поэтому измеренное значение относительной и абсолютной пульсаций будет возрастать при удалении от головной части преобразователя.

Проведенное исследование позволяет дать следующее объяснение механизма обтекания преобразователя турбулентным потоком. При набегании турбулентного потока на преобразователь на нем образуется пограничный слой, имеющий осредненные характеристики, такие же как у обычного ламинарного пограничного слоя, образующегося при набегании потока без пульсаций. Пульсации набегающего потока передаются пограничному слою и затухают по мере развития ламинарного пограничного слоя вдоль преобразователя. Пульсации трения затухают медленнее, чем уменьшается трение по длине, поэтому относительное значение пульсаций трения нарастает. Это справедливо до тех пор, пока пограничный слой остается ламинарным. При больших числах Re он становится турбулентным, и пульсации в нем будут обусловлены в основном процессами, происходящими в пограничном слое, а не набегающим потоком. Чувствительный элемент для измерения пульсаций в такой зоне устанавливать нельзя.

На основании предельного числа $Re=4 \cdot 10^4$, полученного в опытах, установлено, что течение на преобразователе в месте расположения пленки сохраняет ламинарный характер по крайней мере до скорости 40 м/с в воде и 270 м/с в воздухе.

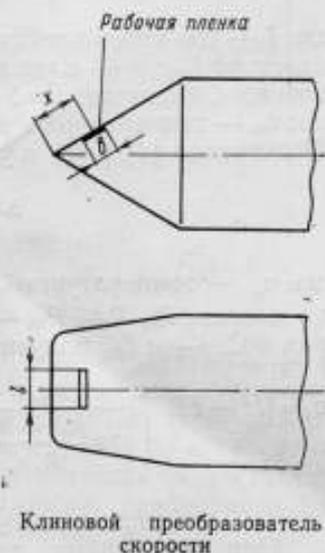
ЛИТЕРАТУРА

1. Ludwig H. Ein Gerät zur Messung der Wandschubspannung turbulenter Reibungsschichten. „Ing. Archiv“, 1949, XVII.
2. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М., «Наука», 1969.

Поступила в редакцию 26/XI 1973 г.

Влияние точности изготовления пленочных преобразователей скорости на разброс их градуировочных характеристик

Для удобства эксплуатации термоанемометров необходима взаимозаменяемость их измерительных преобразователей. Поскольку ход градуировочной кривой измерительного преобразователя зависит от большого числа геометрических и электрических параметров, то в процессе конструирования и производства возникает задача оценки предельно допустимого технологического разброса этих параметров. Для решения этой задачи установим связь между параметрами платинового пленочного преобразователя термоанемометра, изображенного на рисунке, и его градуировочной характеристикой. Номинальные размеры платиновой пленки разработанного авторами термоанемометра составляли: длина $l=1,1$ мм, ширина $b=0,2$ мм, расстояние пленки от кромки клина $x=1,8$ мм. Теплообмен пленки может быть описан выражением [1]



Клиновой преобразователь скорости

$$Nu = Nu_0 + 0,807 \left(\frac{b^3}{\mu a} \right)^{1/3} \tau_{пл}^{1/3}, \quad (1)$$

где $Nu = \frac{\alpha b}{\lambda}$; α — коэффициент конвективной теплоотдачи; λ — коэффициент теплопроводности жидкости; μ — динамическая вязкость жидкости; a — коэффициент температуропроводности жидкости; $\tau_{пл}$ — касательное напряжение на поверхности пленки.

Поскольку угол раствора клина невелик, градиентом давления в потоке при обтекании можно пренебречь и оценить $\tau_{пл}$ из соотношения, полученного для обтекания пластины [2]

$$\frac{\tau_{пл}}{\frac{1}{2} \rho v^2} = \frac{0,664}{\sqrt{\frac{vx}{\nu}}}, \quad (2)$$

где v — скорость набегающего потока; ν — коэффициент кинематической вязкости жидкости; ρ — плотность жидкости. Подставляя (2) в (1), будем иметь

$$Nu = Nu_0 + 0,56 (Pr)^{1/3} \left(\frac{vb}{\nu}\right)^{1/2} \left(\frac{b}{x}\right)^{1/6}. \quad (3)$$

Зависимость между теплоотдачей пленки и протекающим через нее электрическим током находим из уравнения теплового баланса

$$I^2 R_{пл} = \alpha F \Delta t, \quad (4)$$

где I — ток через пленку; $R_{пл}$ — сопротивление пленки при температуре $t_{пл}$; F — площадь пленки; Δt — разность температур пленки и жидкости; $F = b \cdot l$; $\Delta t = t_{пл} - t_{ж}$; $t_{пл}$ — температура пленки; $t_{ж}$ — температура жидкости.

Подставляя (4) в (3) и учитывая, что

$$\Delta t = \frac{R_{пл} - R_{ж}}{R_0 \alpha_p}, \quad (5)$$

где α_p — температурный коэффициент сопротивления материала пленки; R_0 , $R_{пл}$, $R_{ж}$ — сопротивление пленки при температурах 0°C , $t_{пл}$ и $t_{ж}$, получим

$$v = (I^2 - I_0^2) \left(\frac{R_{пл}}{\lambda l \frac{R_{пл} - R_{ж}}{R_0 \alpha_p}} \right)^2 \left(1,79 Pr^{-\frac{1}{3}} b^{-\frac{2}{3}} \sqrt{1/2} x^{1/6} \right)^2, \quad (6)$$

где I_0 — ток через пленку при $v=0$.

При постоянных значениях параметров преобразователя (α_p , l , b , x , R_0) и жидкости (Pr , ν , λ) уравнение (6) является его градуировочной характеристикой $v=f(I)$. Очевидно, изменение любого из параметров преобразователя или жидкости приведет к изменению градуировочной характеристики. Примем следующие условия: 1) параметры жидкости постоянные; 2) параметры пленки R_0 , l , b , α_p , x — независимые нормально распределенные случайные величины; 3) область возможных отклонений параметров пленки от номинальных значений составляет $\pm 10\%$ и

функция $v = f(I, I_0, R_0, l, b, \alpha_p, x)$ в этой области близка к линейной; 4) коэффициент перегрева $k_{\Delta t} = \frac{R_{пл} - R_{ж}}{R_0}$ постоянный.

Определим среднюю квадратическую относительную погрешность измерения скорости, вызванную разбросом градуировочных характеристик преобразователей вследствие изменений их параметров

$$\frac{\sigma_v}{v} = \sqrt{\left(\frac{\partial v}{\partial R_{пл}} \cdot \frac{\sigma_{R_{пл}}}{v}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial I} \cdot \frac{\sigma_I}{v}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial \alpha_p} \cdot \frac{\sigma_{\alpha_p}}{v}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial b} \cdot \frac{\sigma_b}{v}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \cdot \frac{\sigma_x}{v}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{4 \left(\frac{\sigma_{R_{пл}}}{R_{пл}}\right)^2 + 4 \left(\frac{\sigma_I}{I}\right)^2 + 4 \left(\frac{\sigma_{\alpha_p}}{\alpha_p}\right)^2 + \frac{16}{9} \left(\frac{\sigma_b}{b}\right)^2 + \frac{1}{9} \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2}, \quad (7)$$

где $\sigma_{R_{пл}}$, σ_I , σ_{α_p} , σ_b , σ_x — средние квадратические отклонения соответствующих параметров преобразователей от их номинальных значений.

Численные значения отклонений иллюстрируем данными измерений для одной из изготовленных партий (40 шт.) преобразователей скорости:

$$\frac{\sigma_{R_{пл}}}{R_{пл}} \cdot 100 = 2,5\%; \quad \frac{\sigma_I}{I} \cdot 100 = 5,4\%; \quad \frac{\sigma_b}{b} \cdot 100 = 5,2\%;$$

$$\frac{\sigma_{\alpha_p}}{\alpha_p} \cdot 100 = 2\%; \quad \frac{\sigma_x}{x} \cdot 100 = 6\%.$$

Подставив эти данные в (7), получим $\frac{\sigma_v}{v} = 15\%$.

При оценке погрешности принимаем, что термоанемометру с комплектом преобразователей приписывается одна (средняя) градуировочная кривая. Обработка результатов градуировки двух партий преобразователей скорости (по 50 и 40 шт.) дала среднюю квадратическую погрешность измерения скорости (18 и 19,5% соответственно) вследствие разброса градуировочных характеристик относительно средней. Близость расчетных и экспериментальных значений погрешности скорости подтверждает справедливость соотношения (3) и полученного из него уравнения (6) для клиновых преобразователей скорости данных размеров и формы. Необходимо отметить, что путем комплектования преобразователей в группы погрешность может быть уменьшена до 6—8% за счет индивидуального определения коэффициента перегрева.

При подстановке указанных выше отклонений параметров преобразователей в выражение (7) становится очевидным, что

наиболее существенное влияние на среднюю квадратическую погрешность скорости для преобразователей данной конструкции и технологии изготовления оказывают

$$\frac{\sigma_l}{l}, \frac{\sigma_b}{b}, \frac{\sigma_{R_{пл}}}{R_{пл}}$$

Следовательно, для улучшения метрологических характеристик преобразователей необходимо в первую очередь уменьшить технологический разброс длины l , ширины b и сопротивления $R_{пл}$ пленки. Расстояние x от кромки клина до пленки влияет на градуировочную характеристику по средней скорости значительно меньше (коэффициент $1/9$ в подкоренном выражении (7)) и должно выбираться, в основном, исходя из условий безотрыв-

ности течения. Если принять $\frac{\sigma_l}{l} = \frac{\sigma_b}{b} = \frac{\sigma_{R_{пл}}}{R_{пл}} = 1\%$ (что вполне осуществимо), то при указанных выше отклонениях α^2 и x получим $\frac{\sigma_v}{v} = 6\%$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ludwig H. Ein Gerät zur Messung der Wandschubspannung turbulenter Reibungsschichten. „Ing. Archiv.“, 1949, В. XVII.
2. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М., «Наука», 1969.

Поступила в редакцию 26/XI 1973 г.

Разрешающая способность пленочного преобразователя
скорости

При измерении турбулентных пульсаций происходит осреднение измеряемой величины по приемной поверхности преобразователя. Разрешающая способность характеризует влияние этого осреднения на результаты измерения. При определении разрешающей способности преобразователя скорости обычно предполагается, что приемная поверхность представляет собой отрезок прямой линии, т. е. не учитываются поперечные размеры преобразователя [1]. Такое предположение оправдано для проволочных преобразователей, для которых отношение продольного размера к поперечному составляет несколько сотен, и менее очевидно для пленочных преобразователей, где это отношение составляет единицы.

Ниже приведен расчет осреднения по преобразователю, имеющему конечные поперечные размеры.

Мгновенные значения пульсации u_m скорости, регистрируемой преобразователем, соответствуют среднему по приемной поверхности значению истинной пульсации скорости

$$u_m = \frac{1}{l_1 l_2} \int_0^{l_1} \int_0^{l_2} u(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \quad (1)$$

где x_1 — координата, отсчитываемая вдоль потока (поперек преобразователя);

x_2 — координата, отсчитываемая поперек потока (вдоль преобразователя);

l_1, l_2 — ширина и длина преобразователя.

Расположение преобразователя относительно потока и системы координат представлены на рисунке. Из выражения (1) находим отношение дисперсий измеренного и истинного значений пульсаций скорости

$$\frac{\overline{u_m^2}}{u^2} = \frac{1}{l_1^2 l_2^2} \int_0^{l_1} \int_0^{l_1} \int_0^{l_2} \int_0^{l_2} R(x_1 - x_1'; x_2 - x_2') dx_1 dx_1' dx_2 dx_2', \quad (2)$$

где $R = \frac{\overline{u(x_1, x_2)u(x_1', x_2')}}{\overline{u^2}}$

(здесь черта сверху обозначает осреднение по времени). Для дальнейшего расчета задаем корреляционную функцию R . Предполагаем турбулентность изотропной, при этом R принимает вид [2]

$$R(r) = \frac{1}{r^2} (f - g) r_1^2 + g, \quad (3)$$

где

$$r_1 = x_1 - x_1';$$

$$r = \sqrt{(x_1 - x_1')^2 + (x_2 - x_2')^2};$$

f и g — функции, зависящие только от r .

При малых размерах преобразователя функции f и g могут быть представлены в виде [2].

$$g = 1 - \frac{r^2}{\lambda_d^2}; \quad f = 1 - \frac{r^2}{2\lambda_d^2}. \quad (4)$$

Величина λ_d называется микромасштабом турбулентности и соответствует размерам наименьших турбулентных вихрей. Подставляя выражения (4) в (2), после вычислений получаем

$$\frac{\overline{u_m^2}}{u^2} = 1 - \frac{6}{6\lambda_d^2} \left(l_2^2 + \frac{l_1^2}{2} \right). \quad (5)$$

При $l_1=0$ будем иметь соотношение для проволочного преобразователя [2].

Таким образом, ширина преобразователя влияет на осреднение меньше, чем длина. Как это видно из (4), поперек преобразователя корреляционная функция спадает медленнее, чем вдоль него. Для обычно применяемых преобразователей скорости типичным является значение $\frac{l_2}{l_1} = 5$. При этом, как следует из (5), неучет поперечного размера приводит к ошибке определения искажающего воздействия преобразователя на результаты измерения в 2%. Такой ошибкой можно пренебречь.

Если размеры преобразователя велики по сравнению с мас-

штабом корреляция турбулентных пульсаций, корреляционная функция может быть представлена в виде

$$R(r) = \delta(x_1 - x'_1; x_2 - x'_2) S, \quad (6)$$

где $S = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} R(r_1; r_2) dr_1 dr_2;$

δ — дельта-функция.

Величина S характеризует площадь поверхности в плоскости преобразователя, на которой пульсации коррелированы. Подставив (6) в (2), получим

$$\frac{\overline{u_m^2}}{\overline{u^2}} = \frac{S}{l_1^2 l_2^2} \int_0^{l_1} \int_0^{l_1} \int_0^{l_2} \int_0^{l_2} \delta(x_1 - x'_1; x_2 - x'_2) dx_1 dx'_1 dx_2 dx'_2 \quad (7)$$

Наличие в этом выражении δ -функции позволяет легко вычислить интеграл. Покажем это на примере интегрирования по переменной x_1 :

$$\begin{aligned} \int_0^{l_1} \int_0^{l_1} \delta(x_1 - x'_1; x_2 - x'_2) dx_1 dx'_1 &= \int_0^{l_1} \left[\int_0^{x_1} \delta(x_1 - x'_1; x_2 - x'_2) dx'_1 + \right. \\ &+ \left. \int_{x_1}^{l_1} \delta(x_1 - x'_1; x_2 - x'_2) \right] dx_1 = 2\delta(x_2 - x'_2) \int_0^{l_1} dx_1 = 2l_1 \delta(x_2 - x'_2). \end{aligned} \quad (8)$$

Подставляя (8) и аналогичное ему выражение после интегрирования по x_2 в (7), будем иметь

$$\frac{\overline{u_m^2}}{\overline{u^2}} = \frac{4S}{l_1 l_2}. \quad (9)$$

Из (9) следует, что при большом размере преобразователя (или мелкомасштабной турбулентности) осреднение по его поверхности приводит к занижению измеренного значения скорости во столько же раз, во сколько его площадь больше площади корреляции пульсаций.

Для вычислений по формулам (5) и (9) необходимы характеристики турбулентности λ_d и L . При измерении $\overline{u^2}$ они, как правило, неизвестны, так как для их измерения требуется более сложная аппаратура, чем для измерения дисперсии. Для измерения $\overline{u^2}$ достаточно иметь преобразователь, термоанемометр и вольтметр эффективных значений. Для определения λ_d или L измеряют корреляционную функцию; для этого требуется два преобразователя, два термоанемометра и коррелятор. Кроме того, необходима система для установки преобразователей на определенном расстоянии друг от друга. Найденные таким образом λ_d

и L будут также искажены влиянием осреднения по поверхности преобразователя. Теоретически эти величины могут быть оценены весьма приблизительно исходя из статистической теории турбулентности.

Таким образом, точность определения погрешности

$$\delta = \frac{\overline{u_m^2} - \bar{u}^2}{\bar{u}^2}$$

по (2) не может быть высокой. Эта оценка дает только порядок величины погрешности. По ней также могут быть определены максимально допустимые размеры преобразователя. Вводить поправку в результаты измерений по этой формуле не следует. Соотношение (9) позволяет оценить занижение сигнала в том случае, если приходится проводить измерения с очень большим преобразователем. При этом термоанемометр перестает быть измерительным прибором, а становится индикатором.

ЛИТЕРАТУРА

1. Frienkel F. N. Effects of wire leght in turbulence invecigations with a hot wire anemometer. „Aero. Quart.“, 1954, v. V, p. 1, pp. 1331—1335.
2. Хинце И. С. Турбулентность М., Физматгиз, 1963, с. 680.

Поступила в редакцию 26/XI 1973 г.

Экспериментальное определение динамических характеристик пленочных термодатчиков

Одной из характеристик термодатчика, описывающей его поведение в нестационарных режимах, является передаточная функция. Коэффициенты передаточной функции обычно определяются путем последовательного логарифмирования экспериментальной кривой переходного процесса, снятого при ступенчатом изменении величины входного воздействия. Этот метод основан на предположении, что переходная функция термодатчика может быть представлена в виде экспоненциального ряда

$$h(\tau) = 1 - \sum_{i=1}^n D_i e^{-\frac{\tau}{\tau_i}} \quad (1)$$

Соотношение (1) применимо для большинства термодатчиков (погружения) [1]. Однако метод последовательного логарифмирования кривой переходного процесса непригоден для пленочных термодатчиков, имеющих свои специфические особенности, обусловленные теплоотводом от нагретой металлической пленки к подложке.

Как показали исследования [2], переходная функция пленочных термодатчиков, представляющих собой тонкую (~ 1 мкм) металлическую пленку, нанесенную на подложку из изоляционного материала, может быть найдена из решения уравнения теплопроводности для математической модели полуограниченного тела при граничном условии 3-го рода на поверхности

$$h(\tau) = 1 - e^{-\frac{\tau}{N}} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{\tau}{N}} \quad (2)$$

Параметр N , входящий в (2), описывает переходный процесс в пленочном термодатчике аналогично тому, как показатель

тепловой инерции ϵ характеризует инерционность термодатчиков погружения (термометров сопротивления, термопар).

Переходный процесс, соответствующий соотношению (2), представлен на рис. 1; там же для сравнения пунктиром изображена кривая переходного процесса проволочного термодатчика. Кривая переходного процесса пленочного термодатчика характеризуется более крутым ростом в начальные моменты времени и очень медленным подходом к асимптотическому значению. Если в случае проволочного термодатчика переходный

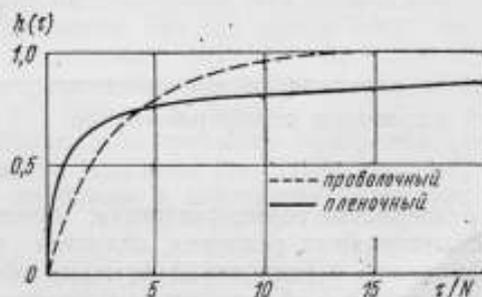


Рис. 1. Переходные процессы пленочного и проволочного термодатчиков.

процесс заканчивается (с точностью до 5%) в течение времени 4—5 ϵ , то в случае пленочного термодатчика для этого необходимо время, равное 200—250 N .

Передаточная функция пленочного термодатчика и соответствующие ей амплитудно- (АЧХ) и фазо-частотные (ФЧХ) характеристики имеют вид:

$$W(s) = \frac{1}{1 + \sqrt{N} \sqrt{s}}; \quad (3)$$

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \sqrt{2\omega N + \omega N}}}; \quad (4)$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \left(- \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{2}{\omega N}}} \right). \quad (5)$$

Параметр тепловой инерции N , входящий в выражения (2)—(5), зависит от размеров термодатчика и теплофизических свойств материала подложки, от интенсивности теплообмена на его поверхности, а также от выделяемой в термодатчике электрической мощности и может быть найден по кривой переходного процесса при ступенчатом изменении входного воздействия.

Для определения N необходимо из точек кривой переходного процесса с ординатами 0,57; 0,66; 0,72; 0,74; и 0,77 опустить перпендикуляры на ось абсцисс. При этом, если выполняется уравнение (2), то абсциссы точек пересечения будут соответственно равны N , $2N$, $3N$, $4N$ и $5N$, а длина каждого из отрезков, отсекаемых на оси абсцисс, равна N . Ниже приведены значения, рассчитанные по соотношению (2):

$h(\tau)$	0,57	0,66	0,72	0,74	0,77	0,80	0,83	0,88
τ	N	$2N$	$3N$	$4N$	$5N$	$7N$	$10N$	$15N$

Начальный участок кривой переходного процесса, как правило, несколько искажен инерционностью регистрирующей аппаратуры, а также недостаточной крутизной фронта входного воздействия. На конечном же участке кривой погрешность обработки из-за медленного изменения величины входного сигнала возрастает. Поэтому для определения параметра N рекомендуется брать его среднее арифметическое значение на участке кривой с ординатами 0,57—0,83.

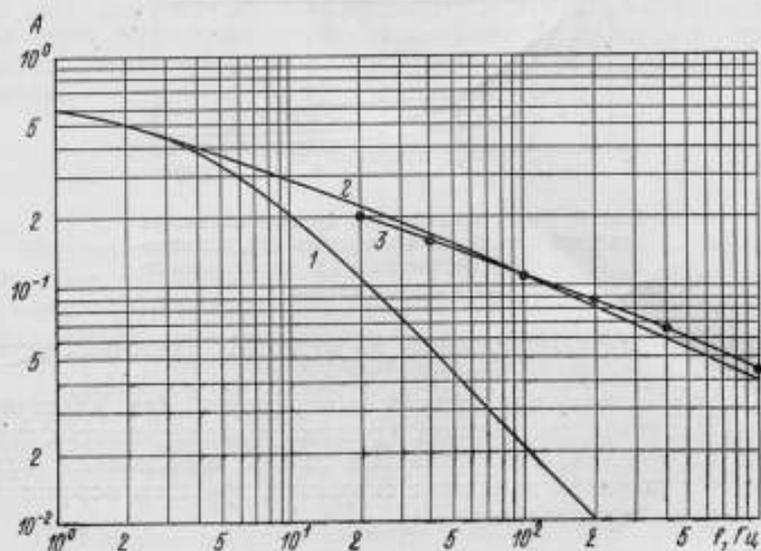


Рис. 2. Амплитудно-частотная характеристика клинового термоприемника в воздушном потоке, полученная различными способами.

На рис. 2, иллюстрирующем преимущества предлагаемой методики определения N , представлены АЧХ клинового термоприемника в воздушном потоке при скорости 6 м/с, полученные

при обработке экспериментальной кривой переходного процесса различными методами. Исходная кривая переходного процесса получена при ступенчатом изменении тока, протекающего через термоприемник. Кривая 1 (см. рис. 2) построена путем обработки кривой переходного процесса методом последовательного логарифмирования (разложение на три экспоненты), кривая 2 рассчитана по уравнению (4) при значении параметра тепловой инерции 0,10 с, найденном по изложенной методике. На этом же рисунке изображена АЧХ исследуемого термоприемника, полученная экспериментально (кривая 3). Как видно, метод последовательного логарифмирования применим только в области низких частот. Хорошее совпадение получаем в результате обработки кривой переходного процесса путем нахождения параметра тепловой инерции N .

Так как значение этого параметра зависит от скорости потока, то необходимо экспериментально определить характеристическую кривую зависимости $N=f(v)$. На рис. 3 представлены та-

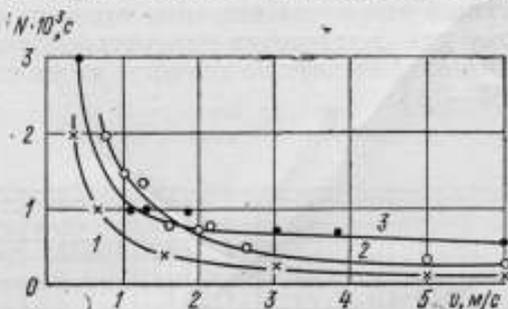


Рис. 3. Характеристические кривые параметра тепловой инерции для конусного (1), клиновидного (2) и полусферического (3) термоприемников в водном потоке.

кие кривые для разработанных во ВНИИМ пленочных термоприемников различной конструкции.

С целью сокращения времени эксперимента для пленочных термоприемников, работающих в режиме термоанемометра, предложен расчетно-экспериментальный способ определения параметра N в широком диапазоне скоростей; при этом использованы следующие уравнения:

$$\sqrt{N} = \frac{(1 + a_n) F \sqrt{\lambda c \gamma}}{\beta R_0 (A + B \sqrt{v})}, \quad (6)$$

где $a_n = \frac{R_d - R_{cp}}{R_{cp}}$ — коэффициент перегрева термоприемника;

R_0, R_{cp}, R_d — сопротивление термоприемника соответственно при

0°С, при температуре потока и в рабочем состоянии; β — температурный коэффициент сопротивления; λ, c, γ — теплофизические характеристики материала подложки; F — площадь чувствительного элемента термоприемника; A, B — коэффициенты в уравнении градуировочной кривой термоприемника $I^2 = \frac{a_n}{1 + a_n} (A + B\sqrt{v})$; I — ток, протекающий через термоприемник или

$$\sqrt{N} (A + B\sqrt{v}) = P, \quad (6a)$$

где

$$P = \frac{(1 + a_n) F \sqrt{\lambda c \gamma}}{\beta R_0}. \quad (7)$$

Значение P для конкретного термоприемника, работающего с определенным коэффициентом перегрева a_n , постоянно и может быть рассчитано по (7). Однако точные значения теплофизических коэффициентов, входящих в (7), неизвестны. Зная параметр N_1 при скорости потока v_1 , целесообразнее определять P из (6a). Значения же коэффициентов A и B для термоанемометрических термоприемников определяются в процессе их градуировки. Тогда параметр тепловой инерции при любой скорости потока

$$N = \frac{P^2}{(A + B\sqrt{v})^2}. \quad (8)$$

Экспериментальная проверка соотношений (7) и (8) производилась для термоанемометров в водном потоке при скорости 0,4—6,0 м/с. Характеристические кривые $N=f(v)$ для пленочных термоприемников, имеющих форму конуса (кривая 1), клина (кривая 2) и полусферы (кривая 3) представлены на рис. 3.

Диаметр подложки для всех типов термоприемников одинаков и равен 8 мм. Расчет P , произведенный в соответствии с (6a), показывает, что относительная погрешность его определения не превышает 4%, а относительная погрешность определения параметра N [см. уравнение (8)] — не более 8%.

При необходимости параметр N может быть определен по экспериментально найденным частотным характеристикам пленочных термоприемников. Амплитудно-частотная характеристика может быть экспериментально определена по схеме, описанной в работе [3]. Исследуемый термоприемник нагревается до заданной температуры постоянным током, а затем на него подается синусоидально изменяющийся ток с амплитудой, состав-

ляющей несколько процентов от величины постоянного тока. Напряжение на выходе схемы, соответствующее различной частоте переменного тока, дает искомую АЧХ. В качестве примера на рис. 4—6 представлены АЧХ клиновидного, конусного и полусферического термоприемников при скорости водного потока от 0 до 15 м/с.

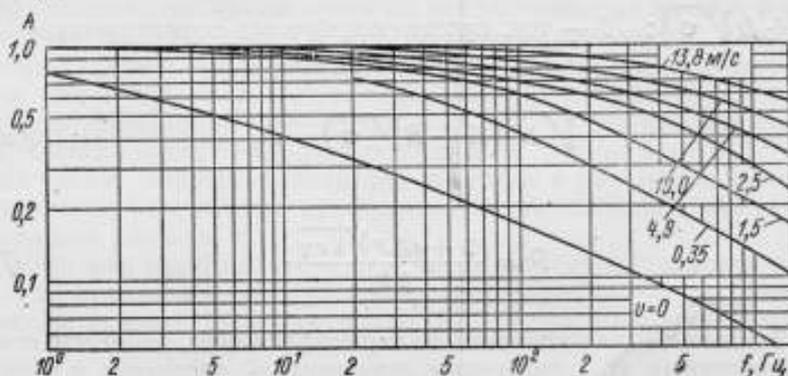


Рис. 4. Амплитудно-частотная характеристика клиновидного термоприемника в водном потоке.

Следует отметить систематическое отклонение (не более 5%) экспериментальной АЧХ от расчетной по уравнению (4) при частотах менее 20 Гц: экспериментальная кривая проходит не-

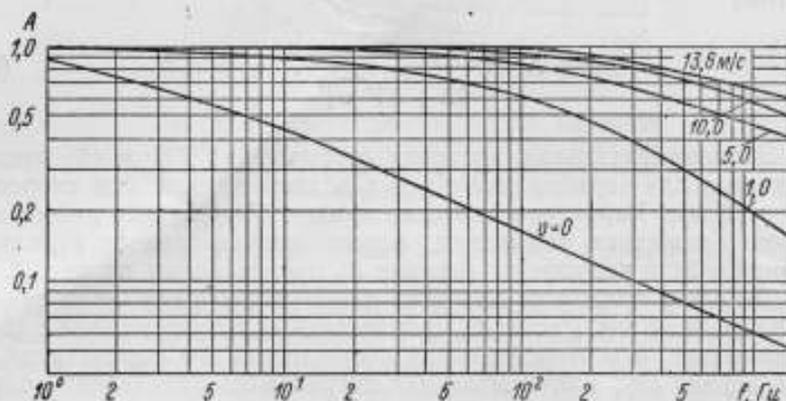


Рис. 5. Амплитудно-частотная характеристика конусного термоприемника в водном потоке.

сколько выше теоретической. То же наблюдается при исследовании переходных процессов: кривая переходного процесса для моментов времени, удаленных от начала процесса, стремится к своему конечному значению быстрее, чем предсказывает теория.

По-видимому, это результат ограниченных размеров чувствительного элемента термоприемника.

Если для данного термоприемника справедливо уравнение (2), то для нахождения N на экспериментальной кривой необходимо выбрать какую-либо точку и определить ее координаты (абсциссу f_1 , ординату A_1). Затем по кривой АЧХ модели по-

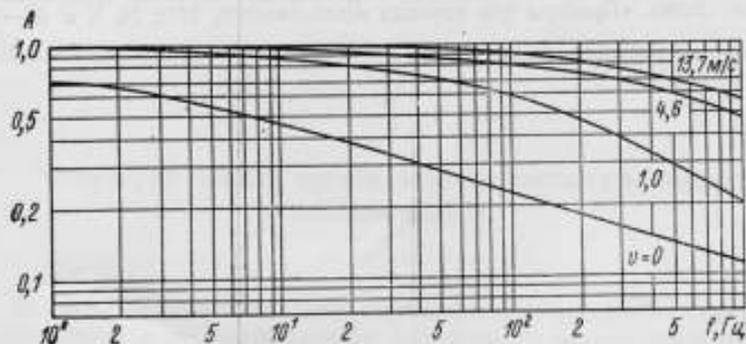


Рис. 6. Амплитудно-частотная характеристика полусферического термоприемника в водном потоке.

луограниченного тела в координатах fN, A (рис. 7) находим абсциссу $(fN)_1$ точки, имеющей ординату A_1 . Тогда

$$N = \frac{(fN)_1}{f_1}. \quad (9)$$

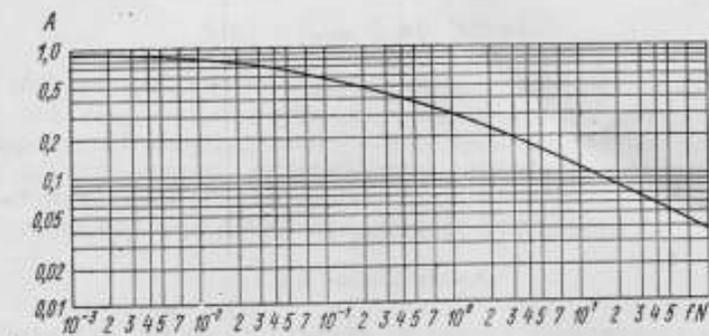


Рис. 7. Амплитудно-частотная характеристика пленочного термоприемника, представляемого в виде модели полуограниченного тела.

Для получения наиболее точных результатов рекомендуется выбирать на кривой АЧХ точки с ординатами, удовлетворяющими условию $0,2 \leq A \leq 0,8$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ярышев Н. А. Теоретические основы измерения нестационарных температур. М., «Энергия», 1967, 300 с.
2. Зеленюк В. К., Тартаковский Д. Ф. Динамические характеристики пленочных измерительных преобразователей. «Измерительная техника», 1973, № 6, с. 18—20.
3. Армистед и Кейесс. Пленочный датчик для изучения турбулентности вблизи стенки. «Приборы для научных исследований», 1968, № 1, с. 64—71.

Поступила в редакцию 26/XI 1973 г.

**Структура канала преобразования сигнала в системе
термоанемометра**

В системе регулирования термоанемометра, работающего на переменном токе, информация о величине рассогласования передается в виде амплитудно-модулированного сигнала, поступающего в усилительный тракт с выхода измерительного моста.

При наличии разбаланса, соответствующего сумме средней и пульсационной составляющих скорости, мост с измерительным преобразователем в одном из плеч является элементом, осуществляющим модуляцию без подавления несущей, при наличии разбаланса только по пульсационной составляющей скорости мост осуществляет модуляцию с подавлением несущей. Первый вид модуляции определяется уравнением

$$U(t) = [U_{\text{ом}} + u(t)] \sin \omega t,$$

где $U(t)$ — мгновенное значение напряжения модулированной несущей; $U_{\text{ом}}$ — амплитуда синусоидального напряжения немодулированной несущей; $u(t)$ — мгновенное значение напряжения, обусловленного пульсационной составляющей скорости; ω — круговая частота несущей.

Второй вид модуляции определяется уравнением

$$U(t) = u(t) \sin \omega t.$$

Величина полезного сигнала (величина разбаланса) в обоих случаях определяется модулем напряжения $U(t)$. Знак сигнала определяется фазой напряжения $U(t)$ относительно фазы напряжения питания моста. Следовательно, измерительный мост является фазочувствительным модулятором, фаза напряжения на выходе которого зависит от знака рассогласования.

Сам измерительный преобразователь находится в одном из плеч моста и выступает в качестве нефазочувствительного демодулятора, так как сопротивление измерительного преобразовате-

ля определяется выделяемой на нем мощностью, т. е. квадратом амплитуды проходящего через него тока.

Для того чтобы ток питания моста увеличивался или уменьшался в зависимости от знака рассогласования, в систему должен быть введен фазочувствительный элемент, на вход которого поступает модулированный сигнал, а с выхода — снимается напряжение, управляющее амплитудой тока питания моста. В качестве такого элемента в системе термоанемометра используется фазочувствительный демодулятор.

После получения сигнала рассогласования в виде постоянно или медленно меняющегося напряжения в систему термоанемометра нужно ввести модулятор, соответствующий нефазочувствительному демодулятору — измерительному преобразователю. Следовательно, это должен быть такой модулятор, фаза выходного напряжения которого не изменяется с изменением полярности поступающего на его вход сигнала. Амплитуда выходного напряжения должна определяться величиной сигнала и при изменении полярности сигнала должна быть равна нулю.

В результате получаем функциональную схему системы, приведенную на рис. 1. Если схема термоанемометра не соответ-

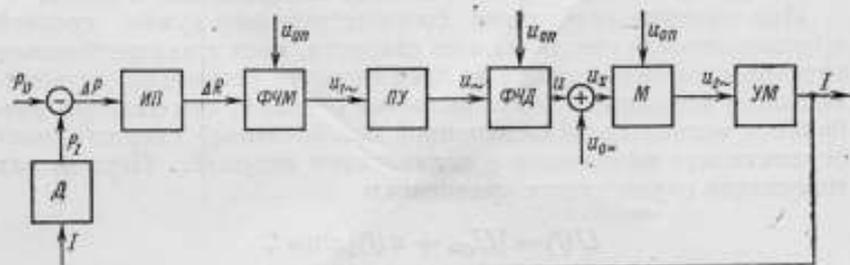


Рис. 1. Функциональная схема системы.

ИП — измерительный преобразователь; ФЧМ — фазочувствительный модулятор; ПУ — предусилитель; ФЧД — фазочувствительный демодулятор; М — модулятор; УМ — усилитель мощности; Д — демодулятор.

ствует этой схеме, например, когда второй модулятор — фазочувствительный, то может нарушаться правильное функционирование прибора. При большом перерегулировании в переходном процессе, когда сигнал рассогласования на выходе демодулятора ФЧД, соответствующий превышению температуры измерительного преобразователя над заданной, больше напряжения, определяющего ток через измерительный преобразователь в выбранной рабочей точке, в системе происходит скачкообразные изменения фазы несущей на 180° ; это вызывает неустойчивость процесса.

В частном случае при значительной величине фильтрующей емкости на выходе демодулятора ФЧД система приходит к устойчивому состоянию даже при изменении фазы питающего мост

напряжения. Однако это состояние является ложным, так как соответствует другой величине статической ошибки системы, значительно превышающей статическую ошибку в нормальном режиме. Это превышение равно удвоенной величине ошибки, необходимой для получения тока в выбранной рабочей точке. В результате не наблюдается повторяемости снятых градуировочных кривых.

Поставив на входе такого модулятора полупроводниковый диод, закорачивающий входной сигнал нерабочей полярности, можно устранить нежелательный эффект. Но при этом остается еще один существенный недостаток — ключевой модулятор дает на выходе напряжение несущей прямоугольной формы. После усиления по мощности это напряжение должно питать измерительный мост. Мост, сбалансированный по первой гармонике несущей, подчеркивает нелинейность питающего напряжения, выделяя высшие гармоники; последние забивают динамический диапазон предусилителя. Чтобы устранить это явление, придется сужать полосу пропускания усилительного тракта термоманометра, включая в усилительные каскады после модулятора резонансные контуры, настроенные на первую гармонику несущей.

Ниже предлагается схема нефазочувствительного модулятора на полевом транзисторе, дающая на выходе синусоидальную форму напряжения несущей.

Выходная характеристика полевого транзистора в области, предшествующей насыщению (при низких напряжениях сток—исток), имеет вид омической характеристики, и ток может протекать в обоих направлениях [1]. Изменение напряжения на затворе вызывает увеличение или уменьшение сопротивления сток—исток, но характеристика ток стока в зависимости от напряжения на стоке остается линейной. Следовательно, полевой транзистор может быть использован в качестве управляемого напряжением аттенюатора с малыми искажениями.

На рис. 2 приведены схемы аттенюаторов с использованием полевых транзисторов с $p-n$ -переходом в качестве управляемого сопротивления. В схеме рис. 2, а транзистор используется как управляемый резистивный элемент в нижнем плече аттенюатора. Схема должна работать на нагрузку с большим входным импедансом. В схеме рис. 2, б транзистор служит управляемым резистивным элементом в верхнем плече аттенюатора; эта схема используется для работы на нагрузку с низким импедансом.

Для расчета параметров полевого транзистора в режиме управляемого сопротивления можно использовать данные полевого транзистора в усилительном режиме. Методика расчета дана в работе [2].

В термоманометре использована схема модулятора на полевом транзисторе КП103, причем транзистор включался в верхнее плечо делителя. В установившемся режиме входной сигнал

модулятора всегда положителен за счет выбора рабочей точки термоанемометра. Для защиты затвора транзистора от попадания на него отрицательного напряжения, могущего возникнуть в

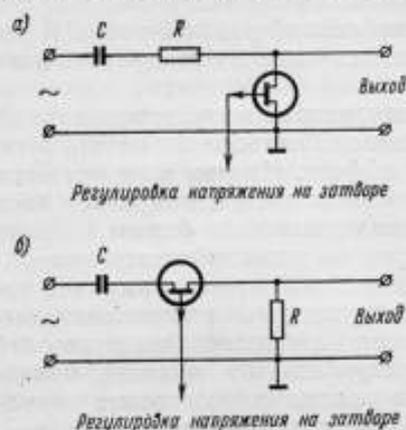


Рис. 2. Схемы аттенуаторов с использованием полевых транзисторов с р-п переходом.

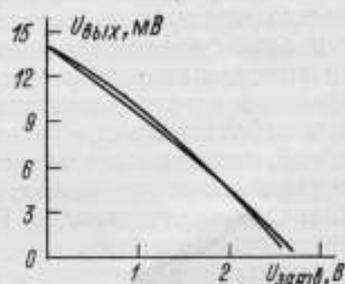


Рис. 3. Характеристика $U_{\text{вых}} = f(U_{\text{затв}})$ при $R=100$ Ом для транзисторов КП103.

переходном процессе, был поставлен германиевый диод Д2Б. На выходе такого модулятора имеем модулированную синусоидальную несущую одной фазы. На рис. 3 показаны снятые экспери-

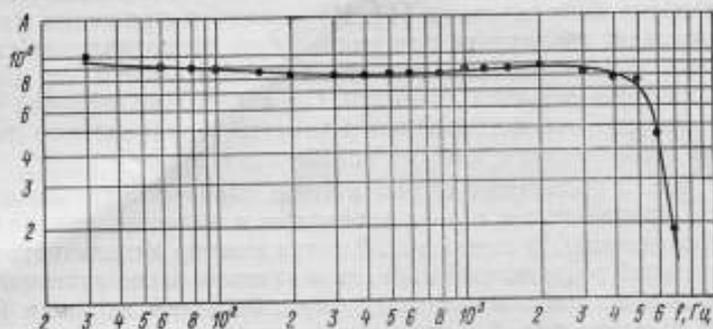


Рис. 4. Амплитудно-частотная характеристика термоанемометра, работающего на переменном токе несущей частоты 10 кГц (скорость потока воды 1 м/с, ток подпитки 230 мА).

ментально кривые $U_{\text{вых}} = f(U_{\text{затв}})$ при $R=100$ Ом и напряжении, подаваемом на схему, 60 мВ (амплитуда) для двух транзисторов КП103.

Таким образом, модулятор на полевом транзисторе в режиме управляемого сопротивления, во-первых, устраняет скачкообраз-

ные изменения фазы в системе и, во-вторых, дает возможность получить на выходе такого модулятора синусоидальную форму напряжения несущей. В результате не требуется включения в последующие усилительные каскады резонансных контуров, настроенных на первую гармонику несущей, что значительно расширяет полосу пропускания системы (рис. 4).

ЛИТЕРАТУРА

1. Полевые транзисторы. Под ред. С. А. Майорова. М., «Советское радио», 1971, 374 с.
2. Радиоконпоненты малой мощности. (Заочный семинар). «Использование полевого транзистора в режиме переменного сопротивления, управляемого напряжением». Новосибирск, «Наука», Сибирское отд., 1970, 25 с.

Поступила в редакцию 26/XI 1973 г.

Способ экспериментального определения частотных характеристик термоанемометров

Для непосредственного определения динамических характеристик термоанемометров необходимы устройства, позволяющие получить поток, величина скорости которого изменяется во времени по определенному закону, например, ступенчато. Реакция на ступеньку скорости (переходная характеристика термоанемометра) может быть пересчитана в амплитудно- и фазо-частотные характеристики. В литературе описаны устройства, реализующие ступенчатое изменение скорости в воздушном потоке. Подобных гидродинамических устройств пока не существует. Основная трудность при их создании — формирование переднего фронта ступеньки скорости.

Осуществить синусоидальное изменение величины скорости потока еще сложнее, а при значительном расширении частотного диапазона — невозможно. Поэтому часто для измерения частотных характеристик термоанемометров используют косвенные методы, позволяющие изменить природу входного воздействия. При небольших значениях интенсивности турбулентности измерительный преобразователь является линейным динамическим звеном, передаточная функция которого по пульсационной составляющей скорости отличается от передаточной функции по пульсационной составляющей тока лишь коэффициентом, зависящим от средней скорости [1, 2]. Это позволяет заменить воздействие на измерительный преобразователь переменной скорости потока воздействием электрического тока, меняющегося по тому же закону, что снимает ограничения с исследуемого частотного диапазона.

Известен способ определения частотных характеристик термоанемометров, при котором к зажимам измерительного преобразователя через резистор подключается генератор низкой частоты (ГНЧ) [3]. Измерительный преобразователь помещается в гидро- или аэродинамическую трубу, средняя скорость потока в которой может быть произвольной.

Синусоидальное напряжение ГНЧ частоты Ω , соответствующей исследуемой частоте пульсационной составляющей скорости потока, устанавливается такой величины, чтобы амплитуда изменения тока нагрева измерительного преобразователя составляла лишь несколько процентов от его постоянного уровня, соответствующего данной средней скорости. При таком способе подачи сигнала наряду с основным воздействием (изменением температуры преобразователя) наблюдается дополнительное, значительно превышающее по своему действию основное. Дополнительное воздействие является следствием того, что напряжение, приложенное извне к плечу моста с преобразователем, проходит в измерительную диагональ и создает паразитный сигнал, влияние которого необходимо оценить. Для этого реальный измерительный преобразователь заменяется фиктивным (резистором, имеющим большую постоянную времени, по величине равным сопротивлению реального преобразователя), и измерения повторяются при тех же равных условиях. Искомые частотные характеристики термоанемометра определяются аналитически на основании измеренных характеристик (с реальным и фиктивным преобразователями).

У термоанемометров, работающих на переменном токе несущей частоты, указанный выше входной паразитный сигнал ослаблен — частоты задавания ослабляются в тракте системы, настроенном на несущую. Однако это ослабление недостаточно, что также приводит к необходимости измерений с фиктивным преобразователем.

К недостаткам рассматриваемого способа следует отнести невозможность определения характеристик без дополнительных измерений и недостаточную точность вследствие сложных и трудоемких промежуточных вычислений.

Ниже излагается способ измерения частотных характеристик термоанемометров, исключая промежуточные вычисления. На измерительный преобразователь через конденсатор и резистор подается от высокочастотного генератора модулированный по амплитуде переменный ток с несущей частотой, значительно превышающей несущую частоту термоанемометра или его рабочий диапазон (если термоанемометр работает на постоянном токе). Тепловая постоянная времени измерительного преобразователя значительно больше периода высокочастотного тока, и сопротивление измерительного преобразователя реагирует только на эффективное, а не на мгновенное значение высокочастотного тока. Частота огибающей устанавливается с помощью низкочастотного генератора. Измерительный преобразователь, детектируя высокочастотный ток, изменяет свое сопротивление (температуру) с частотой огибающей, соответствующей исследуемой частоте пульсационной составляющей скорости потока. Измеряя с помощью анализатора гармоник амплитуду выходного сигнала (при необходимости фиксируя с помощью двухлучевого ос-

циллографа сдвиг по фазе между сигналом от ГНЧ и выходным сигналом термоанемометра) при различных частотах и неизменной амплитуде и коэффициенте модуляции входного сигнала, получаем частотные характеристики термоанемометра.

В работе [4] дана структурная схема системы термоанемометра. На основании этого составим структурные схемы для отклонений переменных, соответствующие обоим изложенным выше способам подачи испытательного сигнала (рис. 1, 2). Коэф-

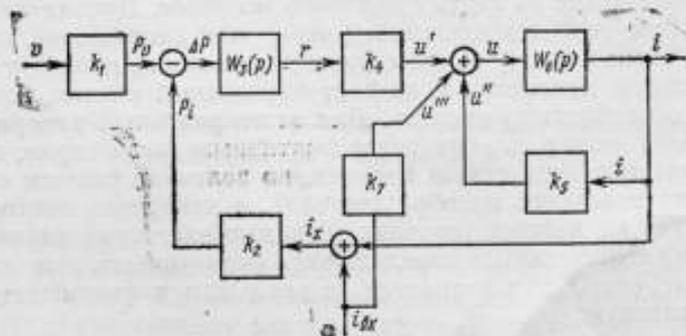


Рис. 1. Структурная схема, иллюстрирующая метод измерения частотных характеристик, примененный фирмой «Disa».

фициент пропорциональности между током генератора i_{dx} и напряжением на выходе моста u'' (рис. 1) обозначим k_7 . Внутренняя обратная связь в системе термоанемометра фирмы «Disa» максимально ослаблена, так как коэффициент передачи усили-

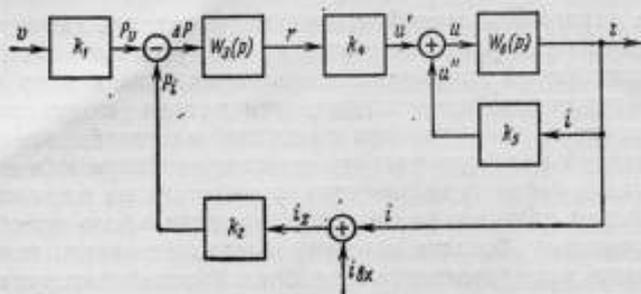


Рис. 2. Структурная схема, соответствующая методу измерения частотных характеристик при подаче на измерительный преобразователь модулированного сигнала.

теля по постоянному току значительно превышает коэффициент передачи по переменному току. В результате можно считать, что мост находится в статическом балансе ($k_5 = 0$, $u'' = 0$).

Структурная схема рис. 1 с учетом $k_5=0$ может быть преобразована (см. рис. 3). На основании структурной схемы рис. 3 запишем передаточную функцию $\Phi_I(p)$, измеряемую в рассматриваемом случае

$$\Phi_I(p) = \frac{[k_7 - k_2 W_3(p) k_4] W_6(p)}{1 + W_6(p) k_2 W_3(p) k_4} \quad (1)$$

Передаточная функция термоанемометра при $k_5=0$

$$\Phi_v(p) = k_1 \frac{W_3(p) k_4 W_6(p)}{1 + W_3(p) k_4 W_6(p) k_2} \quad (2)$$

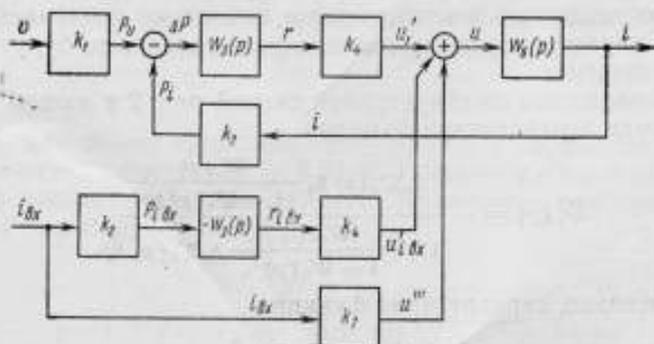


Рис. 3. Преобразованная структурная схема, иллюстрирующая метод измерения частотных характеристик, примененный фирмой «Disa».

Согласно (1) и (2) выразим передаточную функцию $\Phi_I(p)$ через $\Phi_v(p)$:

$$\begin{aligned} \Phi_I(p) &= \frac{k_7 W_6(p) - k_2 W_3(p) k_4 W_6(p)}{1 + W_6(p) k_2 W_3(p) k_4} = \\ &= k_7 W_6(p) \left[1 - \frac{k_2 W_3(p) k_4}{k_7} \right] \left[\frac{1}{1 + W_6(p) k_2 W_3(p) k_4} \right] = \\ &= k_7 W_6(p) \left[1 - \frac{k_2 W_3(p) k_4}{k_7} \right] \left[1 + \frac{-W_6(p) k_2 W_3(p) k_4}{1 + W_6(p) k_2 W_3(p) k_4} \right] = \\ &= k_7 W_6(p) \left[1 - \frac{k_2 W_3(p) k_4}{k_7} \right] \left[1 - \frac{k_2 \Phi_v(p)}{k_1} \right]. \end{aligned}$$

Отсюда

$$-\frac{k_2}{k_1} \Phi_v(p) = \Phi_I(p) \frac{1}{k_7 W_6(p)} \cdot \frac{1}{1 - \frac{k_2 W_3(p) k_4}{k_7}} - 1 \quad (3)$$

Выражением $\frac{k_2 W_3(p) k_4}{k_7}$ пренебрегают [3], считая, что синусои-

дальное изменение тока на выходе усилителя создается в основном за счет прямого входа на усилитель, а нагрев измерительного преобразователя от тока $i_{вх}$ очень мал. В результате равенство (3) преобразуется к виду

$$\frac{k_2}{k_1} \Phi_v(p) = \frac{k_7 W_0(p) - \Phi_I(p)}{k_7 W_0(p)}$$

Передаточная функция $k_7 W_0(p)$ определяется при использовании фиктивного преобразователя.

Из изложенного выше видно, что при таком способе подачи сигнала измеряют передаточную функцию системы по возмущению. Определение передаточной функции термоанемометра $\Phi_v(p)$ осуществляется аналитически, и поэтому получаемые частотные характеристики системы, строго говоря, не будут экспериментальными.

В соответствии со структурной схемой рис. 2 в нашем случае измеряемая передаточная функция

$$\Phi_I(p) = - \frac{k_2 W_3(p) k_4 \frac{W_0(p)}{1 - W_0(p) k_5}}{1 + \frac{W_0(p)}{1 - W_0(p) k_5} k_2 W_3(p) k_4}$$

Следовательно, передаточная функция

$$\Phi_v(p) = - \Phi_I(p) \frac{k_1}{k_2}$$

Здесь «минус» показывает, что эффект от воздействия тока противоположен эффекту от воздействия скорости.

Основное преимущество этого способа состоит в том, что в результате измерений получается частотная характеристика замкнутой системы.

Таким образом, при подаче на измерительный преобразователь через конденсатор и резистор модулированного по амплитуде переменного тока с несущей частотой, значительно превышающей несущую частоту термоанемометра, удастся устранить паразитный сигнал, что дает возможность измерять частотные характеристики без сложных промежуточных вычислений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Krogh Andersen O. Time Resolution Power in Correlation Measurements with DISA Type 55 A01 Hot-Wire and Hot-Film Anemometers. DISA Information, 1966, N 4, pp. 3-16.
2. Зеленюк В. К., Тартаковский Д. Ф. Динамические характеристики пленочных измерительных преобразователей. «Измерительная техника», 1973, № 6, с. 18-20.
3. Nielsen P. E. and Rasmussen C. G. Measurement of Amplitude and Phase Characteristics. DISA Information, 1966, N 4, pp. 17-24.
4. Болдырева Г. П., Пальтов И. П. Структурная схема и передаточные функции термоанемометра постоянной температуры. «Известия вузов». Сер. Приборостроение, 1973, № 2, с. 122-127.

Поступила в редакцию 26/XI 1973 г.

Определение частотных характеристик термоанемометра «постоянной температуры»

Для измерения турбулентности потока в образцовых гидродинамических установках во ВНИИМ был разработан термоанемометр «постоянной температуры». Блок-схема прибора приведена на рис. 1.

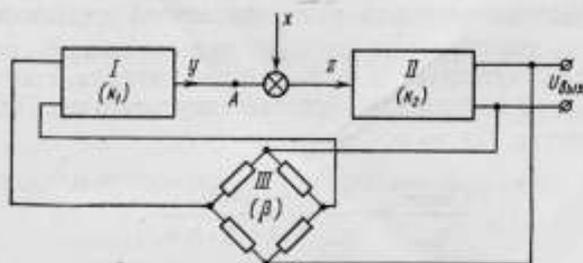


Рис. 1. Блок-схема термоанемометра.

I — предусилитель и детектор; *II* — модулятор и усилитель мощности; *III* — измерительный мост.

Методика определения частотных характеристик термоанемометра основана на экспериментальном определении частотной зависимости величин, входящих в аналитическое выражение выходного сигнала прибора, с последующим расчетом зависимости выходного сигнала от частоты измеряемых пульсаций. В качестве возмущающего сигнала, позволяющего определить частотную характеристику прибора, использован электрический ток синусоидальной формы I_{\sim} . При этом авторы исходили из эквивалентности воздействий на измерительный преобразователь пульсаций скорости и тока. В отличие от методики, используемой фирмой «Disa», предлагаемый вариант определения частотной характеристики не требует сложной электронной аппаратуры.

Если скорость потока v имеет постоянную и пульсационную составляющие $v_{cp} + v_{\sim}$, то при воздействии потока на измерительный преобразователь вследствие изменения сопротивления преобразователя $\Delta R = \Delta R_{cp} + \Delta R_{\sim}$ в измерительной диагонали моста появится электрический сигнал $e = e_{cp} + e_{\sim}$, а на выходе термоанемометра напряжение $U_{вых} = U_{вых, cp} + U_{вых, \sim}$. Ограничиваемся случаем малых пульсаций $U_{\sim} \ll U_{cp}$ и $I_{\sim} \ll I$, когда для каждого заданного значения частоты пульсаций соответствующая величина ΔR_{\sim} линейно зависит от v_{\sim} и I_{\sim} . Практически это выполнимо для $v_{\sim} \leq (10 \div 15) \% v_{cp}$.

С учетом действующей в схеме (см. рис. 1) обратной связи напишем выражение для пульсационной составляющей выходного сигнала термоанемометра

$$U_{вых \sim} = e_{\sim} \cdot \frac{k_1 k_2}{1 - \beta k_1 k_2}, \quad (1)$$

где k_1 , k_2 и β — коэффициенты передачи пульсационной составляющей сигнала отдельных блоков схемы;

e_{\sim} — значение сигнала в измерительной диагонали моста при условии, что обратная связь по пульсационной составляющей сигнала отсутствует, т. е. $\beta_{cp} \neq 0$ для сигнала, соответствующего v_{cp} , и $\beta = 0$ для сигнала, соответствующего v_{\sim} . Поделив обе части равенства (1) на v_{\sim} , получим

$$\frac{U_{вых \sim}}{v_{\sim}} = \frac{e_{\sim}}{v_{\sim}} \cdot \frac{k_1 k_2}{1 - \beta \cdot k_1 k_2}. \quad (2)$$

Это выражение определяет частотную характеристику термоанемометра. Найдём зависимость величин, входящих в правую часть равенства (2), от частоты измеряемых пульсаций скорости. Рассмотрим коэффициент передачи измерительного моста β для случая, когда мост предварительно разбалансирован благодаря действию потока на измерительный преобразователь, а напряжение в диагонали питания моста U содержит постоянную и пульсационную составляющие, т. е. $U = U_{cp} + U_{\sim}$. Так как сопротивление измерительного преобразователя зависит от величины протекающего тока, то наличие U_{\sim} приведет к появлению пульсационной составляющей ΔR_{\sim} . Тогда на выходе моста получим сигнал:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_{cp} + \varepsilon_{\sim} = (\Delta R_{cp} + \Delta R_{\sim}) (U_{cp} + U_{\sim}) \cdot c; \\ \varepsilon_{cp} &= \Delta R_{cp} \cdot U_{cp} c; \\ \varepsilon_{\sim} &= (\Delta R_{cp} U_{\sim} + U_{cp} \Delta R_{\sim} + \Delta R_{\sim} U_{\sim}) c. \end{aligned}$$

Для случая малых пульсаций будем считать c постоянной определяемой схемой моста: член $\Delta R_{\sim} U_{\sim}$ — пренебрежимо малым; $\Delta R_{\sim} = c_1 U_{\sim}$, где c_1 — множитель, зависящий от частоты пульсаций U_{\sim} .

Представим коэффициент передачи моста по пульсационной составляющей в таком виде:

$$\beta = \frac{\epsilon_{\sim}}{U_{\sim}} = \Delta R_{\text{ср}} c + U_{\text{ср}} c c_1 = m + n.$$

Здесь

$$\begin{aligned} \epsilon_{\sim} &= \epsilon'_{\sim} + \epsilon''_{\sim}; \\ \frac{\epsilon'_{\sim}}{U_{\sim}} &= m; \quad \frac{\epsilon''_{\sim}}{U_{\sim}} = n. \end{aligned}$$

Из приведенных выше выражений следует, что коэффициент n пропорционален $F_I = -\frac{\Delta R_{\sim}}{I_{\sim}}$. Так как частотная характеристика измерительного преобразователя F_I , полученная при воздействии на него I_{\sim} с точностью до постоянного множителя равна частотной характеристике измерительного преобразователя $F_v = \frac{\Delta R_{\sim}}{\Delta v_{\sim}}$, полученной при воздействии на него пульсаций скорости потока, то отношение $\frac{\epsilon_{\sim}}{v_{\sim}}$, входящее в правую часть (2),

будет пропорционально n .

Теперь выражение (2) примет вид

$$\frac{U_{\text{вых}}}{v_{\sim}} = -c'n \frac{k_1 k_2}{1 - \beta k_1 k_2}, \quad (3)$$

где c' — постоянная, не зависящая от частоты пульсаций. Обозначим: $k = \beta k_1 k_2$; $k_1 = m k_1 k_2$. Тогда $n k_1 k_2 = (\beta - m) k_1 k_2 = k - k'$ а равенство (3) приобретает вид

$$\frac{U_{\text{вых}}}{v_{\sim}} = -c' \frac{k - k'}{1 - k}, \quad (4)$$

где k — коэффициент передачи всей системы термоанемометра; k' — значение коэффициента k при $n=0$, когда измерительный преобразователь не реагирует на воздействие пульсаций I .

Таким образом, чтобы получить частотную характеристику термоанемометра, необходимо определить значение коэффициентов k и k' в зависимости от частоты.

Для определения частотной зависимости коэффициента k измерительный преобразователь помещают в гидродинамическую установку, задают скорость потока $v_{\text{ср}}$ и измеряют выходной сигнал термоанемометра $U_{\text{вых}}$ и сигнал на выходе предусилителя $U_{\text{вых. пред}}$ (см. рис. 2). На вход блока II от генератора подается синусоидальный сигнал x . При этом на входе блока II действует суммарный сигнал $z = x + y$. Величина x должна удовлетворять условию $I_{\sim} \ll I$. Практически удобно выбирать эту величину

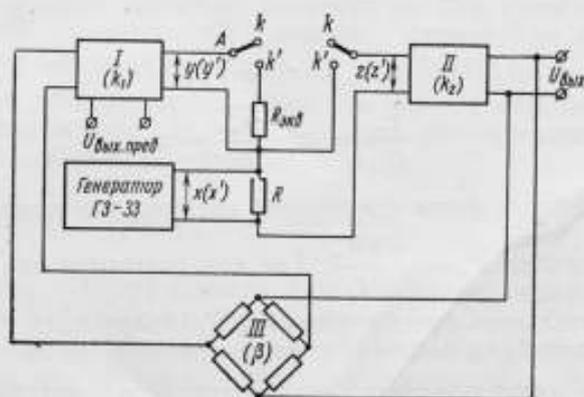


Рис. 2. Схема измерения коэффициента k и k' .

ну, исходя из формы напряжения z , наблюдаемого на экране осциллографа. При выполнении условия $I_{\sim} \ll I$ сигнал z имеет синусоидальную форму. Установив значение x , амплитуду этого возмущающего сигнала поддерживаем постоянной и изменяем лишь его частоту. Для каждого задаваемого значения частоты сигнала x определяем $k = \frac{y}{z} = 1 - \frac{x}{z}$ где x, y, z — комплексные значения соответствующих сигналов. Величина сигнала z измеряется при помощи анализатора гармоник типа С5-3, а фазовый сдвиг сигнала z относительно сигнала x определяется при помощи двухлучевого осциллографа типа С1-18.

Для определения k' измерительный преобразователь заменяют эквивалентным сопротивлением, равным по величине сопротивлению измерительного преобразователя, но не изменяющимся под воздействием протекающего через него тока. В схеме на рис. 1 цепь разрывается в точке A , а к выходу блока I (в точке A) подключается сопротивление $R_{\text{изв}}$, равное входному сопротивлению блока II. После этого мост балансируется по активной и реактивной составляющей. Ток питания моста задается такой же величины, как и при измерении k ; о равенстве токов судят по величине $U_{\text{вых}}$.

Изменение тока питания моста в данном случае осуществляется потенциометром, расположенным на входе блока II. Установив ток питания, разбалансируют мост по активной составляющей до тех пор, пока на выходе предусилителя сигнал не достигает значения $U_{\text{вых. пред.}}$ полученного при измерении k .

Разбалансировать мост следует таким образом, чтобы сопротивление, заменившее измерительный преобразователь, оказалось меньше, чем это необходимо для достижения баланса моста; в противном случае знак m изменится, и, следовательно, знак k' будет определен неверно. В результате получим схему, в которой коэффициент $\beta = m$, а $n = 0$.

Далее поступаем так же, как и при измерении k , т. е. подаем возмущающий сигнал x' , равный по величине сигналу x . Связь в точке А разорвана, так как переключатели, изображенные на рис. 2, находятся в положении k' , следовательно, $x' = z'$.

Измеряя величину и сдвиг фазы сигнала y' относительно x' , находим

$$k' = \frac{y'}{x'}$$

для тех же значений частоты сигнала x' , что и в случае измерения k .

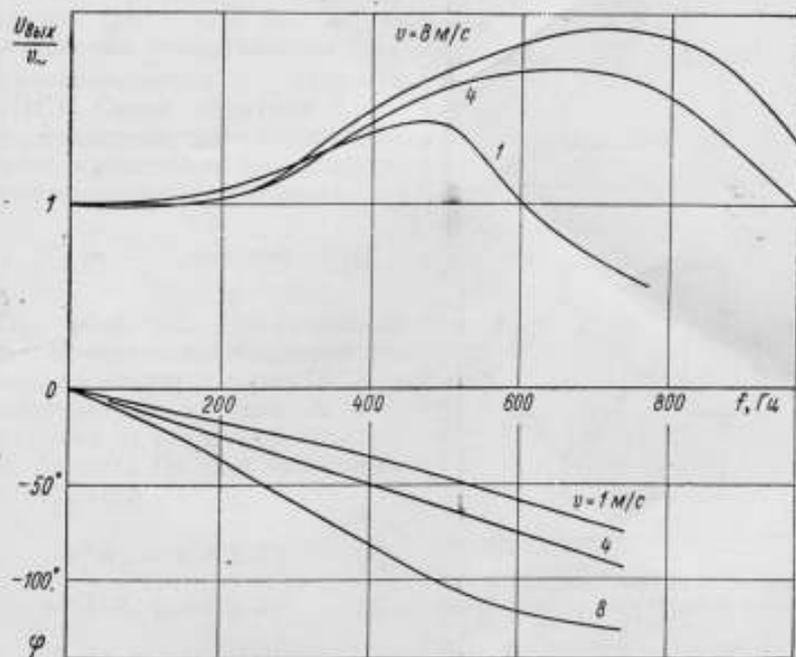


Рис. 3. Частотные характеристики термоанемометра.

По изложенной выше методике были определены частотные характеристики термоанемометра при нескольких значениях скорости потока жидкости. Так как величина коэффициента c' в равенстве (4) не определялась, то условно за единицу было принято значение $\frac{U_{\text{вих}}}{v_{\sim}}$ при частоте пульсаций $f=40$ Гц. Полученные

таким образом амплитудно- и фазо-частотные характеристики термоанемометра постоянной температуры приведены на рис. 3.

Предложенная методика может быть использована и для термоанемометра «постоянной температуры», выполненного по блок-схеме, отличной от рассмотренной в данной работе. При этом необходимо учитывать, что вид равенства (4) может измениться.

Поступила в редакцию 26/XI 1973 г.

Компенсация температурной погрешности термоанемометра
постоянной температуры

При измерении скоростей неизотермических потоков термоанемометром появляется температурная погрешность. Изменение температуры потока от градуировочной t_0 до некоторой температуры $t = t_0 + \Delta t$ вызывает разбаланс мостовой схемы (рис. 1, а) вследствие изменения сопротивления R_{T_0} преобразователя скорости (ПС). Схема обратной связи термоанемометра возвращает мост в состояние баланса, характеризуемое уравнением

$$R_{T_0} = \frac{R_0 R_2}{R_1} = \text{const.} \quad (1)$$

При этом ток, нагревающий ПС изменяется. Отношение токов, проходящих через ПС при температурах потока t_0 и t , находим из уравнений теплового баланса ПС для указанных температур

$$I_0^2 R_{T_0} = \alpha_0 F \Delta T_0; \quad (2)$$

$$I^2 R_{T_t} = \alpha F \Delta T; \quad (3)$$

$$\frac{I^2}{I_0^2} = \frac{\alpha}{\alpha_0} \left(1 - \frac{\Delta t}{\Delta T_0} \right). \quad (4)$$

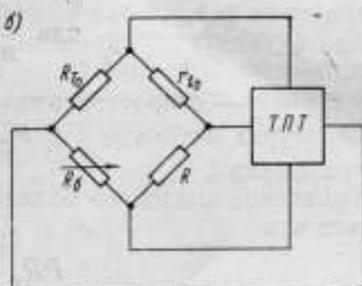
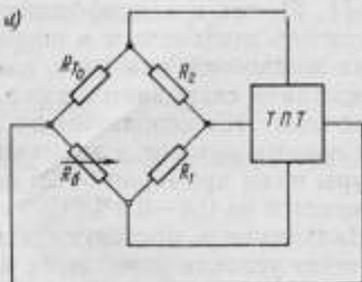


Рис. 1. Принципиальная схема термоанемометра постоянной температуры (ТПТ).

R_{T_0} — преобразователь скорости; R_0 — балансирующее сопротивление; R_1, R_2 — постоянные сопротивления; t_0 — преобразователь температуры.

где F — теплоотдающая поверхность ПС; $\Delta T_0 = T_0 - t_0$ — перегрев ПС при температуре потока t_0 ; $\Delta T = T_0 - t$ — перегрев ПС при температуре потока t ; α_0 и α — коэффициенты теплоотдачи при температурах потока соответственно t_0 и t .

Из выражения (4) следует, что отношение токов, которое определяет температурную погрешность термоанемометра постоянной температуры, зависит от изменения температуры потока Δt , перегрева ΔT_0 , заданного при градуировке, и относительного изменения коэффициента теплоотдачи α/α_0 , вызванного изменением вязкости и температуропроводности среды. Таким образом, задача температурной компенсации сводится к компенсации изменений сопротивления ПС и коэффициента теплоотдачи, возникающих при изменении температуры среды.

Для компенсации изменений сопротивления ПС в соседнее с ним плечо моста (см. рис. 1, б) обычно включают преобразователь температуры, температурный коэффициент сопротивления (т. к. с.) которого равен или близок к т. к. с. преобразователя скорости. Для воздушных потоков этого достаточно, чтобы практически устранить температурную погрешность измерения скорости [1, 2], так как коэффициент теплоотдачи для воздуха можно считать постоянным в широком диапазоне температур. Для таких жидкостей, как вода, влияние изменения коэффициента теплоотдачи сказывается даже при незначительных Δt . Так, для пленочных ПС, используемых авторами для измерения скоростей водных потоков в диапазоне 1—8 м/с при изменении температуры воды примерно от 20 до 35°C, коэффициент теплоотдачи изменяется на 0,4—0,8%/°C.

Включение в мостовую схему преобразователя температуры изменяет условия равновесия моста (1). Теперь условием равновесия моста является постоянство отношения сопротивлений ПС и преобразователя температуры:

$$\frac{R_{T_0}}{r_{t_0}} = \frac{R_T}{r_t} \quad \text{или} \quad \frac{R_T}{R_{T_0}} = \frac{r_t}{r_{t_0}} = \text{const}, \quad (5)$$

где r_{t_0} и r_t — сопротивления преобразователя температуры при температурах потока t_0 и t ; R_T — сопротивление ПС при температуре потока t .

Уравнение теплового баланса ПС при температуре потока t примет вид

$$I^2 R_T = \alpha F \Delta T, \quad (6)$$

где ΔT — перегрев ПС при температуре потока t .

Из (2) и (6) находим отношение токов, проходящих через ПС:

$$\frac{I}{I_0} = \frac{\alpha}{\alpha_0} \frac{\Delta T}{\Delta T_0} \frac{R_{T_0}}{R_T}. \quad (7)$$

Условием температурной компенсации является неизменность тока, протекающего через ПС, при любой температуре потока, т. е. выполнение равенства

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} \cdot \frac{\Delta T}{\Delta T_0} \cdot \frac{R_{T_0}}{R_T} = 1. \quad (8)$$

Будем считать, что сопротивление ПС и преобразователя температуры связаны с температурой линейной зависимостью:

$$R_{T_0} = R_{t_0} \left(1 + \frac{a \Delta T_0}{1 + a t_0} \right); \quad (9)$$

$$R_T = R_{t_0} \left[1 + \frac{a(\Delta T + \Delta t)}{1 + a t_0} \right]; \quad (10)$$

$$r_t = r_{t_0} \left(1 + \frac{b \Delta t}{1 + b t_0} \right), \quad (11)$$

где a и b — т.к.с. ПС и преобразователя температуры; R_{t_0} — сопротивление ненагретого ПС.

Подставив в (8) выражение для произведения $\frac{\Delta T}{\Delta T_0} \cdot \frac{R_{T_0}}{R_T}$, найденное из уравнений (9), (10)–(11) и соотношения

$$R_{T_0} = R_{t_0} (1 + n), \quad (12)$$

где n — коэффициент перегрева ПС, получаем условие температурной компенсации в виде

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} \left\{ 1 - \frac{\Delta t (a - b)}{n(1 + a t_0)[1 + b(t_0 + \Delta t)]} \right\} = 1. \quad (13)$$

Как видно из (13), для воздушных потоков, где $\alpha/\alpha_0 = 1$ в широком диапазоне температур, температурная компенсация выполняется при $a = b$. На основании данных работы [3] приходим к выводу, что в интересующем нас диапазоне температур (20–40°C) температурная зависимость коэффициента теплоотдачи для воды близка к линейной. Это дает возможность осуществить температурную компенсацию при определенном соотношении т. к.с. ПС и преобразователя температуры.

После преобразований и упрощения (13) будем иметь

$$b \approx a - \frac{n}{\Delta t} \left(1 - \frac{\alpha_0}{\alpha} \right). \quad (14)$$

Из (7) находим отношение коэффициентов теплоотдачи α_0/α для заданного Δt , используя для ПС один и тот же коэффициент перегрева n при температурах t_0 и t .

Используя уравнения (9), (10), (12) и соотношение

$$R_T = R_t (1 + n) = R_{t_0} \left(1 + \frac{a \Delta t}{1 + a t_0} \right) (1 + n), \quad (15)$$

из (7) находим

$$\frac{\alpha_0}{\alpha} = \frac{I_0^2}{I^2}. \quad (16)$$

Таким образом, отношение коэффициентов теплоотдачи легко определяется по показаниям термоанемометра при температурах потока t_0 и t и выполнении условий (12) и (15).

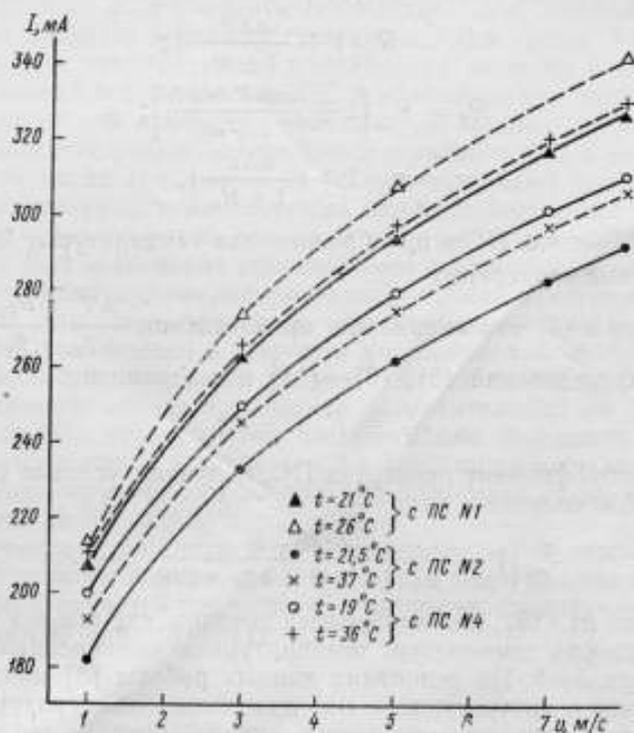


Рис. 2. Зависимость выходного сигнала термоанемометра от скорости потока и работе с двухплечным ПС.

Если т.к.с. выбранного для компенсации преобразователя температуры равно $b' > b$, то изменение т.к.с. преобразователя до требуемого значения b можно получить при включении последовательно с преобразователем температуры постоянного сопротивления, рассчитываемого по формуле

$$r_x = \frac{r_0 (b' - b)}{b}. \quad (17)$$

Экспериментальная проверка рассмотренной методики компенсации температурной погрешности термоанемометра постоян-

ной температуры проводилась для пленочных (платиновых) ПС. В качестве преобразователя температуры был применен также пленочный преобразователь. Компенсационная пленка наносилась на ту же подложку, что и рабочая пленка. Перегрев компенсационной пленки составил десятые доли градуса благодаря

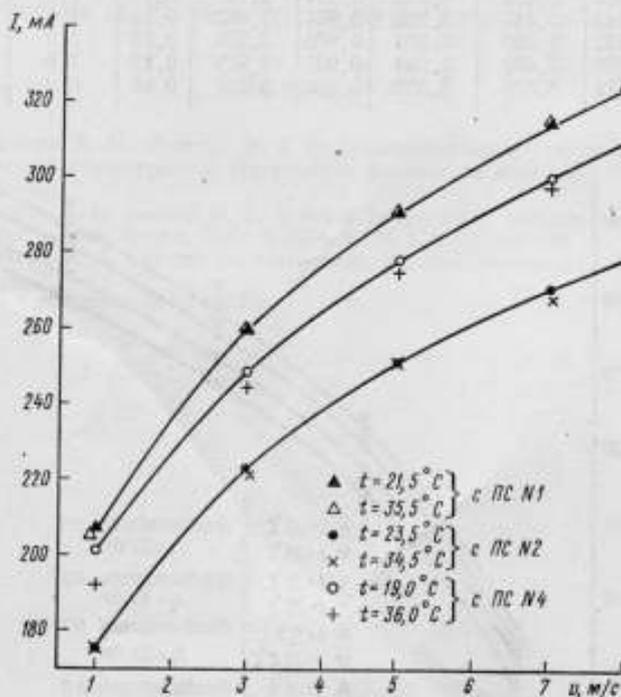


Рис. 3. Влияние на характеристику термоанемометра температуры потока при включении в измерительную схему t_d .

ее большей теплоотдающей поверхности и меньшему сопротивлению по сравнению с рабочей пленкой. Номинальное значение т. к. с. платиновых пленок составляло $3,4 \cdot 10^{-3} 1/^\circ\text{C}$. Разница между т. к. с. рабочих и компенсационных пленок не превышала 3%. Температурная компенсация осуществлялась для указанных выше диапазонов изменения скорости и температуры потока водопроводной воды. Для определения необходимого соотношения т. к. с. рабочей и компенсационной пленок использовалось среднее арифметическое четырех значений α_0/α , найденных экспериментально для скоростей потока 1, 3, 5 и 8 м/с. Компенсация производилась для девяти двухпленочных преобразователей; для пяти преобразователей производился расчет r_d по уравнению (17). Характеристики этих ПС и результаты компенсации даны в табл. 1 и на рис. 2 и 3. Для четырех других ПС (см.

Таблица 1

№ ПС	r_0 , Ом	$a \times 10^2$	$b' \times 10^2$	α_1/α	$b \times 10^2$	$r_g \cdot$ Ом	Средняя для диапазона скоростей погрешность, %/°C	
		1/°C			1/°C		без r_d	с r_d
1	1,571	3,422	3,433	0,934	3,147	0,14	1,2	0,2
2	1,615	3,412	3,326	0,954	3,063	0,13	1,6	-0,1
3	1,332	3,350	3,375	0,970	3,256	0,13	1,2	-0,1
4	1,339	3,482	3,590	0,925	3,220	0,12	1,9	-0,5
9	1,512	3,379	3,309	0,936	3,137	0,08	0,9	0,2

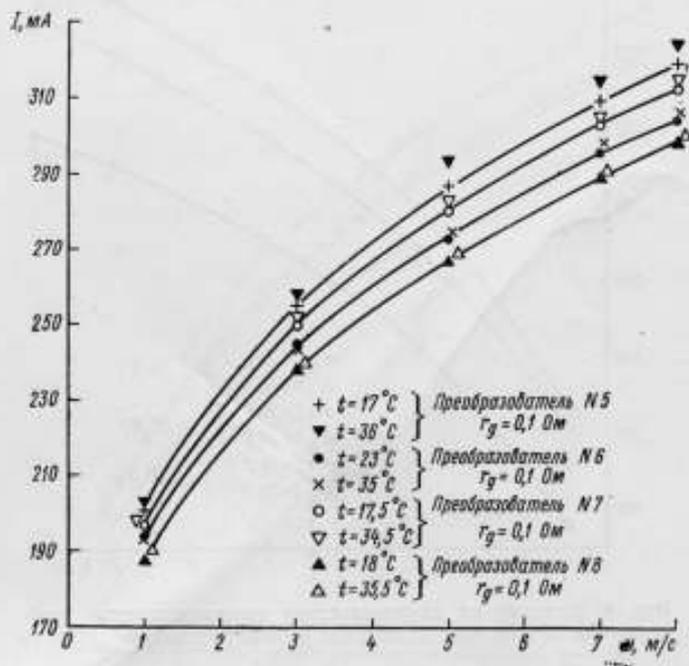


Рис. 4. Влияние на характеристику термоанемометра температуры потока при включении в измерительную схему.

Таблица 2

№ ПС	r_0	r_d	Средняя для диапазона скоростей погрешность, %/°C
	Ом		
5	1,234	0,1	0,5
6	1,580		0,1
7	1,410		0,1
8	1,380		0,2

табл. 2 и рис. 4) r_g не рассчитывалось. Последовательно с компенсационной пленкой этих ПС включалось постоянное сопротивление $r_g=0,1$ Ом; значение его было выбрано на основании результатов компенсации, полученных для первых пяти ПС.

Данные табл. 1 и 2 показывают, что введение r_d снизило температурную погрешность термоанемометра в заданных диапазонах изменения скорости и температуры потока в 4—16 раз.

ЛИТЕРАТУРА

1. Каганов М. О., Мушкин И. Г. Полупроводниковый термоанемометр с температурной компенсацией. «Инженерно-физический журнал», 1962, том V, № 1, с. 72—78.
2. Deacon E. L., Samuel D. K. A linear temperature compensated hot-wire anemometer. „Journ. Scient. Instr.“, 1954, v. 34, N 1, pp. 24—26.
3. Михеев М. А. Основы теплопередачи. М., Госэнергоиздат, 1956, 392 с.

Поступила в редакцию 26/XI 1973 г.

Погрешность измерения интенсивности турбулентных пульсаций скорости потока термоанемометром

В настоящее время наибольшее распространение при исследовании турбулентных течений получила термоанемометрическая аппаратура. Широкое применение термоанемометра обусловлено высокой чувствительностью, возможностью одновременного измерения как средней, так и пульсационной составляющей скорости в одной точке, малыми размерами измерительного преобразователя, широким диапазоном измеряемых величин в частотном диапазоне свыше 1000 Гц.

Одним из важных статистических параметров потока является интенсивность турбулентных пульсаций скорости, определяемая как

$$V_{\bar{u}'^2} = \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T u'^2 dt \right\}^{1/2}$$

или в относительной форме

$$\varepsilon = \frac{V_{\bar{u}'^2}}{v_{\text{ср}}},$$

где \bar{u}' — пульсационная составляющая скорости потока; $v_{\text{ср}}$ — средняя скорость потока.

Очевидно, что достоверность результатов измерений, а следовательно, и возможность сопоставления полученных данных зависят от метода определения интенсивности и погрешности аппаратуры. Интенсивность турбулентных пульсаций при измерениях термоанемометром находим по формуле [1]

$$\varepsilon = \frac{4U' U_{\text{ср}}}{U_{\text{ср}}^2 - U^2}, \quad (1)$$

где U' — напряжение, пропорциональное пульсационной составляющей скорости потока; U_{cp} — напряжение, пропорциональное средней скорости потока; U_0 — напряжение при скорости потока, равной нулю.

Погрешность определения интенсивности турбулентных пульсаций по формуле (1) зависит от погрешности измерения U_1 , U_{cp} , U_0 и может быть определена по формуле [2]

$$\Delta_2 = \sqrt{\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial U_{cp}}\right)^2 \Delta_{U_{cp}}^2 + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial U_0}\right)^2 \Delta_{U_0}^2 + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial U'}\right)^2 \Delta_{U'}^2}$$

После необходимых преобразований получим относительную погрешность измерения интенсивности

$$\delta_{\varepsilon} = \frac{1}{1 - \frac{U_0^2}{U_{cp}^2}} \sqrt{\left(1 + \frac{U_0^2}{U_{cp}^2}\right)^2 \delta_{U_{cp}}^2 + 4 \frac{U_0^4}{U_{cp}^4} \delta_{U_0}^2 + \left(1 - \frac{U_0^2}{U_{cp}^2}\right) \delta_{U'}^2} \quad (2)$$

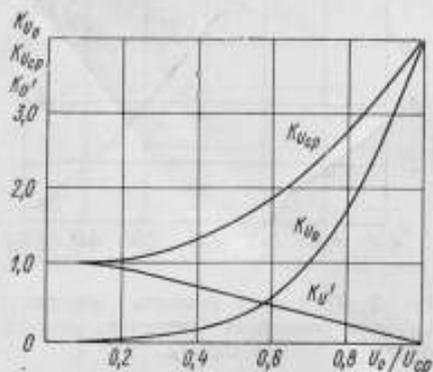


Рис. 1. Зависимость коэффициентов K_{U_0} , $K_{U_{cp}}$ и $K_{U'}$ от отношения U_0/U_{cp} .

где $\delta_{U_{cp}}$, δ_{U_0} , $\delta_{U'}$ — относительные погрешности измерения U_{cp} , U_0 , U' .

Из выражения (2) следует, что погрешность измерения интенсивности турбулентных пульсаций зависит от соотношения U_0/U_{cp} . Обозначим коэффициенты при $\delta_{U_{cp}}$, δ_{U_0} , $\delta_{U'}$ соответственно через $K_{U_{cp}}$, K_{U_0} и $K_{U'}$. На рис. 1 приведена зависимость коэффициентов от U_0/U_{cp} . Как видно, при $U_0/U_{cp} < 0,3$ коэффициенты $K_{U_{cp}}$ и $K_{U'}$ близки к единице, а K_{U_0} мало. Поэтому

при $U_0/U_{cp} < 0,3$ погрешность определения интенсивности турбулентных пульсаций скорости потока может быть найдена как

$$\delta_s \approx \sqrt{\delta_{U_{cp}}^2 + \delta_{U'}^2}.$$

При измерениях в начальном участке диапазона (U_0/U_{cp} близко к единице) погрешность определения ϵ зависит в основном от погрешности измерения U_{cp} и U_0 . Так как в начальном

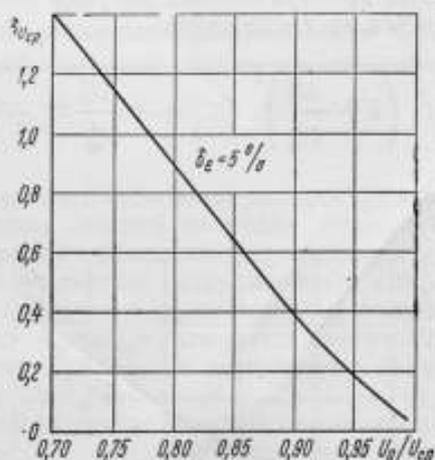


Рис. 2. Требуемая точность измерения U_{cp} при различных значениях отношения U_0/U_{cp} .

участке диапазона значения U_{cp} и U_0 близки, а сами величины измеряются, как правило, одним прибором, то относительные погрешности измерения U_{cp} и U_0 будут так же близки. Поэтому, учитывая сказанное, формулу (2) можно представить в таком виде

$$\delta_s \approx \frac{1}{1 - \frac{U_0^2}{U_{cp}^2}} \sqrt{\left(1 + 2 \frac{U_0^2}{U_{cp}^2} + 5 \frac{U_0^4}{U_{cp}^4}\right) \delta_{U_{cp}}^2}. \quad (3)$$

Из выражения (3) следует, что при измерениях интенсивности турбулентных пульсаций в начальном участке диапазона с

погрешностью δ_s , не превышающей заданной, должно выполняться условие

$$\delta_{U_{cp}} < \frac{\delta_s \left(1 - \frac{U_0^2}{U_{cp}^2}\right)}{\sqrt{1 + 2 \frac{U^2}{U_{cp}^2} + 5 \frac{U^4}{U_{cp}^4}}}$$

Зависимости $\delta_U = f\left(\frac{U_0}{U_{cp}}; \delta_s\right)$ графически изображена на рис. 2. Очевидно, что для определения значения интенсивности турбулентных пульсаций при $\frac{U_0}{U_{cp}} > 0,8$ с достаточной точностью (5—10%) для измерения U_{cp} и U_0 потребуется аппаратура очень высокого класса. На рис. 3 в качестве примера представлена зависимость $\delta_s = f\left(\frac{U_0}{U_{cp}}; \delta_{U_{cp}}\right)$ при $\delta_{U_{cp}} = 1$ и 2%. Как видно, по-

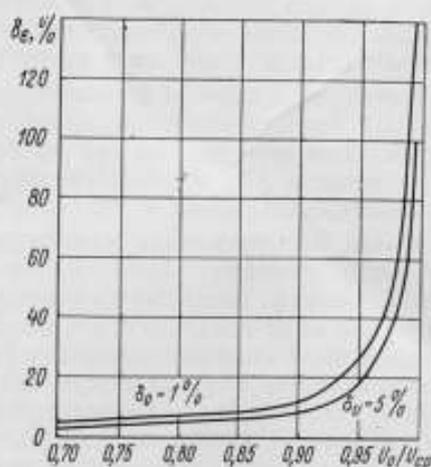


Рис. 3. Зависимость погрешности измерения интенсивности пульсаций скорости от отношения U_0/U_{cp} .

грешность определения интенсивности турбулентных пульсаций в начальном участке диапазона (U_0/U_{cp} близко к единице) на 1,5—2 порядка выше погрешности измерения U_{cp} и U_0 .

На основании изложенного выше можно рекомендовать следующее:

1) интенсивность турбулентных пульсаций скорости потока следует измерять при $\frac{U_a}{U_{cp}} < 0,6$. Это условие должно учитываться при определении нижней границы диапазона измерения и при разработке термоанемометрической аппаратуры;

2) при $\frac{U_a}{U_{cp}} < 0,3$ погрешность определения интенсивности турбулентных пульсаций может быть вычислена по формуле

$$\delta_s = \sqrt{\delta_{U_{cp}}^2 + \delta_{U'}^2}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. „DISA information“, 1966, № 3.
2. Маликов С. Ф., Тюрин Н. И. Введение в метрологию. М., Издательство стандартов, 1965.

Поступила в редакцию 26/XI 1973 г.

Градуировка измерительных преобразователей турбулентных пульсаций давления

При исследовании структуры турбулентных потоков широкое распространение получили малогабаритные широкополосные преобразователи пульсаций давления. В настоящее время накоплен известный опыт по расчету характеристик и разработке таких преобразователей, позволяющих получить спектральные и корреляционные характеристики поля пульсаций давления в турбулентных потоках в широкой области частот [1, 2].

При этом значительный интерес приобретают вопросы градуировки измерительных преобразователей (ИП) турбулентных пульсаций давления, так как, не зная амплитудно-частотной характеристики чувствительности ИП, невозможно анализировать результаты эксперимента в размерных единицах.

Обычно градуировка измерительных преобразователей осуществляется по переменному среднему давлению известными акустическими методами (методом сравнения, замещения, по колебательной скорости в установках типа пистонфон и т. д.). Для градуировки ИП турбулентных пульсаций давления во ВНИИМ применяется установка, в которой чувствительный элемент градуируемого преобразователя возбуждается динамическим полем звуковой частоты [3]. Схема этой установки дана на рис. 1. Принцип действия установки основан на создании равномерного поля в толстостенном сосуде с помощью поршня, совершающего движение по синусоидальному закону.

Чувствительный элемент 1 градуируемого ИП устанавливается в сменной крышке 2 толстостенного бака 3, который заполняется дистиллированной водой. Внутри бака поршень 4 совершает возвратно-поступательное движение по синусоидальному закону. Поршень приводится в движение от двигателя 5 через трехступенчатый редуктор 6 и кривошипно-шатунный механизм 7. Скорость двигателя регулируется изменением напряжения питания.

Амплитуда генерируемого давления контролируется образцовым гидрофоном 8, а его частота определяется по фигурам Лиссажу на экране осциллографа, на взаимно перпендикулярные обкладки которого подаются сигналы от инфразвукового генератора и гидрофона.

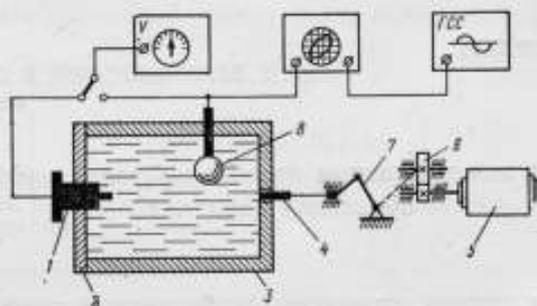


Рис. 1. Схема установки для градуировки ИП турбулентных пульсаций давления.

Чувствительность градуируемого измерительного преобразователя к среднему давлению определяется по формуле

$$\gamma_n(\omega) = \frac{\gamma_0(\omega) U_n}{U_0}, \quad (1)$$

где $\gamma_0(\omega)$ — чувствительность образцового гидрофона; U_n и U_0 — сигналы на выходе градуируемого ИП и образцового гидрофона соответственно.

Установка позволяет производить градуировку в диапазоне 3—100 Гц при амплитуде давления $\sim 10^3$ Па с погрешностью $\pm 6\%$. Полученные на этой установке амплитудно-частотные характеристики измерительных преобразователей [2] изображены на рис. 2.

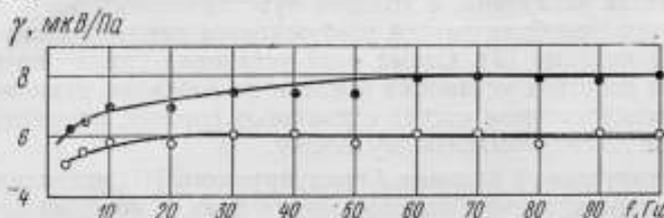


Рис. 2. Амплитудно-частотные характеристики пьезоэлектрических преобразователей диаметром 1,3 мм.

Однако подобный подход к градуировке пульсационных ИП можно считать правильным только до тех пор, пока размеры приемной поверхности чувствительного элемента остаются малыми

по сравнению не только с длиной звуковой волны в среде (радиусом корреляции акустического поля), но и с интегральным (внешним) масштабом турбулентности. Очевидно, первое условие является обычным требованием, исключающим систематическую погрешность при измерении звукового давления в широком диапазоне частот из-за интерференции падающей и дифрагированных волн на приемной поверхности чувствительного элемента. Второе условие связано с корреляционной структурой поля пульсаций и ограничивает процесс гидродинамического осреднения при некогерентном суммировании турбулентных пульсаций, возникающих при измерении флуктуаций, корреляционные масштабы которых соизмеримы с приемной поверхностью.

Интегральный масштаб турбулентности, имеющий порядок наиболее крупных возмущений в потоке, в рамках корреляционной теории определяется статистическими моментами второго порядка

$$l = \frac{1}{P(\omega)} \int \int_{-\infty}^{\infty} P(\xi, \omega) d\xi. \quad (2)$$

Здесь $P(\omega)$ — одномерный спектр мощности; $P(\xi, \omega)$ — взаимный спектр турбулентных пульсаций, являющийся преобразованием Фурье от функции пространственно-временной корреляции $R(\xi, \tau)$;

$$P(\xi, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int R(\xi, \tau) e^{-i\omega\tau} d\tau. \quad (3)$$

Конкретный вид моментов второго порядка $P(\omega)$ и $P(\xi, \omega)$ в настоящее время определен из многочисленных экспериментов в турбулентном пограничном слое. Это позволяет вычислить по формуле (2) интегральный масштаб турбулентности. Например, для скорости потока 10 м/с на частоте 100 Гц продольный масштаб турбулентности равен 2,3 см, а поперечный — 4,8 см; в то время как корреляционный масштаб звукового поля на той же частоте составит 75 см.

Таким образом, применение акустических методов при градуировке ИП турбулентных пульсаций давления обуславливает возникновение систематической погрешности при исследовании турбулентных потоков. Учет этой погрешности требует введения расчетной поправки

$$\gamma_T = \gamma_{TB} \cdot C(\omega), \quad (4)$$

которая определяется из выражения [4]

$$\frac{\gamma_{TB}^2(\omega)}{\gamma_T^2(\omega)} = \frac{1}{2\pi S} \int \int_{-\infty}^{\infty} A\left(\frac{\omega\epsilon_1}{u_c}\right) B\left(\frac{\omega\epsilon_2}{u_c}\right) e^{-j\frac{\omega\epsilon_1}{u_c}} d\epsilon_1 d\epsilon_2. \quad (5)$$

Здесь ε_1 и ε_2 — пространственные координаты в плоскости чувствительного элемента; A и B — функции, зависящие от гидродинамических параметров потока; u_c — скорость переноса вихрей; S — площадь приемной поверхности чувствительного элемента.

Численное решение уравнения (5) для круглого и квадратного чувствительного элемента, полученное Коркосом, представлено на рис. 3. Очевидно, что измеренное значение спектральной

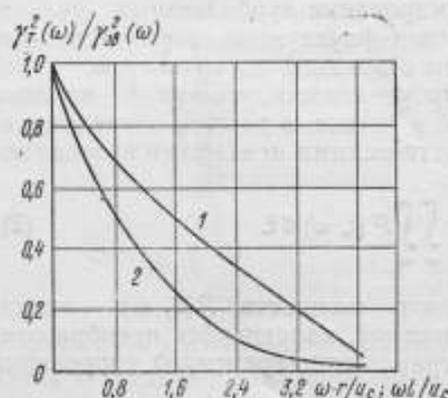


Рис. 3. Отношение измеренной спектральной плотности к ее истинному значению.

1 — квадратный преобразователь со стороной L ; 2 — круглый преобразователь с радиусом r .

плотности турбулентного давления зависит от площади приемной поверхности S и скорости обтекания потока, и внесение поправки усложняет обработку результатов. Поэтому целесообразно градуировку измерительных преобразователей производить не по эффективному значению детерминированного давления, а по спектральной плотности турбулентных пульсаций непосредственно путем

сравнения показаний градуируемого ИП с показаниями ИП, принятого за образцовый*. Градуировку можно выполнять в аэроили гидродинамической трубе по схеме рис. 4. В рабочем участке 2 гидродинамической трубы 3 поочередно

устанавливаются образцовый и градуируемый преобразователи 1. Скорость потока контролируется измерителем, скорости 4. устанавливаются образцовый и градуируемый преобразователи

Размер приемной поверхности чувствительного элемента образцового преобразователя должен удовлетворять условию

$$d < \frac{u}{f_{\max}},$$

где u — скорость потока; f_{\max} — предельная частота градуировки.

В этом случае чувствительность преобразователя к детерминированному давлению совпадает с его чувствительностью к турбулентным пульсациям, т. е. $\gamma_{\text{из}} = \gamma_{\text{т}}$ до частоты f_{\max} .

* См. Е. Б. Кудашев, Н. Д. Веребьевский. Способ градуировки измерительных преобразователей турбулентных пульсаций давления. Авт. свид. №329427. «Бюлл. изобр.», 1972, № 7.

Градуировка производится следующим образом. Вначале определяется чувствительность образцового преобразователя одним из акустических методов в заданной полосе частот. Затем образцовый преобразователь устанавливается в рабочем участке трубы, и при заданной скорости потока определяется спектральная плотность турбулентных пульсаций давления

$$P_{\tau}(f) = \frac{U_{\text{обр}}(f)}{\gamma_{\tau}},$$

где $U_{\text{обр}}(f)$ — сигнал на выходе образцового преобразователя.

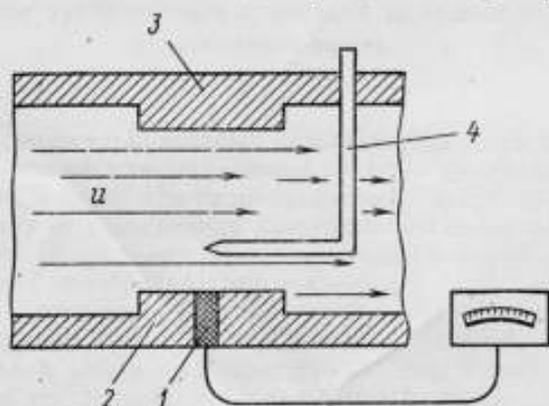


Рис. 4. Схема способа градуировки преобразователей турбулентных пульсаций давления.

Далее вместо образцового преобразователя в ту же точку рабочего участка помещается градуируемый ИП, и при той же скорости потока измеряется его чувствительность к пульсациям давления как отношение спектральной плотности электрического сигнала на его выходе к спектральной плотности турбулентных пульсаций. При этом должно быть обеспечено требование воспроизводимости моментов первого и второго порядка при одной и той же скорости обтекания. Если пограничный слой в рабочем участке трубы пространственно однороден, то можно одновременно устанавливать оба чувствительных элемента в непосредственной близости друг от друга.

Таким образом, измерив чувствительность образцового ИП в поле плоской звуковой волны и сигналы на выходе градуируемого и образцового преобразователей, чувствительные элементы которых установлены в одной точке турбулентного потока, можно по обычной схеме сравнения определить амплитудно-частотную характеристику чувствительности ИП к турбулентным пульсациям давления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кудашев Е. Б. Измерение турбулентности акустическими приемниками. «Известия СО АН СССР», 1969, № 13 (163), вып. 3, с. 20—24.
2. Кудашев Е. Б., Потапенко М. М., Веревьевский И. Д. Миниатюрные преобразователи турбулентных пульсаций давления. В сб.: «Автоматизация научных исследований морей и океанов». Севастополь, Изд-во МГИ АН СССР, 1970, с. 79—84.
3. Блинова Л. П., Колесников А. Е., Ланганс Л. Б. Акустические измерения. М., Издательство стандартов, 1971.
4. Петровский В. С. Гидродинамические проблемы турбулентного шума. Л., «Судостроение», 1966, 252 с.

Поступила в редакцию 26/XI 1973 г.

Измерение турбулентных пульсаций давления на фоне акустических помех

При измерении турбулентных пульсаций давления в реальных условиях (в газовой или жидкостной среде — на обшивках самолетов и судов, в аэро- или гидродинамических трубах) возникает погрешность от воздействия акустического поля; причем акустические помехи воспринимаются приемной поверхностью практически любого преобразователя давления.

Причины и источники возникновения звукового поля различны. Так, например, это шум, порожденный работой двигателей или движителей, различных инженерных сооружений и т. п. и имеющий как дискретный, так и смешанный спектр.

Вместе с тем турбулентный поток, обтекающий корпус, генерирует звук, воспринимаемый чувствительным элементом преобразователя, установленного заподлицо с обтекаемой поверхностью. Спектр звукового сигнала в этом случае имеет такой же частотный диапазон, что и спектр турбулентных пульсаций, а сам процесс носит случайный характер. Вопрос излучения звука турбулентным пограничным слоем решен в основном теоретически [1]. В качестве примера соотношения возможных уровней полезного сигнала и акустической помехи на рис. 1 приведены осциллограммы записей волнения моря во время прохождения модели над местом установки выносной части измерительного преобразователя турбулентных пульсаций давления. Осциллограмму условно можно разделить на четыре участка: участок *ab* — отражает шум работающих винтов; *bc* — модель проходит над местом установки преобразователя — видна характерная кривая гидродинамического давления с наложенным сигналом гидроакустического давления винтов; на участке *c-d* модель удалается — шум винтов; *d-e* — показывает волнение моря. Как видно, уровень акустической составляющей давления значительно превышает уровень сигнала пульсаций давления.

Метод разделения звукового и турбулентного сигнала должен выбираться с учетом характера спектра акустического шу-

ма. В случае дискретного спектра можно выделить полезный сигнал, применяя электрическую фильтрацию, т. е. устанавливая на входе усилительно-преобразовательной части преобразователя

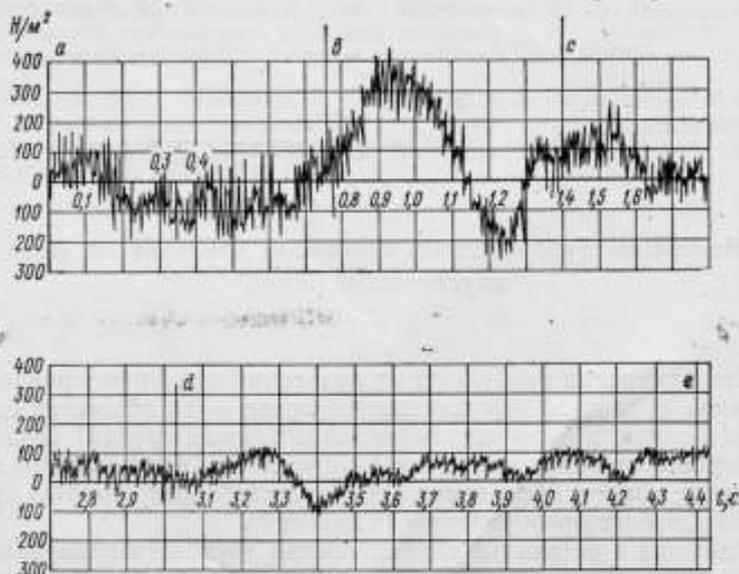


Рис. 1. Осциллограмма записи волнения моря во время прохождения модели.

заградительный фильтр, настроенный на частоту помехи. При спектральном анализе на спектрограмме явно выраженные дискретные составляющие не учитывают. При этом, естественно,

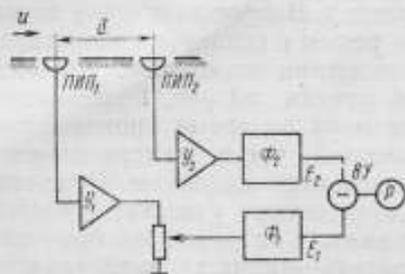


Рис. 2. Блок-схема антикорреляционного устройства для измерения турбулентных пульсаций давления.

происходит частичная потеря информации. При широкополосном характере спектра акустических шумов и турбулентных пульсаций электрическая фильтрация невозможна. Однако, используя различные корреляционные масштабы турбулентных вихрей и звуковых волн, целесообразно производить разделение сигналов методами пространственной фильтрации. Измерение производится по антикорреляционной [2] методике, по схеме рис. 2.

Турбулентные пульсации давления измеряются двумя первичными преобразователями ПП₁ и ПП₂, установленными в по-

токе на расстоянии d друг от друга. Эти преобразователи воспринимают и акустические сигналы. Расстояние d должно быть больше радиуса корреляции турбулентных пульсаций, но меньше радиуса корреляции звуковой волны, равному половине длины волны, т. е. $\lambda_T < d < \frac{\lambda_a}{2}$. Сигналы с первичных преобразователей поступают на усилители V_1 и V_2 и, пройдя через фильтры Φ_1 и Φ_2 , подаются в вычитающее устройство BV и далее — на регистратор P .

Математически операция получения выходного сигнала производится следующим образом. Если E_1 и E_2 — напряжения на выходе каналов, а k_1 и k_2 — их коэффициенты передачи, то на выходе сумматора имеем

$$\overline{[(E_1 - E_2)^2]^{1/2}} + \varepsilon(t) = \{[k_1(P_{T_1} + P_{a_1}) - k_2(P_{T_2} + P_{a_2})]^2\}^{1/2} + \varepsilon(t)^*, \quad (1)$$

где $\varepsilon(t)$ — флуктуации выходного сигнала вследствие конечного времени усреднения; P_{T_1} , P_{T_2} и P_{a_1} , P_{a_2} — турбулентные и акустические составляющие давления.

Учитывая, что взаимная корреляция турбулентных пульсаций мала, так как $d < \lambda_T$, т. е. $\overline{P_{T_1} \cdot P_{T_2}} \ll \overline{P_{T_1}^2} \approx \overline{P_{T_2}^2}$, а звуковые давления близки по значению после несложных алгебраических преобразований при $k_1 = k_2$ получим

$$\overline{[(E_1 - E_2)^2]^{1/2}} = \left\{ 2k^2 \overline{P_T^2} \left(1 + \frac{\Delta \overline{P_a^2}}{2k^2 \overline{P_T^2}} \right) \right\}^{1/2} + \varepsilon(t), \quad (2)$$

где $\Delta \overline{P_a^2} = \overline{(k_1 P_{a_1} - k_2 P_{a_2})^2} = 2k^2 \overline{P_a^2} [1 - r_a(x)],$

$$\Delta \overline{P_a^2} \ll \overline{P_T^2}.$$

В этом выражении член $\frac{\Delta \overline{P_a^2}}{2k^2 \overline{P_T^2}}$ определяет погрешность

измерения, вызванную неполной коррелированностью акустического давления в точках установки приемников. В связи с этим преобразователи необходимо устанавливать по возможности ближе друг к другу. С другой стороны, для снижения корреляции турбулентных пульсаций расстояние между ними должно быть максимально большим в пределах пространственной однородности потока. Это расстояние зависит от частоты анализа и скорости переноса турбулентных вихрей.

* Черта сверху означает операцию усреднения реализации во времени, при этом предполагается, что процесс эргодический.

А. К. Новиковым [3] предложена улучшенная схема антикорреляционных измерений с идентичными коэффициентами передачи обоих каналов (рис. 3), согласно которой достаточно ограничиться одним фильтром или спектроанализатором, установленным на выходе вычитающего устройства. Для того чтобы избежать влияния пространственной неоднородности потока, целесообразно использовать один измерительный преобразователь с двумя чувствительными элементами, удовлетворяющими следующему условию. Размер приемной поверхности одного чувствительного элемента меньше радиуса корреляции турбулентных вихрей ($d_1 < \lambda_T$), другого — больше радиуса корреляции турбулентных вихрей, но меньше длины звуковой полуволны ($\lambda_T < d_2 < \frac{\lambda_a}{2}$).

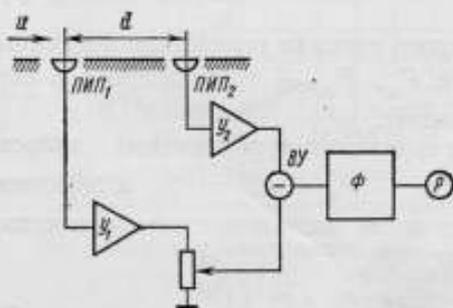


Рис. 3. Блок-схема антикорреляционного устройства для измерения турбулентных пульсаций давления с идентичными измерительными каналами.

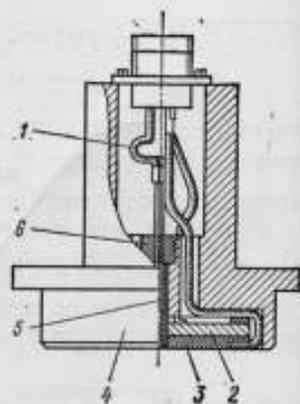


Рис. 4. Макет антикорреляционного измерительного преобразователя турбулентных пульсаций давления.

Так как турбулентный сигнал формируется только от одного преобразователя, напряжение на выходе в этом случае будет определяться выражением

$$[(E_1 - E_2)^2]^{1/2} = \left[k^2 P_T^2 \left(1 + \frac{\Delta P_a^2}{k^2 P_T^2} \right) \right]^{1/2} + \epsilon(t). \quad (3)$$

Авторами изготовлен макет преобразователя с двумя чувствительными элементами (рис. 4). Конструктивно он выполнен в виде двух коаксиальных чувствительных элементов, укрепленных в корпусе 4. Один элемент представляет собой пьезокерамический цилиндр 5 диаметром 1,3 мм, другой — круглый биморф 3 и 2 диаметром 30 мм. Цилиндр монтируется на втулке 6, укрепленной в корпусе с помощью эпоксидного компаунда. Электрические сигналы снимаются через токовыводы 5. Оба элемента

подключаются ко входу вычитающего устройства по схеме рис. 3.

Ввиду того, что биморф имеет конечные размеры, турбулентные вихри не всех размеров будут взаимно компенсироваться на его приемной поверхности. Таким образом, на низких частотах биморф обладает конечной чувствительностью к турбулентным пульсациям.

Для определения зависимости частотного диапазона от допускаемой погрешности рассчитана зависимость чувствительности элементов к турбулентным пульсациям давления от частоты и характерного масштаба элемента при скорости переноса $u_c = 20$ м/с (рис. 5). По оси абсцисс отложены значения отношения чувстви-

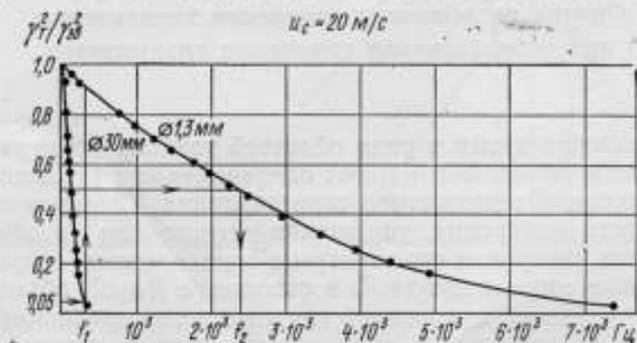


Рис. 5. Зависимость чувствительности преобразователя к турбулентным пульсациям давления от частоты и размеров элемента.

тельности к турбулентным пульсациям γ_T^2 к чувствительности, полученной градуировкой по звуковому давлению $\gamma_{зв}^2$, а по оси ординат — частота анализа. По этим кривым можно определить рабочий частотный диапазон преобразователя при заданной погрешности измерения. Например, если необходимо, чтобы погрешность от влияния акустических помех не превышала 10%, то частотный диапазон будет $f_1 - f_2$ (300—2400 Гц). При этом минимальная длина звуковой волны составляет $\lambda_a = \frac{1500}{2400} = 6,25 \text{ м} \gg d_2 = 30 \text{ мм}$, т. е. условие коррелированности акустического давления соблюдается.

ЛИТЕРАТУРА

1. Миниович И. Я. и др. Гидродинамические источники звука. Л., «Судостроение», 1972, 254 с.
2. Петровский В. С. Гидродинамические проблемы турбулентного шума. Л., «Судостроение», 1966, 252 с.
3. Новиков А. К. Корреляционные измерения в корабельной акустике. Л., «Судостроение», 1971, 368 с.

Поступила в редакцию 26/XI 1973 г.

Оценка погрешности измерения температуры при использовании групповых градуировок

В настоящее время в ряде областей техники температурные поля среды и объектов измеряют одновременно в различных точках множеством термометров сопротивления. С целью повышения точности измерения, упрощения регистрации и обработки результатов измерения термометры с определенным допуском на номинальное сопротивление R_0 и отношение R_{100}/R_0 объединяются в группы. Далее для каждой группы путем осреднения градуировочных характеристик, полученных опытным путем для нескольких термометров из группы, находят единую градуировочную характеристику.

При изготовлении партии термометров сопротивления одного номинала с заданным допуском на R_0 отклонения от номинала отдельных термометров будут распределены по нормальному закону. При формировании групп с нормальным распределением отклонений R_0 и R_{100}/R_0 погрешность измерения температуры за счет использования единой градуировки будет иметь также нормальное распределение. Погрешность с доверительной вероятностью 0,997 может быть рассчитана по соотношениям, полученным в работе [1].

Возможны случаи, когда партия термометров с заданным допуском на R_0 с целью повышения точности измерения без усложнения технологического цикла изготовления разбивается на группы с меньшим допуском на R_0 . При этом значения R_0 будут иметь закон распределения плотности вероятности, отличный от нормального. Пример такого разбиения партии на пять групп показан на рис. 1. При изготовлении проволочных термометров сопротивления одного номинала из одной партии проволоки обеспечивается постоянство отношения R_{100}/R_0 и, следовательно, температурного коэффициента α .

Плотность распределения значений R_0 в группе 3 в первом приближении может быть принята постоянной. Предельная по-

грешность измерения температуры термометрами группы 3 может быть оценена по предельному отклонению R_0 от среднего значения. Распределение плотности вероятности в группах 1, 2, 4, 5 изображено на рис. 2. В данном случае плотность распределения R_0 запишем следующим образом:

$$f_{R_0}(x) = \begin{cases} 0 & ; x > l \\ kx + b, & l \leq x \leq m \\ 0 & ; x < m \end{cases}$$

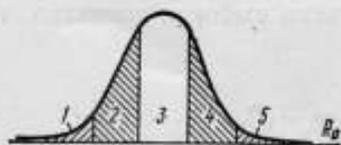


Рис. 1. Разбиение партии термометров на группы по значениям R_0 .

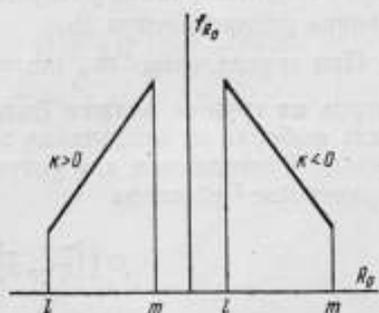


Рис. 2. Распределение плотности вероятности значений R_0 в партиях 1, 2, 4 и 5.

Оценим погрешность измерения температуры термометрами такой группы при использовании единой градуировки. Если зависимость сопротивления от температуры имеет вид $R_t = R_0(1 + \alpha t)$ и α в группе постоянен, то плотность распределения R_t можно записать

$$f_{R_t}(x) = f_{R_0}\left(\frac{x}{1 + \alpha t}\right) \cdot \frac{1}{1 + \alpha t}.$$

Следовательно,

$$f_{R_t}(x) = \begin{cases} 0 & ; x > l(1 + \alpha t) \\ \left(k \frac{x}{1 + \alpha t} + b\right) \cdot \frac{1}{1 + \alpha t} & ; l(1 + \alpha t) \leq x \leq m(1 + \alpha t) \\ 0 & ; x < m(1 + \alpha t) \end{cases}$$

Математическое ожидание $R_0 - m_{R_0}$ можно определить для интервала $[l; m]$ следующим образом:

$$m_{R_0} = \int_{-\infty}^{\infty} f_{R_0}(x) x dx = \int_l^m (kx + b) x dx;$$

$$m_{R_0} = (m - l) \left[\frac{k}{3} (m^2 + ml + l^2) + \frac{b}{2} (m + l) \right];$$

или

$$m_{R_t} = (1 + \alpha t)(m - l) \left[\frac{k}{3}(m^2 + ml + l^2) + \frac{b}{2}(m + l) \right].$$

Так как распределение значений R_t несимметричное, то m_{R_t} будет сдвинуто в сторону наиболее вероятных значений R_t , т. е. в случае отрицательного углового коэффициента $k < 0$ m_{R_t} будет ближе к левой границе распределения; в случае $k > 0$ — к правой границе распределения R_t .

При определении m_{R_t} опытным путем объем выборки термометров из группы должен быть рассчитан так, чтобы погрешность выборки не превышала заданной Δ с требуемой вероятностью. Соотношение для расчета объема выборки основано на неравенстве Чебышева

$$P(|\bar{x} - \bar{x}| < \Delta) = \Phi(t),$$

где P — вероятность того, что среднее арифметическое выборки \bar{x} отклоняется от математического ожидания группы $m_{R_t} = \bar{x}$, не более чем на Δ с вероятностью, определяемой через $\Phi(t)$ [2, 3]. Решение подобных задач дано в работе [4].

При трапециевидном распределении случайной величины вероятность изменяется монотонно и наибольшее значение вероятности сосредоточено на одной из границ распределения. Поэтому охарактеризовать степень рассеивания случайной величины относительно некоторого центра (математического ожидания) затруднительно. Оценку возможного предельного отклонения R_t от значения математического ожидания m_{R_t} , для которого фактически получена градуировочная характеристика, произведем следующим образом. Будем уменьшать промежуток $[l(1 + \alpha t); m(1 + \alpha t)]$ на величину γ за счет маловероятных значений R_t так, чтобы в нем сосредоточить все возможные значения R_t с заданной вероятностью, например 0,997. Вычитая из полученного крайнего значения R_t значение m_{R_t} , находим предельное отклонение (рис. 3).

Условие, при котором все значения R_t с вероятностью 0,997 должны находиться в промежутке $[l(1 + \alpha t) + \gamma; m(1 + \alpha t)]$, для случая $k > 0$ можно записать так

$$\left| \int_{l(1 + \alpha t) + \gamma}^{m(1 + \alpha t)} f_{R_t}(x) dx \right| = 0,997.$$

Из этого условия определяем γ . Для этого вычислим интеграл

$$\int_{l(1+\alpha t)}^{m(1+\alpha t)} f_{R_t}(x) dx = \frac{k}{2(1+\alpha t)^2} \gamma^2 + \left(\frac{k l}{1+\alpha t} + \frac{b}{1+\alpha t} \right) \gamma - \frac{k}{2} (m^2 - l^2) - b(m-l),$$

и, следовательно,

$$\gamma^2 + 2(1+\alpha t) \left(l + \frac{b}{k} \right) \gamma - (1+\alpha t)^2 \left[(m^2 - l^2) + \frac{2b}{k} (m-l) + \frac{1,994}{k} \right] = 0.$$

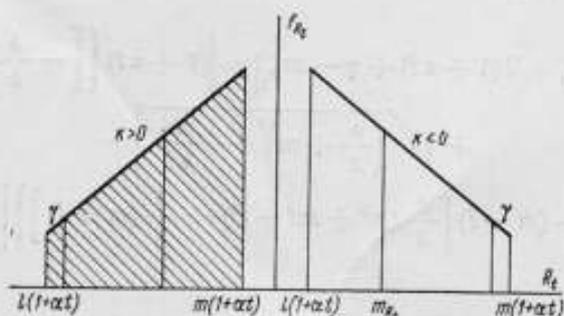


Рис. 3. Распределение плотности вероятности значений R_t .

Отсюда

$$\gamma = (1+\alpha t) \left[- \left(l + \frac{b}{k} \right) \pm \sqrt{\left(\frac{b}{k} + m \right)^2 + \frac{1,994}{k}} \right].$$

Аналогичным образом в случае $k < 0$ получим

$$\gamma = (1+\alpha t) \left[m + \frac{b}{k} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{k} + l \right)^2 + \frac{1,994}{k}} \right].$$

Таким образом, границы распределения случайной величины R_t определяются интервалом:
при $k > 0$

$$\left[(1+\alpha t) \left(- \frac{b}{k} + \sqrt{\left(\frac{b}{k} + m \right)^2 + \frac{1,994}{k}} \right), m(1+\alpha t) \right];$$

при $k < 0$

$$\left[l(1 + \alpha t); (1 + \alpha t) \left(-\frac{b}{k} - \sqrt{\left(\frac{b}{k} + l\right)^2 + \frac{1,994}{k}} \right) \right].$$

Для γ следует выбирать решение, отвечающее меньшему его значению и, следовательно, наибольшему значению предельного отклонения R_t .

Очевидно, что в случае трапецеидального распределения рассеивание от математического ожидания будет большим в сторону меньшей вероятности. За предельное отклонение R_t от m_{R_t} необходимо принять расстояние от m_{R_t} в направлении убывания функции плотности распределения R_t до найденного значения границы. В результате имеем:
для $k > 0$

$$\Delta R_t = |l(1 + \alpha t) + \gamma - m_{R_t}| = (1 + \alpha t) \left\{ \left[-\frac{b}{k} + \sqrt{\left(\frac{b}{k} + m\right)^2 + \frac{1,994}{k}} \right] - (m - l) \left[\frac{k}{3}(m^2 + ml + l^2) + \frac{b}{2}(m + l) \right] \right\};$$

для $k < 0$

$$\Delta R_t |m(1 + \alpha t) - \gamma - m_{R_t}| = (1 + \alpha t) \left\{ \left[-\frac{b}{k} - \sqrt{\left(\frac{b}{k} + l\right)^2 + \frac{1,994}{k}} \right] - (m - l) \left[\frac{k}{3}(m^2 + ml + l^2) + \frac{b}{2}(m + l) \right] \right\}.$$

Значения m и l , входящие в расчетные формулы, известны из допустимых отклонений R_0 в группе; значения b и k могут быть найдены в результате статистической обработки значений R_0 термометров.

Полученные соотношения могут быть использованы при выборе допустимых отклонений ΔR_0 в группе при заданном доверительном интервале погрешности измерения температуры от использования единой градуировки.

При суммарной оценке предельного отклонения R_t от m_{R_t} для группы термометров необходимо учитывать погрешность Δ и ее вероятность от использования выборки определенного объема для отыскания m_{R_t} .

ЛИТЕРАТУРА

1 Ашкинази И. М., Иванова А. Г., Тартаковский Д. Ф. Расчет отклонения градуировки термометров сопротивления от градуировочных таблиц. «Измерительная техника», 1967, № 12.

2. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М., «Наука», 1964.

3. Смирнов Н. В., Дунин-Барковский И. В. Теория вероятностей и математическая статистика в технике. М., «Наука», 1965.

4. Лозинский С. Н. Сборник задач по теории вероятности и математической статистике. М., «Статистика», 1967.

Поступила в редакцию 26/XI 1973 г.

Поверочные гидродинамические стенды

Гидродинамический стенд гравитационного типа предназначен для градуировки и поверки образцовых измерителей скорости потока жидкости. Стенд может работать в двух режимах: воспроизведения средней скорости и воспроизведения регулярных пульсаций скорости потока. В первом случае скорость потока в рабочем участке при каждом заданном значении остается постоянной; во втором режиме на постоянную скорость потока накладывается регулярная переменная составляющая. При этом и постоянная и переменная составляющие скоростей потока могут изменяться в широких пределах.

Конструктивно стенд представляет собой гидродинамическую трубу гравитационного типа с органами управления потоком и пульт с контрольно-измерительной аппаратурой. Измеряемыми и регулируемыми являются скорость и температура потока, амплитуда и частота пульсаций скорости. Гидромеханическая схема стенда представлена на рис. 1.

Вода из напорного бака 1 по вертикальному каналу 2 подводится к последовательно соединенным рабочим участкам 5 и 8 и по отводу 6 — к устройству для создания регулярных пульсаций скорости. Наличие двух идентичных участков позволяет осуществлять градуировку приборов методом сличения. Интенсивность турбулентных пульсаций регулируется спрямляющими аппаратами 4 и 7, установленными перед рабочими участками. Далее поток по трубам 11 и 12 через распылители 13 направляется в отсеки мерного бака. Каждый из отсеков снабжен водомерными стеклами 15 и линейкой, на которой смонтированы каретки 14 и 16 с фотоэлектрическими преобразователями. Одно деление линейки соответствует $0,001 \text{ м}^3$. Требуемый объем задается с помощью подвижных кареток 14 (каретки 16 неподвижны). По мере заполнения водой отсека мерного бака поплавки внутри водомерного стекла поднимаются и перекрывают поочередно щели нижнего и верхнего фотоэлектрических преобразователей, которые управляют пуском и остановом электро-

секундомера. Из отсеков мерного бака через клапан 17 вода сливается в емкость 18 и далее с помощью центробежного насоса поднимается в напорный бак. Перемещение клапана осуществляется кривошипным механизмом 19, приводимым в движение электродвигателем 20. Двигатель насоса управляется по командам устройства, следящего за уровнем воды в напорном баке. Напор, создаваемый за счет разности высот между уровнями воды в напорном баке и выходными сечениями труб 11 и 12, позволяет получить скорость потока в рабочих участках до 12 м/с.

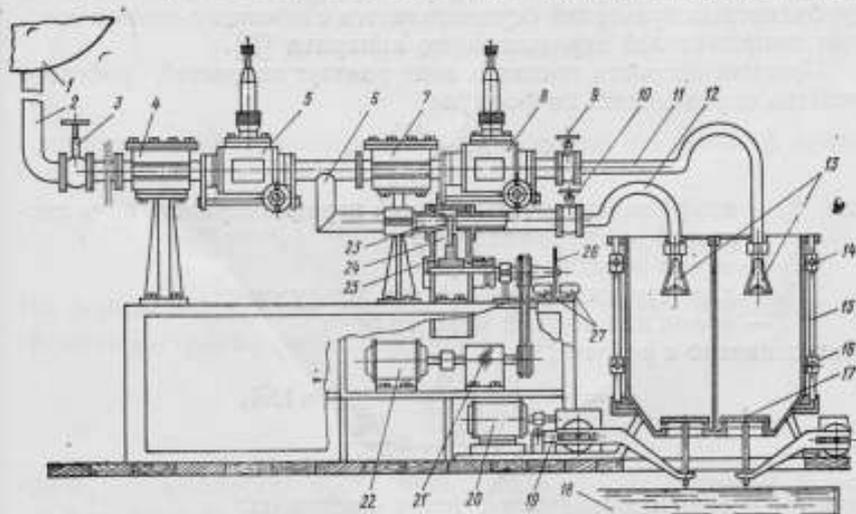


Рис. 1. Гидродинамический стенд гравитационного типа.

Конструкция гидродинамической трубы обеспечивает постоянство заданной скорости потока, начиная от 0,05 м/с. Скорость потока регулируется задвижками 3 и 9. При закрытой задвижке 10 стенд работает в режиме воспроизведения средней скорости потока, при открытой — часть потока направляется в гидродинамический пульсатор. С помощью этой задвижки регулируется также амплитуда пульсационной составляющей скорости потока. Гидродинамический пульсатор представляет собой герметичный корпус 25, внутри которого вращается профилированный диск 24, периодически перекрывающий канал 23. Вал пульсатора, соединенный с фотоэлектрическими преобразователями 26 и 27, приводится во вращение электродвигателем 22 через редуктор 21. Скорость вращения диска пульсатора пропорциональна частоте пульсаций скорости. При открытых задвижках 9 и 10 и работающем пульсаторе часть потока направляется по трубе 13 во второй отсек мерного бака. При этом расход через рабочий участок 8 будет меняться от Q_1 до Q_2 , а через пульсатор —

от нуля до $Q_3 \approx Q_2 - Q_1$. Таким образом, в первый отсек мерного бака по трубе 11 направляется поток, имеющий как постоянную, так и переменную составляющие скорости; во второй отсек поступает поток, имеющий только переменную составляющую скорости. Зная секундный расход, закон изменения расхода и площадь поперечного сечения канала, можно определить амплитудное значение скорости потока.

Рабочий участок представляет собой свободную струю, истекающую в затопленный объем [1]. Регулирование интенсивности турбулентных пульсаций осуществляется с помощью сеток и сотовых выпрямителей спрямляющего аппарата [2].

Средняя скорость потока в зоне равных скоростей рабочего участка определяется по формуле

$$v_0 = k_n \frac{4V_0}{\pi D_0^2 t},$$

где k_n — коэффициент, учитывающий неравномерность поля скоростей на срезе конфузора;

V_0 — объем мерного бака;

D_0 — диаметр выходного сечения конфузора;

t — время наполнения мерного бака.

Как показано в работе [2],

$$k_n = \frac{120}{98 + 14 \frac{R_1}{R_0} + 8 \frac{R_1^2}{R_0^2}} = 1,01,$$

где R_0 — радиус выходного сечения конфузора;

R_1 — радиус зоны равных скоростей.

Среднее квадратическое отклонение определения средней скорости v_0 в рабочем участке

$$S_{v_0} = \sqrt{S_{k_n}^2 + S_{V_0}^2 + 4S_{D_0}^2 + S_t^2},$$

где S_{V_0} , S_{D_0} , S_t , S_{k_n} — соответствующее среднее квадратическое отклонение определения объема мерного бака, диаметров выходных сечений конфузоров, времени наполнения мерного бака, коэффициента k_n .

Исследования гидродинамического стенда гравитационного типа показали, что погрешность определения средней скорости в рабочем участке не превышает 0,5% в диапазоне скоростей 0,02—12 м/с. Амплитудное значение пульсационной составляющей u'_A определяется с помощью мерного бака следующим образом. Пусть выбранный объем V_0 второго отсека мерного бака наполняется за время τ . Тогда средняя расходная скорость через пульсатор

$$\bar{u}' = \frac{V_0}{\tau S_n},$$

где S_n — площадь проходного сечения пульсатора. Среднерасходная скорость может быть определена как

$$\bar{u}' = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} u'(t) dt.$$

Переменная составляющая скорости изменяется по гармоническому закону. Тогда

$$\bar{u}' = \frac{1}{\tau} u'_A \int_0^{\tau} (1 + \sin \omega t) dt. \quad (1)$$

Принтегрировав выражение (1) и учитывая, что $\omega = 2\pi f$, получим

$$\bar{u}' = u'_A \left[1 + \frac{1}{2\pi f \tau} (1 - \cos 2\pi f \tau) \right]. \quad (2)$$

Из выражения (2) следует, что при целом числе пульсаций $f\tau$ средняя расходная скорость $\bar{u}' = u'_A$. Отсюда

$$u'_A = \frac{V_0}{\tau S_n},$$

где u'_A — амплитуда переменной составляющей скорости. В реальных условиях получить целое число периодов пульсаций $f\tau$ не представляется возможным. Однако из выражения (2) следует, что при достаточно большом $f\tau$, $\bar{u}' \approx u'_A$.

Относительную погрешность определения переменной составляющей находим из равенства

$$\Delta u'_A = \frac{1}{2\pi f \tau} (1 - \cos 2\pi f \tau) 100\%.$$

Максимальное значение относительной погрешности имеет место, когда $2f\tau$ — нечетное число. В этом случае

$$\Delta u'_A = \frac{1}{2\pi f \tau} \cdot 100$$

или

$$f\tau = \frac{50}{\pi \Delta u'_A}. \quad (3)$$

Это выражение позволяет определить при заданной частоте пульсаций f время наполнения мерного бака τ , при котором погреш-

ность определения амплитудного значения пульсационной составляющей не превысит заданного значения

$$\tau \geq \frac{50}{\pi f \Delta u'_A}$$

Так как

$$\tau = \frac{V_0}{u'_A S_n},$$

то

$$\frac{V_0}{u'_A S_n} \geq \frac{50}{\pi f \Delta u'_A} \quad (4)$$

Гидродинамический стенд ГДС-60/25 (60 — диаметр выходного сечения конфузора, мм; 25 — максимальная скорость потока, м/с) предназначен для градуировки и исследования измерителей средних и пульсационных составляющих скорости потока с наибольшим диаметром измерительного преобразователя 50 мм.

Конструкция стенда обеспечивает возможность регулирования и поддержания заданного значения следующих параметров потока в диапазонах: измерения средней скорости $v_0 = 0,2 \div 25$ м/с; пульсаций скорости относительно градуируемого преобразователя — по частоте 0,1—20 Гц, по амплитуде $u'_A = 0,001 \div 0,5$ м/с; интенсивности турбулентных пульсаций $\epsilon_0 = 0,5 \div 10\%$; температур 5—35°C; солености 0—35‰; давлений от $-0,3 \cdot 10^5$ до $+3 \cdot 10^5$ Па.

В стенд ГДС-60/25 входит гидродинамическая труба замкнутого типа, холодильный агрегат, пульт с органами управления и комплексом контрольно-измерительной аппаратуры.

Гидродинамическая труба (рис. 2) представляет собой замкнутую, вертикально расположенную систему переменного сечения. Она состоит из насосного агрегата 1, вертикальных ветвей 2 и 8, поворотных колен 3, газовой ловушки 4, спрямляющего аппарата 5, дозатора 6, рабочего участка 7, теплообменника 14.

Насосный агрегат состоит из центробежного насоса 5X18K и электродвигателя постоянного тока П62. Скорость потока регулируется с пульта управления изменением скорости вращения насосного агрегата с помощью тиристорного преобразователя. Насос и двигатель выбраны на основании гидродинамического расчета трубы. Для устранения возможных вибраций насосный агрегат смонтирован на отдельном фундаменте и соединен с гидродинамической трубой дюритовыми патрубками. Вертикальные ветви 2 и 8 состоят из трубопроводов 9 и емкостей 10 с водомерными стеклами 11. В одну из емкостей сливается вода из гидродинамической трубы при установке в рабочем участке градуиру-

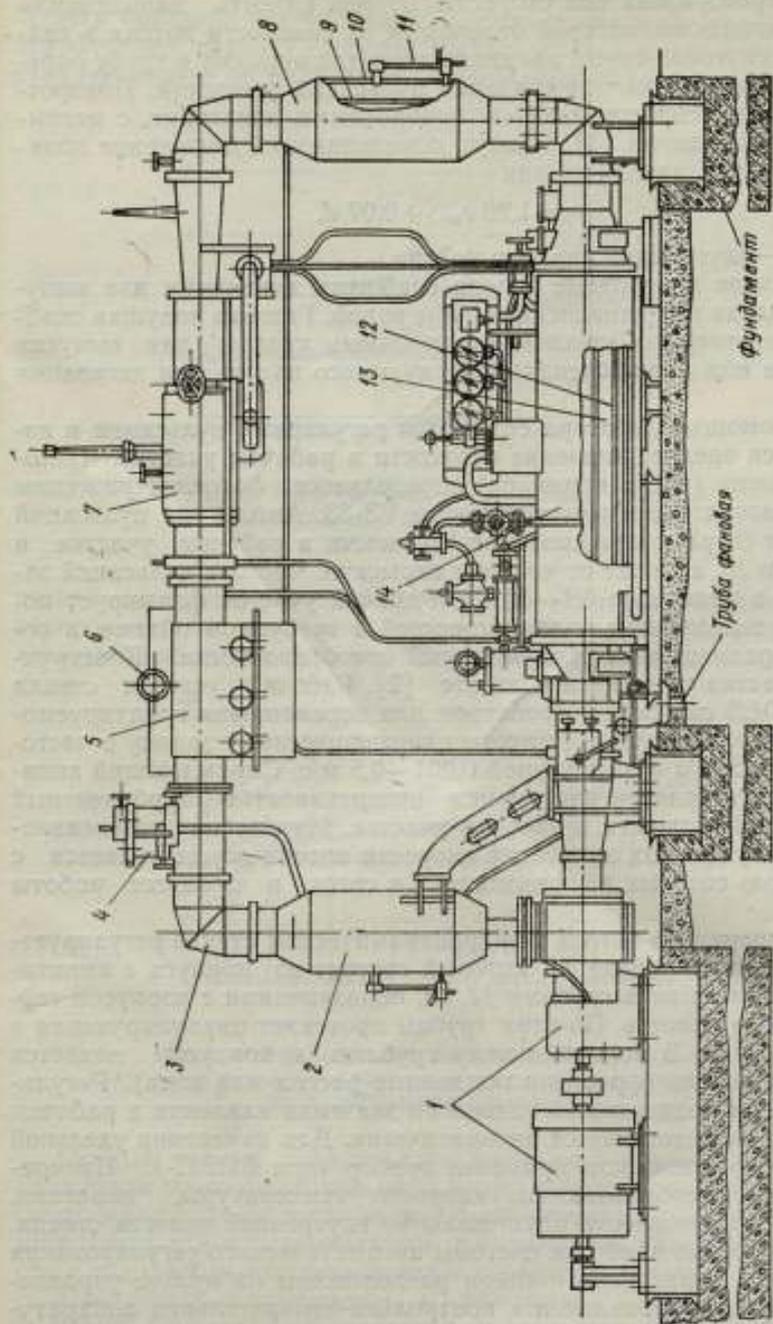


Рис. 2. Гидродинамический стенд замкнутого типа

емого преобразователя скорости. Вторая емкость, заполняемая водой, соленость которой отличается от солености потока в гидродинамической трубе, предназначена для впрыска в трубу определенными дозами при создании пульсаций солености. Поворотные колена снабжены пятью поворотными лопастями с несимметричным шагом [3]. Радиус, определяющий положение лопаток в колене, находится как

$$r_n = 1,26 r_{n-1} + 0,07 d,$$

где d — внутренний диаметр колена.

Верхние поворотные колена снабжены вентилями для выпуска воздуха при заполнении трубы водой. Газовая ловушка снабжена водомерным стеклом и вентильным краном для выпуска воздуха или подключения форвакуумного насоса для дегазации воды.

С помощью дозатора создаются регулярные пульсации и изменяется среднее значение солености в рабочем участке. Частота впрыска (число впрысков) определяется фотоэлектрическим преобразователем и частотомером ГЗ-33. Амплитуда пульсаций зависит от разности давления, солености в рабочем участке и емкости 10 , а также от частоты впрысков. Частота пульсаций задается в диапазоне $0,1$ — 50 Гц. Рабочий участок формирует поток с равномерным полем скоростей в требуемом объеме, в котором размещается градуируемый преобразователь. Конструкция участка приведена в работе [2]. Рабочий участок стенда ГДС-60/25 снабжен устройством для перемещения градуируемого преобразователя в потоке по гармоническому закону с частотой $0,1$ — 20 Гц и амплитудой $0,001$ — $0,5$ м/с. Спрямяющий аппарат служит для регулирования интенсивностью турбулентных пульсаций скорости в рабочем участке. Изменение интенсивности турбулентных пульсаций скорости потока осуществляется с помощью сетовых выпрямителей и сеток в процессе работы [1, 2].

Температура потока в гидродинамическом стенде регулируется в теплообменнике 14 , который состоит из корпуса с вмонтированными в него трубами 12 , 13 , образующими с корпусом герметичную полость. По этим трубам протекает циркулирующая в стенде вода. В полость между трубами и корпусом подается хладонотеплоноситель (фреон, охлажденные рассол или вода). Регулирование и поддержание заданного значения давления в рабочем участке осуществляется автоматически. Для измерения удельной электропроводности применен прибор типа БИЭП-1. Измерительные преобразователи скорости температуры, давления, электропроводности размещены во внутренней полости стенда.

Вторичные приборы, системы автоматического регулирования и органы управления стендом расположены на пульте управления. Органы управления и контрольно-измерительная аппаратура располагаются секционно — по измеряемым параметрам.

Как показало исследование гидродинамической трубы, нестабильность средней скорости потока во всем диапазоне скоростей составляет не более 0,2%. Неравномерность поля скоростей

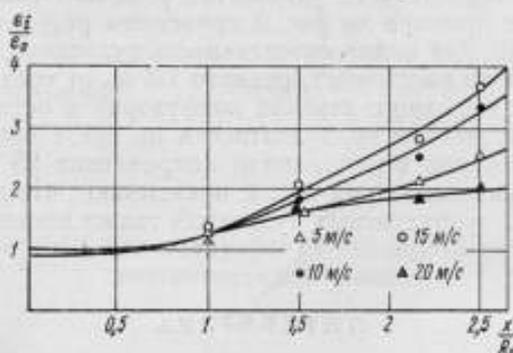


Рис. 3. Распределение интенсивности турбулентных пульсаций скорости потока вдоль оси рабочего участка.

на срезе конфузора — не более 0,15%. Установка обеспечивает воспроизведение средней скорости потока со средним квадратическим отклонением не более 1,0% во всем диапазоне измерений.

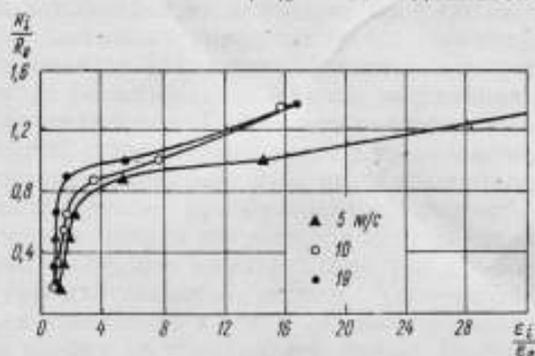


Рис. 4. Распределение интенсивности турбулентных пульсаций скорости потока в рабочем участке в радиальном направлении.

Особый интерес представляют измерения турбулентности в различных точках рабочей зоны струи, которые показали, что гидродинамическая труба может быть использована в качестве устройства для воспроизведения турбулентных пульсаций скорости с заданными статистическими характеристиками.

Измерения, выполненные с помощью разработанной во ВНИИМ термоанемометрической аппаратуры повышенной точности, производились в диапазоне средних скоростей 2—20 м/с

по оси рабочего участка через каждые 20 мм, начиная от среза конфузора и в радиальном направлении на срезе конфузора. Перемещение измерительного преобразователя осуществлялось с помощью координатного устройства рабочего участка.

В качестве примера на рис. 3 приведены результаты некоторых измерений. Как видно интенсивность пульсаций практически не изменяется до расстояния, равного $1/5 R_0$ от среза конфузора (R_0 — радиус выходного сечения конфузора) и остается равной уровню интенсивности турбулентности на срезе конфузора. Результаты измерений в радиальном направлении 25 мм от среза конфузора, приведенные на рис. 4, показывают, что до $R_1 = 0,6 R_0$ интенсивность турбулентных пульсаций также изменяется незначительно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Горшков А. С., Русецкий А. А. Кавитационные трубы. Л., «Судостроение», 1972.
2. Болгар В. С., Кузьмин В. А., Ковалева С. Д., Тартаковский Д. Ф. Комплекс установок для градуировки измерителей скорости потоков жидкости. В сб.: «Автоматизация научных исследований морей и океанов». Севастополь, изд. МГИ АН УССР, 1972.

Поступила в редакцию 26/XI 1973 г.

Установка для градуировки преобразователей поверхностного трения

При движении потока жидкости или газа около твердой поверхности возникает поверхностное трение, изучение которого имеет большое значение для многих областей науки, например, при определении сопротивления тел, движущихся в жидкости (или газе), сопротивления движению жидкостей в трубах.

Применяется несколько типов измерительных преобразователей поверхностного трения: пневматические, тепловые, механические, методы, основанные на измерении профиля скорости, и т. д. Наиболее перспективным представляется термоанемометрический преобразователь [1], основной частью которого является тонкая нагретая металлическая пленка, заделанная заподлицо с обтекаемой поверхностью. Такой преобразователь не вносит возмущений в поток, сравнительно прост в изготовлении и эксплуатации. По принципу действия этот преобразователь аналогичен термоанемометрическому преобразователю скорости.

Металлическая пленка нагревается протекающим через нее электрическим током, что вызывает перегрев пленки относительно температуры набегающего потока. Температура в потоке вблизи пленки изменяется в температурном пограничном слое от температуры пленки до температуры среды. Толщина температурного пограничного слоя нарастает, начиная от передней кромки нагреваемой пленки, где она равна нулю, до величины порядка сотых долей ширины пленки, т. е. размера в направлении потока. Ширина пленки, как правило, составляет 0,2 мм и, следовательно, тепловой пограничный слой на пленке очень тонок. При этом если выходным сигналом преобразователя при постоянном перегреве пленки относительно температуры среды является ток, протекающий через пленку, то термоанемометр может быть проградуирован в единицах поверхностного трения. Градуировочная кривая имеет вид

$$I=f(\tau), \quad (1)$$

где I — ток, протекающий через пленку; τ — поверхностное трение.

Решая уравнения конвективной теплопроводности в потоке вблизи стенки [1], можно рассчитать зависимость (1)

$$I^2 = A + B\sqrt[3]{\tau}. \quad (2)$$

Кубическая зависимость квадрата тока от трения подтверждается экспериментально. Коэффициенты A и B зависят от размеров пленки и свойств жидкости потока и могут быть рассчитаны лишь весьма приблизительно. Если требования к точности измерения τ высоки, то они должны определяться градуировкой.

Во ВНИИМ создана градуировочная установка, основную часть которой представляет рабочий участок, изображенный схематически на рис. 1. Участок представляет собой узкую щель,

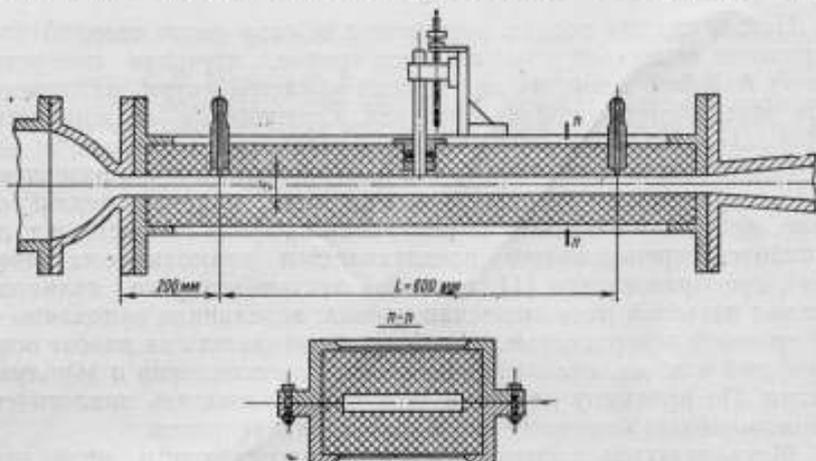


Рис. 1. Схема щелевого участка градуировочной установки.

ширина и длина которой намного превышают высоту. На концах щели имеется два штуцера для отбора давления. Преобразователь трения располагается в середине участка, в центре широкой стороны. Рабочий участок входит в гидродинамическую установку замкнутого типа, скорость в которой задавалась центробежным насосом, приводимым в действие электромотором постоянного тока (см. статью Б. Г. Гуткина, В. А. Кузьмина, Д. Ф. Тартаковского «Поверочные гидродинамические стенды» в настоящем сборнике, стр. 118).

Методика градуировки преобразователей трения основана на том, что в установившемся турбулентном или ламинарном режиме, в бесконечно длинной трубе, трение на стенке постоянно, а давление падает линейно. Принято считать, что это расстояние

должно составлять 100—200 поперечных размеров трубы [4]. В аналогичной установке (с круглым сечением рабочего участка), описанной в работе [2], предусмотрен входной участок длиной 110 диаметров. В установке ВНИИМ это расстояние составляло 40 высот щели. Как показали исследования, этого оказалось достаточно для стабилизации потока. Были измерены два перепада давления: между входным штуцером и преобразователем и между преобразователем и выходным штуцером. Эти перепады с точностью до 3% оказались одинаковыми (рис. 2), что подтверж-

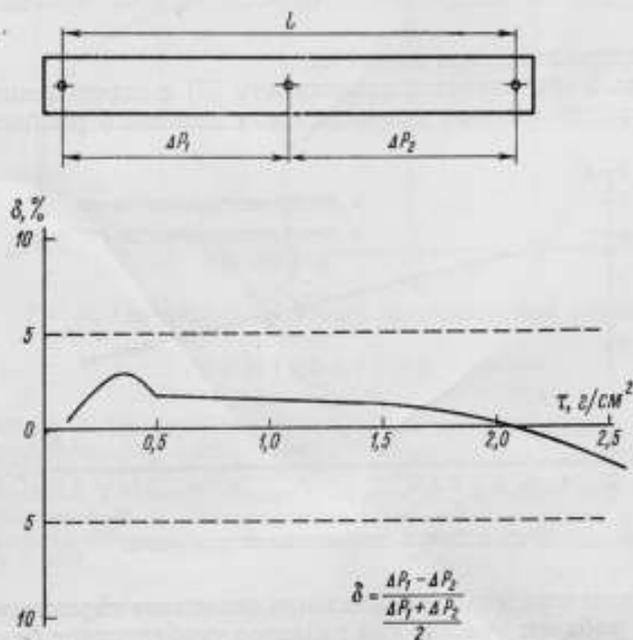


Рис. 2. Отклонение распределения давления вдоль щели от линейного.

дает линейность распределения вдоль участка. С целью дополнительной проверки соответствия течения в рабочем участке течению в бесконечно длинной трубе определялся закон сопротивления рабочего участка. Закон сопротивления труб различных поперечных сечений хорошо изучен.

Связь между перепадом давления и среднерасходной скоростью определяем по формуле

$$\Delta p = \lambda \frac{L}{d} \frac{\rho v_{\text{ср}}^2}{2}, \quad (3)$$

где L и d — длина и диаметр поперечного сечения трубы; ρ — плотность; $v_{\text{ср}}$ — средняя скорость потока.

Для прямоугольного участка со сторонами a и b вместо d нужно подставить так называемый эквивалентный диаметр

$$d_0 = \frac{4ab}{a+b}. \quad (4)$$

Для развитого турбулентного течения коэффициент сопротивления [3]

$$\lambda = 0,316 Re^{-0,25}; \quad Re = \frac{v_{cp} d}{\nu}, \quad (5)$$

где ν — кинематическая вязкость.

На рис. 3 сравнивается зависимость (5) с определенным экспериментально законом сопротивления щелевого рабочего участка

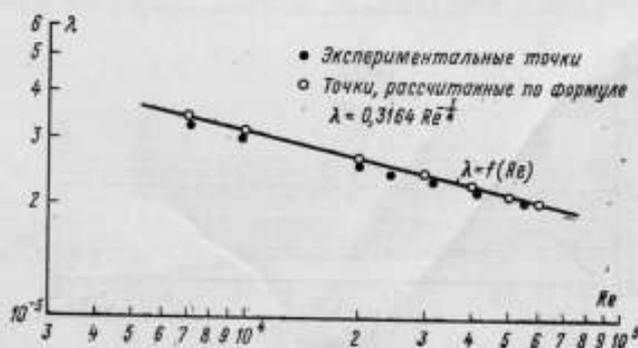


Рис. 3. Закон сопротивления для щели.

стка. Удовлетворительное совпадение позволяет характеризовать течение в рабочем участке как развитое турбулентное без заметного влияния расстояния от входа.

Таким образом, поверхностное трение в месте установки преобразователя давления может быть вычислено, исходя из перепада давления на рабочем участке.

$$\tau = \frac{\Delta p F}{S},$$

где Δp — перепад давления на участке; F — площадь поперечного сечения щели; S — площадь боковой поверхности участка.

Исследования показали, что предельная погрешность измерения трения с учетом точности измерения перепада давления, геометрических размеров щели, отличия характера течения в углах сечения щели от характера течения в середине длинной стороны, где устанавливался преобразователь (оценивалась теоретически по [4]), не превосходит 4—5%.

На установке производилась градуировка преобразователей поверхностного трения, изготовленных во ВНИИМ. Типичная градуировочная кривая изображена на рис. 4.

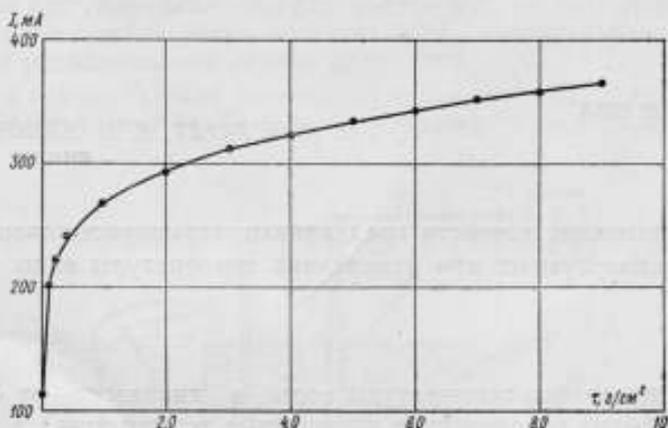


Рис. 4. Градуировочная кривая преобразователя трения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ludwig H. Ein Gerät zur Messung der Wandschubspannung turbulenter Reibungsschichten. „Ing. Archiv.“, 1949, В. XVII.
2. „DISA Information“, 1972, № 13.
3. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М., «Наука», 1969.
4. Гавриленко В. А. Распределение осредненных скоростей в турбулентных равномерных потоках жидкости. «Изв. НИИ гидротехники им. Введенского», 1963, т. XIX.

Поступила в редакцию 26/XI 1973 г.

**Повышение точности градуировки термодатчиков,
используемых при измерениях температуры воды**

Для измерения температуры воды в диапазоне от -5 до $+35^{\circ}\text{C}$ обычно используются жидкостные термометры, а также стандартные и нестандартные термометры сопротивления. За последнее время для измерения температуры при изучении быстропеременных гидродинамических процессов, в частности при исследованиях турбулентности, начали применять обладающие минимальной тепловой инерцией пленочные (платиновые, никелевые, полупроводниковые) термометры сопротивления и термометры сопротивления, изготовленные из микропровода (медные и никелевые, покрытые стеклом). Согласно инструкции Комитета стандартов № 157—62, градуировка термодатчиков производится либо сравнением их показаний с показаниями образцовых средств измерений в термостатах (или криостатах), либо по постоянным точкам с последующим использованием известных интерполяционных формул или градуировочных таблиц для нахождения зависимости сопротивления термометра от температуры в интервалах между постоянными точками. Последний способ предпочтительней, так как на градуировку затрачивается значительно меньше времени.

Для градуировки термодатчиков в указанном интервале обычно используют две постоянные точки: точку плавления льда (0°C) или тройную точку воды ($0,01^{\circ}\text{C}$) и точку кипения воды (100°C). Как показывает расчет, при построении градуировочной кривой термометра сопротивления внутри этого интервала с помощью стандартных таблиц возможна погрешность порядка $\pm 0,4^{\circ}\text{C}$ при измерениях температуры около 30°C . Опыт работы с малоинерционными пленочными и проволочными термометрами сопротивления показывает также, что при их градуировке в точке 100°C , далеко отстоящей от области измеряемых температур,

часто имеет место уход (нестабильность) градуировочной кривой.

Для повышения точности градуировки малонерционных термометров сопротивления, а следовательно, и измерения температуры при гидродинамических измерениях, во ВНИИМ исследована постоянная точка «галлий» — температура фазового перехода металлического галлия около 30°C .

Для осуществления постоянной точки «галлий» использовался термостат типа ТС-24 (рис. 1). Образец галлия марки Гл-000

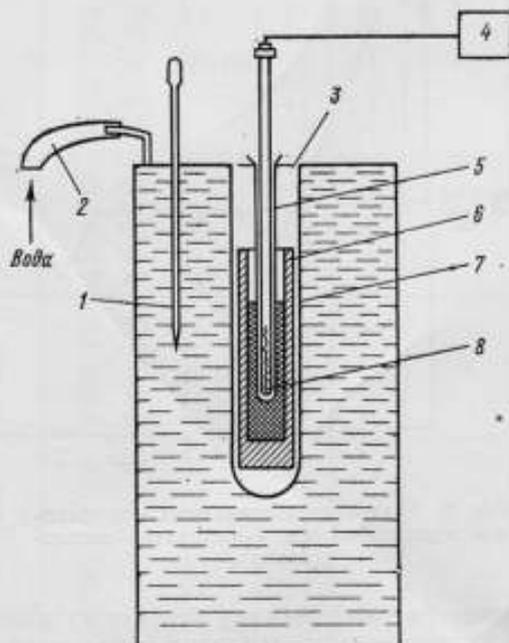


Рис. 1. Аппаратура для воспроизведения точки «галлий».

заплавлялся в тигель 6 внутренним диаметром 30 мм, высотой 150 мм. Тигель помещался в стеклянную пробирку 7, диаметром 46—48 мм, длиной 370 мм, которая опускалась через отверстие 3 в рабочее пространство термостата, заполненное водой. С помощью нагревателей температура воды в термостате повышалась до 60°C и поддерживалась на этом уровне системой регулирования, чувствительным элементом (задатчиком) который служил контактный термометр 1, до момента расплавления галлия.

В расплавленный галлий погружался градуируемый термодатчик 8 в стеклянной пробирке 5 внутренним диаметром 12—

14 мм. Сигнал от термометра сопротивления фиксировался измерительной схемой 4.

Далее нагреватель термостата выключали и включалась система водяного охлаждения 2. Изменение температуры образца галлия определялось с помощью образцового термометра сопротивления; для этого каждые 10 мин измерялось падение напряжения на его чувствительном элементе. Вначале температура образца галлия падает, затем несколько повышается (происходит переохлаждение) и становится постоянной (см. рис. 2). В этот

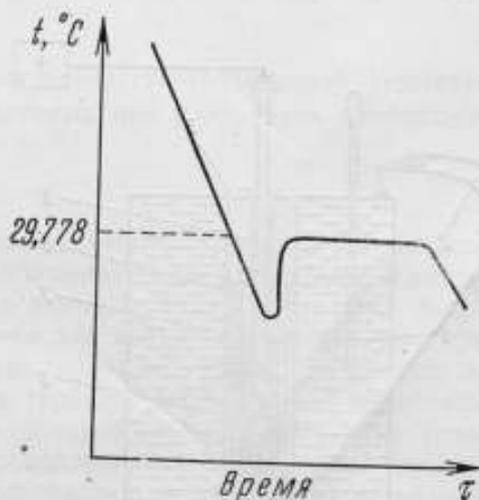


Рис. 2. Изменение температуры при фазовом переходе галлия («площадка» затвердевания).

момент происходит фазовый переход металла из жидкого состояния в твердое; измерение сопротивления термометра производят каждую минуту.

Температура затвердевания определялась на образце галлия марки Гл-000, содержащем следующие примеси: Al — $3 \cdot 10^{-5}$; Zn и Si — $5 \cdot 10^{-5}$.

Для измерения сопротивления термометра сопротивления использовалась компенсационная схема с потенциометром типа Р-348, позволяющая производить отсчет показаний с точностью $\pm 0,1$ мкВ, что соответствует тысячным долям градуса.

Измерение температуры затвердевания образца производилось пятью образцовыми платиновыми термометрами сопротивления 1-го разряда, каждым из них были измерены пять-шесть температур затвердевания (см. таблицу). Как следует из данных таблицы, температура затвердевания образца галлия со-

№ термометра	№ площадки	Измеренная температура затвердевания	T_{cp}	$v_i \times 10^6$	$v_i^2 \times 10^6$	$\sum v_i^2 \times 10^6$	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum v_i^2}{n-1}}$
1579	1	29,792	29,784	+ 6	36	283	±0,007
	2	29,795		+11	121		
	3	29,781		- 3	9		
	4	29,778		- 6	36		
	5	29,775		- 9	81		
1534	1	29,778	29,781	+7	49	85	±0,005
	2	29,776		-5	25		
	3	29,780		-1	1		
	4	29,778		-3	9		
	5	29,782		+1	1		
	6	29,781		0	—		
1535	1	29,763	29,765	-2	4	46	±0,004
	2	29,767		+2	4		
	3	29,760		-5	25		
	4	29,768		+3	9		
	5	29,767		+2	4		
1533	1	29,789	29,789	0	—	2	±0,001
	2	29,789		0	—		
	3	29,789		0	—		
	4	29,788		-1	1		
	5	29,790		+1	1		
528	1	29,767	29,769	-2	4	11	±0,001
	2	29,769		0	—		
	3	29,768		-1	1		
	4	29,770		+1	1		
	5	29,770		+1	1		
	6	29,771		+2	4		
Среднее:			29,778				±0,005

ставляет $29,778 \pm 0,005^\circ\text{C}$. Последующее использование постоянной точки «галлий» для градуировки термометров сопротивления показало, что средняя квадратическая погрешность для малоинерционных никелевых, медных и платиновых пленочных технических термометров сопротивления не превышает $\pm 0,03$ — $0,01^\circ\text{C}$. Следовательно, при определении зависимости сопротивления термометра сопротивления от температуры точность измерения повышается на 1 порядок.

Поступила в редакцию 26/XI 1973 г.

**Об обработке результатов аттестации измерительной системы
для исследований гидродинамических параметров морской
среды**

Определение метрологических характеристик измерительных систем представляет значительный интерес как для прикладной метрологии, так и для измерительной техники. Методы аттестации средств измерений должны удовлетворять, с одной стороны, требованиям достоверности получаемых характеристик, с другой — они должны быть достаточно просты при использовании на практике.

Рассмотрим методику аттестации рабочего средства измерений на примере измерительной системы (аналогичной описанной в работе [1]), предназначенной для исследований гидродинамических параметров морских течений. С помощью таких систем могут измеряться и регистрироваться средняя скорость и пульсации скорости течения (значения и направления), температура и ее пульсации, а также пульсации гидродинамического давления на глубинах до нескольких сот метров. Наибольший интерес представляют исследования переменных значений величины, поэтому следует обращать внимание на динамические характеристики измерительных каналов.

Обычно для измерений средних значений величин и их пульсаций используется один первичный преобразователь с последующим разделением составляющих в измерительном канале. Общая схема подобных систем показана на рис. 1. По своему назначению эти системы являются исследовательскими, т. е. предварительная информация об исследуемых величинах весьма ограничена; как правило, известны только предполагаемый амплитудный и частотный диапазоны измеряемых параметров. В настоящее время аттестация подобных измерительных систем осложняется из-за отсутствия достаточно полно разработанных и апробированных методов оценки их метрологических характеристик, особенно при динамическом режиме работы. Обычно произ-

водят поэлементную поверку узлов аппаратуры канала, а затем по отдельным составляющим определяют общую погрешность. При этом отдельно определяются показатели для статического и динамического режимов работы. Ввиду технических трудностей

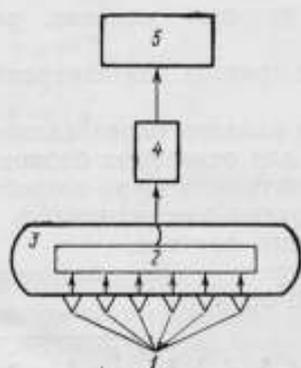


Рис. 1. Общая схема системы для измерений гидродинамических параметров течений.

1 — первичные измерительные преобразователи (ПИП); 2 — электронная аппаратура первичной обработки сигналов; 3 — контейнер; 4 — кабель-трос; 5 — аппаратура преобразования и регистрации.

приходится также прибегать к косвенным (расчетным) методам оценивания погрешности; это в первую очередь относится к испытаниям сложных измерительных систем.

Для рассматриваемых систем типовая структура измерительного канала показана на рис. 2. Из-за сложности суммирования



Рис. 2. Типовая структура измерительного канала.

АЦП — аналого-цифровой преобразователь.

составляющих случайной погрешности разработчики по возможности уменьшают число отдельно испытываемых узлов измерительного канала (определяют показатели погрешности для участков канала или всего канала в целом). В данном случае удобно оценивать основную погрешность участка канала от первичного измерительного преобразователя до нормирующего усилителя (включительно), отдельно проверять узел дискретного преобразования сигналов (включающий коммутатор и аналого-цифровой преобразователь АЦП) и аппаратуру регистрации. Рассмотрим подробнее процедуру аттестации подобных систем на конкретном примере испытаний, проведенных во ВНИИМ.

Согласно ГОСТ 8.011—72, показатели точности каждого канала должны быть представлены в форме доверительных интер-

валов, учитывающих как систематические, так и случайные составляющие погрешности.

В процессе испытаний системы устанавливались следующие метрологические характеристики каналов:

основная статистическая погрешность;

дополнительная погрешность за счет влияния различных внешних факторов;

динамические характеристики трактов для измерений переменных величин.

Дополнительные погрешности каналов определялись косвенным методом; функции влияния для отдельных блоков системы или доверительная погрешность находились при воздействии одного из влияющих факторов, а затем рассчитывалась погрешность канала при воздействии этого фактора.

Оценка основной погрешности (в соответствии с ГОСТ 8.009—72) производится по формуле

$$\Delta_c - k \sqrt{\frac{b^2}{12} + \sigma^2(\Delta)} \leq \Delta \leq \Delta_c + k \sqrt{\frac{b^2}{12} + \sigma^2 \Delta} \quad (1)$$

где Δ_c — систематическая составляющая погрешности в данной точке диапазона измерений;

b — вариация показаний в данной точке диапазона измерений, обусловленная явлениями типа люфта и гистерезиса;

$\sigma(\Delta)$ — среднее квадратическое отклонение случайной погрешности в данной точке диапазона измерений;

k — коэффициент, зависящий от вида закона распределения погрешностей и величины доверительной вероятности.

Определение закона распределения случайных погрешностей связано с длительными исследованиями и значительным объемом математической обработки результатов измерения. В инженерных экспериментах удобнее пользоваться непараметрическими критериями доверительной погрешности. В нашем случае использовалось неравенство Кампа-Мейделя, которое независимо от вида закона распределения позволяет найти погрешность для заданной доверительной вероятности [2]:

$$P(|\Delta| \leq k\sigma) \leq \frac{4}{9} \frac{1}{k^3}, \quad (2)$$

например, $P(|\Delta| \geq 3\sigma) = 0,95$.

Это неравенство справедливо для всех симметричных законов распределения. Для проверки гипотезы о симметричности использовался непараметрический критерий Н. В. Смирнова [3]. Систематическая и случайная погрешности, а также вариация показаний в каждой точке рабочего диапазона в общем случае вычислялись следующим образом:

$$\left. \begin{aligned}
 \Delta_c &= \bar{u} - u_{0i}; \\
 \bar{u} &= (\bar{u}_n + \bar{u}_{00})/2; \\
 \bar{u}_n &= \sum_{i=1}^n u_{in}/n; \\
 \bar{u}_{00} &= \sum_{i=1}^n u_{i00}/n; \\
 b &= |\bar{u}_n - \bar{u}_{00}|; \\
 \sigma(\Delta) &= \left(\frac{\sum_{i=1}^n (u_{in} - \bar{u}_n)^2 + \sum_{i=1}^n (u_{i00} - \bar{u}_{00})^2}{2n-1} \right)^{1/2},
 \end{aligned} \right\} (3)$$

где \bar{u} — значение напряжения на входе нормирующего усилителя, соответствующее средней градуировочной характеристике тракта;

\bar{u}_n — среднее значение выходного напряжения тракта, соответствующее прямой ветви градуировочной характеристики;

u_{00} — среднее значение выходного напряжения тракта, соответствующее идеальной градуировочной характеристике;

u_i — значение напряжения на выходе усилителя в i -м опыте.

Полученные m значений доверительной погрешности $\Delta(\delta)$ в m точках диапазона измерений представим двучленной формулой

$$\begin{aligned}
 \Delta &= a + qx \\
 \text{или } \delta &= \frac{a}{x} + q = \varepsilon + q,
 \end{aligned} \quad (4)$$

где a , ε — аддитивная составляющая погрешности;

q — мультипликативная составляющая погрешности;

x — значение измеряемой величины.

Таким образом, Δ — доверительная абсолютная погрешность тракта, которая может быть получена на практике в 95 опытах из 100, δ — та же погрешность, выраженная в относительной форме. Применение данной методики определения статической погрешности покажем на примерах для трактов глубины и пульсаций давления.

После десятикратной градуировки тракта глубины были по формулам (1)–(3) рассчитаны его показатели точности (табл. 1 и 2).

Аппроксимируя данные табл. 2 двучленной формулой (4), по-

Таблица 1

$H, м$	$\Delta_c, мВ$	$\sigma, мВ$	$b, мВ$
0	63	7,4	—
10	13,2	11	18,4
50	-66	17,6	64
100	-2	17,1	120
150	104	17	86
200	162,4	8	—

Таблица 2

$H, м$	$\Delta_n, м$	$\Delta_p, м$
0	1,7	3,4
10	-1	2
50	-5,6	1,6
100	4,4	4,6
150	0,4	7,9
200	5,5	7,5

Здесь Δ_n и Δ_p обозначают соответственно правую и левую часть неравенства (1).

лучим симметричные границы доверительной погрешности в рабочем диапазоне измерений глубины:

$$|\Delta| < (4 + 0,03H) м; \quad (5)$$

$$|\delta| < \left(\frac{4}{H} + 0,03 \right) \cdot 100\%_{\sigma}$$

Основная трудность аттестации каналов измерений пульсационных составляющих — отсутствие надлежащих поверочных средств, образцовых сигналов, задающих стабильные пульсации указанных величин в достаточно широком диапазоне их значений. Точность существующих образцовых средств не удовлетворяет рекомендациям поверочной схемы ($\sigma_0 : \sigma_p = 1 : 3$).

Статическая погрешность тракта пульсации давления определялась в одной точке его рабочего диапазона. В результате десятикратной градуировки была получена случайная составляющая статической погрешности $\sigma = 0,7\%$. Погрешность образцового гидрофона ($\pm 6\%$) принималась равной неисключенному остатку систематической погрешности. При этом доверительная погрешность тракта составит $|\Delta| \leq 8,1\%$. Ввиду того, что тракт состоит из линейных измерительных преобразователей, можно рассматривать эту погрешность как мультипликативную составляющую во всем диапазоне измеряемых давлений. Погрешность нуля (аддитивная составляющая) определялась значением шума, приведенным ко входу. Окончательно доверительная погрешность тракта пульсаций давления может быть выражена двучленной формулой

$$|\Delta_{p'}| \leq (0,1 + 0,08p') \text{ мм. вод. ст.};$$

$$|\delta_{p'}| \leq \left(\frac{0,1}{p'} + 0,08 \right) \cdot 100\%_{\sigma}$$

Основная статическая погрешность измерительного канала складывается из погрешности тракта (участка ПИП — норми-

рующий усилитель) и погрешности АЦП. По результатам испытаний АЦП была определена его доверительная погрешность, мВ,

$$|\Delta_{\text{АЦП}}| \leq (25 + 0,01U_x) ,$$

где аддитивная составляющая — это погрешность дискретности, распределенная равномерно; мультипликативная составляющая обусловлена разбросом элементов схемы относительно их номинальных значений и также распределена равномерно. Следовательно, среднее квадратическое значение погрешности

$$\sigma_{\text{АЦП}} = \frac{|\Delta_{\text{АЦП}}|}{\sqrt{3}} .$$

Относительная средняя квадратическая погрешность АЦП

$$\gamma_{\text{АЦП}} = \frac{\sigma_{\text{АЦП}}}{U_x} = \left(\frac{14,5}{U_x} + 0,005 \right) \cdot 100\% .$$

Таким образом, средняя квадратическая погрешность j -го канала в i -й точке рабочего диапазона измеряемых величин составит

$$\gamma_{ij}^{(0)} = (\gamma_{ij}^2 + \gamma_{i\text{АЦП}}^2)^{1/2} . \quad (6)$$

Очевидно, что $\gamma_{\text{АЦП}}$ незначительно сказывается на полной погрешности измерительного канала.

Для оценивания динамических составляющих погрешности средств измерений в ГОСТ 8.009—72 указываются следующие характеристики линейных измерительных устройств, подлежащих нормированию: передаточная функция; переходная функция; импульсная весовая функция; амплитудно-частотная характеристика; фазо-частотная характеристика и время установления.

Первые три наиболее полно описывают динамические свойства измерения. Причем нормировать следует лишь одну из этих трех характеристик, поскольку они связаны однозначно и задание одной из них полностью определяет остальные две. В настоящее время чаще всего нормируется амплитудно-частотная характеристика. Наконец, время установления является одной из мало информативных динамических характеристик. Область ее применения ограничивается статическими измерениями физических величин, уровень которых выше уровня шума.

Любые динамические характеристики средств измерения сами по себе не дают возможности оценить погрешность средства измерений в динамическом режиме. Для оценивания погрешности требуется информация о характеристиках сигнала, действующего на входе. Принимая для процесса модель с ограниченным спектром, можно получить среднюю квадратическую погреш-

ность воспроизведения входного воздействия на выходе канала по модифицированной формуле Боде-Шеннона [4]

$$\min_{\tau} \delta = \left(\frac{1}{\pi D} \int_0^{\omega_c} |1 - e^{j\omega\tau} W(j\omega)|^2 S(\omega) d\omega \right)^{1/2}, \quad (7)$$

$$\text{где } S(\omega) = \begin{cases} \frac{\pi D}{\omega_c}, & |\omega| \leq \omega_c \\ 0, & |\omega| > \omega_c \end{cases}$$

D — дисперсия входного процесса;

$S(\omega)$ — спектр плотности мощности входного процесса;

ω_c — граничная частота спектра;

$W(j\omega)$ — комплексная частотная характеристика измерительного канала;

τ — усредненный фазовый сдвиг реальной системы.

По мнению ряда авторов [5], в измерительной практике для описания линейных систем можно ограничиться звеньями первого, второго и третьего порядка.

Выражение (7) было просчитано на ЭВМ для трех типов звеньев. Полученные данные представляют самостоятельный интерес и будут опубликованы в отдельной статье. Результаты расчетов позволили сделать вывод о том, что средняя квадратическая погрешность воспроизведения процесса не превышает 5% для следующих параметров звеньев:

первого порядка $\omega T \leq 0,5$;

второго порядка $\beta = 0,6 \div 0,7$; $\omega T \leq 1$;

третьего порядка $\beta = 0,6 \div 0,7$, $\epsilon \leq 1$, $\omega T \leq 1$.

Амплитудно-частотные характеристики каналов для измерений пульсаций скорости, температуры и давления были определены опытным путем. Они оказались подобными: характеристики равномерно плоские с колебаниями не более 0,5% до частоты $f_0 = 100$ Гц, далее следует спад с крутизной 40 дБ/дек. Предполагалось, что цепи являются минимально-фазовыми. Это позволяет представить каждый канал эквивалентным звеном второго порядка с параметрами: $\omega_0 = 2\pi f_0$, $\beta = 0,7$. Как показано выше, погрешность воспроизведения входного сигнала с полосой до 100 Гц при этом будет находиться на уровне 5%, т. е. будет не больше статической.

В заключение отметим, что рассмотренные материалы позволяют достаточно полно оценить метрологические характеристики основных каналов измерительной системы, а методы их получения дают представление о трудностях построения общей методики аттестации подобных систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Современная аппаратура для океанографических исследований (обзор). Севастополь, изд. МГИ АН УССР, 1972, 192 с.
2. Рывкин Б. Л. Аппроксимация закона распределения суммарной погрешности измерительной системы нормальным законом. «Метрология», 1971, № 4, с. 10—15.
3. Смирнов Н. В. Теория вероятностей и математическая статистика. М., «Наука», 1970, 290 с.
4. Неумин Я. Г., Попова И. А., Рывкин Б. Л., Школьник Б. А. Оценки динамической погрешности измерений. «Метрология», 1973, № 1, с. 33—44.
5. Островский Л. А. Основы общей теории электронизмерительных устройств. М., «Энергия», 1971, 543 с.

Поступила в редакцию 26/XI 1973 г.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
А. М. Азизов. О параметрических эффектах в измерительных системах	5
Б. А. Школьник. Об экспериментальных методах оценки характеристик нелинейных средств измерений	12
Б. А. Школьник. Об учете отклонений параметров испытательного сигнала в задаче определения динамических характеристик	19
А. М. Азизов, В. А. Иванов, Д. Ф. Тартаковский, М. С. Райзман. Восстановление дифференциального уравнения измерительных преобразователей по импульсной переходной функции	24
А. М. Азизов, В. П. Гончарук. Исследование параметрических эффектов в сложных пленочных термоприемниках при измерении температуры турбулентных потоков	29
А. М. Азизов, В. Г. Гусаров, Д. Ф. Тартаковский. К анализу динамических свойств термоприемников в условиях переменных скоростей потоков жидкости и газа	36
В. А. Грановский. О пригодности средств измерений для работы в динамическом режиме с погрешностью, не превышающей заданную	41
Д. Я. Блантер, А. И. Попов. Исследование обтекания пленочного измерительного преобразователя скорости	49
И. С. Мытник, А. И. Попов. Влияние точности изготовления пленочных преобразователей скорости на разброс их градуировочных характеристик	57
А. И. Попов. Разрешающая способность пленочного преобразователя скорости	61
В. К. Зеленюк. Экспериментальное определение динамических характеристик пленочных термоприемников	65
Г. П. Болдырева. Структура канала преобразования сигнала в системе термоанемометра	73
Г. П. Болдырева, А. Я. Ривлин. Способ экспериментального определения частотных характеристик термоанемометров	78
Т. К. Плотникова, С. Ф. Чернов. Определение частотных характеристик термоанемометра «постоянной температуры»	83
О. Н. Корякова, А. И. Попов. Компенсация температурной погрешности термоанемометра постоянной температуры	89
В. А. Кузьмин. Погрешность измерения интенсивности турбулентных пульсаций скорости потока термоанемометров	96

<i>И. Д. Веребьевский, Е. Б. Кудашев.</i> Градуировка измерительных преобразователей турбулентных пульсаций давления	101
<i>И. Д. Веребьевский, Е. Б. Кудашев.</i> Измерение турбулентных пульсаций давления на фоне акустических помех	107
<i>А. Г. Иванова, И. В. Шокина.</i> Оценка погрешности измерения температуры при использовании групповых градуировок	112
<i>Б. Г. Гуткин, В. А. Кузьмин, Д. Ф. Тартаковский.</i> Поверочные гидродинамические стенды	118
<i>Д. Я. Блантер, В. А. Кузьмин, А. И. Попов.</i> Установка для градуировки преобразователей поверхностного трения	127
<i>Н. Н. Эргардт, Е. М. Камочкина.</i> Повышение точности градуировки термодатчиков, используемых при измерениях температуры воды	132
<i>Л. И. Довбета, В. Н. Меркурьев, Б. Л. Рыбкин, В. Г. Ширакин.</i> Об обработке результатов аттестации измерительной системы для исследований гидродинамических параметров морской среды	136
Рефераты публикуемых статей	147

Faint, illegible text at the top of the page, possibly a header or introductory paragraph.

Main body of faint, illegible text, appearing to be several paragraphs of a letter or document.

Faint text at the bottom of the page, possibly a signature or footer.

РЕФЕРАТЫ ПУБЛИКУЕМЫХ СТАТЕЙ

УДК 536.51

О ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ЭФФЕКТАХ В ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

А. М. Азизов

«Исследования в области гидродинамических измерений». Труды метрологических институтов СССР, вып. 157 (217), 1975, с. 5—11.

Рассматриваются два пути исключения параметрических эффектов в теории и практике температурных измерений. Приводятся алгоритм аналитического учета параметрических эффектов и способ технического исключения этих эффектов. Илл. 1, Библ. 5.

УДК 621.317.1.088

ОБ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ МЕТОДАХ ОЦЕНКИ ХАРАКТЕРИСТИК НЕЛИНЕЙНЫХ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

Б. А. Школьник

«Исследования в области гидродинамических измерений». Труды метрологических институтов СССР, вып. 157 (217), 1975, с. 12—18.

Рассмотрена возможность представления номинально линейного преобразователя суммой линейного и нелинейного операторов. Решена задача представления нелинейного преобразователя эквивалентной схемой с одним или двумя линейными инерционными звеньями и одним нелинейным безынерционным звеном. Дан критерий согласия модели с экспериментальными данными. Табл. 1. Илл. 3. Библ. 4.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

1911

DEPARTMENT OF CHEMISTRY

1911

REPORT OF THE DEPARTMENT OF CHEMISTRY
FOR THE YEAR 1911

DEPARTMENT OF CHEMISTRY

1911

REPORT OF THE DEPARTMENT OF CHEMISTRY
FOR THE YEAR 1911

УДК 621.317.1.012.6

**ОБ УЧЕТЕ ОТКЛОНЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ
ИСПЫТАТЕЛЬНОГО СИГНАЛА
В ЗАДАЧЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ
ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК**

Б. А. Школьник

«Исследования в области гидродинамических измерений». Труды метрологических институтов СССР, вып. 157 (217), 1975, с. 19—23.

Рассматривается влияние вариаций параметров испытательного сигнала на точность определения динамической характеристики линейного объекта. Дается оценка погрешности решения уравнения идентификации. Исследуется сходимость метода последовательных приближений для интегрального уравнения первого рода. Библ. 4.

УДК 551.46.08

**ВОССТАНОВЛЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО
УРАВНЕНИЯ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ
ПО ИМПУЛЬСНОЙ ПЕРЕХОДНОЙ ФУНКЦИИ**

*А. М. Азизов, В. А. Иванов,
Д. Ф. Тартаковский, М. С. Райзман*

«Исследования в области гидродинамических измерений». Труды метрологических институтов СССР, вып. 157 (217), 1975, с. 24—28.

Рассматривается вопрос о построении дифференциального уравнения измерительных преобразователей по их импульсным переходным функциям. Применение предлагаемых алгоритмов наиболее целесообразно для нестационарных измерительных преобразователей.

УДК 532.542.4:536.5

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ЭФФЕКТОВ
В СЛОЖНЫХ ПЛЕНОЧНЫХ ТЕРМОПРИЕМНИКАХ
ПРИ ИЗМЕРЕНИИ ТЕМПЕРАТУРЫ
ТУРБУЛЕНТНЫХ ПОТОКОВ**

А. М. Азизов, В. П. Гончарук

«Исследования в области гидродинамических измерений». Труды метрологических институтов СССР, вып. 157 (217), 1975, с. 29—35.

Анализируется влияние параметрических эффектов на точность показаний сложных пленочных термодатчиков. Приводится упрощенная постановка задачи анализа динамических свойств сложных пленочных термодатчиков. Библ. 7.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO
DEPARTMENT OF CHEMISTRY
RESEARCH REPORT

BY

DR. J. H. VAN VAN NEST
AND

DR. J. H. VAN VAN NEST
AND

RESEARCH REPORT

**К АНАЛИЗУ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ
ТЕРМОПРИЕМНИКОВ В УСЛОВИЯХ
ПЕРЕМЕННЫХ СКОРОСТЕЙ ПОТОКОВ
ЖИДКОСТИ И ГАЗА**

А. М. Азизов, В. В. Гусаров, Д. Ф. Тартаковский

«Исследования в области гидродинамических измерений». Труды метрологических институтов СССР, вып. 157 (217), 1975, с. 36—40.

Получено точное решение задачи о тепловом режиме стержневого термодатчика при произвольно меняющемся коэффициенте конвективного теплообмена. Предлагаемое решение является основой анализа динамических свойств стержневых термодатчиков. Библ. 4.

**О ПРИГОДНОСТИ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЯ
ДЛЯ РАБОТЫ В ДИНАМИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ
С ПОГРЕШНОСТЬЮ, НЕ ПРЕВЫШАЮЩЕЙ ЗАДАННУЮ**

В. А. Грановский

«Исследования в области гидродинамических измерений». Труды метрологических институтов СССР, вып. 157 (217), 1975, с. 41—48.

Рассмотрена задача пригодности средства измерений для динамических измерений с погрешностью, не превышающей заданную. Получены оценки сверху для динамической погрешности средства измерений при ограниченных по спектру периодическом и импульсном входных воздействиях, которые позволяют оценить пригодность средства измерений. Полученные результаты проиллюстрированы на примере оценивания пригодности осциллографического гальванометра для записи полигармонического сигнала. Библ. 4.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO
 DIVISION OF THE PHYSICAL SCIENCES
 DEPARTMENT OF CHEMISTRY
 5708 S. UNIVERSITY AVENUE
 CHICAGO, ILLINOIS 60637

TO THE HONORABLE SENATOR
 JOHN W. BOGGS
 U.S. SENATE
 WASHINGTON, D.C.

Dear Senator:

I am pleased to inform you that the University of Chicago has accepted your nomination to the position of *Member of the National Academy of Sciences*. The Academy has elected you to the class that meets on *October 1, 1964*. The election was held on *September 15, 1964*, and your name was chosen by a vote of *100 to 0*. The Academy is proud to have you as a member and I am sure that you will bring to the Academy the same high standards of scholarship and leadership that you have brought to the University of Chicago.

Very truly yours,
 [Signature]

THE UNIVERSITY OF CHICAGO
 DIVISION OF THE PHYSICAL SCIENCES
 DEPARTMENT OF CHEMISTRY
 5708 S. UNIVERSITY AVENUE
 CHICAGO, ILLINOIS 60637

TO THE HONORABLE SENATOR
 JOHN W. BOGGS
 U.S. SENATE
 WASHINGTON, D.C.

Dear Senator:

I am pleased to inform you that the University of Chicago has accepted your nomination to the position of *Member of the National Academy of Sciences*. The Academy has elected you to the class that meets on *October 1, 1964*. The election was held on *September 15, 1964*, and your name was chosen by a vote of *100 to 0*. The Academy is proud to have you as a member and I am sure that you will bring to the Academy the same high standards of scholarship and leadership that you have brought to the University of Chicago.

Very truly yours,
 [Signature]

**ИССЛЕДОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ ПЛЕНОЧНОГО
ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ СКОРОСТИ**

Д. Я. Блактер, А. И. Попов

«Исследования в области гидродинамических измерений». Труды метрологических институтов СССР, вып. 157 (217), 1975, с. 49—56.

Проведено экспериментальное исследование обтекания моделей пленочных преобразователей клиновидной и конусной формы турбулентным потоком. Найдено распределение давлений на поверхности моделей, распределение поверхностного трения и его пульсаций. На основании полученных данных делается вывод, что пограничный слой на преобразователе является ламинарным с пульсирующими характеристиками. Даны рекомендации по выбору места расположения чувствительной пленки на преобразователе. Илл. 8, Библ. 2.

УДК 532.57.089.6

**ВЛИЯНИЕ ТОЧНОСТИ ИЗГОТОВЛЕНИЯ
ПЛЕНОЧНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ
СКОРОСТИ НА РАЗБРОС
ГРАДУИРОВОЧНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК**

И. С. Мытник, А. И. Попов

«Исследования в области гидродинамических измерений». Труды метрологических институтов СССР, вып. 157 (217), 1975, с. 57—60.

Получена аналитическая зависимость между параметрами пленочного преобразователя скорости и его градуировочной характеристикой. Приведены расчетные и экспериментальные данные для группы преобразователей, подтверждающие справедливость полученных соотношений. Илл. 1, Библ. 2.

УДК 532.57.08:532.542.4

**РАЗРЕШАЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ
ПЛЕНОЧНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ СКОРОСТИ**

А. И. Попов

«Исследования в области гидродинамических измерений». Труды метрологических институтов СССР, вып. 157 (217), 1975, с. 61—64.

Определено влияние пространственного осреднения на измерение турбулентных пульсаций скорости пленочным термоэлектрическим преобразователем. Расчеты проведены для двух крайних случаев — большого и малого по сравнению с масштабом турбулентности преобразователя. Илл. 1, Библ. 2.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO
DEPARTMENT OF CHEMISTRY

1925

REPORT OF THE DEPARTMENT OF CHEMISTRY
FOR THE YEAR 1925

The Department of Chemistry at the University of Chicago has during the year 1925 been engaged in a wide variety of researches. The work has been carried on in the following fields: Physical Chemistry, Organic Chemistry, Inorganic Chemistry, and Analytical Chemistry. The results of the work are reported in the following pages.

PHYSICAL CHEMISTRY
BY R. M. MAYER

The work in Physical Chemistry during the year 1925 has been devoted to the study of the properties of solutions and of the behavior of gases at high pressures. The results are reported in the following papers:

1. The properties of solutions of organic compounds in water. R. M. Mayer, *J. Chem. Phys.*, 1925, 1, 1-10.

ORGANIC CHEMISTRY
BY R. M. MAYER

The work in Organic Chemistry during the year 1925 has been devoted to the study of the properties of organic compounds and to the synthesis of new compounds. The results are reported in the following papers:

1. The synthesis of new organic compounds. R. M. Mayer, *J. Chem. Phys.*, 1925, 1, 11-20.

УДК 551.46.087

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ
ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК
ПЛЕНОЧНЫХ ТЕРМОПРИЕМНИКОВ**

В. К. Зеленюк

«Исследования в области гидродинамических измерений». Труды метрологических институтов СССР, вып. 157 (217), 1975, с. 65—72.

Приведены результаты экспериментального исследования переходных и амплитудно-частотных характеристик пленочных термодатчиков. Проанализированы способы обработки эмпирических кривых с целью определения коэффициентов передаточной функции. Динамические характеристики исследованных термодатчиков полностью характеризуются одной величиной, названной параметром тепловой инерции. Илл. 7, Библ. 3

УДК 532.57.08

**СТРУКТУРА КАНАЛА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СИГНАЛА
В СИСТЕМЕ ТЕРМОАНЕМОМЕТРА**

Г. П. Болдырева

«Исследования в области гидродинамических измерений». Труды метрологических институтов СССР, вып. 157 (217), 1975, с. 73—77.

Составлена функциональная схема системы термоанемометра, работающего на переменном токе. Показано, что сигнал в системе дважды преобразуется по схеме модулятор—демодулятор. Одно преобразование соответствует фазочувствительной модуляции и демодуляции, второе преобразование — нефазочувствительной. Предлагается схема нефазочувствительного модулятора на полевом транзисторе, дающая на выходе синусоидальную форму напряжения несущей. Илл. 4, Библ. 2.

RESEARCH REPORT ON THE
EFFECTS OF THE
NEW YORK STATE

1912-13

THE STATE OF NEW YORK
DEPARTMENT OF EDUCATION

ALBANY, N. Y., 1913

1913

RESEARCH REPORT ON THE
EFFECTS OF THE
NEW YORK STATE

1912-13

THE STATE OF NEW YORK
DEPARTMENT OF EDUCATION

ALBANY, N. Y., 1913

**СПОСОБ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ
ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕРМОАНЕМОМЕТРОВ**

Г. П. Болдырева, А. Я. Ривлин

«Исследования в области гидродинамических измерений». Труды метрологических институтов СССР, вып. 157 (217), 1975, с. 78—82.

Излагается способ экспериментального определения частотных характеристик замкнутой системы термоанемометра, при котором на измерительный преобразователь подается через конденсатор и резистор модулированный по амплитуде переменный ток с несущей частотой, значительно превышающей несущую частоту термоанемометра. Проводится сравнение с другим, ранее известным способом. Илл. 3, Библ. 4.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК
ТЕРМОАНЕМОМЕТРА «ПОСТОЯННОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ»**

Т. К. Плотникова, С. Ф. Чернов

«Исследования в области гидродинамических измерений». Труды метрологических институтов СССР, вып. 157 (217), 1975, с. 83—88.

Изложена методика определения частотных характеристик термоанемометра, основанная на использовании обычной электронной аппаратуры.

Выведено аналитическое выражение частотной характеристики для рассматриваемой схемы прибора и описана методика экспериментального определения значений отдельных величин, входящих в это выражение. Приведены частотные характеристики прибора, определяемые по данной методике. Илл. 3.

STATE OF NEW YORK
OFFICE OF THE COMMISSIONER OF EDUCATION

REPORT OF THE COMMISSIONER OF EDUCATION
FOR THE YEAR 1912-13

ALBANY: J. B. LIPPINCOTT COMPANY, PUBLISHERS.
1913.

THE STATE OF NEW YORK
OFFICE OF THE COMMISSIONER OF EDUCATION
ALBANY, N. Y., 1913.



CONTENTS

STATE OF NEW YORK
OFFICE OF THE COMMISSIONER OF EDUCATION

REPORT OF THE COMMISSIONER OF EDUCATION
FOR THE YEAR 1912-13

ALBANY: J. B. LIPPINCOTT COMPANY, PUBLISHERS.
1913.

THE STATE OF NEW YORK
OFFICE OF THE COMMISSIONER OF EDUCATION
ALBANY, N. Y., 1913.

**КОМПЕНСАЦИЯ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ПОГРЕШНОСТИ
ТЕРМОАНЕМОМЕТРА ПОСТОЯННОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ**

О. Н. Корякова, А. И. Попов

«Исследования в области гидродинамических измерений». Труды метрологических институтов СССР, вып. 157 (217), 1975, с. 89—95.

Рассматривается способ компенсации температурной погрешности, возникающей при измерении скоростей неизотермических потоков термоанемометром постоянной температуры. Компенсация достигается включением в соседнее с преобразователем скорости плечо моста преобразователя температуры и независимого от температуры сопротивления. Приведены результаты определения температурной погрешности термоанемометра постоянной температуры, работающего в комплекте с пленочным преобразователем скорости, а также результаты введения температурной компенсации. Табл. 2, Илл. 4, Библ. 3.

**ПОГРЕШНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ
ТУРБУЛЕНТНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ СКОРОСТИ
ПОТОКА ТЕРМОАНЕМОМЕТРОМ**

В. А. Кузьмин

«Исследования в области гидродинамических измерений». Труды метрологических институтов СССР, вып. 157 (217), 1975, с. 96—100.

Дан анализ погрешности измерения интенсивности турбулентных пульсаций скорости потока жидкости в зависимости от диапазона измерения. Приведены рекомендации по рациональному выбору пределов измерения в зависимости от требуемой точности измерения. Илл. 3, Библ. 2.

THE HISTORY OF THE UNITED STATES

BY CHARLES A. BEAMAN

Published by the American Book Company, New York, N. Y.

Copyright, 1918, by American Book Company
All rights reserved
Printed in the United States of America

THE HISTORY OF THE UNITED STATES

THE HISTORY OF THE UNITED STATES

BY CHARLES A. BEAMAN

Published by the American Book Company, New York, N. Y.

Copyright, 1918, by American Book Company
All rights reserved
Printed in the United States of America

УДК 532.542.4:532.57.08

ГРАДУИРОВКА ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ

И. Д. Веребьевский, Е. Б. Кудашев

«Исследования в области гидродинамических измерений». Труды метрологических институтов СССР, вып. 157 (217), 1975, с. 101—106.

Рассмотрены методические вопросы учета систематической погрешности градуировки измерительных преобразователей турбулентных пульсаций давления в поле плоской звуковой волны. Описана установка для градуировки преобразователей. Предложен новый способ градуировки непосредственно в турбулентном потоке. Илл. 4, Библ. 4.

УДК 551.46.083.534

ИЗМЕРЕНИЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ НА ФОНЕ АКУСТИЧЕСКИХ ПОМЕХ

И. Д. Веребьевский, Е. Б. Кудашев

«Исследования в области гидродинамических измерений». Труды метрологических институтов СССР, вып. 157 (217), 1975, с. 107—111.

Рассмотрены методы снижения акустических помех при измерении турбулентных пульсаций давления. Предложен преобразователь с двумя чувствительными элементами, имеющими различные размеры приемной поверхности в зависимости от корреляционных масштабов турбулентных вихрей и звуковой волны. Илл. 5, Библ. 3.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO
DEPARTMENT OF CHEMISTRY

REPORT OF THE CHEMISTS

FOR THE YEAR 1911

CHICAGO, ILL., 1911



CHICAGO, ILL., 1911

**ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ
ТЕМПЕРАТУРЫ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ
ГРУППОВЫХ ГРАДУИРОВОК**

А. Г. Иванова, И. В. Шокина

«Исследования в области гидродинамических измерений». Труды метрологических институтов СССР, вып. 157 (217), 1975, с. 112—117.

Температурные поля среды и объектов в ряде областей техники измеряются группой термометров сопротивления с единой осредненной по выборке градуировочной характеристикой. При точных измерениях в результате разбиения большой партии термометров с нормальным распределением R_0 на меньшие группы имеет место трапециевидальное распределение R_0 в группе.

Предлагается методика расчета погрешности измерения температуры термометрами сопротивления R_0 при использовании групповой градуировки для трапециевидального распределения. Илл. 3. Библ. 4.

ПОВЕРОЧНЫЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ СТЕНДЫ

Б. Г. Гуткин, В. А. Кузьмин, Д. Ф. Тартаковский

«Исследования в области гидродинамических измерений». Труды метрологических институтов СССР, вып. 157 (217), 1975, с. 118—126.

Описываются конструкции стендов, предназначенных для градуировки и поверки средств измерений скорости потоков жидкости. Рассмотрены методы измерения скорости потока в стендах; дан анализ погрешности измерения скорости потока. Приведены результаты исследования поля скоростей в турбулентных пульсациях в рабочих участках стендов. Илл. 4. Библ. 3.

THE HISTORY OF THE UNITED STATES
OF AMERICA FROM 1776 TO 1876
BY CHARLES A. BEAMAN

NEW YORK: G. P. PUTNAM'S SONS, 1876.

The history of the United States is a story of growth and development, from a small colony of settlers to a great nation of free men and women.

The early years of the American colonies were marked by a struggle for independence from British rule. The American Revolution was a turning point in the nation's history, leading to the birth of a new republic.

The American people have always been a people of progress and innovation. From the invention of the printing press to the development of the modern industrial revolution, the United States has led the world in many ways.

THE HISTORY OF THE UNITED STATES

BY CHARLES A. BEAMAN

The history of the United States is a story of growth and development, from a small colony of settlers to a great nation of free men and women.

The early years of the American colonies were marked by a struggle for independence from British rule. The American Revolution was a turning point in the nation's history, leading to the birth of a new republic.

УДК 532.526.7.087.92.089.6

УСТАНОВКА ДЛЯ ГРАДУИРОВКИ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ПОВЕРХНОСТНОГО ТРЕНИЯ

Д. Я. Блантер, В. А. Кузьмин, А. И. Попов

«Исследования в области гидродинамических измерений». Труды метрологических институтов СССР, вып. 157 (217), 1975, с. 127—131.

Рассмотрен принцип измерения поверхностного трения (τ) термоанемометрическим преобразователем. Описан разработанный во ВНИИМ щелевой участок для градуировки преобразователей τ . Приводится сравнение экспериментально полученного закона сопротивления щелевого участка с расчетным. Дана оценка погрешности измерения поверхностного трения. Илл. 4, Библ. 4.

УДК 536.531.089.6

ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ ГРАДУИРОВКИ ТЕРМОПРИЕМНИКОВ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ИЗМЕРЕНИЯХ ТЕМПЕРАТУРЫ ВОДЫ

Н. Н. Эргардт, Е. М. Камочкина

«Исследования в области гидродинамических измерений». Труды метрологических институтов СССР, вып. 157 (217), 1975, с. 132—135.

Изложена методика воспроизведения реперной точки «галлий». Температура ее затвердевания определена равной $(29,778 \pm 0,005)^\circ\text{C}$.

Использование реперной точки позволило на порядок повысить точность градуировки и поверки малоинерционных термометров сопротивления (пленочных и из микропровода), применяемых в гидродинамике. Табл. 1, Илл. 2.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

PH.D. THESIS

BY

JOHN EDGAR HOOVER

1870

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

PH.D. THESIS

BY

JOHN EDGAR HOOVER

1870

**ОБ ОБРАБОТКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ АТТЕСТАЦИИ
ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ
ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ
МОРСКОЙ СРЕДЫ**

*Л. И. Довбета, В. Н. Меркурьев,
Б. Л. Рывкин, В. Г. Ширякин*

«Исследования в области гидродинамических измерений»
Труды метрологических институтов СССР, вып. 157 (217), 1975
с. 136—143.

Рассматриваются вопросы, связанные с аттестацией измерительной системы, предназначенной для исследований гидродинамических параметров морской среды. Приводится типовая структура измерительного канала системы, методы аттестации различных по назначению каналов, основные результаты испытаний. Обращается внимание на аттестацию динамических характеристик каналов. Табл. 2. Илл. 2. Библ. 5.

ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ
ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Труды метрологических институтов СССР

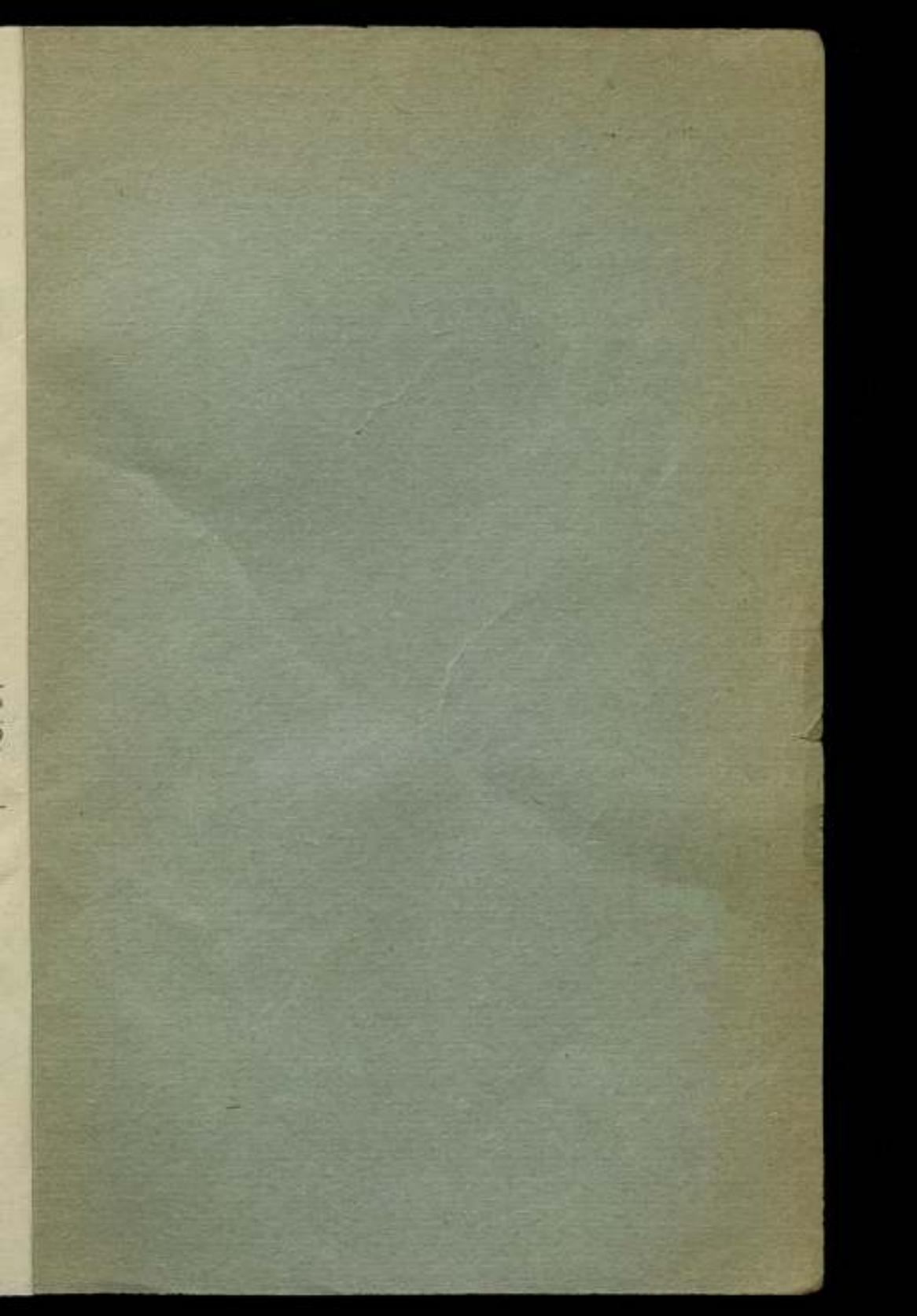
Выпуск 157 (217)

Редактор *И. А. Шайкевич*
Технический редактор *Э. Г. Ватер*
Корректор *А. П. Якушечкина*

T-02761. Сдано в наб. 03.04.74	Подп. к печ. 26.02.75.	Формат 60×90 ^{1/16}
Бумага типографская № 1 10,5 п. л.	7,4 уч.-изд. л.	Тираж 1500.
Изд. № 3490/12	Цена 74 коп.	Зак. 3939

Издательство стандартов
Москва, Новопроспектский пер., 3

Типография изд-ва «Московская правда», Подпоясовский пер., 3.



Цена 74 коп.